



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Escola Politécnica
Programa de Projeto de Estruturas

Marcelo Araújo de Sá

**AVALIAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE VERIFICAÇÃO A CISALHAMENTO
SEGUNDO A NBR 6118 APLICANDO A TEORIA DO CAMPO DE
COMPRESSÃO MODIFICADA**



UFRJ

Marcelo Araújo de Sá

AVALIAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE VERIFICAÇÃO A CISALHAMENTO
SEGUNDO A NBR 6118 APLICANDO A TEORIA DO CAMPO DE COMPRESSÃO
MODIFICADA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Orientador:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Rio de Janeiro

2021

Sá, Marcelo Araújo

Avaliação dos critérios de verificação a cisalhamento segundo a NBR 6118 aplicando a teoria do campo de compressão modificada / Marcelo Araújo de Sá – 2021.

141.: 30 cm.

Dissertação (Mestrado em Projeto de Estruturas) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Programa de Projeto de Estruturas, Rio de Janeiro, 2021.

Orientador: Sergio Hampshire de Carvalho Santos

1. Concreto Armado, 2. Cisalhamento, 3. Teoria do Campo de Compressão Modificada, 4. Response-2000. I. Santos, Sergio Hampshire de Carvalho. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Escola Politécnica. III. Título.



UFRJ

AVALIAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE VERIFICAÇÃO A CISALHAMENTO
SEGUNDO A NBR 6118 APLICANDO A TEORIA DO CAMPO DE COMPRESSÃO
MODIFICADA

Marcelo Araújo de Sá

Orientador:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Dissertação de Mestrado apresentada Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Aprovada pela Banca:

Prof. Sergio Hampshire de Carvalho Santos, D. Sc., UFRJ

Prof. Júlio Jerônimo Holtz Silva Filho, D. Sc., UFRJ

Prof. Mauro Schulz, D. Sc., UFF

Prof. Emil de Souza Sánchez Filho, D. Sc., UFF

Rio de Janeiro
2021

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades e me iluminar durante essa trajetória, me dando coragem para seguir em frente, perseverança e sabedoria para alcançar meus objetivos.

Ao estimado professor Sergio Hampshire, pela oportunidade, orientação e apoio na elaboração deste trabalho, e pela confiança depositada durante toda a jornada do curso de Mestrado.

À minha esposa Aline, pais e irmão, que sempre foram uma inesgotável fonte de incentivo e apoio incondicional, aos quais sou eternamente grato por todo amor.

Aos Eng. Bernardo Rocha e André Esteves, pela orientação, suporte, apoio e confiança, aos quais devo boa parte da minha formação profissional.

Aos meus amigos, companheiros de trabalho e irmãos na amizade, que fizeram parte da minha formação e que continuarão presentes em minha vida.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

RESUMO

SÁ, Marcelo Araújo. **Avaliação dos Critérios de Verificação a Cisalhamento Segundo a NBR 6118 Aplicando a Teoria do Campo de Compressão Modificada**. Rio de Janeiro. 2021. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2021.

Sabe-se que deficiências de projeto no dimensionamento à força cortante são mais perigosas que as de flexão, pois rupturas por cisalhamento podem ocorrer de forma frágil e sem possibilidade de redistribuição dos esforços internos. Diferentemente do dimensionamento à flexão, o dimensionamento às solicitações cisalhantes por diferentes normas, podem gerar resultados significativamente distintos para uma mesma viga, visto que os modelos de dimensionamento seguem em discussão por muitos anos. Este trabalho se baseia na avaliação do comportamento da ação das solicitações combinadas de flexão e força cortante em vigas de concreto armado para diferentes pares de momentos fletores e forças cortantes. Para tanto foi utilizada a verificação apresentada na NBR 6118 (2014) e comparada a uma teoria mais aprimorada utilizada atualmente, a Teoria do Campo de Compressão Modificada (*Modified Compression Field Theory - MCFT*). Essa teoria é capaz de prever as relações de carregamentos e deformações específicas, bem como a resistência à força cortante de seções com grande precisão, sendo parametrizada por elementos ensaiados. Como a utilização dessa teoria não é prática para os cálculos usuais, foi utilizado o *software* Response-2000, desenvolvido na Universidade de Toronto por Evan C. Bentz. O programa permite a análise de vigas e pilares sujeitos a momentos, forças cortantes e cargas axiais, em qualquer tipo de geometria, propriedades de materiais e arranjo de armaduras, resultando em respostas precisas do comportamento das seções utilizando como base a *MCFT*.

Palavras-chave: Concreto armado; Cisalhamento; Teoria do Campo de Compressão Modificada; Response-2000.

ABSTRACT

SÁ, Marcelo Araújo. **Evaluation of Shear Verification Criteria According to NBR 6118 Applying the Modified Compression Field Theory**. Rio de Janeiro. 2021. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2021.

It is known that design deficiencies in shear design are more dangerous than bending, as shear failures can occur in a fragile way and without the possibility of redistributing internal forces. Unlike bending design, designing shear loads by different standards can generate significantly different results for the same beam, since design models have been under discussion for many years. This work is based on the evaluation of the action behavior of the combined bending and shear loads in reinforced concrete beams for different pairs of bending moments and shear forces. For this purpose, the verification presented in NBR 6118 (2014) was used and compared to a more improved theory currently used, the Modified Compression Field Theory - MCFT. This theory is able to predict the relationships of specific loads and strains, as well as the shear strength of sections with great precision, being parameterized by tested elements. As the use of this theory is not practical for the usual calculations, the Response-2000 software, developed at the University of Toronto by Evan C. Bentz, was used. The program allows the analysis of beams and columns subject to moments, shear forces and axial loads, in any type of geometry, material properties and reinforcement arrangement, resulting in accurate responses of the behavior of the sections using MCFT as a basis.

Keywords: Reinforced Concrete; Shear; Modified Compression Field Theory; Response-2000.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. ESTUDO DA FORÇA CORTANTE EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO	4
2.1. Introdução.....	4
2.2. Comportamento resistente de vigas na flexão com força cortante	5
2.3. Formulações do esforço de cisalhamento.....	8
2.3.1. Estádio I.....	8
2.3.2. Estádio II	11
2.3.3. Analogia clássica da treliça	12
2.3.4. Analogia da treliça generalizada.....	15
2.3.5. Deslocamento do diagrama de momentos fletores	18
2.3.6. Análise da treliça por bielas e tirantes	20
2.4. Mecanismos de transferência de esforço cortante sem armadura transversal ..	23
2.4.1. Efeito de Arco.....	24
2.4.2. Concreto Comprimido Não Fissurado	24
2.4.3. Engrenamento dos agregados	25
2.4.4. Efeito de Pino	25
2.5. Formas de ruptura por força cortante	25
2.5.1. Ruptura por Força Cortante-Flexão.....	26
2.5.2. Ruptura por Força Cortante-Tração.....	26
2.5.3. Ruptura das Diagonais de Compressão	27
2.6. Dimensionamento ao esforço cortante segundo a NBR 6118.....	28
2.6.1. Cálculo da resistência	28
2.6.2. Decalagem do diagrama de força no banzo tracionado.....	31
2.7. Teoria do Campo de Compressão Modificada	32
2.7.1. Equações de Compatibilidade	34
2.7.2. Equações de Equilíbrio.....	34
2.7.3. Relações Constitutivas.....	36
2.7.4. Transmissão de Carregamento pelas Fissuras	39
2.7.5. Condições de ruptura da teoria	41
2.8. Considerações sobre o <i>software</i> Response-2000.....	41
2.9. Comentários sobre outras pesquisas recentes do tema.....	42
3. METODOLOGIA	45

3.1.	Características da Viga Padrão.....	46
3.1.1.	Características Geométricas	46
3.1.2.	Propriedades dos Materiais.....	47
3.2.	Definição dos Casos de Solicitações	49
3.3.	Dados de Entrada para Response-2000	52
4.	RESULTADOS	57
4.1.	Resultados para θ_1	57
4.2.	Resultados para θ_2	59
4.3.	Resultados para θ_3	61
4.4.	Discussão dos resultados	63
5.	EXEMPLO PRÁTICO	72
6.	CONCLUSÕES	82
7.	REFERÊNCIAS.....	85
8.	ANEXOS	89
8.1.	Casos gerados a partir de $k_x=0,05$	89
8.1.1.	Resultados para θ_1	89
8.1.2.	Resultados para θ_2	90
8.1.3.	Resultados para θ_3	92
8.2.	Casos gerados a partir de $k_x=0,10$	94
8.2.1.	Resultados para θ_1	94
8.2.2.	Resultados para θ_2	95
8.2.3.	Resultados para θ_3	96
8.3.	Casos gerados a partir de $k_x=0,15$	98
8.3.1.	Resultados para θ_1	98
8.3.2.	Resultados para θ_2	99
8.3.3.	Resultados para θ_3	101
8.4.	Casos gerados a partir de $k_x=0,20$	103
8.4.1.	Resultados para θ_1	103
8.4.2.	Resultados para θ_2	104
8.4.3.	Resultados para θ_3	105
8.5.	Casos gerados a partir de $k_x=0,25$	107
8.5.1.	Resultados para θ_1	107
8.5.2.	Resultados para θ_2	108
8.5.3.	Resultados para θ_3	110

8.6. Casos gerados a partir de $k_x=0,30$	111
8.6.1. Resultados para θ_1	111
8.6.2. Resultados para θ_2	113
8.6.3. Resultados para θ_3	114
8.7. Casos gerados a partir de $k_x=0,35$	116
8.7.1. Resultados para θ_1	116
8.7.2. Resultados para θ_2	117
8.7.3. Resultados para θ_3	118
8.8. Casos gerados a partir de $k_x=0,40$	120
8.8.1. Resultados para θ_1	120
8.8.2. Resultados para θ_2	121
8.8.3. Resultados para θ_3	123

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 – Vista longitudinal da viga com representação de dois elementos infinitesimais	5
Figura 2-2 – Representação dos estados duplos de tensão nos elementos infinitesimais e do seu ângulo de inclinação.....	5
Figura 2-3 – Trajetórias das tensões principais de uma viga homogênea sob carga uniforme no Estádio I (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977).....	6
Figura 2-4 – Configuração de fissuras e de ruptura de uma viga T com armadura de cisalhamento (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977).....	6
Figura 2-5 – Fissuras de força cortante perto do apoio, na alma de uma viga I, que não se originam de fissuras de flexão (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977).....	7
Figura 2-6 – Analogia de treliça para forças internas na região de força cortante de uma viga de concreto armado (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977)	7
Figura 2-7 – Tensões tangenciais no estádio I.....	9
Figura 2-8 – Tensões tangenciais no estádio II	11
Figura 2-9 – Modelo de cálculo da analogia clássica de treliça	13
Figura 2-10 – Treliça generalizada (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977).....	16
Figura 2-11 – Modelo de cálculo da analogia generalizada	16
Figura 2-12 – Esquema para determinação de a_1	19
Figura 2-13 – Deslocamento do diagrama de momentos fletores	20
Figura 2-14 – Esquema do modelo de treliça para análise de bielas e tirantes (SANTOS, 2017).....	20
Figura 2-15 – Esquema da geometria da biela de compressão.....	21
Figura 2-16 – Carregamentos e solicitações de uma viga biapoiada (SANTOS, 2017)	22
Figura 2-17 – Seção avaliada entre os pontos 1 e 2 (SANTOS, 2017)	22
Figura 2-18 – Forças internas em uma viga fissurada sem estribos (WIGHT e MACGREGOR, 2012)	23
Figura 2-19 – Ação de arco ou de pórtico atirantado nas proximidades do apoio (BASTOS, 2016)	24
Figura 2-20 – Esquema do efeito de pino (NOGUEIRA <i>et al.</i> , 2011)	25
Figura 2-21 – Ruptura por força cortante-flexão (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977) .	26
Figura 2-22 – Ruptura por força cortante-tração (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977)..	27

Figura 2-23 – Ruptura das diagonais comprimidas (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977)	27
.....	
Figura 2-24 – Definição da parcela de V_{c1} para Modelo de Cálculo II.....	30
Figura 2-25 – Elemento de concreto fissurado e círculo de Mohr para deformações específicas médias (VECCHIO e COLLINS, 1986)	34
Figura 2-26 – Pannel fissurado de concreto armado (VECCHIO e COLLINS, 1986)...	35
Figura 2-27 – Círculo de Mohr para tensões médias no concreto (VECCHIO e COLLINS, 1986).....	36
Figura 2-28 – Relação tensão-deformação específica do aço (VECCHIO e COLLINS, 1986).....	37
Figura 2-29 – Relação tensão-deformação específica de compressão no concreto comparado à relação de ensaio padrão (VECCHIO e COLLINS, 1986).	37
Figura 2-30 – Relação tensão-deformação específica de compressão no concreto (VECCHIO e COLLINS, 1986).	38
Figura 2-31 – Relação tensão x deformação específica de tração no concreto (VECCHIO e COLLINS, 1986).	38
Figura 2-32 – Tensões médias comparadas com tensões locais no plano entre fissuras e plano na fissura (VECCHIO e COLLINS, 1986).....	39
Figura 2-33 – Transmissão de cisalhamento na fissura pelo engrenamento dos agregados (VECCHIO e COLLINS, 1986).	40
Figura 2-34 – Tela principal do Response-2000	42
Figura 3-1 – Seções transversais dos modelos de análise	46
Figura 3-2 – Seção transversal da viga padronizada (cotas em centímetros).....	47
Figura 3-3 – Diagrama de tensão-deformação específica idealizado	48
Figura 3-4 – Aba de introdução dos dados dos materiais.....	52
Figura 3-5 – Aba de introdução dos dados detalhados do concreto	53
Figura 3-6 – Discretização da curva tensão-deformação específica.....	53
Figura 3-7 – Aba de introdução dos dados detalhados do aço de armadura passiva.....	54
Figura 3-8 – Aba de introdução dos dados geométricos da seção.....	54
Figura 3-9 – Aba de introdução dos dados geométricos da armadura superior	55
Figura 3-10 – Aba de introdução dos dados geométricos da armadura inferior.....	55
Figura 3-11 – Aba de introdução dos dados geométricos da armadura de pele	56
Figura 3-12 – Aba de introdução dos dados geométricos da armadura transversal	56
Figura 4-1 – Comparação dos resultados para θ_1	58

Figura 4-2 – Comparação dos resultados para θ_2	60
Figura 4-3 – Comparação dos resultados para θ_3	62
Figura 4-4 – Quadro de fissuras do caso 7, com θ_1 – Modelo A.....	63
Figura 4-5 – Quadro de fissuras do caso 7, com θ_1 – Modelo B.....	63
Figura 4-6 – Quadro de fissuras do caso 7, com θ_1 – Modelo C.....	64
Figura 4-7 – Resultados do <i>software</i> para armaduras no caso 7, com θ_1 – Modelo A... 64	
Figura 4-8 – Resultados do <i>software</i> para armaduras no caso 7, com θ_1 – Modelo B ... 65	
Figura 4-9 – Resultados do <i>software</i> para armaduras no caso 7, com θ_1 – Modelo C ... 65	
Figura 4-10 – Comparação dos resultados para θ_1 – Com V_c	66
Figura 4-11 – Comparação dos resultados para θ_1 – Sem V_c	66
Figura 4-12 – Comparação dos resultados para θ_2 – Com V_c	67
Figura 4-13 – Comparação dos resultados para θ_2 – Sem V_c	67
Figura 4-14 – Comparação dos resultados para θ_3 – Com V_c	68
Figura 4-15 – Comparação dos resultados para θ_3 – Sem V_c	68
Figura 4-16 – Seção transversal com armadura superior igual a inferior.....	69
Figura 4-17 – Comparação dos resultados para θ_1 – com armadura sup. igual a inf..... 69	
Figura 4-18 – Comparação dos resultados para θ_2 – com armadura sup. igual a inf..... 70	
Figura 4-19 – Comparação dos resultados para θ_3 – com armadura sup. igual a inf..... 70	
Figura 5-1 – Forma da viga avaliada	72
Figura 5-2 – Vista do modelo em perspectiva.....	72
Figura 5-3 – Diagramas de momento fletor e força cortante com indicações das seções avaliadas	73
Figura 5-4 – Detalhamento das armaduras da viga	74
Figura 5-5 – Dados da seção S1 – Response-2000.....	75
Figura 5-6 – Dados da seção S2 – Response-2000.....	76
Figura 5-7 – Dados da seção S3 – Response-2000.....	76
Figura 5-8 – Dados da seção S4 – Response-2000.....	76
Figura 5-9 – Resultados gerais da seção – Response-2000	78
Figura 5-10 – Resultados relativos às fissuras – Response-2000.....	78
Figura 5-11 – Resultados relativos às armaduras – Response-2000	79
Figura 8-1 – Comparação dos resultados para θ_1 – $k_x=0,05$	90
Figura 8-2 – Comparação dos resultados para θ_2 – $k_x=0,05$	91
Figura 8-3 – Comparação dos resultados para θ_3 – $k_x=0,05$	93
Figura 8-4 – Comparação dos resultados para θ_1 – $k_x=0,10$	95

Figura 8-5 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,10$	96
Figura 8-6 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,10$	98
Figura 8-7 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,15$	99
Figura 8-8 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,15$	100
Figura 8-9 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,15$	102
Figura 8-10 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,20$	104
Figura 8-11 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,20$	105
Figura 8-12 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,20$	107
Figura 8-13 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,25$	108
Figura 8-14 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,25$	109
Figura 8-15 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,25$	111
Figura 8-16 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,30$	112
Figura 8-17 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,30$	114
Figura 8-18 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,30$	115
Figura 8-19 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,35$	117
Figura 8-20 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,35$	118
Figura 8-21 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,35$	120
Figura 8-22 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,40$	121
Figura 8-23 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,40$	122
Figura 8-24 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,40$	124

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3-1 – Discretização da curva tensão-deformação específica	48
Tabela 3-2 – Casos k_x e parâmetros equivalentes.....	50
Tabela 4-1 – Solicitações calculadas a partir de θ_1	57
Tabela 4-2 – Armaduras transversais calculadas para θ_1	58
Tabela 4-3 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1	58
Tabela 4-4 – Solicitações calculadas a partir de θ_2	59
Tabela 4-5 – Armaduras transversais calculadas para θ_2	59
Tabela 4-6 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2	60
Tabela 4-7 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com <i>fib Model Code</i> (2013)	61
Tabela 4-8 – Solicitações calculadas a partir de θ_3	61
Tabela 4-9 – Armaduras transversais calculadas para θ_3	62
Tabela 4-10 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3	62
Tabela 4-11 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1	71
Tabela 4-12 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2	71
Tabela 4-13 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3	71
Tabela 5-1 – Solicitações características e de projeto	73
Tabela 5-2 – Verificação da força cortante máxima e parcelas resistidas pelo concreto e aço.....	74
Tabela 5-3 – Cálculo das armaduras transversais.....	74
Tabela 5-4 – Verificação da força cortante máxima e parcelas resistidas pelo concreto e aço para seção sobre o apoio central	75
Tabela 5-5 – Cálculo das armaduras transversais para seção sobre o apoio central	75
Tabela 5-6 – Comparação das forças cortantes resistentes e solicitantes de projeto.....	77
Tabela 5-7 – Comparação das forças cortantes resistentes e solicitantes de projeto para viga sem armadura de pele	80
Tabela 5-8 – Cálculo das armaduras transversais, sem consideração da armadura mínima	80
Tabela 5-9 – Comparação das forças cortantes resistentes e solicitantes de projeto para viga sem consideração da armadura mínima de cisalhamento	81
Tabela 8-1 – Solicitações calculadas a partir de θ_1	89
Tabela 8-2 – Armaduras transversais calculadas para θ_1	89

Tabela 8-3 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1	90
Tabela 8-4 – Solicitações calculadas a partir de θ_2	90
Tabela 8-5 – Armaduras transversais calculadas para θ_2	91
Tabela 8-6 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2	91
Tabela 8-7 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com <i>fib Model Code</i>	92
Tabela 8-8 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3	92
Tabela 8-9 – Armaduras transversais calculadas para θ_3	92
Tabela 8-10 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3	93
Tabela 8-11 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1	94
Tabela 8-12 – Armaduras transversais calculadas para θ_1	94
Tabela 8-13 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1	94
Tabela 8-14 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2	95
Tabela 8-15 – Armaduras transversais calculadas para θ_2	95
Tabela 8-16 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2	96
Tabela 8-17 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com <i>fib Model Code</i>	96
Tabela 8-18 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3	97
Tabela 8-19 – Armaduras transversais calculadas para θ_3	97
Tabela 8-20 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3	97
Tabela 8-21 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1	98
Tabela 8-22 – Armaduras transversais calculadas para θ_1	98
Tabela 8-23 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1	99
Tabela 8-24 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2	99
Tabela 8-25 – Armaduras transversais calculadas para θ_2	100
Tabela 8-26 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2	100
Tabela 8-27 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com <i>fib Model Code</i>	101
Tabela 8-28 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3	101
Tabela 8-29 – Armaduras transversais calculadas para θ_3	101
Tabela 8-30 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3	102
Tabela 8-31 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1	103
Tabela 8-32 – Armaduras transversais calculadas para θ_1	103
Tabela 8-33 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1	103

Tabela 8-34 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2	104
Tabela 8-35 – Armaduras transversais calculadas para θ_2	104
Tabela 8-36 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2	105
Tabela 8-37 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com <i>fib Model Code</i>	105
Tabela 8-38 – Solicitações calculadas a partir de θ_3	106
Tabela 8-39 – Armaduras transversais calculadas para θ_3	106
Tabela 8-40 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3	106
Tabela 8-41 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1	107
Tabela 8-42 – Armaduras transversais calculadas para θ_1	107
Tabela 8-43 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1	108
Tabela 8-44 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2	108
Tabela 8-45 – Armaduras transversais calculadas para θ_2	109
Tabela 8-46 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2	109
Tabela 8-47 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com <i>fib Model Code</i>	110
Tabela 8-48 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3	110
Tabela 8-49 – Armaduras transversais calculadas para θ_3	110
Tabela 8-50 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3	111
Tabela 8-51 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1	111
Tabela 8-52 – Armaduras transversais calculadas para θ_1	112
Tabela 8-53 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1	112
Tabela 8-54 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2	113
Tabela 8-55 – Armaduras transversais calculadas para θ_2	113
Tabela 8-56 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2	113
Tabela 8-57 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com <i>fib Model Code</i>	114
Tabela 8-58 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3	114
Tabela 8-59 – Armaduras transversais calculadas para θ_3	115
Tabela 8-60 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3	115
Tabela 8-61 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1	116
Tabela 8-62 – Armaduras transversais calculadas para θ_1	116
Tabela 8-63 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1	116
Tabela 8-64 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2	117

Tabela 8-65 – Armaduras transversais calculadas para θ_2	117
Tabela 8-66 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2	118
Tabela 8-67 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com <i>fib Model Code</i>	118
Tabela 8-68 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3	119
Tabela 8-69 – Armaduras transversais calculadas para θ_3	119
Tabela 8-70 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3	119
Tabela 8-71 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1	120
Tabela 8-72 – Armaduras transversais calculadas para θ_1	120
Tabela 8-73 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1	121
Tabela 8-74 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2	121
Tabela 8-75 – Armaduras transversais calculadas para θ_2	122
Tabela 8-76 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2	122
Tabela 8-77 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com <i>fib Model Code</i>	123
Tabela 8-78 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3	123
Tabela 8-79 – Armaduras transversais calculadas para θ_3	123
Tabela 8-80 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3	124

1. INTRODUÇÃO

Apesar do comportamento de vigas de concreto armado sujeitas a esforços cisalhantes ser um assunto estudado ao longo de muitas décadas, o problema da determinação da resistência última ao cisalhamento segue em discussão, com abordagens distintas nas diversas normas, apresentando resultados relevantemente diferentes para uma mesma seção transversal de uma viga (BENTZ *et al.*, 2006).

Ao contrário dos elementos sujeitos à flexão, onde a hipótese de Bernoulli universalmente aceita de que “as seções planas permanecem planas” é utilizada, com as diversas normas resultando em estimativas de resistência muito próximas, para o estudo do comportamento ao cisalhamento as normas geralmente são baseadas em equações empíricas para estimar o esforço cortante capaz de levar o elemento à ruptura, não havendo um consenso sobre uma base teórica universalmente aceita (BENTZ *et al.*, 2006). Usualmente, as normas são fundamentadas no modelo de analogia da treliça desenvolvida por RITTER (1899) e MORSCH (1909) há aproximadamente um século, não correspondendo à sofisticação dos procedimentos desenvolvidos mundialmente ao longo dos anos, nem às capacidades computacionais disponíveis para a engenharia estrutural atualmente (VECCHIO e COLLINS, 1986).

Recentes pesquisas a respeito da resistência ao cisalhamento em elementos de concreto armado vêm sendo concentradas no estudo dos seus mecanismos de ruptura. Essas pesquisas resultaram inicialmente no desenvolvimento da Teoria do Campo de Compressão Diagonal para Torção e em seguida pela Teoria do Campo de Compressão (*CFT – Compression Field Theory*) e pela Teoria do Campo de Compressão Modificada (*MCFT – Modified Compression Field Theory*), como descrito por BENTZ *et al.* (2006). Essa teoria foi desenvolvida pela observação das respostas de um grande número de ensaios de elementos de concreto armado carregados em cisalhamento puro e em cisalhamento combinado com tensões axiais. Os resultados provenientes dessas análises têm se mostrado muito precisos para um amplo número de estruturas, incluindo vigas sujeitas a flexão, cortante e torção, vigas altas, pilares, pilares parede, placas e chapas (VECCHIO, 2000).

Alguns experimentos ainda têm revelado que, ao contrário da ruptura por flexão, elementos de concreto armado rompidos à cisalhamento se apresentam relativamente

frágeis e sem possibilidade de redistribuição dos esforços internos (COLLINS *et al.*, 2018), tornando esse entendimento de extrema importância para a segurança das estruturas.

Outro ponto avaliado é que, por conveniência, as teorias são fundamentadas, quase em sua totalidade, numa base de dados obtidas de ensaios em vigas biapoiadas. Entretanto, a maioria das estruturas reais é hiperestática. Esses elementos geralmente possuem um ou mais pontos de inversão do sinal da flexão (pontos de momento nulo), onde as condições de forças internas são similares às desenvolvidas próximas aos apoios em vigas simplesmente apoiadas (KOTSOVOU, 2019), porém, sem as tensões verticais próprias dessas regiões.

Este trabalho tem o objetivo de avaliar os critérios de verificação ao cisalhamento segundo a NBR 6118 (2014) utilizando a *MCFT* para diversos pares de solicitações. Como a utilização dessa teoria não é prática para os cálculos usuais simplesmente planilhados, foi utilizado o *software* Response-2000. Esse *software* foi desenvolvido na Universidade de Toronto por Evan C. Bentz, e permite a análise de vigas e pilares sujeitos a momentos, cortantes e cargas axiais, em qualquer tipo de geometria, propriedades de materiais e arranjo de armaduras, resultando em respostas precisas do comportamento das seções.

A estrutura organizacional do trabalho está disposta em oito capítulos. O Capítulo 1 apresenta a introdução ao conteúdo abordado e uma breve explanação sobre o estudo desenvolvido.

No Capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica do estudo do cisalhamento em vigas de concreto armado, apresentado as formulações dos modelos e discussões sobre o tema, além de apresentar o dimensionamento segundo a NBR 6118 (2014) e o estudo da Teoria do Campo de Compressão Modificada.

A metodologia adotada no desenvolvimento desta Dissertação é descrita detalhadamente no Capítulo 3 e os resultados obtidos por meio de sua aplicação são expostos no Capítulo 4.

No Capítulo 5 é apresentado um exemplo prático da aplicação da teoria em uma viga contínua de concreto armado.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões principais desta Dissertação.

Nos anexos, são apresentados os gráficos de força cortante x momento fletor e tabelas para todos os casos estudados.

2. ESTUDO DA FORÇA CORTANTE EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

2.1. Introdução

A ruptura de uma viga de concreto armado por esforços de cisalhamento é frequentemente frágil e sem possibilidade de redistribuição dos esforços internos, devendo sempre ser cuidadosamente evitada. A armadura de flexão deve ser dimensionada de tal modo que, havendo a ruptura, esta seja mobilizada primeiramente, de forma que sua eventual ruína se desenvolva gradualmente, fornecendo suficientes avisos aos usuários.

Considerando seu estado de tensão e deformação, o comportamento das estruturas de concreto armado passa por três fases sucessivas e claramente distintas, na medida em que o carregamento evolui de seu valor inicial até o instante em que provoca a ruptura do elemento. Estas fases são denominadas Estádios.

A primeira fase refere-se ao princípio do carregamento, quando as tensões provenientes de um carregamento externo são ainda insuficientes para ocasionarem a ruptura do concreto por tração. Neste estágio as tensões são proporcionais às deformações e a seção ainda está íntegra, e diz-se que o elemento se encontra no Estádio I. A segunda fase se dá quando as tensões de tração ultrapassam a resistência do concreto, fissurando o elemento, que perde sua integridade, e o aço passa a absorver a quantidade de tração que este resistia, podendo haver, inclusive, a plastificação do diagrama tensão-deformação específica do concreto. Neste caso, diz-se que o elemento se encontra no Estádio II. A terceira fase é o Estádio III, quando um dos componentes da estrutura, aço ou concreto, atinge seu limite. O braço de alavanca formado pela distância entre as resultantes de compressão no concreto e tração no aço também atinge seu máximo, e a peça se rompe.

Como descrito por MASON (1976), a formação do mecanismo resistente de treliça, que será visto mais adiante, corresponde a um estágio avançado da fissuração da peça. Antes de atingir esse estágio, a peça ou regiões dela passam por estágios intermediários de fissuração.

2.2. Comportamento resistente de vigas na flexão com força cortante

Considerando uma viga de um único vão sob carga uniforme, com momentos fletores e esforços cortantes, surgem estados de tensão nos vários pontos da viga, como ilustrado na Figura 2-1 e detalhado na Figura 2-2.

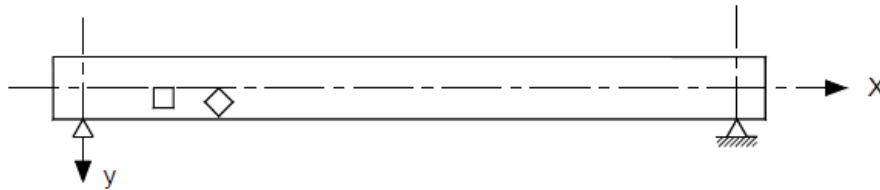


Figura 2-1 – Vista longitudinal da viga com representação de dois elementos infinitesimais

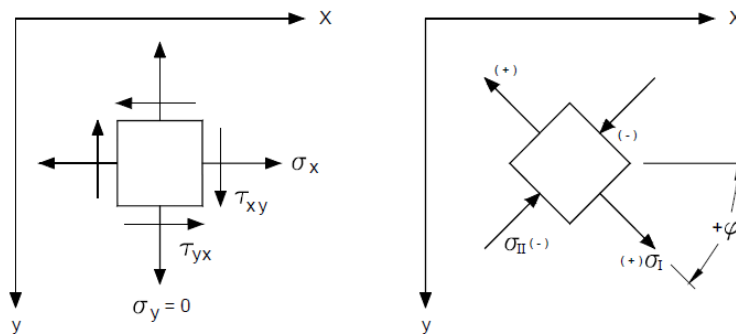


Figura 2-2 – Representação dos estados duplos de tensão nos elementos infinitesimais e do seu ângulo de inclinação

Conforme a teoria da Resistência dos Materiais, as tensões principais decompõem-se segundo os eixos x - y nas componentes de tensões normais σ_x e σ_y , além de tensões de cisalhamento τ_{xy} , sendo que σ_y têm maior importância em trechos de introdução de cargas, podendo ser desprezada, em geral. Os eixos principais definem as tensões principais de tração σ_I e de compressão σ_{II} .

É importante mencionar que as tensões principais não podem ser precisamente determinadas em regiões próximas à introdução de grandes cargas concentradas. Nessas regiões, com comprimento aproximadamente igual à altura útil ($x \cong d$), não pode ser adotada a hipótese de seções planas de Bernoulli, sendo essa região conhecida como “regiões de perturbação de St. Venant” (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977).

Ainda segundo LEONHARDT e MÖNNIG (1977), a tensão de cisalhamento τ_{xy} não representa uma sollicitação de corte, mas assim como as componentes longitudinais σ_x e σ_y , é apenas um valor auxiliar de cálculo. Na realidade, na viga atuam somente as tensões principais σ_I e σ_{II} .

No Estádio I surge, então, um sistema de tensões principais, inclinadas de 45° ou 135° em relação ao eixo longitudinal da viga, na altura da linha neutra. As trajetórias dessas tensões estão indicadas na Figura 2-3.

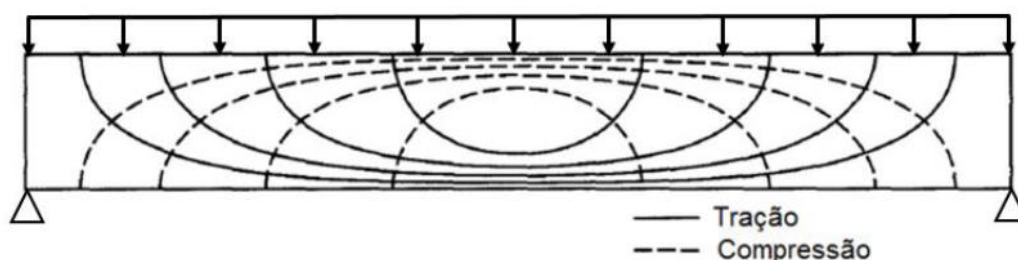


Figura 2-3 – Trajetórias das tensões principais de uma viga homogênea sob carga uniforme no Estádio I (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977)

Com o aumento da carga, quando a tensão principal de tração nas regiões de tensões principais inclinadas supera a resistência à tração do concreto, surgem fissuras de cisalhamento perpendiculares à σ_I , como pode ser visto na Figura 2-4. As tensões principais de compressão entre as fissuras de cisalhamento podem atuar praticamente sem restrição, se os esforços de tração que surgem no concreto forem absorvidos por armaduras de cisalhamento (estribos), impedindo desta forma o aumento destas fissuras (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977). Os estribos podem ser dispostos inclinados ou verticais. Porém, por razões práticas, essas armaduras são usualmente posicionadas na vertical.

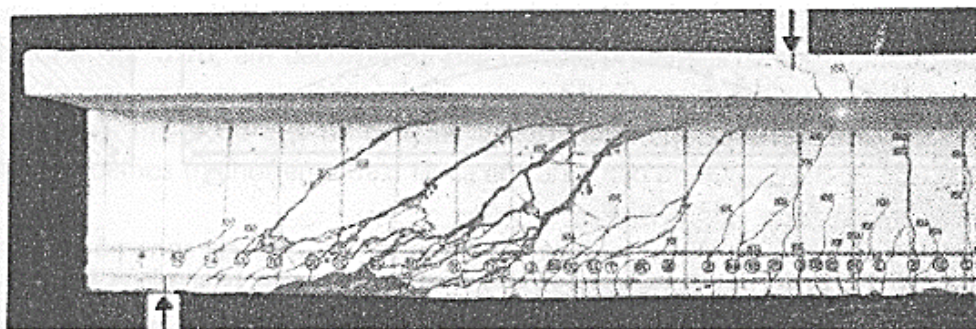


Figura 2-4 – Configuração de fissuras e de ruptura de uma viga T com armadura de cisalhamento (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977)

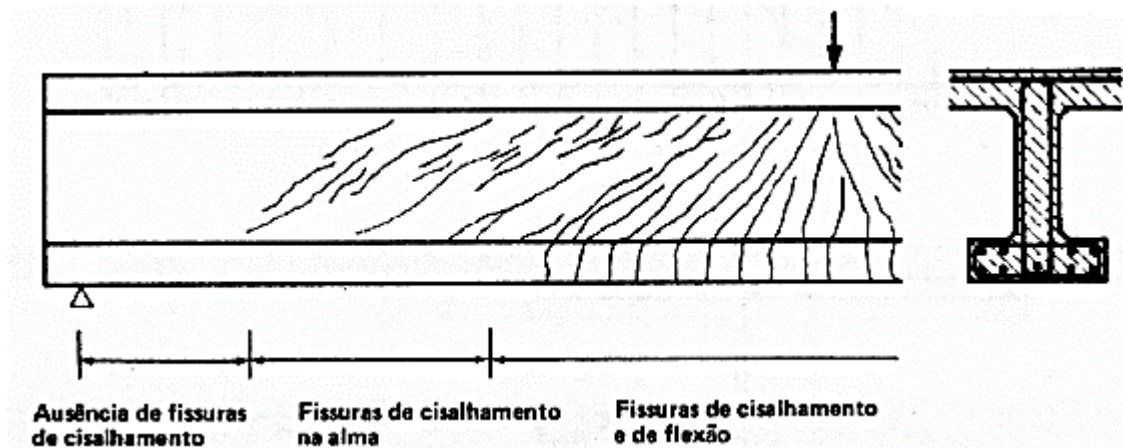


Figura 2-5 – Fissuras de força cortante perto do apoio, na alma de uma viga I, que não se originam de fissuras de flexão (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977)

O comportamento na região das vigas sob maior influência das forças cortantes é melhor descrito fazendo-se a analogia com uma treliça isostática (analogia da treliça de Mörsch), como ilustrado na Figura 2-6. Nessa analogia, as barras da armadura transversal constituem as diagonais de tração (montantes verticais no caso de estribos verticais), e o concreto comprimido entre as fissuras de cisalhamento constituem as diagonais de compressão (ou bielãs), sendo o banzo inferior representado como a armadura de flexão tracionada e o banzo superior como o concreto comprimido. A treliça isostática com banzos paralelos e diagonais comprimidas a 45° é designado por “analogia clássica da treliça”. Este modelo foi originalmente criado por RITTER (1899) e posteriormente modificado por MÖRSCH (1909).

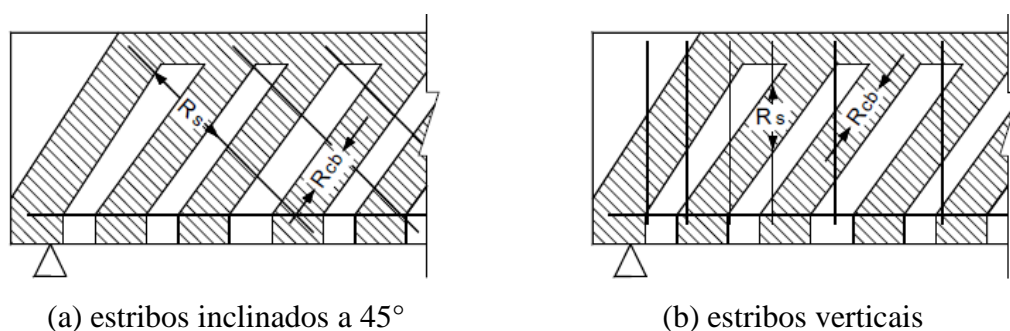


Figura 2-6 – Analogia de treliça para forças internas na região de força cortante de uma viga de concreto armado (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977)

Como mencionado no Capítulo 1, por conveniência, as teorias são fundamentadas, quase em sua totalidade, numa base de dados obtida de ensaios em vigas biapoiadas. Entretanto, a maioria das estruturas reais são hiperestáticas. Como citado por

LEONHARDT e MÖNNIG (1977), em vigas contínuas o comportamento aos esforços de cisalhamento e flexão manifestam-se, em princípio, similares às vigas de um único vão. No que diz respeito à força cortante, em seus ensaios foi verificado que, devido às tensões de tração inclinadas existentes nas regiões próximas aos apoios, as fissuras produzidas por forças cortantes elevadas inclinam-se obliquamente em direção ao apoio, penetrando na viga em profundidade maior que no caso da flexão pura, ocasionando numa altura menor na zona de compressão do que nos trechos em que a força cortante não atua.

O fenômeno da redistribuição dos momentos do apoio para o vão, observado nas vigas contínuas, causam menor aproveitamento da armadura de flexão no apoio e maior perigo de ruptura por forças cortantes nessa região. Por outro lado, revela-se um fundamental efeito favorável das estruturas hiperestáticas, o da redistribuição interna dos esforços, capaz de transmitir forças de zonas altamente solicitadas para zonas menos solicitadas, revelando a existência de reservas de capacidade resistente (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977).

2.3. Formulações do esforço de cisalhamento

2.3.1. Estádio I

Considera-se um elemento de comprimento dx compreendido entre duas seções s e s' , conforme ilustrado na Figura 2-7, sujeito aos esforços de momento fletor (M), esforço normal (N) e força cortante (V). Ao se passar um corte C-C neste elemento, paralelo ao plano que contém o eixo longitudinal da peça e a linha neutra da seção, o equilíbrio na direção do eixo x só ocorrerá devido ao surgimento das tensões de cisalhamento (τ), cuja resultante deve equilibrar a diferença entre as resultantes das tensões normais D e $(D + dD)$, atuantes nas duas faces do elemento (SÜSSEKIND, 1980).

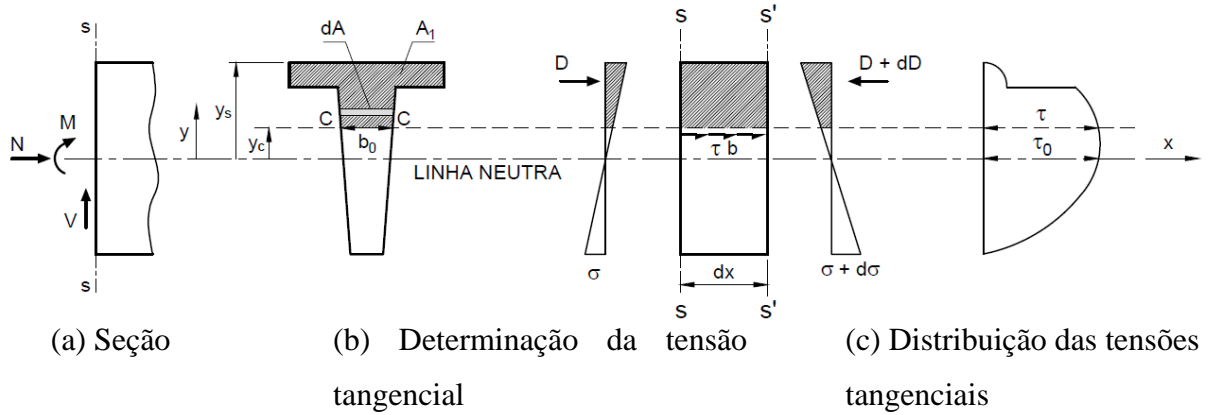


Figura 2-7 – Tensões tangenciais no estágio I

Como o somatório das forças na direção “x” deve ser nulo, têm-se:

$$D + \tau b dx = D + dD \quad (2-1)$$

ou seja,

$$\tau = \frac{1}{b} \times \frac{dD}{dx} \quad (2-2)$$

Da teoria de flexão composta tem-se que:

$$\sigma(y) = \frac{N}{A} + \frac{M y}{J} \quad (2-3)$$

Sendo “D” a resultante das tensões normais apresentada em (2-4).

$$D = \int_{y_c}^{y_s} \sigma(y) dA \quad (2-4)$$

Substituindo-se a equação (2-3) em (2-4) obtém-se a equação:

$$D = \frac{N}{A} \int_{y_c}^{y_s} dA + \frac{M}{J} \int_{y_c}^{y_s} y dA = \frac{N}{A} A_1 + \frac{M}{J} m_1 \quad (2-5)$$

Ao substituir a equação (2-5) em (2-2) obtém-se a expressão geral (2-6), que define o valor das tensões tangenciais.

$$\tau = \frac{1}{b} \times \frac{d}{dx} \left[\frac{N}{A} A_1 + \frac{M}{J} m_1 \right] \quad (2-6)$$

Para o caso particular de flexão simples ($N = 0$) com inércia constante, a expressão geral fica simplificada como apresentado em (2-7).

$$\tau = \frac{1}{b} \frac{m_1}{J} \frac{dM}{dx} \quad (2-7)$$

sabendo-se que

$$V = \frac{dM}{dx} \quad (2-8)$$

têm-se que

$$\tau = \frac{V m_1}{b J} \quad (2-9)$$

onde

A_1 e A : representam, respectivamente, a área da parte da seção situada acima da fibra C-C e a área total da seção;

m_1 : momento estático de A_1 em relação à linha neutra;

J : momento de inércia da seção completa em relação à linha neutra;

b : largura da seção ao nível da fibra C-C;

τ : tensão tangencial;

V : força cortante em análise;

Ao nível da linha neutra, e representando por τ_0 a tensão tangencial nesta posição, a expressão fica a apresentada em (2-10).

$$\tau = \frac{V m_0}{b_0 J} = \frac{V}{b_0 J/m_0} \quad (2-10)$$

Lembrando-se que a razão J/m_0 apresentada em (2-10) pode ser identificada como o braço de alavanca (z) entre as resultantes das tensões de compressão (D) e de tração (Z) provenientes da flexão, como descrito por SÜSSEKIND (1980). Logo a expressão pode ser reescrita como em (2-11).

$$\tau = \frac{V}{b_0 z} \quad (2-11)$$

Destaca-se que as expressões (2-6) a (2-11) se basearam nas hipóteses da Resistência dos Materiais e na consideração de seção homogênea e sem fissuração, só sendo aplicáveis no Estádio I, com raras ocorrências em elementos de concreto armado (SÜSSEKIND, 1980).

2.3.2. Estádio II

Considerando-se a mesma seção da Figura 2-7, funcionando no Estádio II, ou seja, com o concreto já fissurado, submetido à flexão simples, as tensões tangenciais se apresentam conforme ilustra a Figura 2-8.

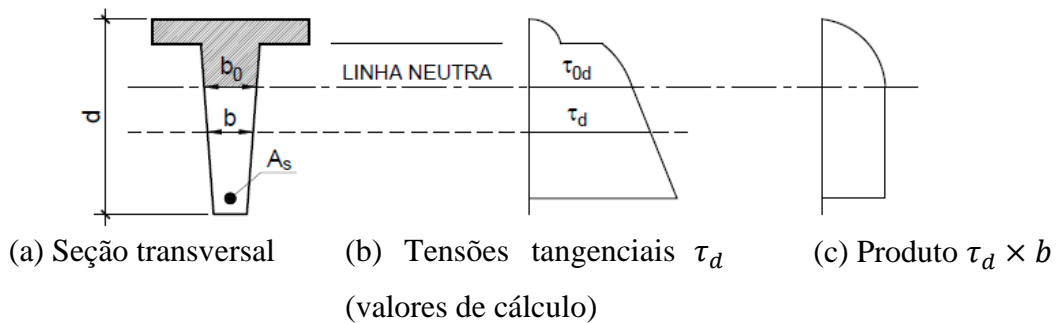


Figura 2-8 – Tensões tangenciais no estágio II

As expressões (2-6) a (2-11) mantêm-se válidas, se admitida a restrição de que o concreto fissurado seja totalmente desconsiderado, e que para o diagrama de tensões seja admitida distribuição linear de tensões de compressão no concreto, ao mesmo tempo em que a armadura longitudinal tracionada (A_s) é considerada como uma área localizada de concreto igual a ($n A_s$), sendo n a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto. Sendo assim, entre a linha neutra e a armadura longitudinal tracionada, o valor do produto (τb) permanece constante, já que o momento estático não tem acréscimo, tendo em vista a não consideração da área tracionada de concreto, tendo uma descontinuidade e caindo a zero quando encontra a armadura longitudinal tracionada (A_s).

No dimensionamento à flexão simples no estado limite último, para as solicitações de projeto V_d e M_d , não é admitida distribuição linear das tensões longitudinais de compressão provenientes de M_d , mas, sim, parabólica. Deste modo se tornam inválidas

as expressões (2-6) a (2-11) para a determinação do braço de alavanca (z) como sendo a razão J/m_0 .

A expressão (2-11) continuará aplicável desde que se considere, no estado limite último, para o braço de alavanca (z) o valor aproximado definido pela NBR 6118 (2014), obtido pela expressão (2-12), para concretos de classe de resistência até C50.

$$z = (1 - 0,4 k_x) d = k_z d \quad (2-12)$$

Como descrito ainda por SÜSSEKIND (1980), pode ser adotado um valor médio constante para k_z de 0,87, que cobre a grande maioria das situações que ocorrem na prática com satisfatória segurança. Sendo assim, é considerada aceitável para qualquer zona tracionada, a expressão que define uma tensão de cisalhamento convencional a nível da linha neutra, dada por:

$$\tau_{0d} = \frac{V_d}{b_0 z} \cong \frac{V_d}{b_0 0,87 d} \cong \frac{1,15 V_d}{b_0 d} \quad (2-13)$$

Em uma seção de concreto armado fissurada (estádio II) os máximos valores de cálculo das tensões tangenciais costumam aparecer na região tracionada do concreto, entre a linha neutra e a armadura longitudinal tracionada (A_s), ressalvados casos excepcionais.

2.3.3. Analogia clássica da treliça

Considerando-se uma viga biapoiada, Mörsch admitiu, após a fissuração, seu funcionamento segundo uma treliça, como descrito em 2.2, tendo sido adotadas para as bielas comprimidas uma inclinação constante de 45° em relação ao eixo longitudinal, e com diagonais tracionadas com inclinação arbitrária (α), limitada por motivos práticos entre 45° e 90° com a horizontal. A Figura 2-9 mostra uma treliça para uma extremidade da viga com força cortante constante.

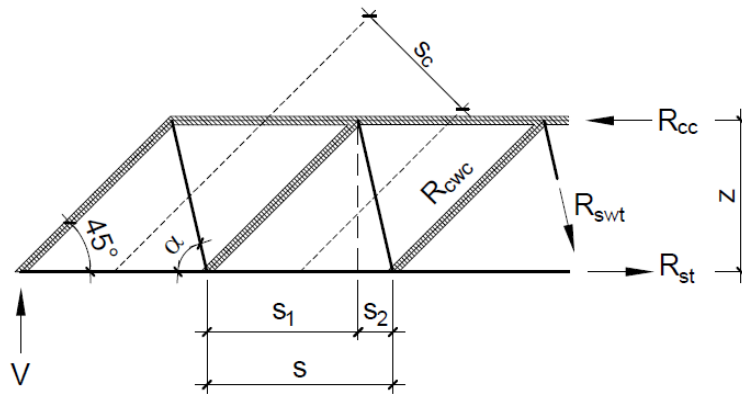


Figura 2-9 – Modelo de cálculo da analogia clássica de treliça

Onde,

R_{swt} : força resultante nas diagonais tracionadas da treliça;

R_{cwc} : força resultante nas diagonais comprimidas da treliça;

R_{cc} : força resultante no banco comprimido da treliça;

R_{st} : força resultante no banco tracionado da treliça;

V : força cortante atuante no trecho;

z : braço de alavanca entre os banzos tracionado e comprimido;

s : espaçamento entre as diagonais tracionadas da treliça;

s_c : região de influência de uma diagonal comprimida;

α : ângulo de inclinação das diagonais tracionadas;

Da Figura 2-9 observa-se que:

$$s = s_1 + s_2 \quad (2-14)$$

Por trigonometria tem-se que:

$$s_1 = \frac{z}{\tan 45^\circ} = z \cot 45^\circ \quad (2-15)$$

$$s_2 = \frac{z}{\tan \alpha} = z \cot \alpha \quad (2-16)$$

Substituindo-se as equações (2-15) e (2-16) em (2-14), a distância entre as bielas (s) fica como apresentado em (2-17).

$$s = z (\cot 45^\circ + \cot \alpha) = z (1 + \cot \alpha) \quad (2-17)$$

Por equilíbrio o somatório das forças na direção “y” deve ser nulo em qualquer seção, o valor de R_{swt} fica definido por:

$$R_{swt} = \frac{V}{\sen \alpha} \quad (2-18)$$

Como a resultante de tração (R_{swt}) deve ser resistida num trecho de viga com comprimento (s), a resultante por unidade de comprimento é definida por:

$$\frac{R_{swt}}{s} = \frac{V}{\sen \alpha} \frac{1}{z (1 + \cot \alpha)} = \frac{V}{z (1 + \cot \alpha) \sen \alpha} \quad (2-19)$$

Da definição de tensão na armadura têm-se que:

$$R_{swt} = A_{sw} \sigma_{si} \quad (2-20)$$

onde,

A_{sw} : área da seção transversal da armadura de cisalhamento;

σ_{si} : tensão de tração da armadura;

Substituindo-se a expressão (2-20) em (2-19) tem-se:

$$\frac{A_{sw} \sigma_{si}}{s} = \frac{V}{z (1 + \cot \alpha) \sen \alpha} \quad (2-21)$$

Logo, a tensão nos estribos é dada por:

$$\sigma_{si} = \frac{V s}{A_{sw} z (1 + \cot \alpha) \sen \alpha} \quad (2-22)$$

No Estado Limite Último, substituindo a tensão (σ_{si}) pela tensão de escoamento (f_{yd}), e considerando-se que a força cortante de projeto está sendo totalmente resistida pelos estribos, a taxa de armadura por metro fica definida como:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_d}{f_{yd} z (1 + \cot \alpha) \sen \alpha} \quad (2-23)$$

De forma semelhante as forças nas diagonais comprimidas também podem ser definidas por equilíbrio, impondo o somatório nulo das forças na direção “y” em qualquer seção. Logo, o valor de R_{cwc} fica definido na expressão (2-24).

$$R_{cwc} = \frac{V}{\text{sen } 45^\circ} \quad (2-24)$$

Sendo a faixa de viga solicitada pela resultante de compressão (R_{cwc}) igual a s_c , definida em (2-25), a expressão da resultante de compressão por unidade de comprimento fica definida em (2-26).

$$s_c = s \text{ sen } 45^\circ = z (1 + \cot \alpha) \text{ sen } 45^\circ \quad (2-25)$$

$$\frac{R_{cwc}}{s_c} = \frac{V}{\text{sen}^2 45^\circ z (1 + \cot \alpha)} \quad (2-26)$$

Supondo-se uma viga de largura b_w , esta ação resultará numa tensão de compressão (σ_{cw}) dada por:

$$\sigma_{cw} = \frac{V}{b_w \text{ sen}^2 45^\circ z (1 + \cot \alpha)} \quad (2-27)$$

2.3.4. Analogia da treliça generalizada

De acordo com SÜSSEKIND (1980) o dimensionamento das armaduras de cisalhamento seguindo rigorosamente as hipóteses da treliça clássica de Mörsch, conduz, nos casos gerais, a um excesso de armadura. A compatibilização dos resultados experimentais com as hipóteses básicas da analogia clássica conduziu à idealização de uma nova treliça, a treliça generalizada, tendo como principal diferença a não consideração do ângulo das bielas comprimidas de 45° com o eixo longitudinal da viga, mas, sim, um ângulo θ , com valores que o façam um modelo capaz de traduzir com mais fidelidade os resultados experimentais.

Outro ponto avaliado por LEONHARDT e MÖNNIG (1977), é de que essa treliça tem o banzo superior inclinando-se em direção ao apoio e com as diagonais comprimidas com ângulos menores que 45° , como ilustra a Figura 2-10. A treliça é internamente hiperestática e não conduz a um equacionamento simples para o dimensionamento, porém, é útil para o entendimento e concepção do seu comportamento estrutural.

Entretanto, se for admitida a consideração de uma treliça simplificada, onde somente as diagonais comprimidas possuem inclinações variáveis, mantendo-se os banzos compridos e tracionados paralelos, é possível determinar as solicitações e tensões em suas diagonais semelhantemente à analogia clássica.

Para esta consideração simplificada a treliça generalizada terá suas considerações estáticas absolutamente idênticas às apresentadas para a treliça clássica, sendo esse modelo apresentado na Figura 2-11.

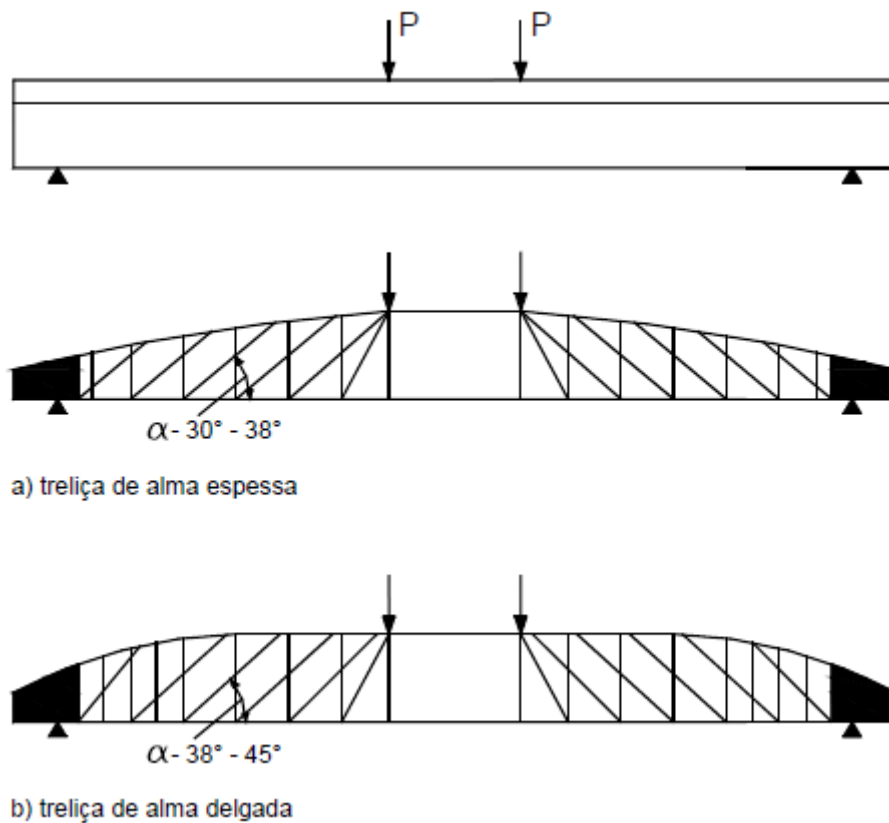


Figura 2-10 – Treliça generalizada (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977)

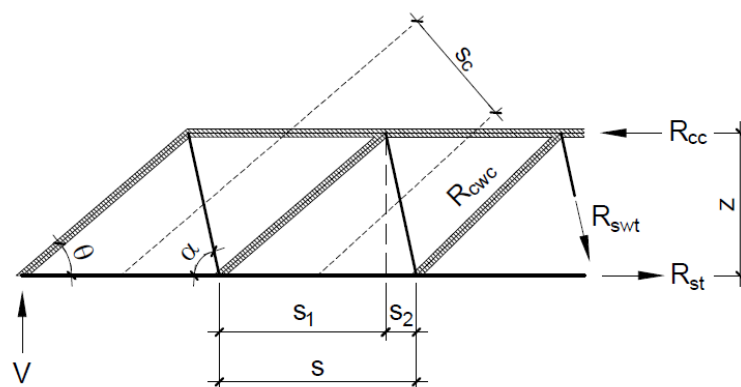


Figura 2-11 – Modelo de cálculo da analogia generalizada

Da Figura 2-11 observa-se que:

$$s = s_1 + s_2 \quad (2-28)$$

Por trigonometria tem-se que:

$$s_1 = z \cot \theta \quad (2-29)$$

$$s_2 = z \cot \alpha \quad (2-30)$$

Substituindo-se as equações (2-29) e (2-30) em (2-28), a distância entre as bielas (s) fica:

$$s = z (\cot \theta + \cot \alpha) \quad (2-31)$$

Como, por equilíbrio, o somatório das forças na direção “y” deve ser nulo em qualquer seção, o valor de R_{swt} fica definido por:

$$R_{swt} = \frac{V}{\sin \alpha} \quad (2-32)$$

Como a resultante de tração (R_{swt}) deve ser resistida num trecho de viga com comprimento (s), a resultante por unidade de comprimento é definida por:

$$\frac{R_{swt}}{s} = \frac{V}{\sin \alpha} \frac{1}{z (\cot \theta + \cot \alpha)} = \frac{V}{z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha} \quad (2-33)$$

Da definição de tensão na armadura tem-se que:

$$R_{swt} = A_{sw} \sigma_{si} \quad (2-34)$$

Substituindo a expressão (2-34) em (2-33) tem-se:

$$\frac{A_{sw} \sigma_{si}}{s} = \frac{V}{z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha} \quad (2-35)$$

Logo, a tensão nos estribos é dada por:

$$\sigma_{si} = \frac{V s}{A_{sw} z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha} \quad (2-36)$$

No Estado Limite Último substituindo-se a tensão (σ_{si}) pela tensão de escoamento (f_{yd}), e considerando-se que a força cortante de projeto está sendo totalmente resistida pelos estribos, a taxa de armadura por metro fica definida por:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_d}{f_{yd} z (\cot \theta + \cot \alpha) \sen \alpha} \quad (2-37)$$

De forma semelhante as diagonais comprimidas também podem ser definidas por equilíbrio, impondo-se o somatório nulo das forças na direção “y” em qualquer seção. Logo, o valor de R_{cwc} é dado por:

$$R_{cwc} = \frac{V}{\sen \theta} \quad (2-38)$$

Sendo a faixa de viga solicitada pela resultante de compressão (R_{cwc}) igual a s_c , definida em (2-39), a expressão da resultante de compressão por unidade de comprimento fica definida em (2-40).

$$s_c = s \sen \theta = z (\cot \theta + \cot \alpha) \sen \theta \quad (2-39)$$

$$\frac{R_{cwc}}{s_c} = \frac{V}{\sen^2 \theta z (\cot \theta + \cot \alpha)} \quad (2-40)$$

Supondo-se uma viga de largura b_w esta compressão resultará numa tensão de compressão (σ_{cw}) dada por:

$$\sigma_{cw} = \frac{V}{b_w \sen^2 \theta z (\cot \theta + \cot \alpha)} \quad (2-41)$$

2.3.5. Deslocamento do diagrama de momentos fletores

Segundo o modelo da treliça generalizada para uma viga biapoiada, uma conclusão importante relativa ao dimensionamento é obtida fazendo-se uma seção S_1 passando pelo ponto médio (M) de IJ, conforme ilustrado na Figura 2-12.

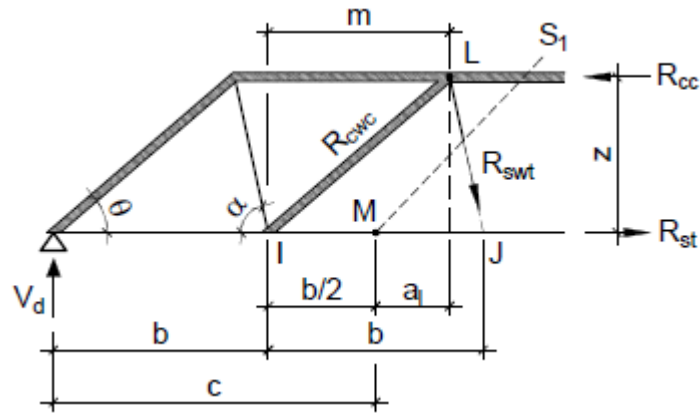


Figura 2-12 – Esquema para determinação de a_1

Da Figura 2-12 seguem-se:

$$b = z(\cot \theta + \cot \alpha) \quad (2-42)$$

$$m = z \cot \theta \quad (2-43)$$

$$m = \frac{b}{2} + a_1 \quad (2-44)$$

Substituindo-se as expressões (2-42) e (2-43) em (2-44), tem-se que:

$$a_1 = \frac{z}{2} (\cot \theta - \cot \alpha) \quad (2-45)$$

Pelo equilíbrio dos momentos fletores no ponto L, resulta:

$$R_{st} z = V_d (c + a_1) \quad (2-46)$$

Pelo cálculo à flexão considera-se que o momento fletor atuante em uma seção genérica seja equilibrado pelo binário formado por “ R_{st} ” e “ R_{cc} ”, multiplicado pelo braço de alavanca “ z ”. Desta forma, para uma seção com uma distância “ c ” do apoio, tem-se que:

$$R_{st} z = V_d c \quad (2-47)$$

Comparando-se as expressões (2-46) e (2-47) verifica-se que, na realidade, a força de tração na armadura inferior não é definida somente pela flexão pura, como nos princípios básicos da análise estrutural, mas tem um acréscimo de momento fletor, conforme a expressão (2-48), sendo a força de tração total na armadura definida em (2-49).

$$\Delta M_d = V_d a_l \quad (2-48)$$

$$R_{st} = \frac{V_d}{z} (c + a_l) \quad (2-49)$$

Para que esse acréscimo de momento seja considerado, desloca-se horizontalmente o diagrama de momentos fletores de um valor “ a_l ”, como ilustra a Figura 2-13.

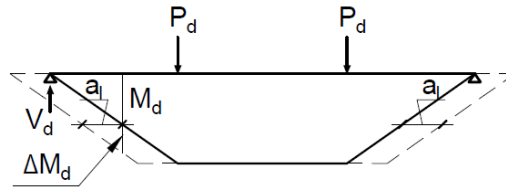


Figura 2-13 – Deslocamento do diagrama de momentos fletores

Este procedimento é denominado de regra da decalagem, que se apresenta como uma correção do dimensionamento usual à flexão de modo a considerar a força cortante na determinação das tensões horizontais.

2.3.6. Análise da treliça por bielas e tirantes

Uma forma alternativa de se avaliar o modelo de treliça foi apresentada por SANTOS (2017), que analisa as solicitações de uma viga em uma zona não perturbada, segundo a teoria de bielas e tirantes. A Figura 2-14 apresenta o esquema geométrico de um trecho de treliça em uma viga com estribos verticais e força cortante constante.

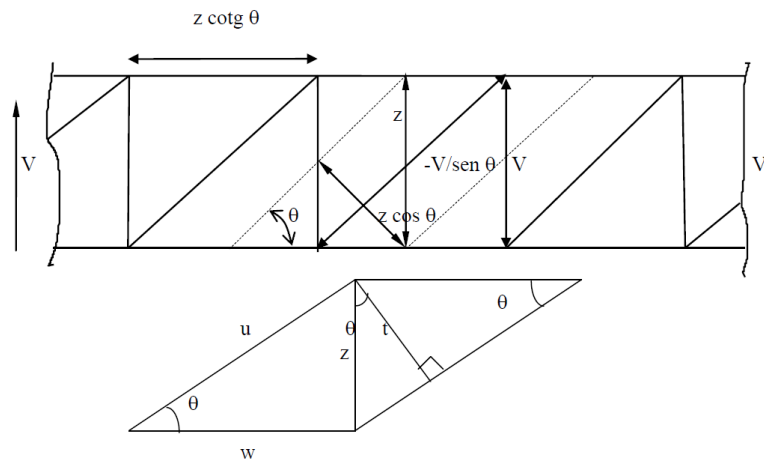


Figura 2-14 – Esquema do modelo de treliça para análise de bielas e tirantes (SANTOS, 2017)

onde,

θ : ângulo de inclinação da diagonal comprimida;

z : braço de alavanca entre o centro de gravidade das armaduras e a resultante das forças de compressão;

V : força cortante na seção avaliada;

w : projeção horizontal da distância entre as bielas, sendo $w = z \cdot \cotg \theta$;

t : distância entre as bielas, $t = z \cdot \cos \theta$.

Da geometria apresentada na Figura 2-14 seguem-se:

$$w = z \cot \theta \quad (2-50)$$

$$t = z \cos \theta \quad (2-51)$$

$$\text{sen } \theta = \frac{z}{u} = \frac{V}{C} \quad (2-52)$$

Desta forma a força de compressão “ D ” na biela é definida por:

$$D = -\frac{V}{\text{sen } \theta} \quad (2-53)$$

A tensão na direção da biela, em que “ b ” é a largura da seção é dada por:

$$\sigma_c = \frac{D}{b t} = -\frac{V / \text{sen } \theta}{b z \cos \theta} \quad (2-54)$$

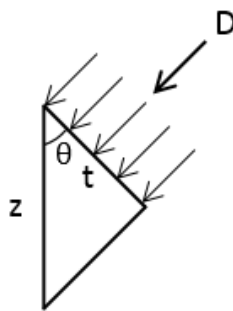


Figura 2-15 – Esquema da geometria da biela de compressão

Semelhantemente a força no montante tracionado fica definida por:

$$F_s = \frac{V}{w} = \frac{V}{z \cot \theta} \quad (2-55)$$

A partir do estudo do equilíbrio de uma viga biapoiada genérica submetida a flexão e à força cortante, ilustrada na Figura 2-16, tem-se uma seção entre dois pontos (1 e 2), segundo o ângulo de inclinação das bielas, conforme apresenta a Figura 2-17.

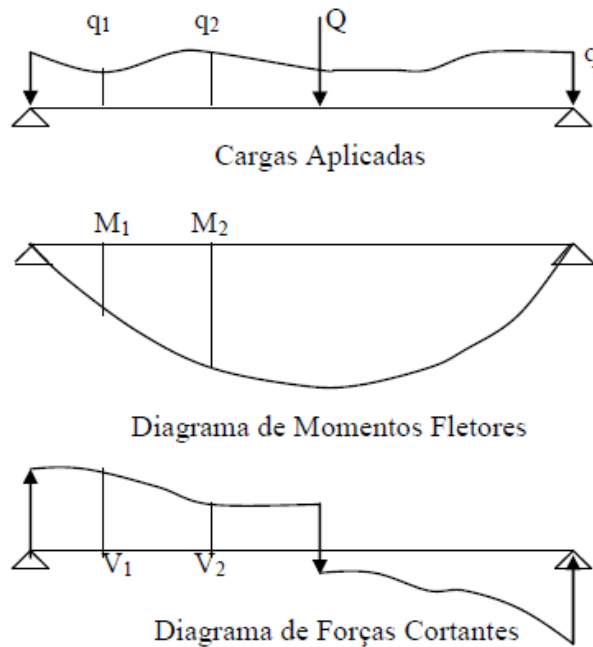


Figura 2-16 – Carregamentos e solicitações de uma viga biapoiada (SANTOS, 2017)

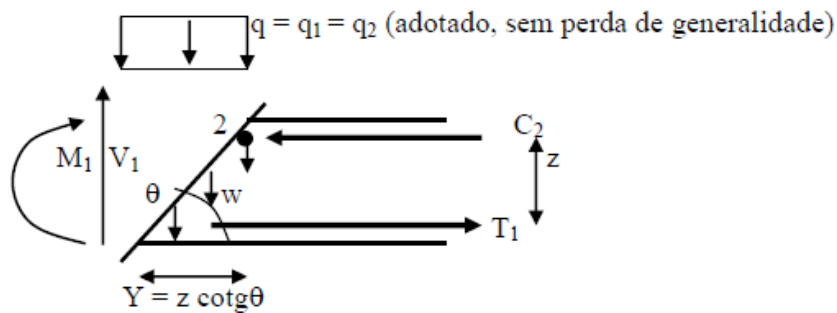


Figura 2-17 – Seção avaliada entre os pontos 1 e 2 (SANTOS, 2017)

Do equilíbrio na direção vertical a força por metro nos estribos fica definida por:

$$w = \frac{V_1}{Y} - q \quad (2-56)$$

Do equilíbrio dos momentos em torno do ponto 2 tem-se:

$$T_1 = \frac{M_1}{z} + \frac{V_1}{2} \cot \theta \quad (2-57)$$

$$C_2 = \frac{M_2}{z} - \frac{V_2}{2} \cot \theta \quad (2-58)$$

Assim como avaliado na seção 2.3.5, verifica-se que a força de tração na armadura não é determinada como nos princípios básicos da análise estrutural, definida somente pela flexão, mas tem um acréscimo na força devido a presença da força cortante na seção. Por outro lado a resultante de compressão no concreto tem uma descompressão devido ao cisalhamento.

2.4. Mecanismos de transferência de esforço cortante sem armadura transversal

Estudos experimentais revelam que a capacidade resistente à força cortante de uma viga de concreto armado é obtida não somente pela armadura transversal, mas também pelo concreto e seus mecanismos complementares, tornando uma viga capaz de resistir a uma determinada força cortante mesmo sem armadura transversal.

Segundo WIGHT e MACGREGOR (2012), a transferência interna de tensões de cisalhamento em uma viga sem estribos se dá através de “ V_{cy} ”, que representa a força cortante na zona comprimida; por “ V_{ay} ”, que representa a componente vertical do cisalhamento transferido ao longo da fissura por engrenamento das partículas dos agregados nas duas faces da fissura; e por “ V_d ”, representando o efeito de pino da armadura longitudinal. O esquema das forças internas resistentes é apresentado na Figura 2-18, (WIGHT e MACGREGOR, 2012)

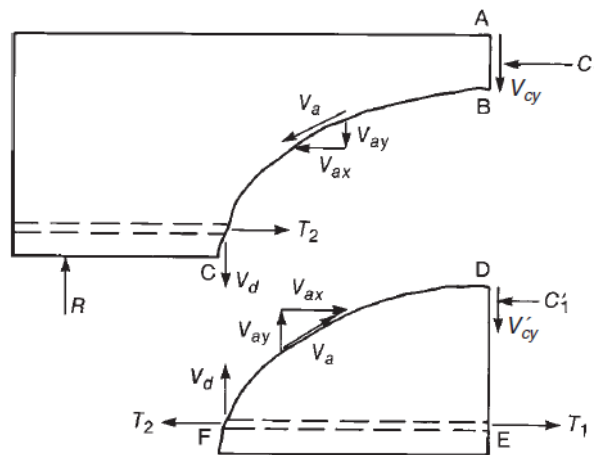


Figura 2-18 – Forças internas em uma viga fissurada sem estribos (WIGHT e MACGREGOR, 2012)

Nota-se que os efeitos complementares são de difícil quantificação individual. Em projeto esses efeitos são tratados em conjunto como “ V_c ”, referentes ao denominado “cortante resistido pelo concreto” ou “mecanismos complementares à treliça”. Algumas características dos principais mecanismos de transferência da força cortante são descritas a seguir.

2.4.1. Efeito de Arco

Trata-se do efeito favorável do banzo comprimido da flexão inclinado em direção ao apoio, formando um arco do qual a sua componente inclinada resiste parte da força cortante, diminuindo a tração na alma.

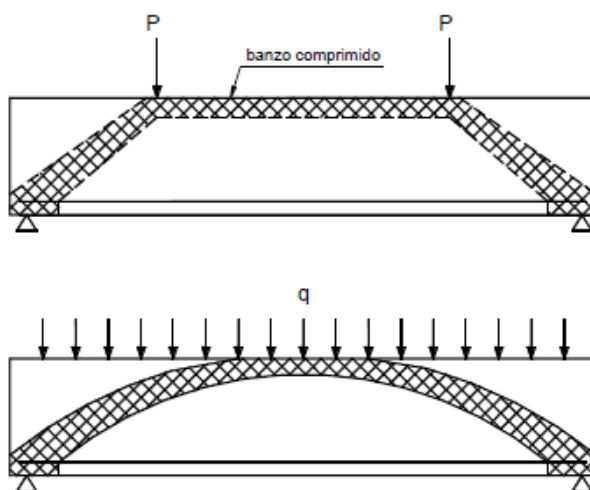


Figura 2-19 – Ação de arco ou de pórtico atirantado nas proximidades do apoio (BASTOS, 2016)

A formação do arco necessita de uma reação horizontal no apoio, que pode ser proveniente da armadura longitudinal inferior cuidadosamente ancorada nas extremidades da viga para cumprir esta função (BASTOS, 2016).

2.4.2. Concreto Comprimido Não Fissurado

A região da seção comprimida pelo binário proveniente da flexão proporciona resistência à força cortante, como apresentado na parcela de “ V_{cy} ” na Figura 2-18. Essa contribuição depende principalmente da profundidade da linha neutra na seção, de modo que, para baixos níveis de flexão e sem força axial de compressão, esse efeito apresenta pequena contribuição. Por outro lado, em vigas com seções “T” e “I” essa contribuição é maior.

2.4.3. Engrenamento dos agregados

Esse efeito se deve ao surgimento das fissuras inclinadas, que proporcionam resistência ao cisalhamento entre as interfaces da fissura devido à rugosidade e engrenamento dos agregados e da própria matriz de concreto, como ilustrado na parcela de “ V_a ” na Figura 2-18. Como mencionado por BASTOS (2016), esse mecanismo proporciona uma contribuição significativa na resistência às forças cortantes, com os resultados experimentais indicando que entre 33% e 50% da força cortante total pode ser transferida por esse efeito, dependendo principalmente da largura da fissura e do tamanho dos agregados.

2.4.4. Efeito de Pino

De acordo com NOGUEIRA *et al.* (2011) esse efeito representa a força de reação resultante da tentativa local de corte e flexão das armaduras quando estas são interceptadas por uma fissura, como ilustrado na Figura 2-20.

BASTOS (2016) cita que a força cortante transferida pela ação de pino depende de vários parâmetros, tais como: quantidade de armadura, diâmetro das barras, espaçamento entre as barras, espessura do cobrimento, propriedades do concreto, tensões axiais nas armaduras e existência de armadura transversal impedindo o deslocamento da barra.

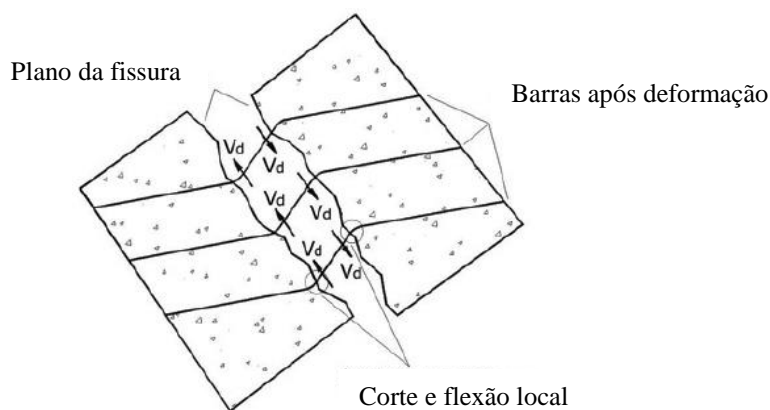


Figura 2-20 – Esquema do efeito de pino (NOGUEIRA *et al.*, 2011)

2.5. Formas de ruptura por força cortante

Segundo descrito por LEONHARDT e MÖNNIG (1977) são possíveis diversos tipos de ruptura por força cortante, sendo os principais apresentados nesta seção.

2.5.1. Ruptura por Força Cortante-Flexão

Essa ruptura ocorre devido à presença de fissuras de flexão na região de forças cortantes, onde, devido ao aumento da carga atuante, desenvolvem-se fissuras de cisalhamento que se encurvam semelhantemente às trajetórias de compressão das tensões principais, como apresentado na Figura 2-21. No caso de vigas com armadura de cisalhamento fracas, o aço dessa armadura atinge o escoamento e as fissuras inclinadas se desenvolvem em direção à zona comprimida pela flexão, reduzindo sensivelmente a zona comprimida, que rompe bruscamente.



Figura 2-21 – Ruptura por força cortante-flexão (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977)

2.5.2. Ruptura por Força Cortante-Tração

Esse tipo de ruptura ocorre quando o limite de escoamento da armadura transversal da alma é ultrapassado por um aumento de carga. Assim como no caso da ruptura por força cortante-flexão, as fissuras inclinadas se abrirão e penetrarão ainda mais na região do banzo comprimido. Como consequência, haverá o rompimento dos estribos ou o rompimento da zona comprimida, como descrito em 2.5.1, sendo a causa da ruptura o escoamento da armadura de cisalhamento, como ilustrado na Figura 2-22.

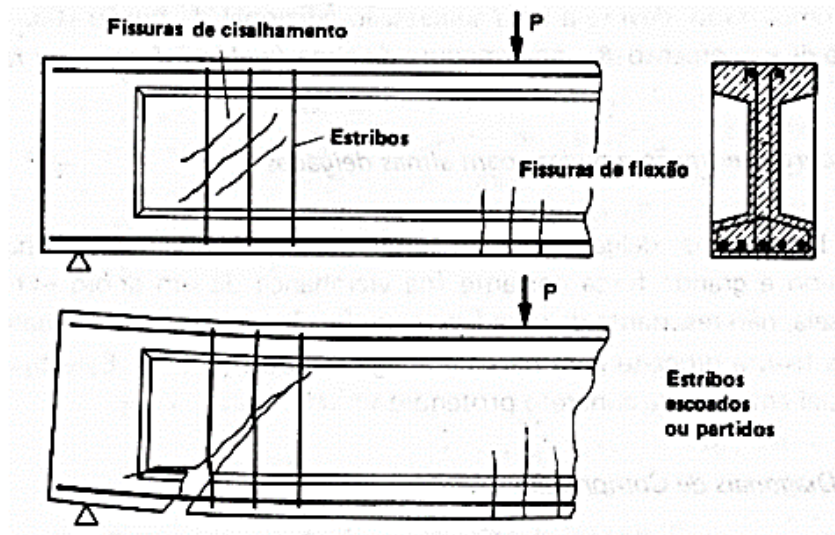


Figura 2-22 – Ruptura por força cortante-tração (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977)

2.5.3. Ruptura das Diagonais de Compressão

Quando as seções transversais das vigas têm elevadas taxas de armadura transversal, ocorrendo uma grande quantidade de fissuras inclinadas, as diagonais comprimidas de concreto, entre essas fissuras, rompem de maneira brusca quando é atingido o limite da resistência à compressão do concreto, antes que a armadura transversal entre em escoamento. Essa ruptura determina o limite superior da capacidade resistente à força cortante das almas das vigas, dependendo, portanto, da resistência à compressão do concreto.

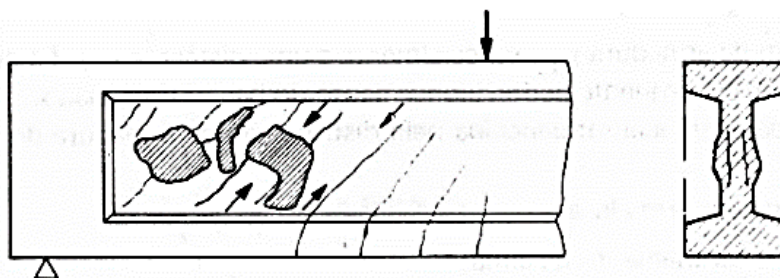


Figura 2-23 – Ruptura das diagonais comprimidas (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977)

2.6. Dimensionamento ao esforço cortante segundo a NBR 6118

Nesta seção são apresentadas as prescrições da NBR 6118 (2014) para elementos lineares submetidos a forças cortantes no Estado Limite Último, segundo o item 17.4 da mesma, que parte da hipótese básica transcrita a seguir.

“As condições fixadas por esta norma para elementos lineares admitem dois modelos de cálculo que pressupõem a analogia com modelo em treliça, de banzos paralelos, associado a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural e traduzidos por uma componente adicional V_c ”.

Os dois modelos são denominados Modelo de Cálculo I e Modelo de Cálculo II. O Modelo I admite diagonais de compressão inclinadas de $\theta=45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal do elemento, além de considerar que a parcela complementar “ V_c ” tenha valor constante, independentemente de “ V_{sd} ”. O Modelo II admite diagonais de compressão com “ θ ” variável livremente entre 30° e 45° , além de admitir a parcela complementar “ V_c ” com valores decrescentes com o aumento de “ V_{sd} ”.

Como os dois modelos de cálculo partem da mesma formulação, sendo o Modelo I uma particularidade do Modelo II, serão apresentadas as expressões genéricas para os cálculos.

2.6.1. Cálculo da resistência

Como apresentado na NBR 6118 (2014) as forças cortantes de cálculo devem satisfazer a limitação da verificação da compressão da diagonal comprimida, dada por:

$$V_{sd} \leq V_{rd2} \quad (2-59)$$

onde

V_{sd} : força cortante solicitante de cálculo, na seção;

V_{rd2} : força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto.

A equação que define a tensão de compressão nas bielas de concreto para a treliça é a mesma apresentada em (2-41) deduzida para a treliça generalizada.

A NBR 6118 (2014) limita essa tensão ao valor f_{cd2} , que atua como um fator redutor da resistência à compressão do concreto para regiões fissuradas, onde a resistência à compressão é reduzida pela presença de trações transversais devidas às armaduras, e a compressão é transmitida através das fissuras.

$$f_{cd2} = 0,6 \alpha_{v2} f_{cd} \quad (2-60)$$

com

$$\alpha_{v2} = 1 - (f_{ck}/250) \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad (2-61)$$

Substituindo-se a expressão (2-60) em (2-41), e considerando-se o braço de alavanca “z” igual a 0,9 "d", é obtida a expressão (2-62) apresentada na NBR 6118, que representa o limite da força cortante resistente correspondente à ruína das diagonais comprimidas de concreto.

$$V_{rd2} = 0,54 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \text{ sen}^2 \theta (\text{cotg } \alpha + \text{cotg } \theta) \quad (2-62)$$

Além da limitação exposta em (2-59), para que a resistência do elemento seja considerada satisfatória, a força cortante solicitante de cálculo deve satisfazer simultaneamente à expressão:

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (2-63)$$

onde

V_{Rd3} : força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde V_c é a parcela de força cortante resistida por mecanismos complementares ao da treliça e V_{sw} a parcela resistida pela armadura transversal.

A equação (2-64), que define a força de tração nas armaduras transversais (V_{sw}), é a mesma apresentada em (2-37) deduzida para a treliça generalizada, também considerando o braço de alavanca “z” igual a 0,9 "d".

$$V_{sw} = (A_{sw}/s) 0,9 d f_{ywd} (\text{cotg } \alpha + \text{cotg } \theta) \text{ sen } \alpha \quad (2-64)$$

Para a parcela resistida por mecanismos complementares (V_c) são consideradas formulações distintas segundo os dois modelos definidos pela NBR 6118 (2014).

– **Modelo de Cálculo I**

$V_c = 0$, nos elementos tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c0}$, na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção.

onde

$$V_{c0} = 0,6 f_{ctd} b_w d \quad (2-65)$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c \quad (2-66)$$

sendo

b_w : menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil d ;

d : altura útil da seção, igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração;

– **Modelo de Cálculo II**

$V_c = 0$, nos elementos tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c1}$, na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção.

onde,

$V_{c1} = V_{c0}$ quando $V_{sd} \leq V_{c0}$;

$V_{c1} = 0$ quando $V_{sd} = V_{Rd2}$, interpolando-se linearmente para valores intermediários. A Figura 2-24 apresenta um o gráfico com a definição dessa parcela.

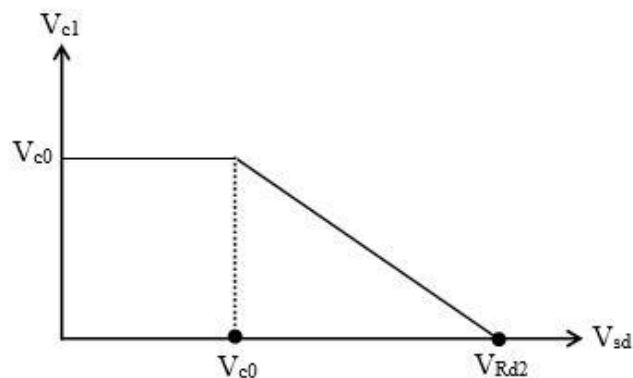


Figura 2-24 – Definição da parcela de V_{c1} para Modelo de Cálculo II

Definidas as parcelas resistidas pelo concreto e pelo aço segundo (2-63), determina-se a armadura necessária para resistir a V_{sw} de acordo com a expressão (2-64). Quanto a essa armadura, a NBR 6118 (2014) ainda indica que elementos lineares submetidos a força cortante devem conter armadura transversal mínima constituída por estribos, com a taxa geométrica definida por:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w s \text{ sen } \alpha} \geq 0,2 \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} \quad (2-67)$$

onde

A_{sw} : área da seção transversal dos estribos;

s : espaçamento dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento;

α : inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento;

b_w : largura média da alma, medida ao longo da altura útil da seção;

f_{ywk} : resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal;

$f_{ct,m}$: resistência característica média do concreto à tração, calculada segundo (3.9), sendo para concretos de classe até C50:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad (2-68)$$

2.6.2. Decalagem do diagrama de força no banzo tracionado

Como o dimensionamento à flexão considera apenas as vigas submetidas à flexão pura, ou seja, sem a presença de forças cortantes ou qualquer outra sollicitação, para compatibilização dos efeitos a norma permite sua consideração em duas alternativas: Deslocamento horizontal do diagrama de força no banzo tracionado (a_l), ou pelo acréscimo de força de tração, em cada seção, considerando uma força de tração corrigida ($F_{sd,cor}$).

Para o cálculo do comprimento do deslocamento horizontal no Modelo I utiliza-se a expressão:

$$a_l = d \left[\frac{V_{sd,m\acute{a}x}}{2 (V_{sd,m\acute{a}x} - V_c)} (1 + \cot \alpha) - \cot \alpha \right] \leq d \quad (2-69)$$

onde

$$a_1 = d, \text{ para } |V_{sd}| \leq |V_c|$$

$$a_1 \geq 0,5 d, \text{ no caso geral;}$$

$$a_1 \geq 0,2 d, \text{ para estribos inclinados a } 45^\circ;$$

No Modelo II o cálculo do deslocamento é definido pela expressão:

$$a_1 = 0,5 d (\cot \alpha - \cot \theta) \quad (2-70)$$

onde

$$a_1 \geq 0,5 d, \text{ no caso geral;}$$

$$a_1 \geq 0,2 d, \text{ para estribos inclinados a } 45^\circ;$$

Para o cálculo da força de tração corrigida em ambos os modelos de cálculo utiliza-se a expressão:

$$F_{sd,cor} = \left[\frac{M_{sd}}{z} + |V_{sd}| (\cot \theta - \cot \alpha) \frac{1}{2} \right] \leq \frac{M_{sd,máx}}{z} \quad (2-71)$$

com

$M_{sd,máx}$: momento fletor de cálculo máximo no trecho em análise;

2.7. Teoria do Campo de Compressão Modificada

A Teoria do Campo de Compressão Modificada (*MCFT*) foi desenvolvida a partir da Teoria do Campo de Compressão (*CFT*), de 1978, e da Teoria do Campo de Compressão Diagonal, de 1974. Vecchio definiu a forma original da teoria em 1982 pelo ensaio de 30 painéis de concreto armado sujeitos a diversos estados de deformação plana, incluindo cisalhamento puro. A descrição definitiva da teoria foi apresentada por VECCHIO e COLLINS (1986).

A *MCFT* é um modelo geral para análise não linear de seções de concreto armado e determinação do comportamento da relação carga-deformação específica de elementos fissurados sujeitos a solicitações combinadas de cargas axiais, momentos fletores e forças cortantes. O modelo considera as tensões no concreto em suas direções principais somadas às tensões nas armaduras. O comportamento da relação tensão-deformação

específica do concreto em compressão e tração foi derivado originalmente dos ensaios realizados por Vecchio, e posteriormente confirmados por diversos experimentos na Universidade de Toronto. Equipamentos e ensaios similares foram desenvolvidos no Japão e Estados Unidos, fornecendo confirmações adicionais à qualidade das prescrições do método, como descrito por BENTZ (2000).

A consideração mais importante do método é de que o elemento de concreto armado fissurado pode ser tratado como um novo material estabelecido com suas relações constitutivas definidas empiricamente. O comportamento do concreto à compressão, por exemplo, difere da tradicional curva tensão-deformação específica conhecida dos ensaios de corpo de prova cilíndricos padrão axialmente carregados. Adicionalmente, significativas tensões de tração foram encontradas no concreto entre fissuras mesmo com altos valores de deformações médias de tração. Enquanto a teoria do campo de compressão original ignorava a tração no concreto fissurado, a *MCFT* leva em consideração tensões de tração médias entre as fissuras. As equações de equilíbrio, compatibilidade e tensão-deformação específica são formuladas em termos de tensões e deformações específicas médias quando tratadas em áreas ou distâncias suficientes para incluir algumas fissuras.

Nesse modelo também são dadas condições de tensões localizadas nas fissuras, sendo esta uma das verificações críticas da *MCFT*. Essa verificação envolve a limitação da tensão principal média de tração no concreto por um valor máximo determinado pela consideração da tensão no aço na fissura e pela capacidade da superfície da fissura de resistir a tensões de cisalhamento.

Pela consideração adicional desses dois mecanismos de transferência ao cisalhamento (existência de tensões de tração média entre as fissuras e transmissão do cisalhamento na superfície da fissura), a *CFT* (*Compression Field Theory*) foi modificada tornando-se a *MCFT* (*Modified Compression Field Theory*).

As equações da *MCFT*, como serão vistas a seguir, não são práticas para os cálculos usuais. Para isso, dois programas de análise não linear em elementos finitos que utilizam essa teoria podem ser destacados: Response-2000 (BENTZ, 2015) e VecTor2 (VECCHIO, 2019).

A seguir são apresentadas algumas definições importantes da teoria.

2.7.1. Equações de Compatibilidade

Como concreto e aço são tratados sendo perfeitamente ligados, a compatibilidade requer que qualquer deformação específica no concreto deva ser igual à idêntica deformação específica na armadura. A Figura 2-25 apresenta a figura esquemática do elemento de concreto fissurado e o círculo de Mohr para as deformações médias.

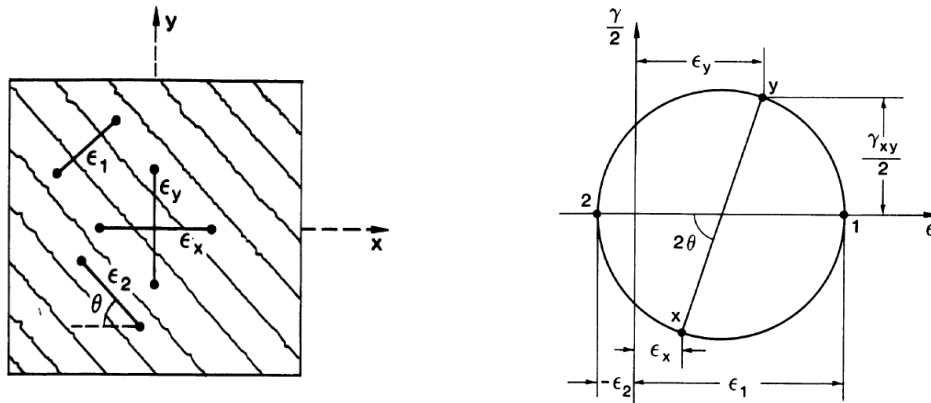


Figura 2-25 – Elemento de concreto fissurado e círculo de Mohr para deformações específicas médias (VECCHIO e COLLINS, 1986)

Se as três componentes de deformação ϵ_x , ϵ_y e γ_{xy} forem conhecidas, então as deformações em qualquer outra direção podem ser encontradas por geometria, por meio do Círculo de Mohr. Com a geometria apresentada na Figura 2-25 as seguintes expressões podem ser definidas:

$$\gamma_{xy} = \frac{2(\epsilon_x - \epsilon_2)}{\tan \theta} \quad (2-72)$$

$$\epsilon_x + \epsilon_y = \epsilon_1 + \epsilon_2 \quad (2-73)$$

$$\tan^2 \theta = \frac{\epsilon_x - \epsilon_2}{\epsilon_y - \epsilon_2} = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_y}{\epsilon_1 - \epsilon_x} = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_y}{\epsilon_y - \epsilon_2} = \frac{\epsilon_x - \epsilon_2}{\epsilon_1 - \epsilon_x} \quad (2-74)$$

2.7.2. Equações de Equilíbrio

Das equações de equilíbrio tem-se que as tensões externas aplicadas ao elemento de concreto armado são resistidas por tensões no concreto e nas armaduras. A seguir é apresentado o elemento diferencial em equilíbrio na direção x.

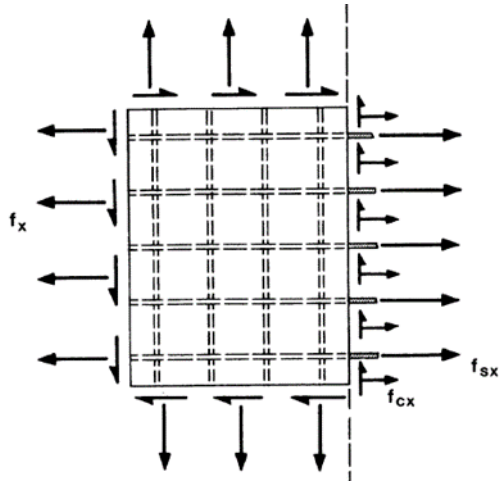


Figura 2-26 – Painel fissurado de concreto armado (VECCHIO e COLLINS, 1986).

Logo, como o somatório das forças na direção x deve ser nula, tem-se que:

$$\int_A f_x dA = \int_{A_c} f_{cx} dA_c + \int_{A_s} f_{sx} dA_s \quad (2-75)$$

Ignorando-se a pequena redução na área do concreto devida à presença das armaduras, o equilíbrio pode ser escrito como:

$$f_x = f_{cx} + \rho_{sx} f_{sx} \quad (2-76)$$

Analogamente o equilíbrio nas outras direções é definido por:

$$f_y = f_{cy} + \rho_{sy} f_{sy} \quad (2-77)$$

$$v_{xy} = v_{cx} + \rho_{xy} v_{xy} \quad (2-78)$$

Assumindo-se que:

$$v_{cx} = v_{cy} = v_{cxy} \quad (2-79)$$

As tensões no concreto são completamente definidas se f_{cx} , f_{cy} e v_{cxy} forem conhecidos, por meio do círculo de Mohr.

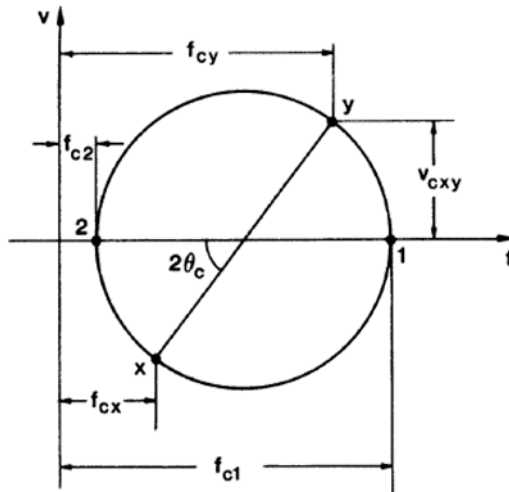


Figura 2-27 – Círculo de Mohr para tensões médias no concreto (VECCHIO e COLLINS, 1986).

Da geometria ilustrada na Figura 2-27 podem ser definidas as seguintes expressões:

$$f_{cx} = f_{c1} - v_{cxy} / \tan \theta_c \quad (2-80)$$

$$f_{cy} = f_{c1} - v_{cxy} \cdot \tan \theta_c \quad (2-81)$$

$$f_{c2} = f_{c1} - v_{cxy} \cdot (\tan \theta_c + 1 / \tan \theta_c) \quad (2-82)$$

2.7.3. Relações Constitutivas

As relações constitutivas associam as tensões médias com as deformações específicas médias para o concreto e para o aço da armadura. Essas relações irão diferir significativamente das usuais determinadas com os ensaios padrão.

2.7.3.1. Relações Constitutivas para o Aço

A tensão axial na armadura é assumida dependendo apenas de sua deformação específica axial. Além disso, é assumido que a barra não resiste ao cisalhamento. Para a relação constitutiva do aço é adotada a relação bilinear usual ilustrada na Figura 2-28.

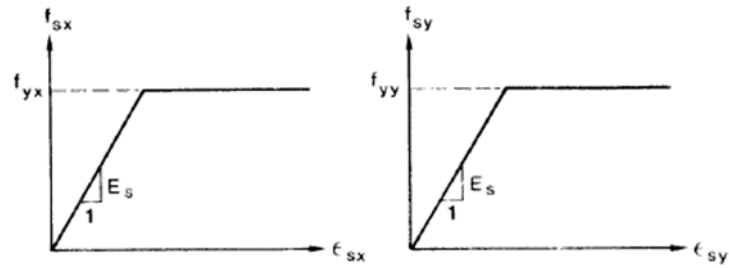


Figura 2-28 – Relação tensão-deformação específica do aço (VECCHIO e COLLINS, 1986).

Logo, têm-se que:

$$f_{sx} = E_s \cdot \varepsilon_x \leq f_{yx} \quad (2-83)$$

$$f_{sy} = E_s \cdot \varepsilon_y \leq f_{yy} \quad (2-84)$$

$$\nu_{sx} = \nu_{sy} = 0 \quad (2-85)$$

2.7.3.2. Relações Constitutivas para o Concreto à Compressão

A tensão de compressão principal (f_{c2}) foi definida como sendo uma função não somente da deformação específica principal de compressão, mas também da coexistente deformação principal de tração. Portanto, para concretos fissurados sujeitos a deformações específicas de tração na direção normal à compressão, foi encontrado que a resistência é mais frágil que para concretos ensaiados no ensaio padrão de corpo de prova cilíndrico (não fissurado), como pode ser visto na Figura 2-29.

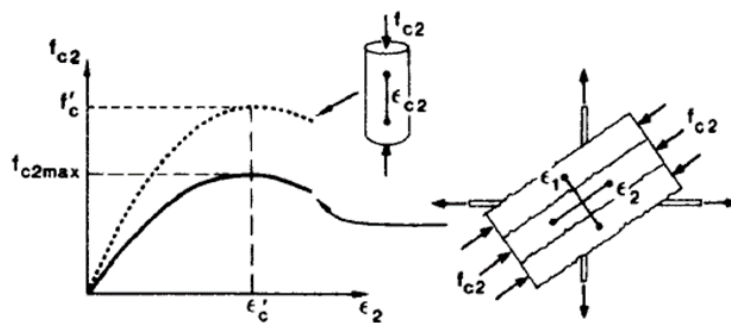


Figura 2-29 – Relação tensão-deformação específica de compressão no concreto comparado à relação de ensaio padrão (VECCHIO e COLLINS, 1986).

As relações empíricas propostas seguem apresentadas nas expressões (2-86) e (2-87).

$$f_{c2} = f_{c2,m\acute{a}x} \left[2 \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon'_c} \right) - \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon'_c} \right)^2 \right] \quad (2-86)$$

onde

$$\frac{f_{c2,m\acute{a}x}}{f'_c} = \frac{1}{0,8 - 0,34 \epsilon_1/\epsilon'_c} \leq 1,0 \quad (2-87)$$

Nota-se que enquanto ϵ'_c é um valor negativo (usualmente -0,002), quando se aumenta ϵ_1 , a razão $f_{c2,m\acute{a}x}/f'_c$ é diminuída.

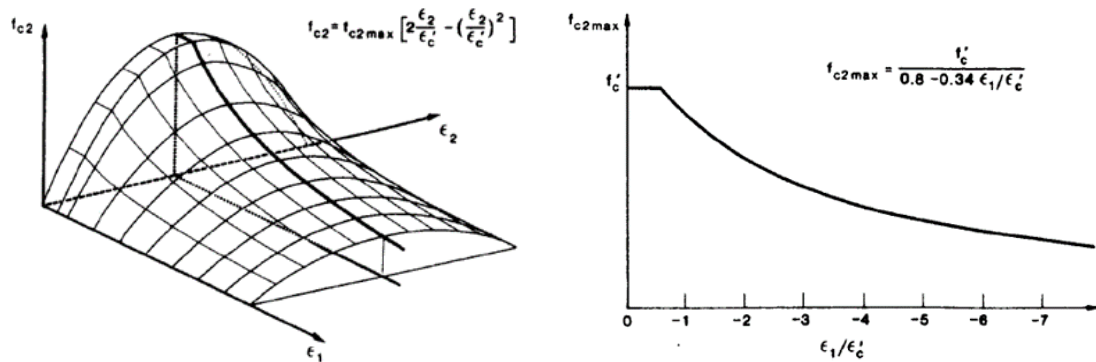


Figura 2-30 – Relação tensão-deformação específica de compressão no concreto (VECCHIO e COLLINS, 1986).

2.7.3.3. Relações Constitutivas para o Concreto à Tração

A relação tensão-deformação específica média no concreto à tração é aproximadamente linear antes da fissuração. Após o surgimento da fissura a tensão apresenta valores decrescentes conforme aumenta a deformação específica média de tração.

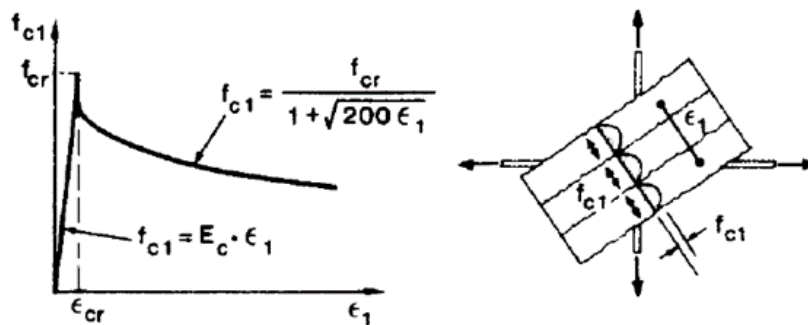


Figura 2-31 – Relação tensão x deformação específica de tração no concreto (VECCHIO e COLLINS, 1986).

Logo, para o concreto antes da fissuração a relação é definida pela expressão (2-88), enquanto após a fissuração adota-se a expressão (2-89).

$$f_{c1} = E_c \varepsilon_1 \quad (2-88)$$

$$f_{c1} = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{200 \varepsilon_1}} \quad (2-89)$$

2.7.4. Transmissão de Carregamento pelas Fissuras

Como mencionado, as tensões e deformações específicas descritas resultam em valores médios, e não dão informações a respeito de variações locais. Nas fissuras as tensões de tração nas armaduras serão superiores às médias, enquanto no meio das fissuras serão inferiores às médias. Por outro lado as tensões de tração no concreto serão nulas nas fissuras e maiores na média entre as fissuras.

Essas variações locais são importantes pois a resistência última será governada pela capacidade da armadura de transmitir tração através das fissuras. A Figura 2-32 a seguir compara a tração média entre fissuras com a tensão que ocorre localizada na fissura.

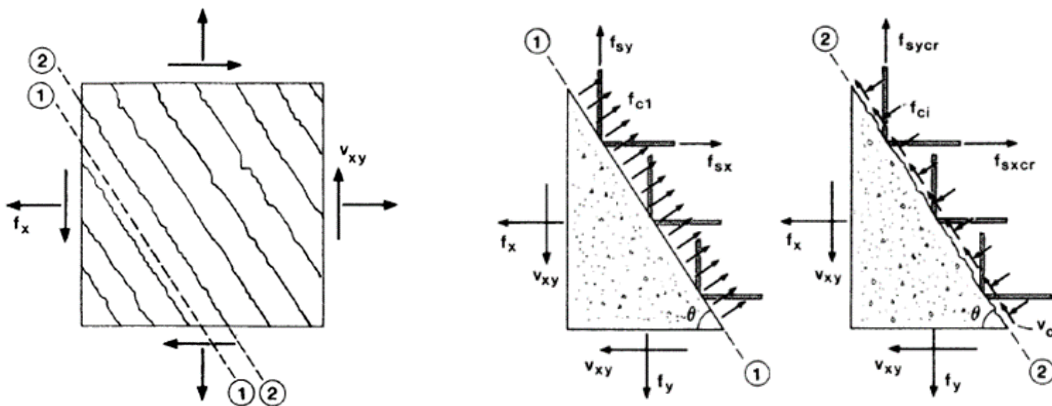


Figura 2-32 – Tensões médias comparadas com tensões locais no plano entre fissuras e plano na fissura (VECCHIO e COLLINS, 1986).

Enquanto a tensão média de cisalhamento no plano 1 é zero ela será localizada no plano 2. Essa tensão de cisalhamento será acompanhada por uma pequena compressão local através da fissura. Como as forças externas aplicadas são fixas, os dois conjuntos de tensões ilustrados na Figura 2-32 devem ser estaticamente equivalentes. Como limitação, as tensões nas armaduras não podem ultrapassar a tensão de escoamento no aço. Conseqüentemente, se a tensão média calculada em cada armadura for alta não será

possível satisfazer o equilíbrio sem mobilização de tensão de cisalhamento e compressão na fissura.

Para a maior parte dos concretos as fissuras vão aparecer ao longo da interface entre a pasta de cimento e o agregado. A rota resultante das fissuras transfere cisalhamento através do engrenamento dos agregados, conforme a Figura 2-33.

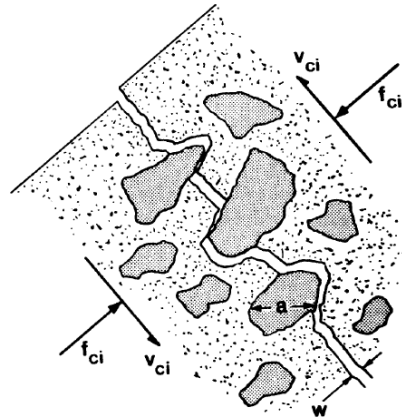


Figura 2-33 – Transmissão de cisalhamento na fissura pelo engrenamento dos agregados (VECCHIO e COLLINS, 1986).

As relações entre o cisalhamento através da fissura (v_{ci}), a abertura da fissura (w), e a tensão de compressão na fissura (f_{ci}), foi experimentalmente estudada por WALRAVEN (1981). Baseado nesse trabalho foi sugerida a expressão (2-90).

$$v_{ci} = 0,18 v_{cimax} + 1,64 f_{ci} - 0,82 \frac{f_{ci}^2}{v_{cimax}} \quad (2-90)$$

$$v_{cimax} = \frac{\sqrt{-f'_c}}{0,31 + 24 w/(a + 16)} \quad (2-91)$$

onde, “a” é o tamanho máximo do agregado em milímetros, e as tensões estão em MPa. A abertura da fissura “w” a ser utilizada na expressão deve ser a abertura média ao longo da superfície da fissura. Esta pode ser tomada como sendo o produto da deformação específica principal de tração e o espaçamento entre fissura (s_θ).

$$w = \varepsilon_1 s_\theta \quad (2-92)$$

$$s_\theta = \left(\frac{\sin \theta}{s_{mx}} + \frac{\cos \theta}{s_{my}} \right)^{-1} \quad (2-93)$$

Sendo s_{mx} e s_{my} os indicadores de controle das características das armaduras nas duas direções, respectivamente.

Logo, na verificação das tensões na superfície da fissura, uma combinação de cisalhamento e compressão deve ser examinada, satisfazendo à expressão (2-94), que deve respeitar a expressão (2-91).

$$\rho_{sy}(f_{sy-cr} - f_{sy}) = f_{c1} - \nu_{ci} \tan \theta \quad (2-94)$$

Caso ocorra o escoamento do aço na fissura a solução se torna impossível de ser determinada, e a tensão principal de tração (f_{c1}) deve ser reduzida até que uma solução seja possível.

2.7.5. Condições de ruptura da teoria

A teoria considera as seguintes condições de ruptura da seção:

- se $f_{ci} > f_{cimax}$, então o deslizamento da fissura irá determinar a ruptura;
- se $f_{c2} > f_{c2max}$, então a ruptura se dará pelo esmagamento do concreto;
- se a tensão na armadura for maior que a tensão de escoamento, então essa será a condição de ruptura da seção.

2.8. Considerações sobre o *software* Response-2000

Conforme descrito por BENTZ e COLLINS (2001), o *software* permite a análise de vigas e pilares sujeitos a solicitações arbitrárias de forças axiais, momentos fletores e forças cortantes, considerando seu comportamento biaxial modelado pela Teoria do Campo de Compressão Modificada (*MCFT*). Em seus princípios básicos, o *software* considera a hipótese de Navier-Bernouli, em que as seções planas permanecerem planas, e que não há tensões transversais ao longo da profundidade da seção, ou seja, considera seções de vigas ou pilares a distâncias razoáveis dos apoios ou cargas concentradas. Para vigas, esses autores citam que a análise pode ser tomada a uma distância “d” dos apoios.

Os diversos resultados do programa são apresentados dinamicamente na tela, tornando possível observar o comportamento da seção com o incremento de cargas, permitindo não só a análise dos resultados, mas o entendimento do comportamento das

respostas de todos os elementos da seção de concreto armado, que, na opinião dos autores, é o atributo mais importante do programa.

Segundo BENTZ (2000), o programa foi verificado em relação a um conjunto de resultados de ensaios que indicaram a boa capacidade do programa de prever o comportamento dos elementos. O *software* foi comparado a um banco de dados de 534 vigas, prevendo resistências ao cisalhamento, em que a média experimental sobre a resistência prevista ao cisalhamento equivale a uma razão de 1,05, com um coeficiente de variação de 12%, sendo que estes valores resultam em boas indicações quando comparados com aqueles previstos no ACI 318 (2019), por exemplo, em que, analogamente, se tem uma razão média de 1,20 com um coeficiente de variação de 32%.

A seguir é apresentado um exemplo de apresentação da tela principal do *software*.

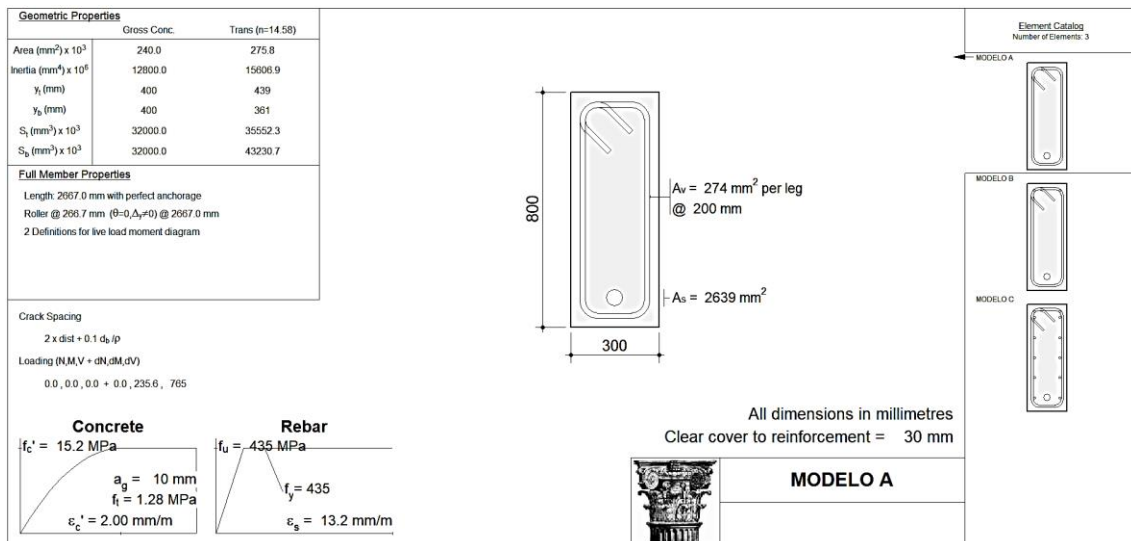


Figura 2-34 – Tela principal do Response-2000

2.9. Comentários sobre outras pesquisas recentes do tema

Nas últimas décadas o problema da força cortante tem sido extensivamente pesquisado e vários avanços na teoria foram conquistados. YOUSEFPOUR e BAYRAK (2018) citam que, internacionalmente, algumas atividades vêm sendo desenvolvidas para a formação de um banco de dados de experimentos de força cortante. Esses ensaios, em alguns casos apresentam um grande nível de concordância, e outras vezes diferenças de opiniões expressas pelos pesquisadores. Enquanto significativos esforços estão sendo tomados para melhorar a precisão desse banco de dados, é notório que esses estudos

contribuem com publicações e que os envolvidos continuam a incrementar dados, corrigir informações e discutir critérios por muitos anos.

Nacionalmente, um importante trabalho foi desenvolvido por DIAZ (1980), onde foi apresentado o Método das Seções Equivalentes. Esse método realiza o dimensionamento da armadura transversal de peças sujeitas à força cortante, normal e momento fletor, com a vantagem de permitir a determinação do fluxo de cisalhamento ao longo da altura da viga, considerando a variação da armadura longitudinal ao longo do eixo da peça.

Outro expressivo estudo foi realizado por SCHULZ (1981), que desenvolveu o Método da Seção Empenada, além de complementar o estudo do Método da Seção Equivalente. Nesse trabalho o modelo adotado supõe que o concreto é formado por um conjunto de pequenas bielas curvas, delimitadas pelas fissuras, cujas direções são variáveis ao longo da altura e da extensão da peça. Segundo esse autor, ao nível de um elemento infinitesimal, esta formulação pode ser considerada uma extensão da teoria da treliça de Ritter-Mörsch. BUCHAIM (1998) menciona que, possivelmente, o mais surpreendente nestes resultados é a distribuição de tensões normais no concreto na seção transversal, indicando haver compressão abaixo da linha neutra, provenientes do cisalhamento na seção.

Internacionalmente um importante tema atual de pesquisa deve ser mencionado. LUO *et al.* (2021) citam que a confiabilidade nas estruturas de concreto armado são a maior preocupação nos projetos estruturais modernos, sendo o efeito de escala um aspecto crucial em sua avaliação. A maioria das vigas ensaiadas em laboratório são baseadas em vigas relativamente pequenas, enquanto na prática, vigas bem maiores são projetadas. Devido a essa discrepância entre os ensaios e a prática, esse autor cita que é inevitável a elaboração de uma lei teórica confiável e realística do efeito para extrapolar os resultados dos ensaios em laboratório para as vigas projetadas na prática. Sobre esse tema o ACI 318 (2019) recentemente incorporou formulações para sua consideração em projetos.

KAUFFMAN *et al.* (2018) citam também que, mesmo com uma enorme quantidade de estudos teóricos e experimentais, os mecanismos referentes ao comportamento à força cortante de vigas de concreto com pouca ou nenhuma armadura transversal ainda não estão completamente compreendidos. Mesmo com diversos modelos disponíveis atualmente, estes são baseados em suposições similares, desenvolvidas e validadas

utilizando-se experimentos que não são representativos das estruturas reais em termos de tamanho (escala), carregamento e sistema estático. Como ainda mencionado por esse autor, uma avaliação de dois bancos de dados para ensaios de força cortante em vigas sem estribos e com estribos mostra que mais de 95% dos experimentos foram realizados em vigas simplesmente apoiadas com cargas aplicadas (cargas pontuais). Além disso, 5% dos ensaios foram realizados em vigas com altura efetiva maior que 1,0 m, e a maioria dos ensaios (74%) eram bem menores ($d < 0,35$ m).

Outro ponto avaliado por KAUFFMAN *et al.* (2016) é de que, em experimentos passados, as técnicas de medições não eram tão desenvolvidas como atualmente, sendo suas premissas carentes de comprovação experimental direta, visto que as instrumentações convencionais relacionam as tensões no concreto e no aço a valores calculados, e não medidos.

A resistência à força cortante continua a ser um assunto polêmico. Existem ainda incontornáveis divergências entre grandes pesquisadores do tema (DÖNMEZ *et al.*, 2020a, MUTTONI e RUIZ, 2020, DÖNMEZ *et al.*, 2020b, BENTZ e FOSTER, 2020). Essas diferenças são a principal razão pela qual os diversos grupos de pesquisa têm desenvolvido expressões de normas que são significativamente diferentes em sua natureza (YOUSEFPOUR e BAYRAK, 2018).

O conhecimento da transferência do cisalhamento em vigas de concreto armado continua a ser desenvolvido, o que é de suma importância para se ter uma continuidade das discussões. A concordância em importantes aspectos das prescrições normativas está ligada a produzir expressões normativas mais consistentes ao redor do mundo.

3. METODOLOGIA

Com o objetivo de melhor compreender os mecanismos de ruptura de vigas sujeitas às solicitações concomitantes de momentos fletores e forças cortantes, bem como avaliar os critérios estabelecidos na NBR 6118 (2014) para o pares de solicitações, foi analisada a seção de uma viga padronizada submetida a variados pares de solicitação com diferentes taxas de armadura longitudinal.

Para definição dos diferentes níveis de armadura longitudinal, foram considerados nove valores do parâmetro de profundidade da linha neutra ($k_x = x/d$) de 0,05 a 0,45 correspondentes aos domínios 2 e 3 de ruptura. Por mais que a hipótese de $k_x=0,00$ faça parte do domínio 2, esse caso não foi estudado, visto que esse limite não gera momento resistente e nem, portanto, armadura longitudinal correspondente. O limite de $k_x = 0,45$ corresponde ao valor extremo adotado pela NBR 6118 (2014) para proporcionar o adequado comportamento dúctil em vigas no Estado Limite Último (ELU) relacionados a concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa. A partir do parâmetro k_x definido, pode ser calculado o valor de momento máximo resistido pela seção à flexão pura, bem como sua armadura longitudinal correspondente.

De posse dos momentos resistentes máximos e da armadura calculada para essa situação, cada caso é subdividido para avaliar diferentes pares de momento e cortante. Para isso, são considerados dez fatores de redução dos momentos fletores, variando de $1,0M_d$ a $0,1M_d$, sendo assim calculada a parcela máxima de força cortante concomitante para cada caso segundo o critério de decalagem da NBR 6118 (2014), bem como suas armaduras transversais correspondentes, respeitando-se os critérios de armadura mínima e resistência máxima do concreto na compressão definidos na norma.

Além disso, para cada caso foram verificadas três inclinações (θ) distintas para as bielas comprimidas:

- $\theta_1=45^\circ$, calculado segundo o modelo I da NBR 6118 (2014);
- $\theta_2=30^\circ$, calculado segundo o modelo II da NBR 6118 (2014);
- θ_3 calibrado de acordo com *fib* Model Code 2010 (2013), calculado segundo o modelo II da NBR 6118 (2014).

Para avaliação da contribuição de armaduras complementares na resistência do elemento, foram ainda considerados três casos distintos de armaduras dispostas na seção:

- armadura de flexão e cisalhamento (Modelo A);
- armadura de flexão, cisalhamento e porta estribos (Modelo B);
- armadura de flexão, cisalhamento, porta estribos e armadura de pele (Modelo C).

A seguir são ilustrados os três modelos de análise.

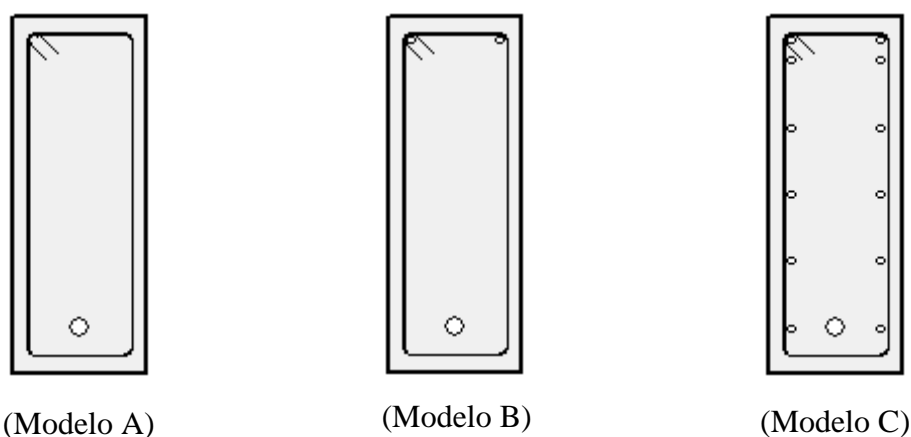


Figura 3-1 – Seções transversais dos modelos de análise

Com esses dados são gerados gráficos de momento x força cortante, os quais são verificados ponto a ponto utilizando a *MCFT*, analisada por meio do *software* Response-2000.

A seguir são apresentados os dados gerais do elemento, definições dos casos de solicitações, e dados de entrada no *software*.

3.1. Características da Viga Padrão

3.1.1. Características Geométricas

Para avaliação do elemento foi considerada uma viga retangular com 30 cm de largura por 80 cm de altura, com altura útil de 70 cm. O cobrimento das armaduras adotado foi de 3 cm. A Figura 3-2 apresenta a seção transversal do elemento.

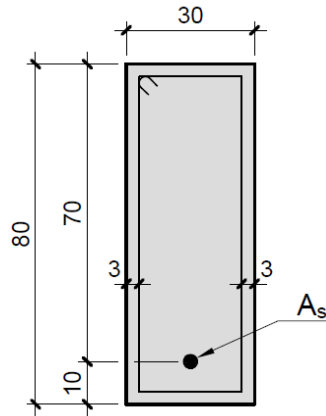


Figura 3-2 – Seção transversal da viga padronizada (cotas em centímetros)

3.1.2. Propriedades dos Materiais

Para as características dos materiais, foram adotados os seguintes parâmetros:

- concreto estrutural: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;
- aço para armadura passiva: CA 50 – $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$;
- módulo de elasticidade do aço: $E_s = 210 \text{ GPa}$;
- tensão de escoamento de projeto do aço: $f_{yd} = 435 \text{ MPa}$;
- deformação específica máxima do aço: $\varepsilon_u = 10 \text{ ‰}$
- diâmetro característico do agregado graúdo: $a = 10 \text{ mm}$;

Para a análise do concreto foi adotado o diagrama de tensão-deformação específica idealizado definido pela NBR 6118 (2014), apresentado na equação (3-1) e ilustrado na Figura 3-3.

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (3-1)$$

onde, para concretos com $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ seguem-se:

$$n = 2$$

$$\varepsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$$

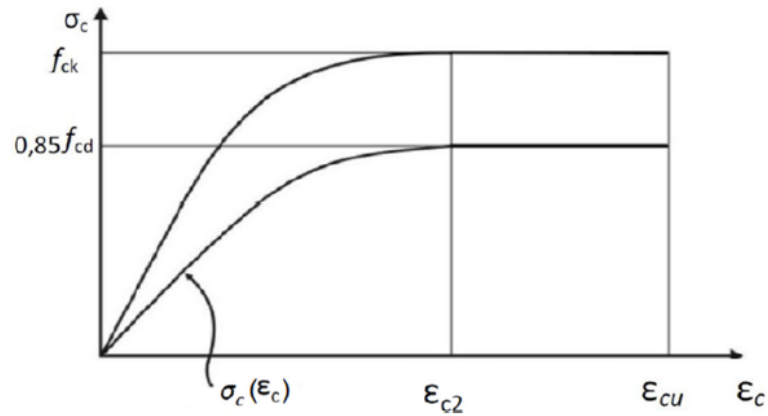


Figura 3-3 – Diagrama de tensão-deformação específica idealizado

Com isso pode ser definida a Tabela 3-1 para discretização da curva tensão-deformação específica introduzida no *software*.

Tabela 3-1 – Discretização da curva tensão-deformação específica

ϵ_c ‰	σ_c (MPa)
0,2	2,88
0,4	5,46
0,6	7,74
0,8	9,71
1,0	11,38
1,2	12,75
1,4	13,81
1,6	14,57
1,8	15,03
2,0	15,18
3,5	15,18

Para a definição da resistência máxima do concreto à tração foi utilizado o parâmetro $f_{ctd,inf}$ definido pela NBR 6118 (2014), sendo:

$$f_{ctd,inf} = \frac{f_{ctk,inf}}{1,4} \quad (3-2)$$

com

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} \quad (3-3)$$

onde, para concretos de classe até C50 tem-se:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad f_{ck} \text{ em MPa} \quad (3-4)$$

Com isso a resistência máxima de projeto do concreto à tração utilizada no *software* foi de 1,28 MPa.

3.2. Definição dos Casos de Solicitações

Como mencionado, com a intenção de se verificar diversos pares de solicitações momento x cortante para diferentes níveis de armadura longitudinal, foram considerados nove casos correspondentes a k_x variando de 0,05 a 0,45, a partir dos quais podem ser calculados os momentos máximos resistidos pela seção a flexão pura por meio das expressões mostradas a seguir.

$$k_z = 1 - 0,4 k_x \quad (3-5)$$

$$k_{md} = 0,68 k_x k_z \quad (3-6)$$

Com o valor do parâmetro k_{md} calculado segundo a expressão (3-6), pode ser calculado o momento resistente máximo de projeto da seção de acordo com:

$$M_d = k_{md} b_w d^2 f_{cd} \quad (3-7)$$

Com o momento de projeto calculado, pode ser definida a área de aço correspondente da armadura longitudinal, segundo a expressão:

$$A_s = \frac{M_d}{k_z d f_{yd}} \quad (3-8)$$

A Tabela 3-2 apresenta um resumo dos casos considerados e seus parâmetros equivalentes.

Tabela 3-2 – Casos k_x e parâmetros equivalentes

Caso	k_x	k_z	k_{md}	M_{sd} (kN.m)	A_s (cm ²)
1	0,050	0,980	0,033	87,47	2,93
2	0,100	0,960	0,065	171,36	5,87
3	0,150	0,940	0,096	251,69	8,80
4	0,200	0,920	0,125	328,44	11,73
5	0,250	0,900	0,153	401,63	14,66
6	0,300	0,880	0,180	471,24	17,60
7	0,350	0,860	0,205	537,29	20,53
8	0,400	0,840	0,228	599,76	23,46
9	0,450	0,820	0,251	658,67	26,39

Como também mencionado, cada caso apresentado na Tabela 3-2 foi subdividido em dez diferentes pares de momento e força cortante por meio de fatores de redução dos momentos máximos que variaram de $1,0M_d$ a $0,1M_d$. A parcela da força cortante concomitante para cada caso foi calculada segundo o critério de decalagem do diagrama de forças no banzo tracionado da NBR 6118 (2014) definido em (2-71).

Logo, ajustando-se a equação (2-71), o valor da força cortante de cálculo é definido segundo a expressão:

$$V_{sd} = \left(F_{sd,cor} - \frac{M_{sd}}{z} \right) \frac{2}{(\cot \theta - \cot \alpha)} \quad (3-9)$$

com

$$F_{sd,cor} = f_{yd} A_s \quad (3-10)$$

$$z = k_z d \quad (3-11)$$

Para o ângulo α será admitido o valor de 90° (estribos verticais), enquanto para o valor de θ serão adotadas três hipóteses distintas: $\theta_1=45^\circ$, $\theta_2=30^\circ$ e θ_3 calibrado de acordo com o *fib* Model Code 2010 (2013).

Para a definição de θ_3 de acordo com *fib* Model Code 2010 (2013) é adotada a expressão:

$$\theta_{min} = 20^\circ + 10000 \varepsilon_x \quad (3-12)$$

onde

ε_x : deformação específica à metade da altura útil, definida por:

$$\varepsilon_x = \frac{\frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} + 0,5 N_{Ed}}{2 E_s A_s} \leq 0,003 \quad (3-13)$$

sendo

M_{Ed} : momento fletor solicitante de cálculo;

N_{Ed} : força normal solicitante de cálculo;

A_s : área de aço da armadura longitudinal passiva;

E_s : módulo de elasticidade do aço da armadura passiva.

Caso o valor de ε_x resulte em valores negativos, seu valor deve ser tomado igual a zero.

Como para o cálculo da força cortante solicitante de cálculo, definido na expressão (3-9), é necessário conhecer o valor de θ , e para o cálculo do ângulo θ_{min} , definido nas expressões (3-12) e (3-13), é necessário conhecer o valor da força cortante solicitante de cálculo, foi realizada uma pequena iteração para que os ângulos coincidissem.

Com isso pôde-se prosseguir com o dimensionamento das armaduras transversais, segundo a NBR 6118 (2014) respeitando-se a expressão apresentada em (2-63).

Como será visto mais adiante, para não se considerar diferentes espaçamentos longitudinais entre os estribos mantendo a armadura calculada por metro (A_{sw}/s), foi fixado um espaçamento de 20 cm e calculada uma área de aço fictícia por “perna” de estribo segundo:

$$A_{\emptyset} = s_{adot} A_{sw}/s \frac{1}{n} \quad (3-14)$$

onde

s_{adot} : espaçamento adotado dos estribos;

A_{sw}/s : taxa de armadura calculada, respeitando a taxa mínima descrita na expressão (2-67);

n : número de “pernas” do estribo, sendo no caso em estudo igual a 2;

A_{ϕ} : bitola de uma “perna” do estribo.

Como descrito anteriormente para avaliação da contribuição de armaduras complementares na resistência do elemento, foram ainda consideradas armaduras de montagem na parte superior da seção, denominadas de porta-estribos, sendo a armadura adotada equivalente a duas barras de 8 mm de diâmetro.

Além dos porta-estribos foram ainda consideradas armaduras de pele distribuídas ao longo da altura da viga, visto que a NBR 6118 (2014) em seu item 17.3.5.2.3 define que essa armadura só pode ser dispensada em vigas com altura igual ou inferior a 60 cm. Para isso, é definido que a armadura mínima necessária deva ser de 0,10% $A_{c,alma}$ em cada face da alma da viga, com espaçamento não maior que 20 cm, não sendo necessária uma armadura superior a 5 cm²/m por face.

Com esses parâmetros calculados pôde-se prosseguir com a introdução dos dados no *software*.

3.3. Dados de Entrada para Response-2000

Inicialmente são introduzidos os dados dos materiais, como pode ser visto na aba do *software* apresentada na Figura 3-4.

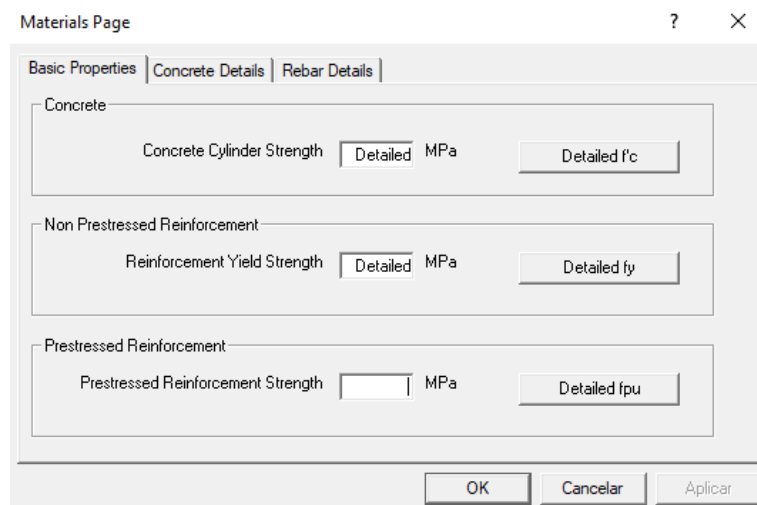


Figura 3-4 – Aba de introdução dos dados dos materiais

Como pode ser observado, tanto para o concreto como para o aço de armadura passiva, foram fornecidas informações detalhadas, como apresentado a seguir.

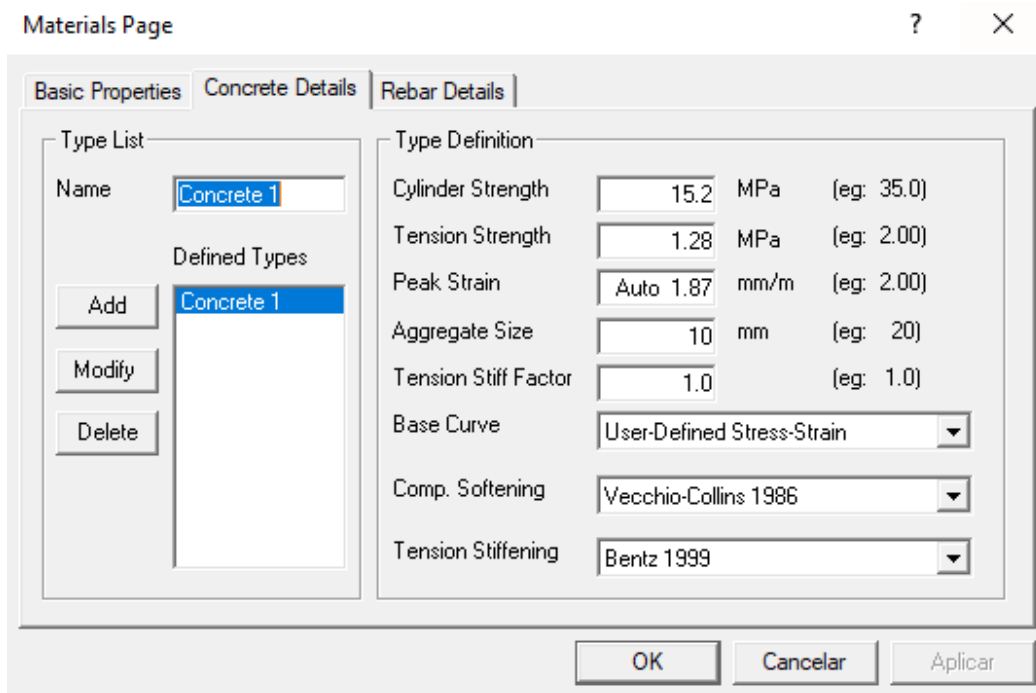


Figura 3-5 – Aba de introdução dos dados detalhados do concreto

Para definição da curva tensão-deformação específica do concreto no Estado Limite Último, foram inseridos os pontos apresentados na Tabela 3-1. A Figura 3-6 ilustra a aba de introdução desses dados no *software*.

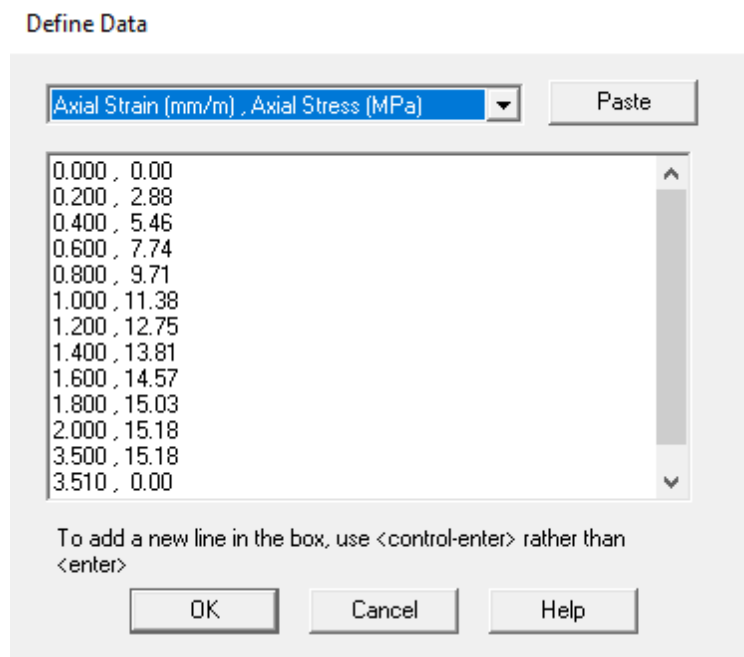


Figura 3-6 – Discretização da curva tensão-deformação específica

Prosseguindo com os dados dos materiais, a Figura 3-7 apresenta a aba de dados do aço de armadura passiva.

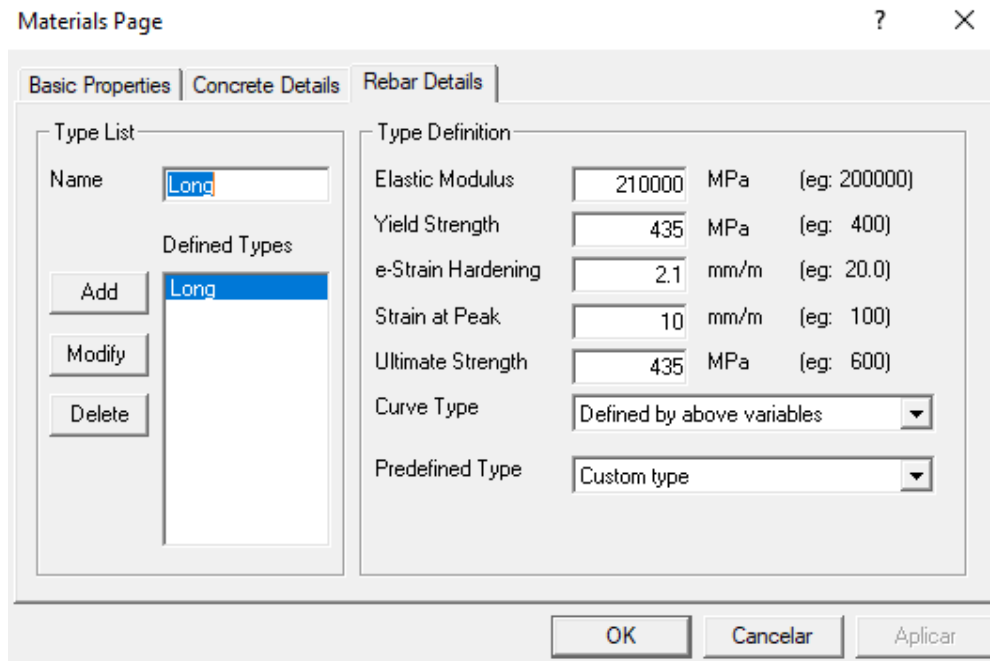


Figura 3-7 – Aba de introdução dos dados detalhados do aço de armadura passiva

Com os dados dos materiais informados, prosseguiu-se com a introdução das características geométricas. A Figura 3-8 apresenta a aba de introdução desses dados.

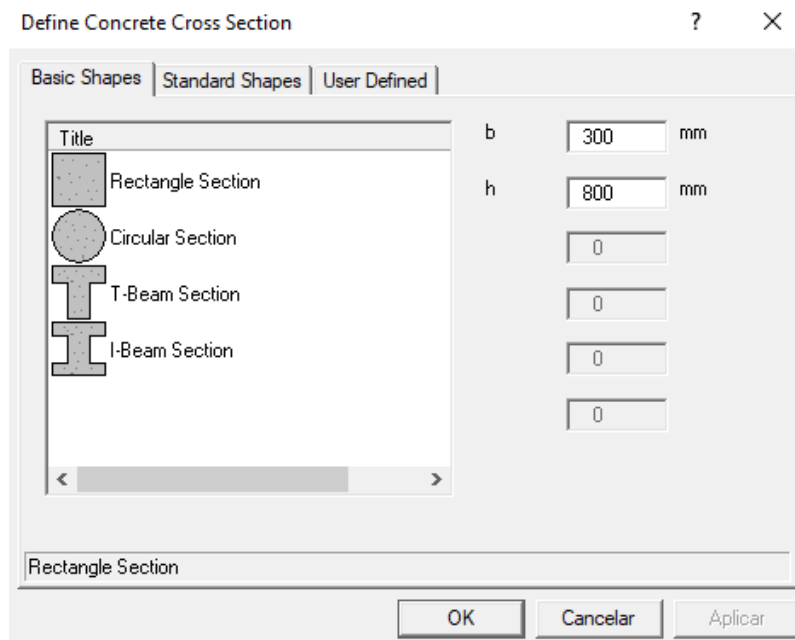


Figura 3-8 – Aba de introdução dos dados geométricos da seção

Após definir os dados geométricos da seção, prosseguiu-se com as informações dos dados das armaduras adotadas. A Figura 3-9 ilustra a aba de introdução das armaduras longitudinais superiores (porta-estribos), e a Figura 3-10 apresenta as armaduras inferiores.

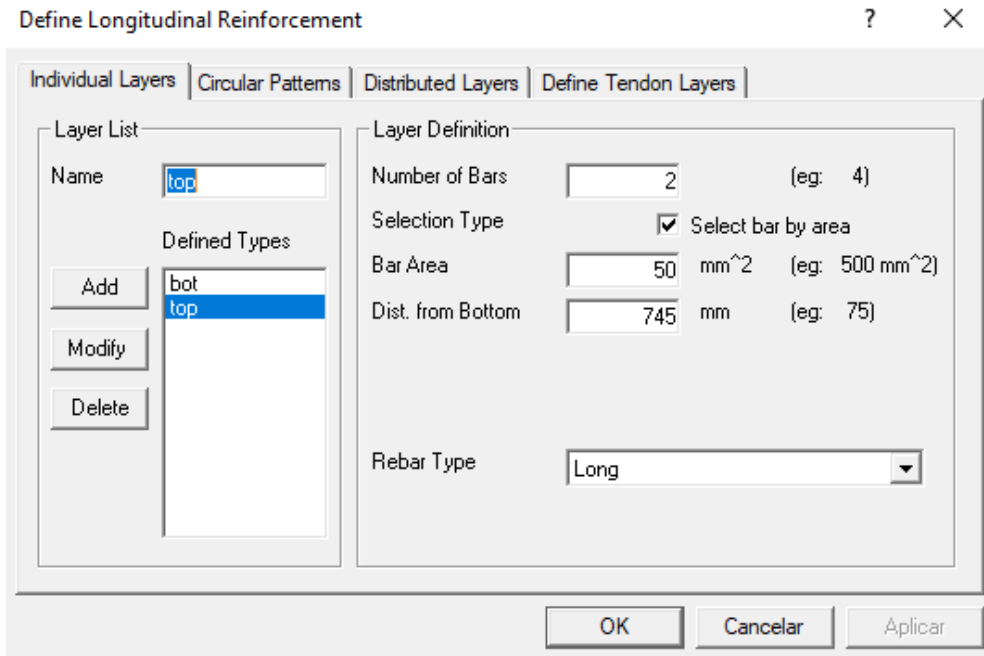


Figura 3-9 – Aba de introdução dos dados geométricos da armadura superior

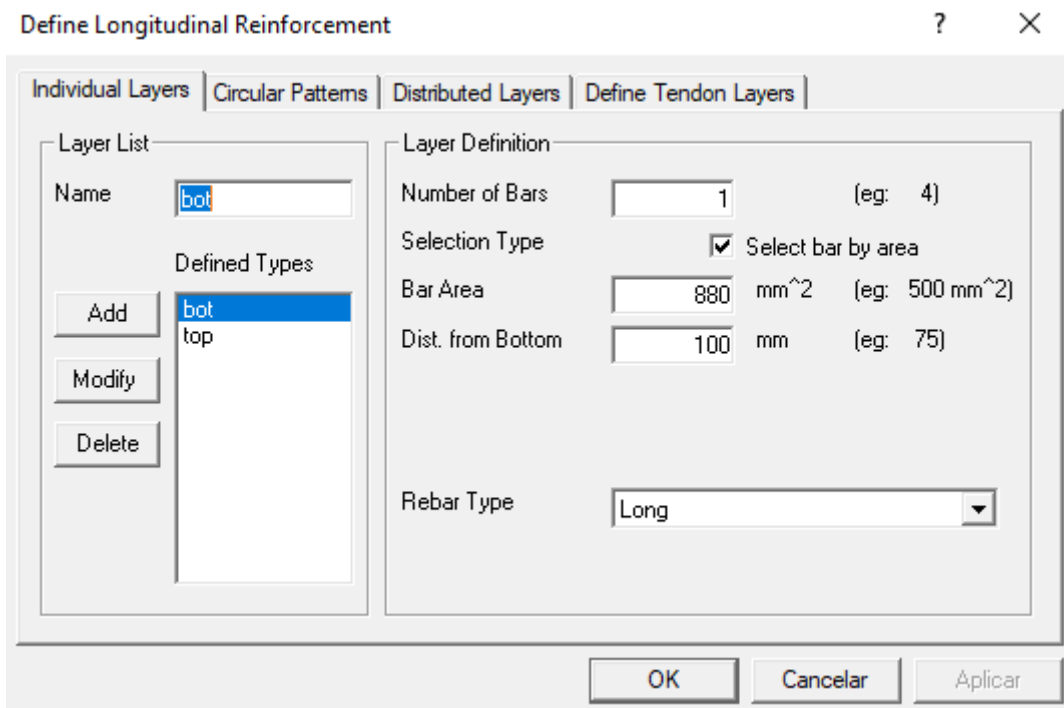


Figura 3-10 – Aba de introdução dos dados geométricos da armadura inferior

Seguindo com os dados das armaduras longitudinais, a Figura 3-11 apresenta a aba de informação das armaduras de pele.

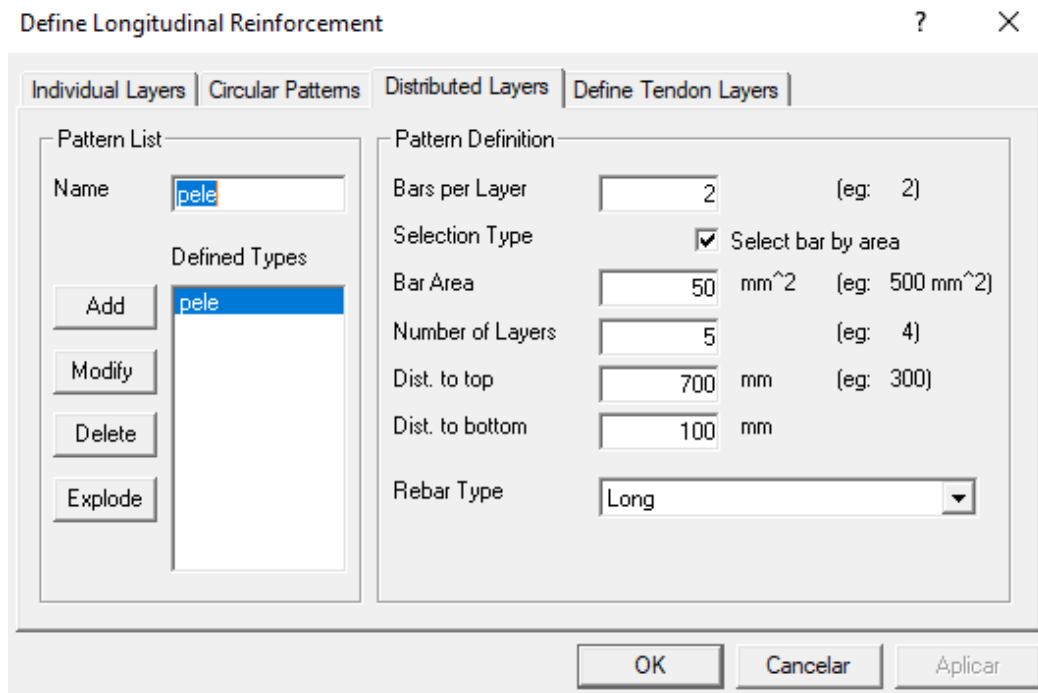


Figura 3-11 – Aba de introdução dos dados geométricos da armadura de pele

Por último, foram introduzidos os dados das armaduras transversais, como pode ser visto na Figura 3-12.

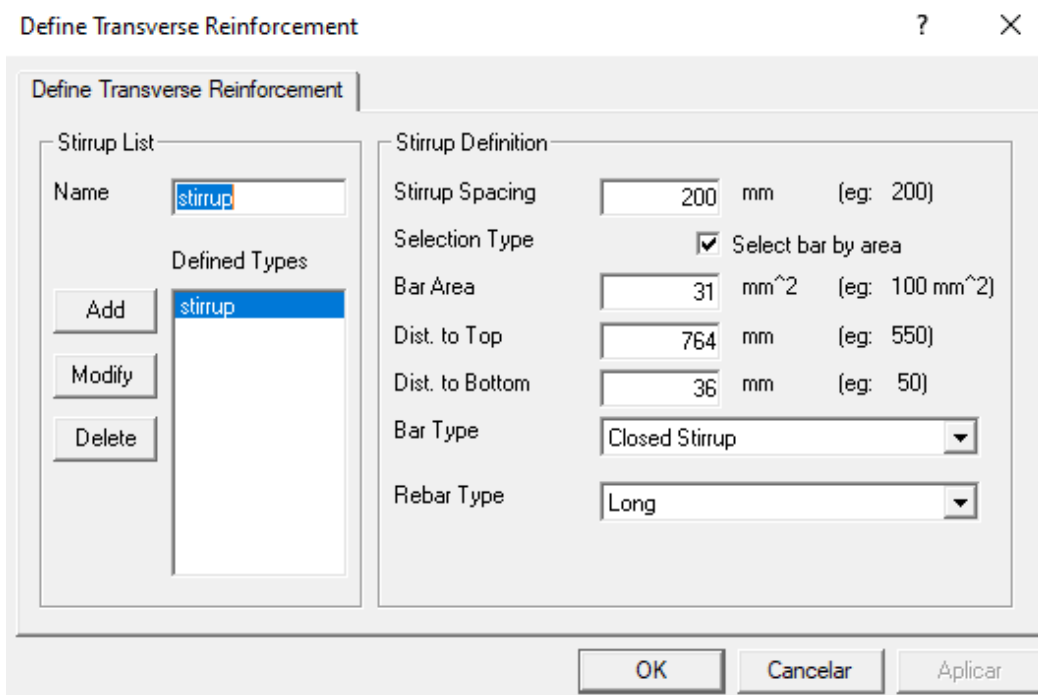


Figura 3-12 – Aba de introdução dos dados geométricos da armadura transversal

4. RESULTADOS

Como muitos casos foram avaliados tornando a exibição dos resultados excessivamente volumosa, neste capítulo optou-se por apresentar somente os casos gerados a partir da armadura longitudinal definida pelo parâmetro $k_x=0,45$, ou seja, com armadura longitudinal máxima. Os demais casos são apresentados em anexo.

A seguir são expostos os resultados obtidos para cada caso bem como os gráficos de momento x força cortante sequencialmente para os três ângulos analisados. Em cada gráfico são apresentadas as curvas correspondentes aos três modelos: seção com armadura de flexão e cisalhamento (Modelo A); seção com armadura de flexão, cisalhamento e porta-estribos (Modelo B); seção com armadura de flexão, cisalhamento, porta estribos e armadura de pele (Modelo C). Essas curvas foram sobrepostas à curva definida pela NBR 6118 (2014), calculadas segundo a equação (3-9).

Após os gráficos, são apresentados os resultados em tabelas, com as relações entre as forças cortantes resistentes obtidos no Response-2000 e as forças cortantes obtidas com a NBR 6118 (2014).

4.1. Resultados para θ_1

Tabela 4-1 – Solicitações calculadas a partir de θ_1

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_c (kN)	V_{sw} (kN)
1	658,67	0,00	0,00	161,59	0,00
2	592,80	229,50	229,50	161,59	67,91
3	526,93	459,00	459,00	161,59	297,41
4	461,07	688,50	688,50	161,59	526,91
5	395,20	918,00	911,25	161,59	749,66
6	329,33	1147,50	911,25	161,59	749,66
7	263,47	1377,00	911,25	161,59	749,66
8	197,60	1606,50	911,25	161,59	749,66
9	131,73	1836,00	911,25	161,59	749,66
10	65,87	2065,50	911,25	161,59	749,66

sendo,

$$V_{sd}^{final} = \text{Mínimo} (V_{sd}; V_{rd2}) \quad (4-1)$$

com $V_{rd2} = 911,25 \text{ kN}$.

Tabela 4-2 – Armaduras transversais calculadas para θ_1

Casos	A_{sw}/s (cm ² /m)	$A_{sw}/s^{mín}$ (cm ² /m)	A_{sw}/s^{adot} (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	2,48	3,08	3,08	2,00	31
3	10,86	3,08	10,86	2,00	109
4	19,24	3,08	19,24	2,00	192
5	27,37	3,08	27,37	2,00	274
6	27,37	3,08	27,37	2,00	274
7	27,37	3,08	27,37	2,00	274
8	27,37	3,08	27,37	2,00	274
9	27,37	3,08	27,37	2,00	274
10	27,37	3,08	27,37	2,00	274

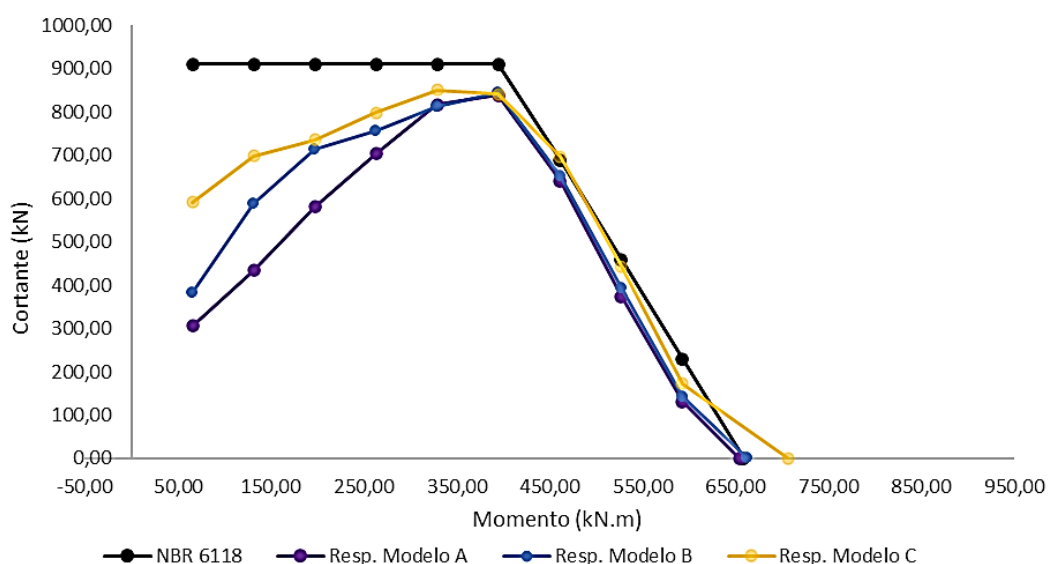


Figura 4-1 – Comparação dos resultados para θ_1

Tabela 4-3 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	658,67	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	592,80	229,50	131,05	0,57	142,18	0,62	173,06	0,75
3	526,93	459,00	374,62	0,82	392,18	0,85	444,02	0,97
4	461,07	688,50	640,57	0,93	653,22	0,95	696,78	1,01
5	395,20	911,25	838,44	0,92	845,87	0,93	840,64	0,92
6	329,33	911,25	817,53	0,90	813,25	0,89	850,21	0,93
7	263,47	911,25	704,44	0,77	757,79	0,83	798,83	0,88
8	197,60	911,25	581,64	0,64	713,25	0,78	735,30	0,81
9	131,73	911,25	433,88	0,48	588,94	0,65	698,29	0,77
10	65,87	911,25	306,19	0,34	381,61	0,42	591,55	0,65

4.2. Resultados para θ_2

Tabela 4-4 – Solicitações calculadas a partir de θ_2

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	658,67	0,00	0,00	161,59	0,00
2	592,80	132,50	132,50	161,59	0,00
3	526,93	265,00	265,00	134,97	130,04
4	461,07	397,51	397,51	100,85	296,66
5	395,20	530,01	530,01	66,73	463,28
6	329,33	662,51	662,51	32,61	629,90
7	263,47	789,17	789,17	0,00	789,17
8	197,60	789,17	789,17	0,00	789,17
9	131,73	789,17	789,17	0,00	789,17
10	65,87	789,17	789,17	0,00	789,17

Sendo V_{sd}^{final} calculado de acordo com a expressão (4-1), e $V_{rd2} = 789,17 \text{ kN}$.

Tabela 4-5 – Armaduras transversais calculadas para θ_2

Casos	A_{sw}/s (cm ² /m)	$A_{sw}/s^{mín}$ (cm ² /m)	A_{sw}/s^{adot} (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	2,74	3,08	3,08	2,00	31
4	6,25	3,08	6,25	2,00	63
5	9,76	3,08	9,76	2,00	98
6	13,28	3,08	13,28	2,00	133
7	16,63	3,08	16,63	2,00	166
8	16,63	3,08	16,63	2,00	166
9	16,63	3,08	16,63	2,00	166
10	16,63	3,08	16,63	2,00	166

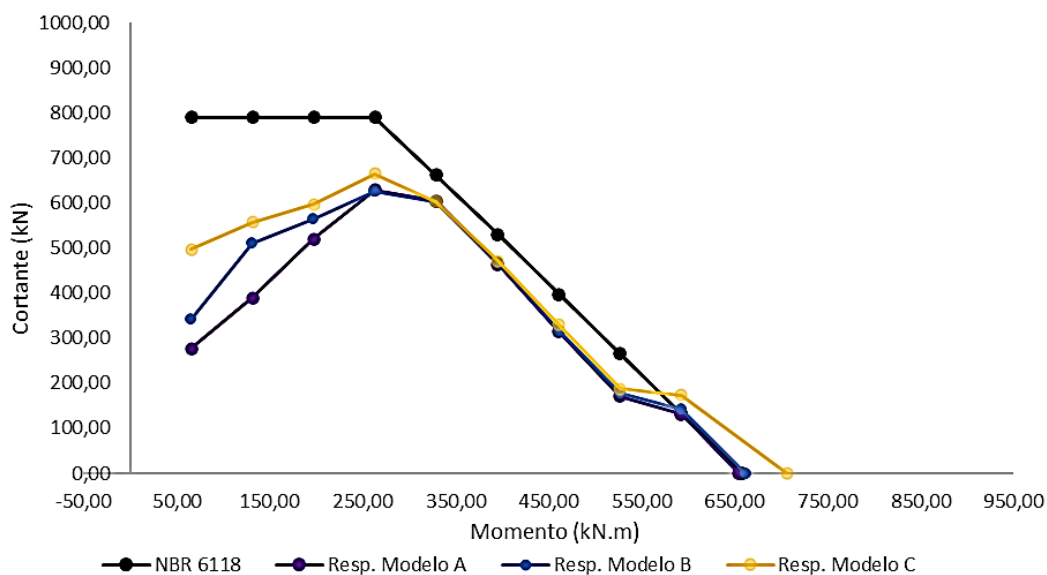


Figura 4-2 – Comparação dos resultados para θ_2

Tabela 4-6 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	658,67	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	592,80	132,50	131,05	0,99	142,18	1,07	173,06	1,31
3	526,93	265,00	170,74	0,64	176,86	0,67	186,88	0,71
4	461,07	397,51	314,43	0,79	317,08	0,80	329,62	0,83
5	395,20	530,01	464,19	0,88	466,90	0,88	471,03	0,89
6	329,33	662,51	603,87	0,91	603,09	0,91	602,99	0,91
7	263,47	789,17	628,72	0,80	624,69	0,79	664,25	0,84
8	197,60	789,17	520,28	0,66	563,75	0,71	597,17	0,76
9	131,73	789,17	388,99	0,49	509,99	0,65	557,52	0,71
10	65,87	789,17	277,25	0,35	342,70	0,43	496,57	0,63

4.3. Resultados para θ_3

Como mencionado, para o cálculo da força cortante solicitante de cálculo, definida pela expressão (3-9), é necessário conhecer o valor de θ , e para o cálculo do ângulo θ_{min} , definido nas expressões (3-12) e (3-13), é necessário conhecer o valor da força cortante solicitante de cálculo. Foi realizada uma pequena iteração para que os ângulos coincidissem. A Tabela 4-7 apresenta os valores dos ângulos calculados para cada caso de solicitação.

Tabela 4-7 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com *fib Model Code* (2013)

Caso	Fator	M_{sd} (kN.m)	θ (°)	V_{sd} (kN)	N_{ed} (kN)	ϵ_x	θ_{min} (°)
1	1,0	658,67	30,35	0,00	0,00	0,00104	30,35
2	0,9	592,80	30,54	135,39	0,00	0,00105	30,54
3	0,8	526,93	30,74	273,02	0,00	0,00107	30,74
4	0,7	461,07	30,97	413,28	0,00	0,00110	30,97
5	0,6	395,20	31,23	556,69	0,00	0,00112	31,23
6	0,5	329,33	31,53	703,91	0,00	0,00115	31,53
7	0,4	263,47	31,86	855,83	0,00	0,00119	31,86
8	0,3	197,60	32,25	1013,63	0,00	0,00122	32,25
9	0,2	131,73	32,71	1179,02	0,00	0,00127	32,71
10	0,1	65,87	33,26	1354,47	0,00	0,00133	33,25

Tabela 4-8 – Solicitações calculadas a partir de θ_3

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	θ (°)	V_{rd2} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	658,67	0,00	30,35	794,70	0,00	161,59	0,00
2	592,80	135,39	30,54	797,59	135,39	161,59	0,00
3	526,93	273,02	30,74	800,74	273,02	133,42	139,60
4	461,07	413,28	30,97	804,21	413,28	98,30	314,98
5	395,20	556,69	31,23	808,04	556,69	62,83	493,86
6	329,33	703,91	31,53	812,31	703,91	26,92	676,99
7	263,47	855,83	31,86	817,09	817,09	0,00	817,09
8	197,60	1013,63	32,25	822,48	822,48	0,00	822,48
9	131,73	1179,02	32,71	828,64	828,64	0,00	828,64
10	65,87	1354,47	33,26	835,74	835,74	0,00	835,74

Tabela 4-9 – Armaduras transversais calculadas para θ_3

Casos	A_{sw}/s (cm ² /m)	$A_{sw}/s^{mín}$ (cm ² /m)	A_{sw}/s^{adot} (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	3,03	3,08	3,08	2,00	31
4	6,90	3,08	6,90	2,00	69
5	10,93	3,08	10,93	2,00	109
6	15,16	3,08	15,16	2,00	152
7	18,54	3,08	18,54	2,00	185
8	18,95	3,08	18,95	2,00	189
9	19,43	3,08	19,43	2,00	194
10	20,01	3,08	20,01	2,00	200

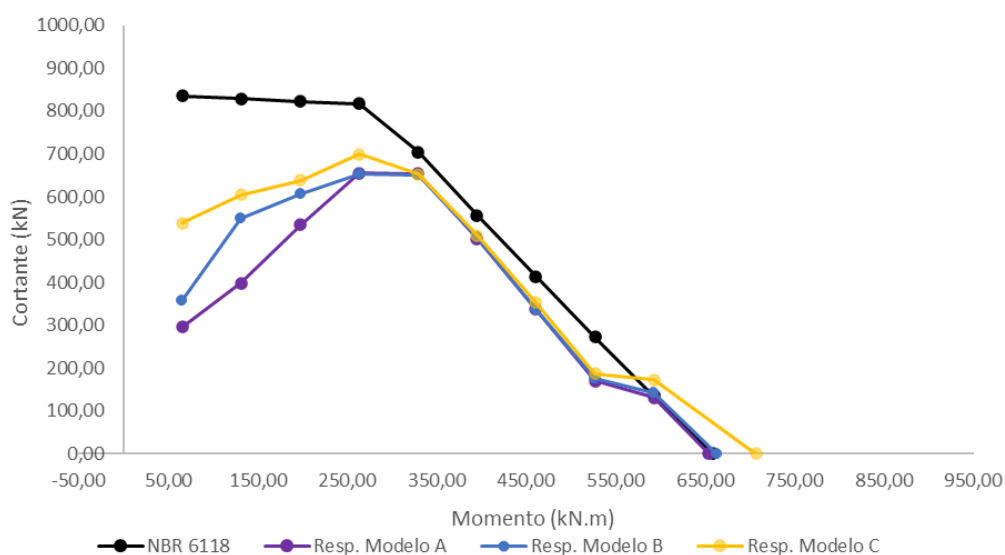


Figura 4-3 – Comparação dos resultados para θ_3

Tabela 4-10 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3

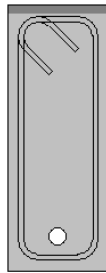
Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	658,67	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	592,80	135,39	131,05	0,97	142,18	1,05	173,06	1,28
3	526,93	273,02	170,74	0,63	176,86	0,65	186,88	0,68
4	461,07	413,28	336,91	0,82	337,12	0,82	352,40	0,85
5	395,20	556,69	501,69	0,90	504,68	0,91	509,20	0,91
6	329,33	703,91	653,14	0,93	651,32	0,93	651,91	0,93
7	263,47	817,09	654,76	0,80	653,61	0,80	699,52	0,86
8	197,60	822,48	534,64	0,65	605,11	0,74	638,77	0,78
9	131,73	828,64	398,11	0,48	549,75	0,66	604,55	0,73
10	65,87	835,74	295,46	0,35	356,29	0,43	538,47	0,64

4.4. Discussão dos resultados

Os gráficos mostram que a partir de certo par momento x força cortante as curvas obtidas por meio do *software* apresentam um acentuado decréscimo na resistência, enquanto o mesmo efeito não é avaliado na NBR 6118 (2014).

Sobre o modo de ruptura nessas regiões, pôde ser observado que a seção se encontra fissurada ao longo de praticamente toda a altura da viga, fragilizando a seção que perde o equilíbrio das forças internas por tração longitudinal. As Figuras 4-4 a 4-6 apresentam um exemplo dos diagramas de fissura do elemento obtidas pelo *software* para o exemplo do caso 7 com θ_1 , para os Modelos A, B e C. Nas imagens são apresentadas à esquerda a seção transversal da viga, com hachura mais escura representando o trecho onde atua tensão de compressão, e ao lado direito o diagrama de fissuras, apresentando as dimensões de suas aberturas.

Cross Section



Crack Diagram

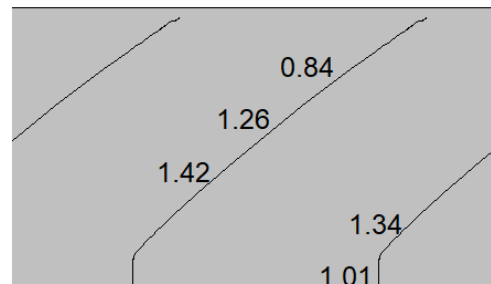
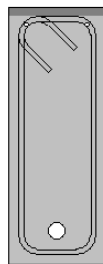


Figura 4-4 – Quadro de fissuras do caso 7, com θ_1 – Modelo A

Cross Section



Crack Diagram

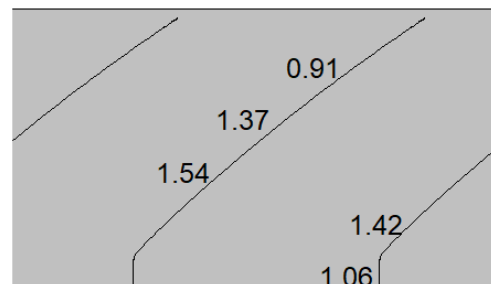
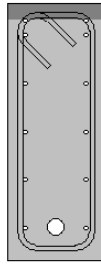


Figura 4-5 – Quadro de fissuras do caso 7, com θ_1 – Modelo B

Cross Section



Crack Diagram

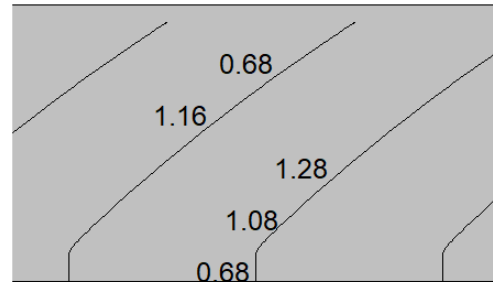


Figura 4-6 – Quadro de fissuras do caso 7, com θ_1 – Modelo C

A seguir são ilustradas as imagens das repostas do *software* para as armaduras nas proximidades da ruptura segundo as mesmas hipóteses ilustradas nos quadros de fissura.

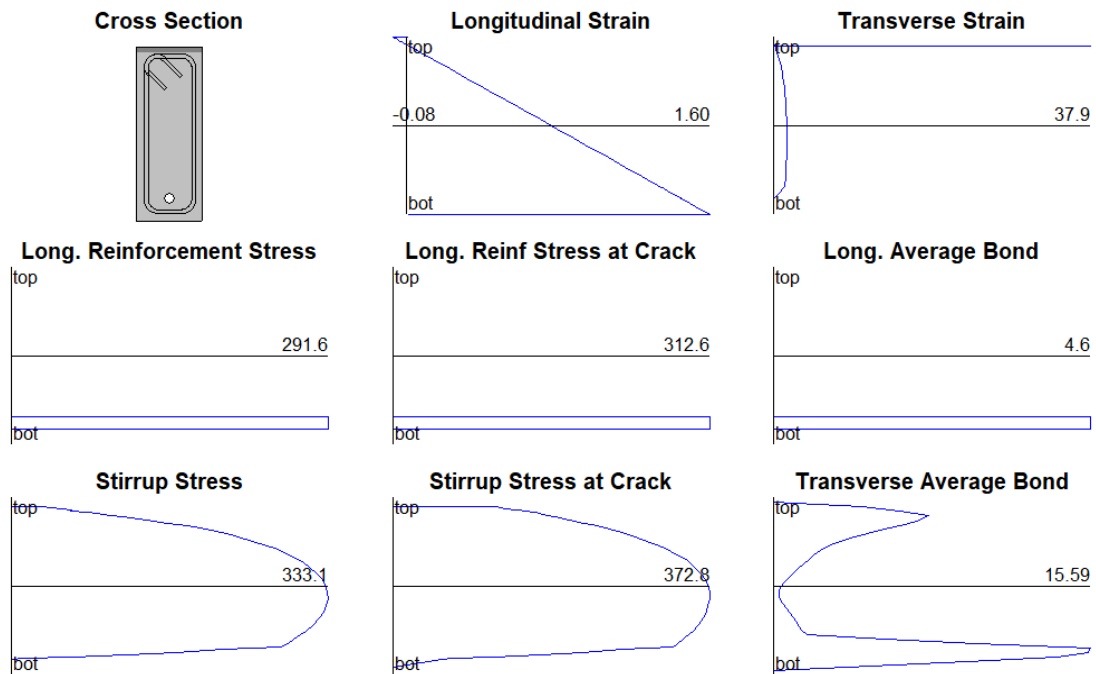


Figura 4-7 – Resultados do *software* para armaduras no caso 7, com θ_1 – Modelo A

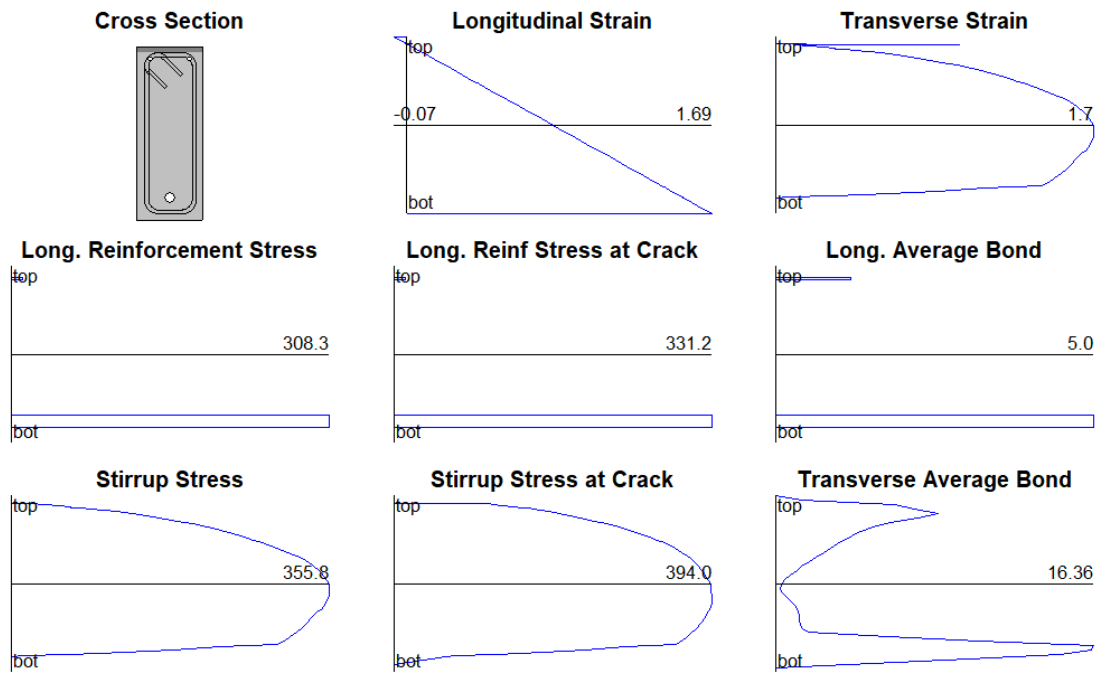


Figura 4-8 – Resultados do *software* para armaduras no caso 7, com θ_1 – Modelo B

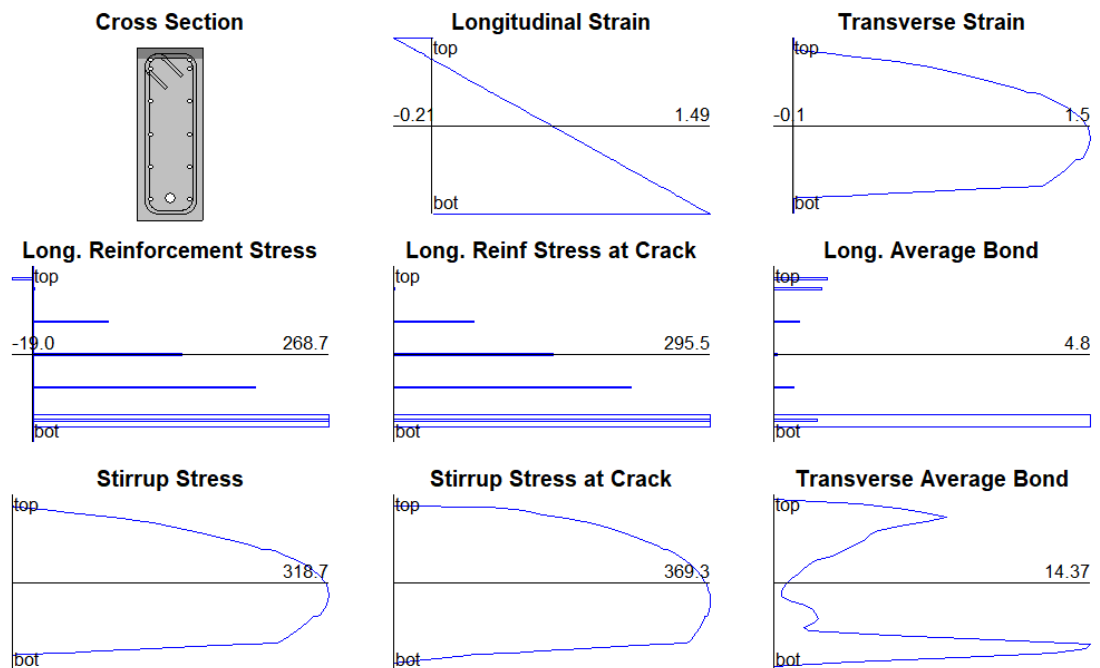


Figura 4-9 – Resultados do *software* para armaduras no caso 7, com θ_1 – Modelo C

Verifica-se que em nenhum dos casos ilustrados há escoamento da armadura longitudinal ou transversal, representando, portanto, ruptura frágil da seção.

Outro ponto de importante avaliação é de que mesmo nos casos em que as respostas tendem a se aproximar, ou seja, pontos aproximadamente entre os casos 1 e 6, as curvas

apresentam significativo distanciamento entre os resultados obtidos pelo *software* e os calculados pela NBR 6118 (2014). Pôde ser verificado que testando esses casos com as forças cortantes totalmente resistidas pela armadura transversal, ou seja, excluindo-se a parcela resistida por mecanismos complementares apresentada na expressão (2-63) ($V_c=0$), as curvas praticamente tornam-se coincidentes. Para comparação são apresentados a seguir os gráficos gerados a partir de seções com armaduras transversais calculadas com a consideração de V_c e sem essa parcela.

– Resultados para θ_1

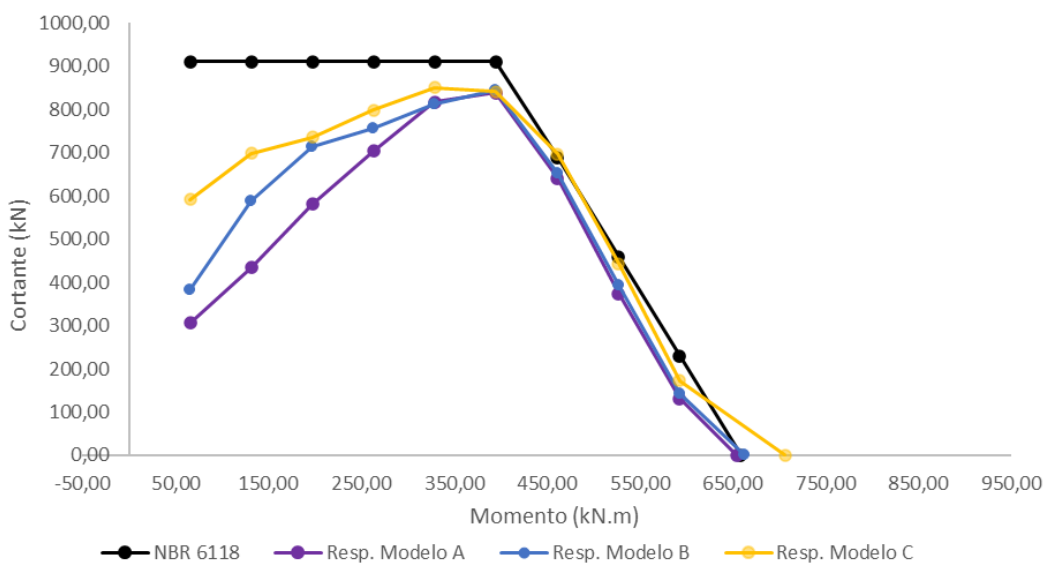


Figura 4-10 – Comparação dos resultados para θ_1 – Com V_c

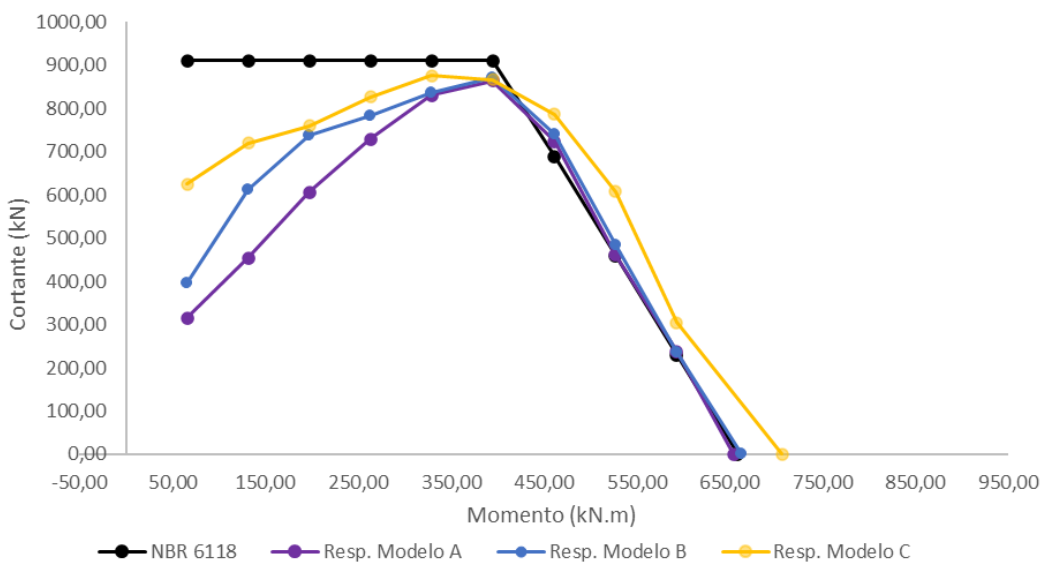


Figura 4-11 – Comparação dos resultados para θ_1 – Sem V_c

– Resultados para θ_2

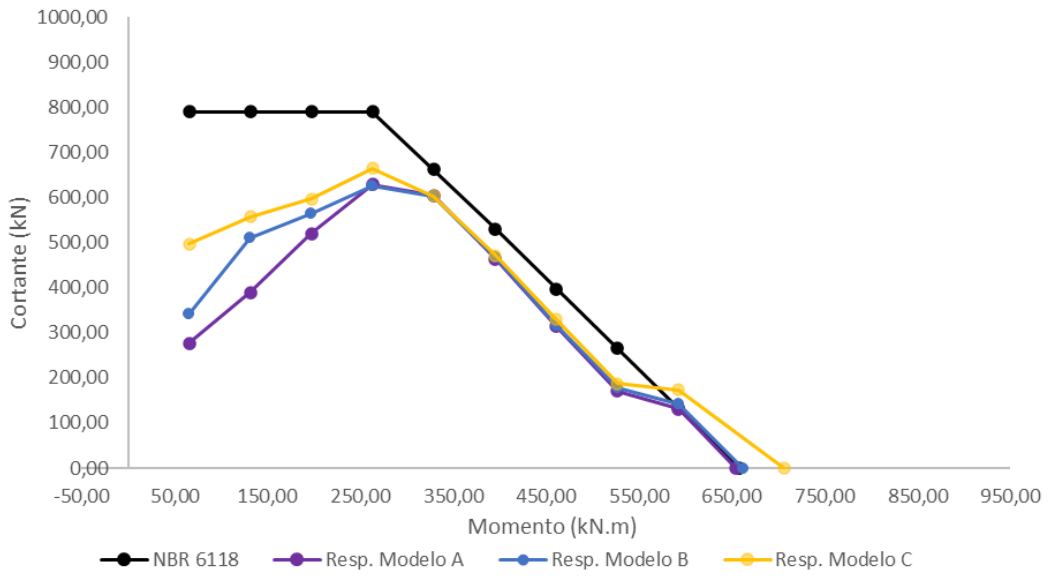


Figura 4-12 – Comparação dos resultados para θ_2 – Com V_c

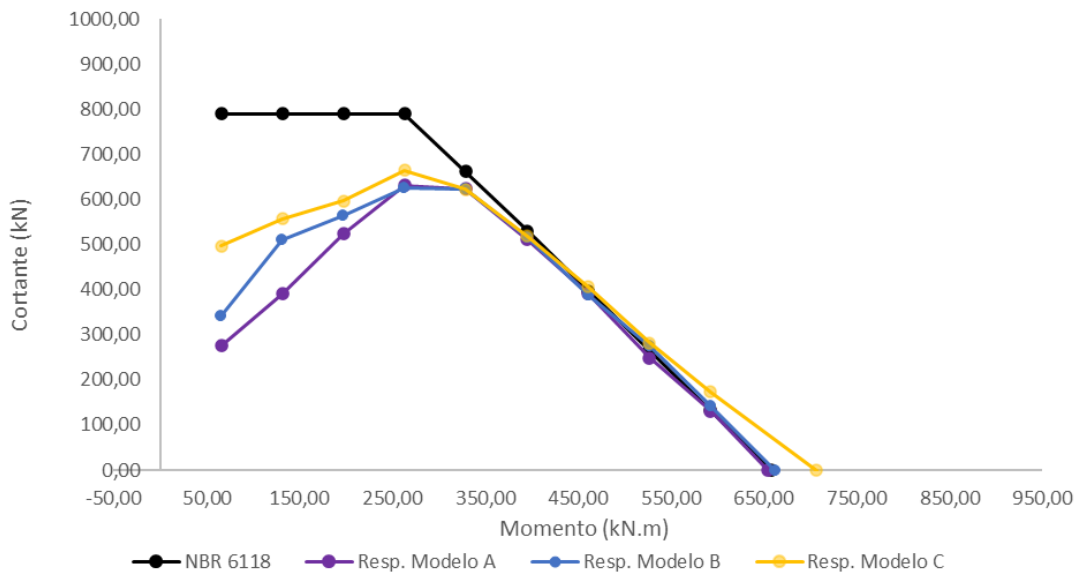


Figura 4-13 – Comparação dos resultados para θ_2 – Sem V_c

– Resultados para θ_3

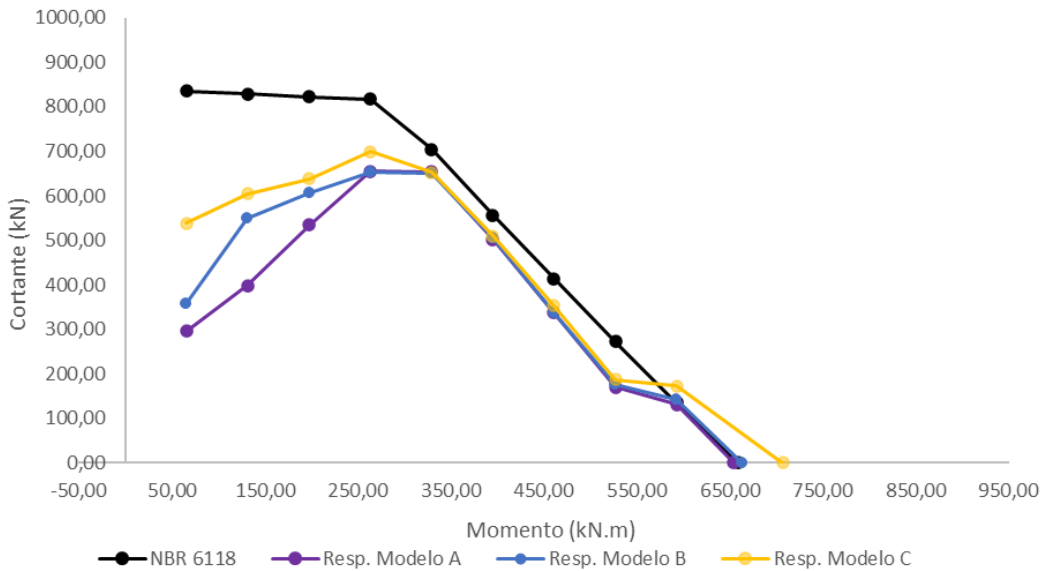


Figura 4-14 – Comparação dos resultados para θ_3 – Com V_c

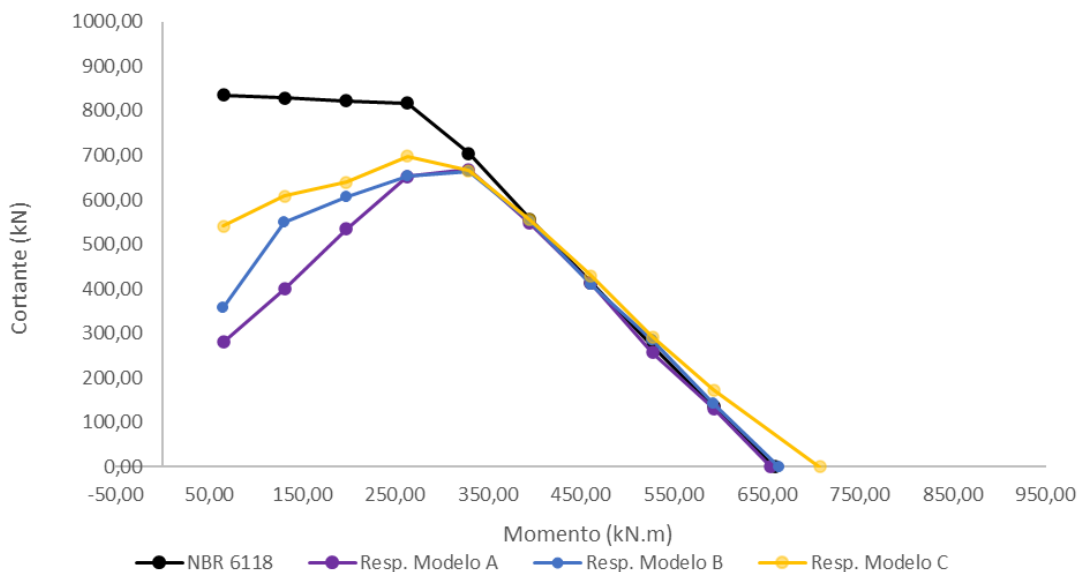


Figura 4-15 – Comparação dos resultados para θ_3 – Sem V_c

Também pôde ser verificado que o acentuado decaimento da resistência da seção para o par de solicitações, evidenciado aproximadamente a partir dos casos 5 ou 6, é solucionado com a adoção de armadura superior igual a inferior, como ilustrado na Figura 4-16, que apresenta a seção transversal para o Modelo A.

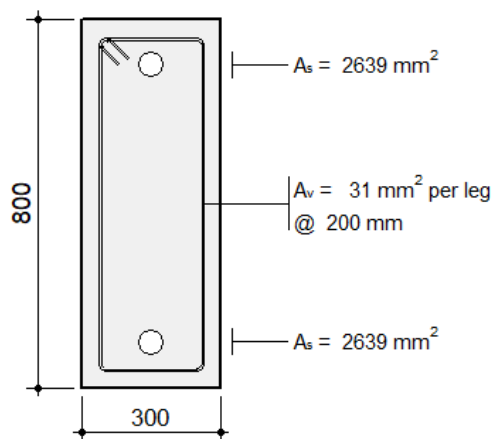


Figura 4-16 – Seção transversal com armadura superior igual a inferior

A seguir são apresentados os gráficos gerados a partir dessa hipótese de disposição das armaduras longitudinais na seção somente para o Modelo A. Para essa hipótese foi considerada a parcela de V_c como originalmente estudado.

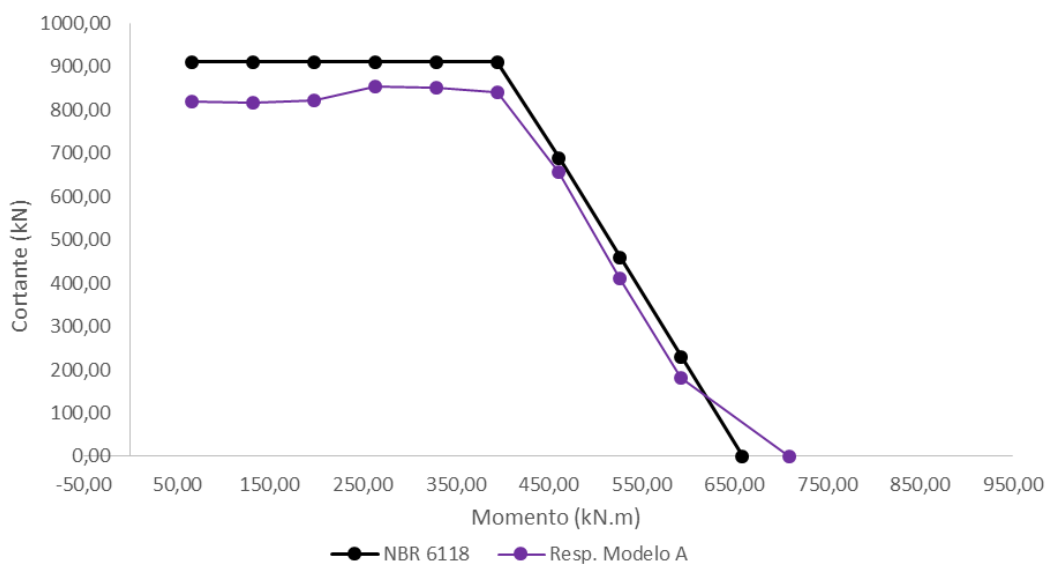


Figura 4-17 – Comparação dos resultados para θ_1 – com armadura sup. igual a inf.

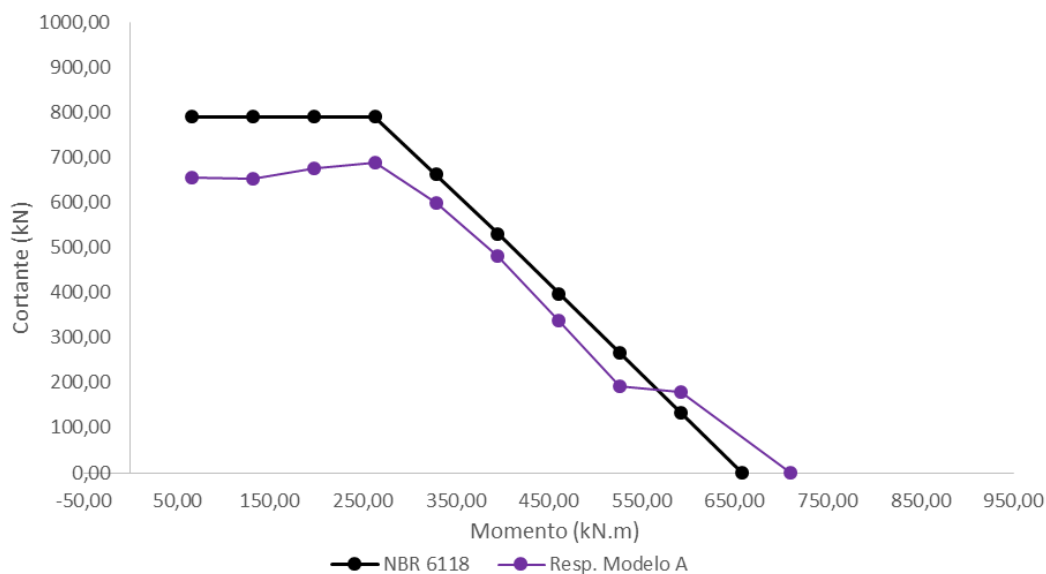


Figura 4-18 – Comparação dos resultados para θ_2 – com armadura sup. igual a inf.

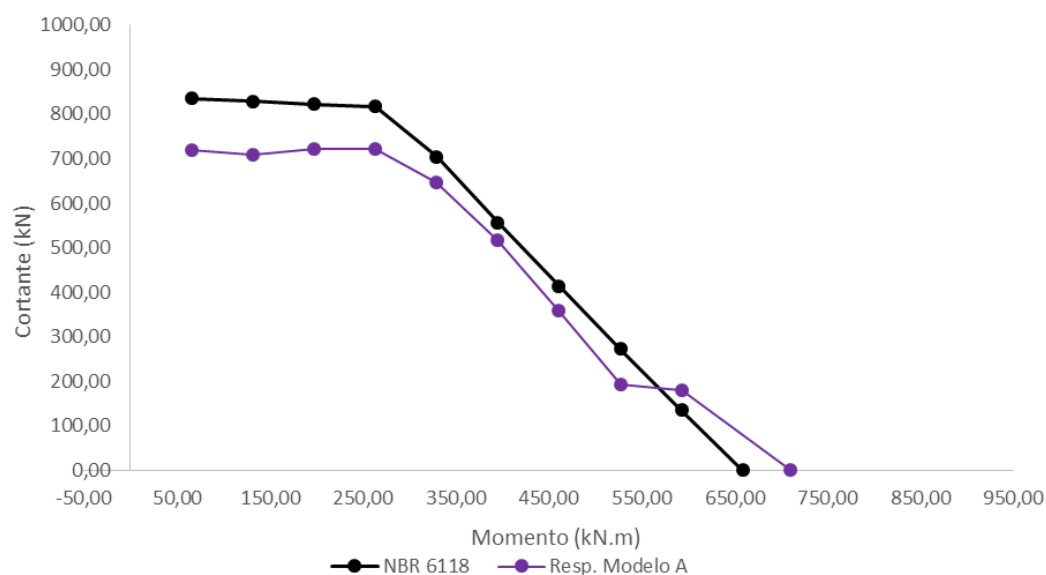


Figura 4-19 – Comparação dos resultados para θ_3 – com armadura sup. igual a inf.

Como pode ser observado nessa hipótese as curvas calculadas pelo *software* ainda resultam em resistências inferiores à calculada pela NBR 6118 (2014), porém, sem apresentar a queda brusca de resistência verificada anteriormente.

As Tabelas 4-11, 4-12 e 4-13 apresentam os resultados das forças cortantes resistentes obtidas no Response-2000 e a relação das forças cortantes resistentes e solicitantes de cálculo.

Tabela 4-11 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1

Caso	NBR 6118		Modelo A	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	658,67	0,00	0,00	-
2	592,80	229,50	180,24	0,79
3	526,93	459,00	411,22	0,90
4	461,07	688,50	656,28	0,95
5	395,20	911,25	840,72	0,92
6	329,33	911,25	851,88	0,93
7	263,47	911,25	853,98	0,94
8	197,60	911,25	820,61	0,90
9	131,73	911,25	817,65	0,90
10	65,87	911,25	818,31	0,90

Tabela 4-12 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2

Caso	NBR 6118		Modelo A	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	658,67	0,00	0,00	-
2	592,80	132,50	180,24	1,36
3	526,93	265,00	191,63	0,72
4	461,07	397,51	337,01	0,85
5	395,20	530,01	480,50	0,91
6	329,33	662,51	597,44	0,90
7	263,47	789,17	687,46	0,87
8	197,60	789,17	676,36	0,86
9	131,73	789,17	653,55	0,83
10	65,87	789,17	653,82	0,83

Tabela 4-13 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3

Caso	NBR 6118		Modelo A	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	658,67	0,00	0,00	-
2	592,80	135,39	180,24	1,33
3	526,93	273,02	191,63	0,70
4	461,07	413,28	358,75	0,87
5	395,20	556,69	515,81	0,93
6	329,33	703,91	646,83	0,92
7	263,47	817,09	722,71	0,88
8	197,60	822,48	721,19	0,88
9	131,73	828,64	709,27	0,86
10	65,87	835,74	720,36	0,86

5. EXEMPLO PRÁTICO

Neste capítulo é apresentado um exemplo prático para a avaliação das respostas da teoria do Campo de Compressão Modificada em uma viga contínua calculada segundo os critérios da NBR 6118 (2014).

Para a análise e detalhamento da viga foi utilizado o sistema TQS, onde foram introduzidos os dados da estrutura similares às características apresentadas na seção 3.1 deste trabalho, com o vão usualmente estimado para uma viga com a altura da seção transversal em estudo. A Figura 5-1 ilustra a forma da estrutura e a Figura 5-2 uma vista em perspectiva do modelo de cálculo.

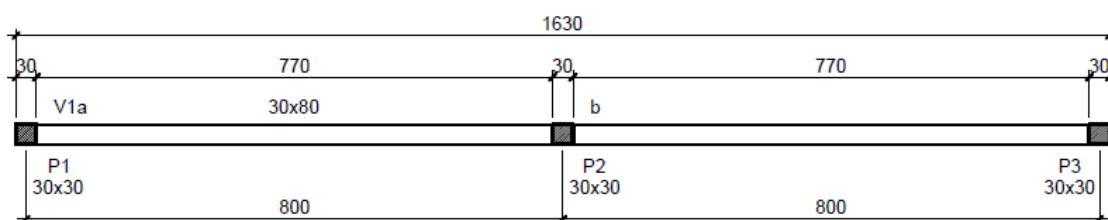


Figura 5-1 – Forma da viga avaliada

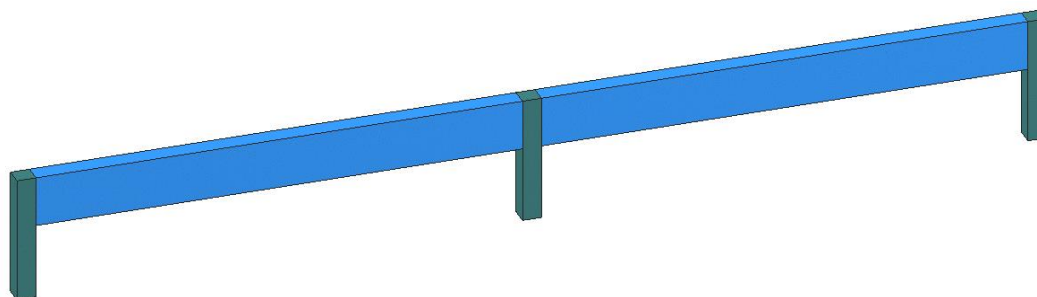


Figura 5-2 – Vista do modelo em perspectiva

Para o carregamento da viga foi adotada uma carga linearmente distribuída de 50 kN/m, além do seu peso próprio, calculado automaticamente pelo *software*. Esse carregamento foi considerado de forma a atender ao limite extremo de $k_x=0,45$ adotado pela NBR 6118 (2014) para proporcionar o adequado comportamento dúctil em vigas no Estado Limite Último (ELU) relacionados a concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa.

Para os critérios de modelagem foram impostas rótulas na ligação das vigas com os pilares extremos. A Figura 5-3 apresenta os diagramas de momentos fletores e forças

cortantes obtidas no modelo de análise, bem como as seções escolhidas para avaliação e comparação com a *MCFT* com o *software* Response-2000.

As seções de análise foram escolhidas segundo os seguintes critérios: Seções S1 e S4 posicionadas a uma distância “d” dos apoios, estimada em 0,75m; Seção S2 situada no ponto de momento fletor máximo; Seção S3 posicionada no ponto de momento fletor nulo.

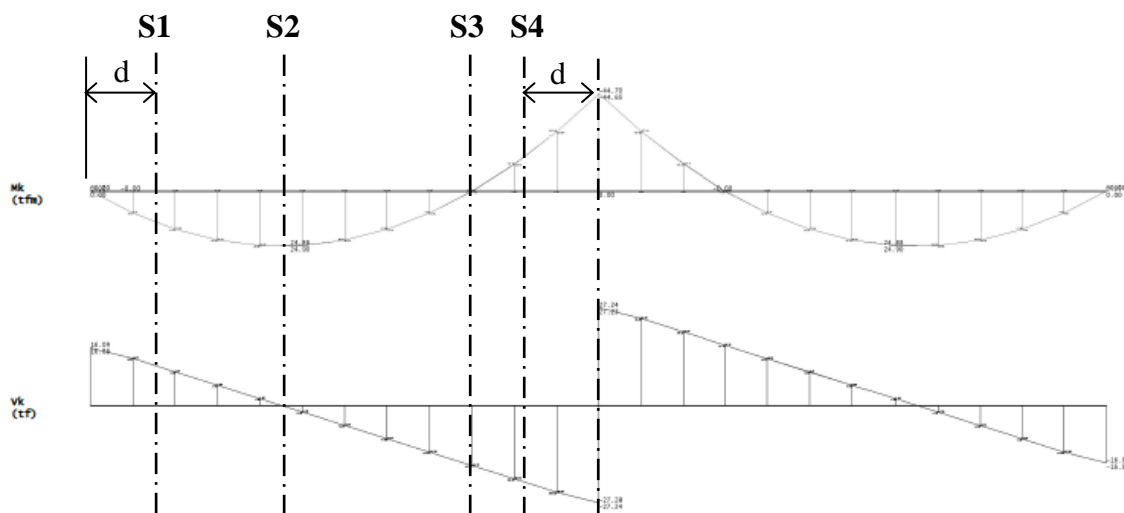


Figura 5-3 – Diagramas de momento fletor e força cortante com indicações das seções avaliadas

Para o critério de cálculo à força cortante foi utilizado o Modelo I da NBR 6118 (2014).

A Tabela 5-1 apresenta as solicitações com seus valores característicos e de projeto, obtidos considerando $\gamma_f = 1,4$. A Figura 5-4 ilustra o detalhamento completo das armaduras da viga obtida por meio do sistema TQS.

Tabela 5-1 – Solicitações características e de projeto

Seção	TQS - Serviço		TQS - Projeto	
	M_k (kN.m)	V_k (kN)	M_d (kN.m)	V_d (kN)
S1	108,44	126,23	151,82	176,72
S2	249,00	0,00	348,60	0,00
S3	0,00	-167,90	0,00	-235,06
S4	-254,74	-237,84	-356,64	-332,98

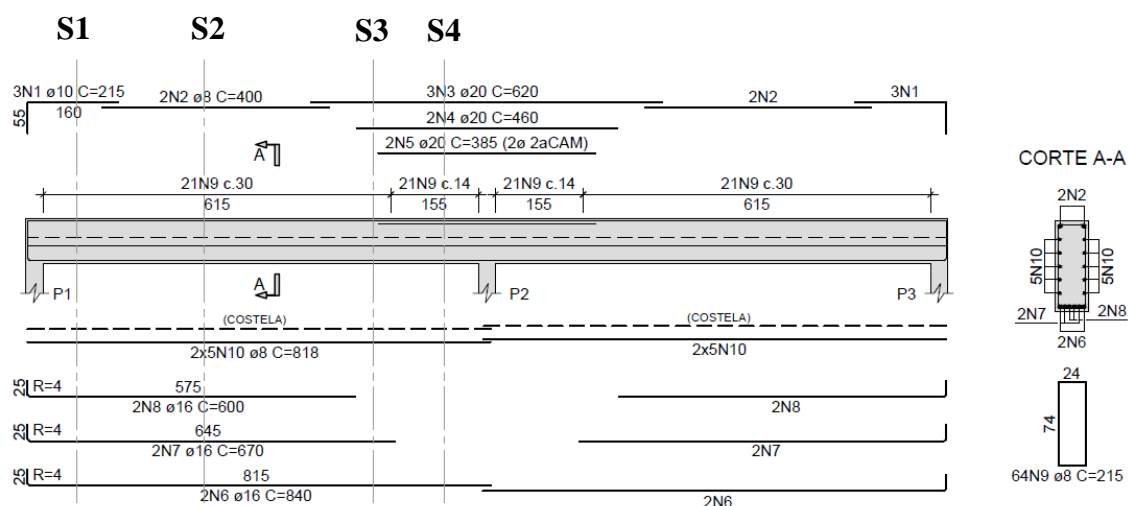


Figura 5-4 – Detalhamento das armaduras da viga

A Tabela 5-2 apresenta as verificações calculadas para conferência do detalhamento das armaduras transversais extraídas do *software*.

Tabela 5-2 – Verificação da força cortante máxima e parcelas resistidas pelo concreto e

Seção	$ V_d $ (kN)	b_w (m)	d (m)	aço		
				V_{Rd2} (kN)	V_c (kN)	V_{sw} (kN)
S1	176,72	0,30	0,75	976,34	173,14	3,58
S2	0,00	0,30	0,75	976,34	173,14	0,00
S3	235,06	0,30	0,75	976,34	173,14	61,92
S4	332,98	0,30	0,75	976,34	173,14	159,84

Tabela 5-3 – Cálculo das armaduras transversais

Seção	A_{sw}/s^{calc} (cm ² /m)	A_{sw}/s^{min} (cm ² /m)	A_{sw}/s (cm ² /m)	N_{pernas}	ϕ (mm)	s (cm)
S1	0,12	3,08	3,08	2	8,0	32,66
S2	0,00	3,08	3,08	2	8,0	32,66
S3	2,11	3,08	3,08	2	8,0	32,66
S4	5,45	3,08	5,45	2	8,0	18,46

A armadura transversal detalhada próxima ao apoio central foi calculada segundo a força cortante máxima de cálculo (sobre o apoio), e prolongada até a seção em que a armadura mínima atendeu ao dimensionamento, o que é uma prática comum de projeto para minimizar a quantidade de espaçamentos distintos em um mesmo vão. A seguir é apresentado o cálculo para a seção sobre o apoio central.

Tabela 5-4 – Verificação da força cortante máxima e parcelas resistidas pelo concreto e aço para seção sobre o apoio central

$ V_{d,máx} $ (kN)	b_w (m)	d (m)	V_{Rd2} (kN)	V_c (kN)	V_{sw} (kN)
381,36	0,30	0,75	976,34	173,14	208,22

Tabela 5-5 – Cálculo das armaduras transversais para seção sobre o apoio central

A_{sw}/s^{calc} (cm ² /m)	A_{sw}/s^{min} (cm ² /m)	A_{sw}/s (cm ² /m)	N_{pernas}	ϕ (mm)	s (cm)
7,10	3,08	7,10	2	8,0	14,17

Verifica-se que a armadura transversal detalhada está de acordo com a calculada.

A partir do detalhamento das armaduras da viga as seções de análise foram inseridas no *software* Response-2000 com suas respectivas armaduras, como pode ser visto nas figuras a seguir.

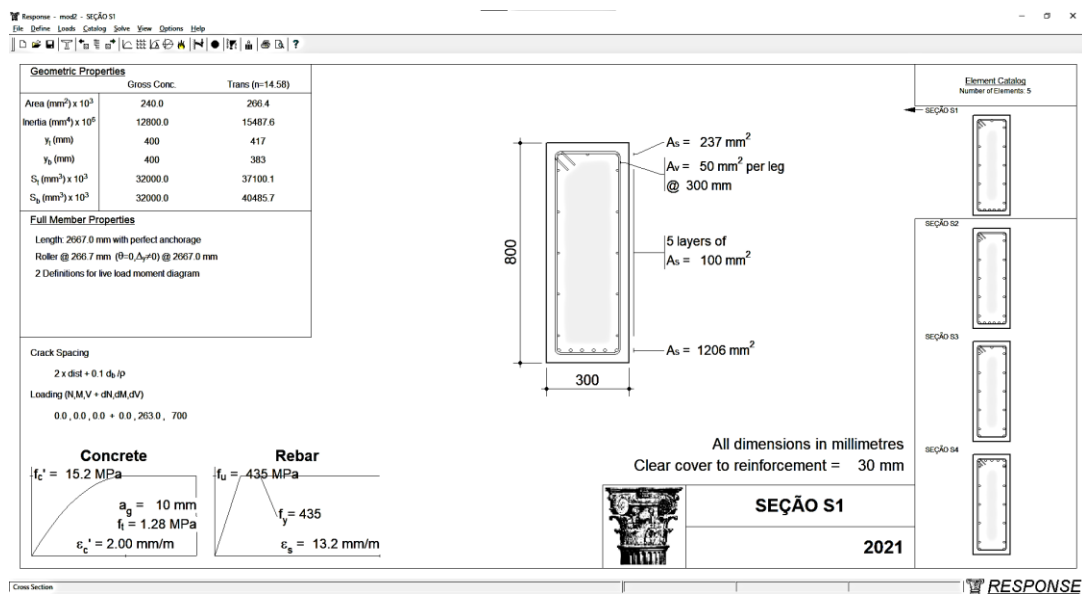


Figura 5-5 – Dados da seção S1 – Response-2000

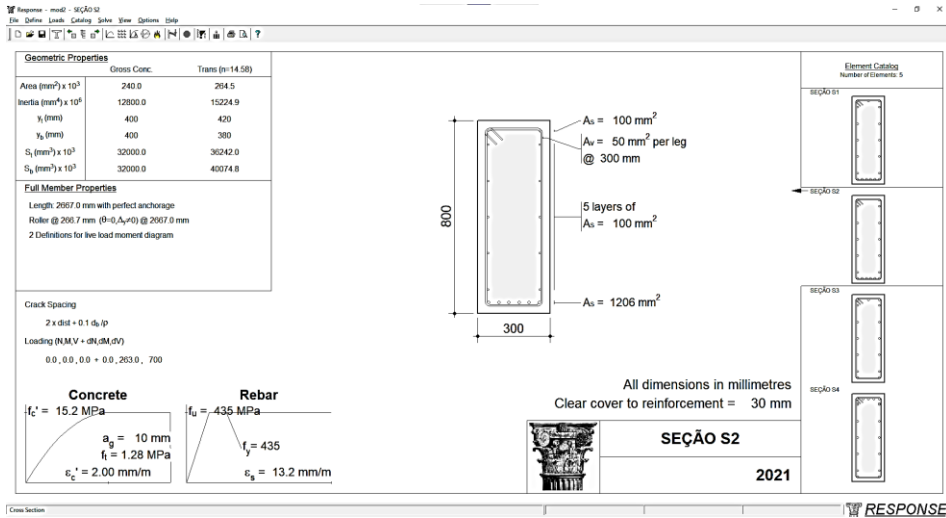


Figura 5-6 – Dados da seção S2 – Response-2000

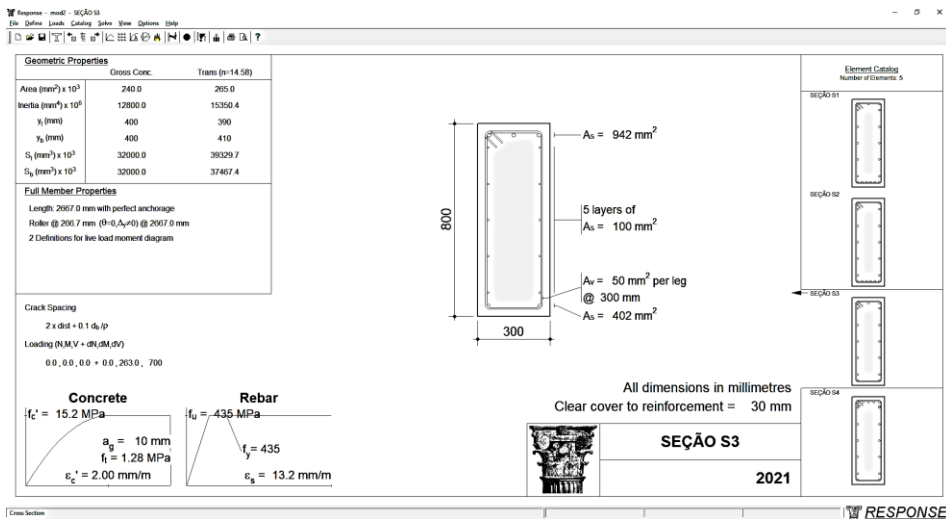


Figura 5-7 – Dados da seção S3 – Response-2000

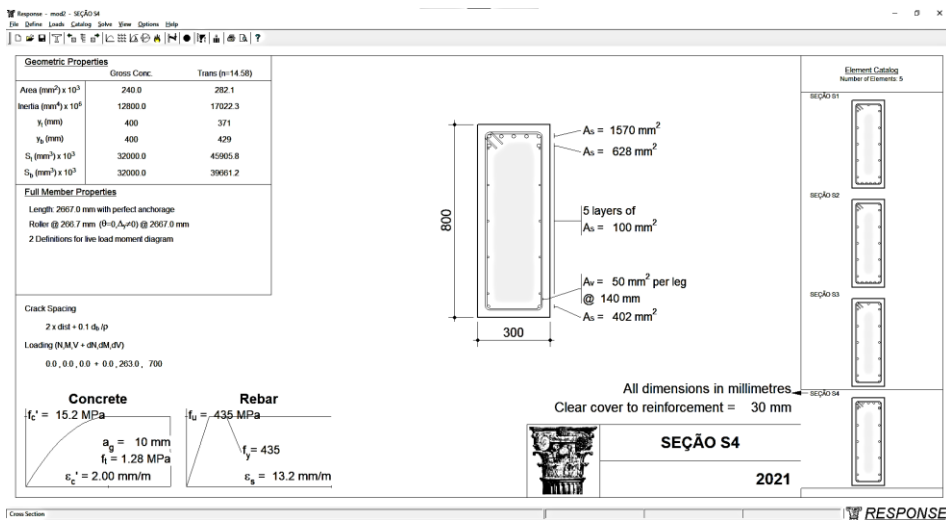


Figura 5-8 – Dados da seção S4 – Response-2000

A Tabela 5-6 apresenta os valores das forças cortantes resistentes de projeto obtidos no *software* Response-2000 equivalentes aos momentos solicitantes de cálculo apresentados na Tabela 5-1. Essa tabela também apresenta a relação das forças cortantes resistentes e solicitantes de projeto para a comparação das suas grandezas.

Tabela 5-6 – Comparação das forças cortantes resistentes e solicitantes de projeto

Seção	Response-2000		TQS	$\frac{V_{Rd}}{V_{sd}}$
	$M_{S,d}$ (kN.m)	$V_{R,d}$ (kN)	$V_{S,d}$ (kN)	
S1	151,82	253,05	176,72	1,43
S2	348,60	191,14	0,00	-
S3	0,00	-236,18	-235,06	1,00
S4	-356,64	-421,49	-332,98	1,27

Constatou-se que em todas as seções a força cortante resistente de cálculo foi superior ou igual à força cortante solicitante de cálculo, representando uma efetiva segurança ao par de solicitações segundo as duas metodologias.

Com relação à seção S3, como mencionado no Capítulo 1 deste trabalho, o ponto de inversão do sinal do momento de flexão (ponto de momento nulo) merece atenção especial, pois as condições de forças internas são similares às desenvolvidas próximas aos apoios em vigas simplesmente apoiadas, porém, sem as tensões verticais próprias dessas regiões, que são benéficas para a resistência à força cortante.

Como pode ser visto, a relação da força cortante resistente e solicitante de cálculo nesta seção foi praticamente idêntica, revelando que a armadura mínima de cisalhamento prescrita pela NBR 6118 (2014) foi capaz de resistir ao par de solicitações nesta seção.

Para melhor entendimento da seção S3 são apresentados a seguir os resultados da seção segundo o Response-2000, que representam o estado da viga na ruptura.

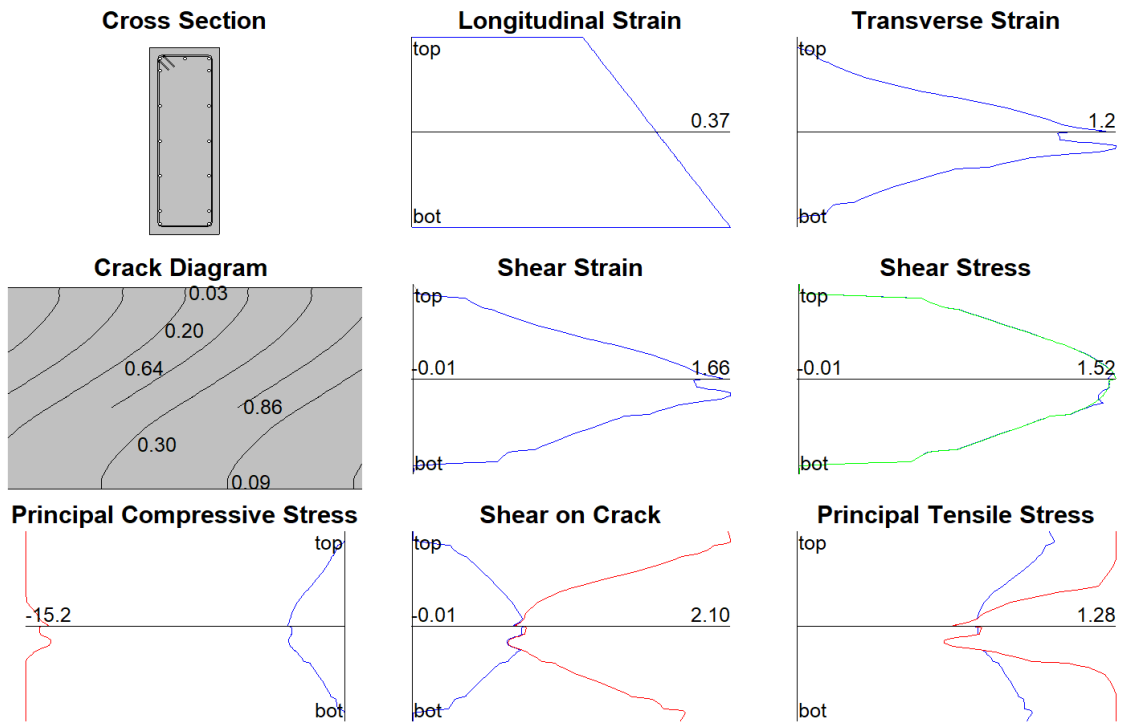


Figura 5-9 – Resultados gerais da seção – Response-2000

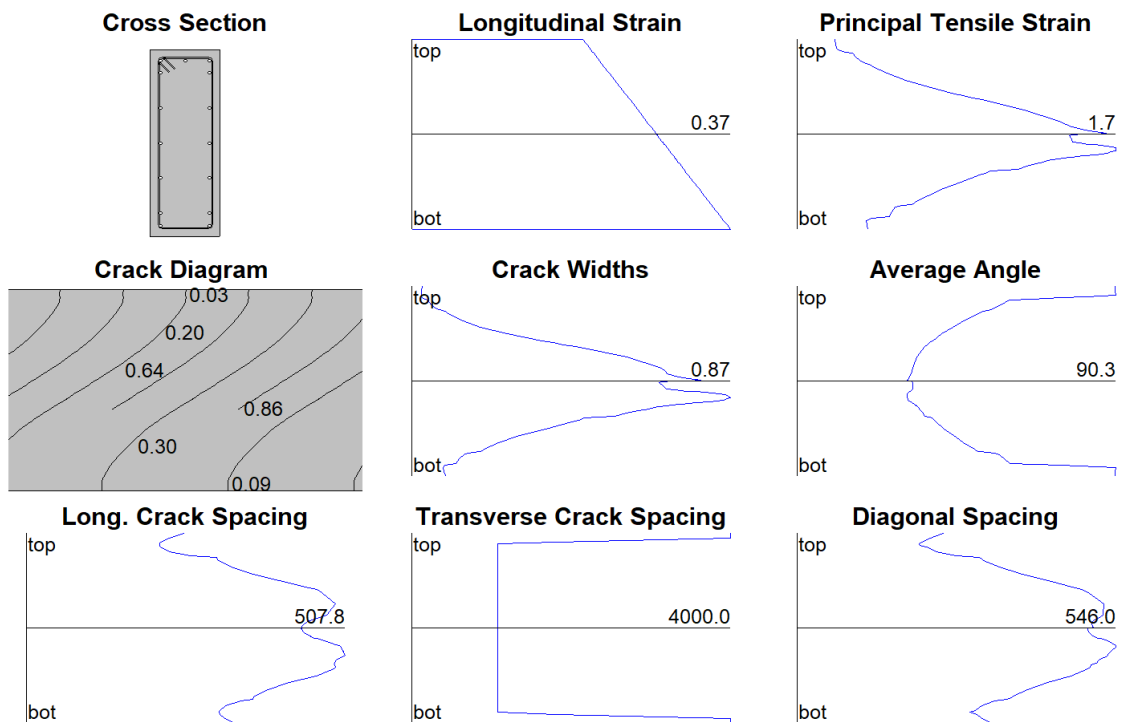


Figura 5-10 – Resultados relativos às fissuras – Response-2000

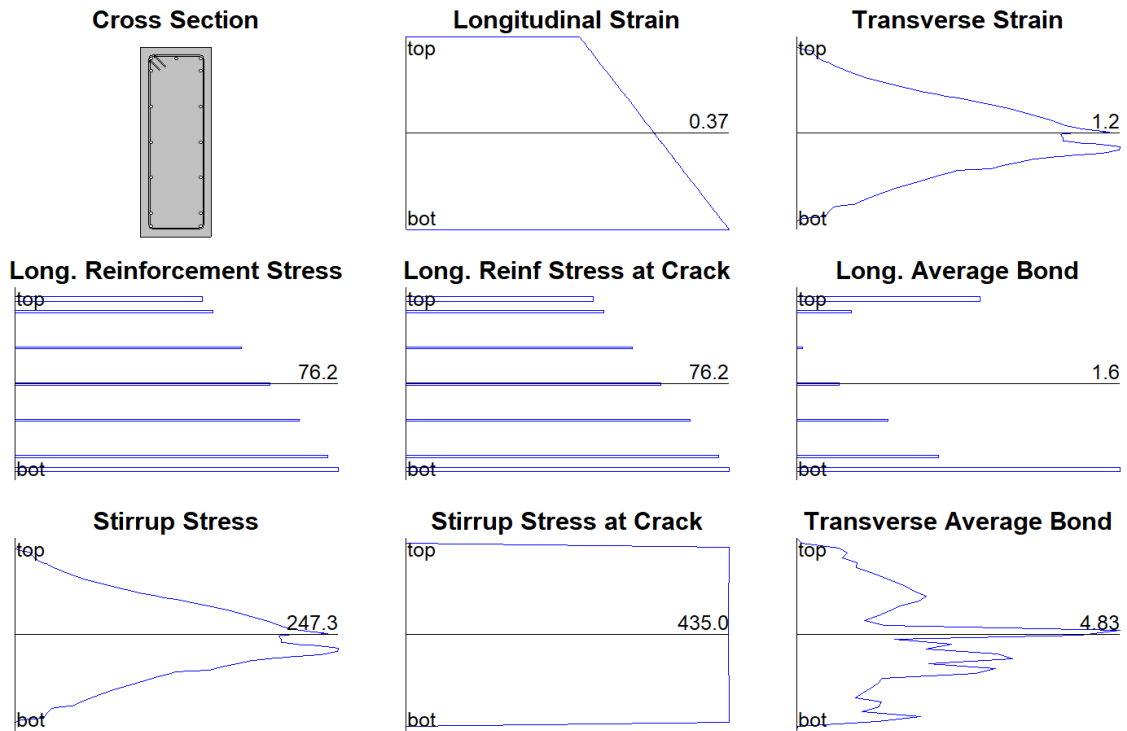


Figura 5-11 – Resultados relativos às armaduras – Response-2000

Como discutido na seção 4.4, observa-se que a seção se apresenta fissurada ao longo de toda a sua altura. Isso se deve ao fato de não haver a presença da compressão resultante do binário resistente da flexão, tornando a viga totalmente tracionada pela força de desequilíbrio proveniente da diagonal comprimida, fragilizando a resistência da seção.

Avaliando os resultados relativos às armaduras, tem-se que a seção se rompe pelo escoamento das armaduras transversais localizadas nas fissuras, o que é uma verificação peculiar da *MCFT*, não observada usualmente.

Uma outra observação relativa ao exemplo é de que, como a verificação da *MCFT* considera todas as armaduras detalhadas na resistência da seção, diferentemente da NBR 6118 (2014), a viga foi verificada também sem a presença da armadura de pele para conferência de sua capacidade resistente. A comparação das forças cortantes resistentes e solicitantes de projeto para esse caso segue apresentada na Tabela 5-7.

Tabela 5-7 – Comparação das forças cortantes resistentes e solicitantes de projeto para viga sem armadura de pele

Seção	Response-2000		TQS	V_{Rd}/V_{sd}
	$M_{S,d}$ (kN.m)	$V_{R,d}$ (kN)	$V_{S,d}$ (kN)	
S1	151,82	264,79	176,72	1,50
S2	348,60	80,51	0,00	-
S3	0,00	-218,04	-235,06	0,93
S4	-356,64	-415,95	-332,98	1,25

Como observado, caso não fosse detalhada a armadura de pele, a força cortante resistente de cálculo na seção S3 cairia para 218,04kN, tornando a relação igual a 0,93, indicando a incapacidade da viga de resistir à força cortante solicitante segundo a *MCFT*. Vale lembrar que a NBR 6118 (2014) não conta com nenhuma outra armadura para resistir ao cisalhamento, mas somente com os estribos.

Outra análise do exemplo foi realizada para o cálculo da viga sem a consideração da armadura mínima transversal prescrita pela NBR 6118 (2014). Nessa verificação foi considerada a armadura de pele, como no modelo original. Na Tabela 5-8 são apresentados os cálculos referentes a essa hipótese.

Tabela 5-8 – Cálculo das armaduras transversais, sem consideração da armadura mínima

Seção	A_{sw}/s^{calc} (cm ² /m)	N_{pernas}	ϕ (mm)	s (cm)
S1	0,12	2	5,0	321,48
S2	0,00	2	5,0	-
S3	2,11	2	6,3	29,55
S4	5,45	2	8,0	18,46

Como o cálculo da seção S1 resultou em um grande espaçamento entre os estribos para a menor bitola usualmente utilizada, nessa seção foi adotado espaçamento máximo de 30 cm. Para a seção S2 foi adotada a mesma armadura da seção S1, visto que a NBR 6118 (2014) não permite o detalhamento de vigas sem armadura transversal.

A comparação das forças cortantes resistente e solicitantes de projeto para esse caso segue apresentada na Tabela 5-9.

Tabela 5-9 – Comparação das forças cortantes resistentes e solicitantes de projeto para viga sem consideração da armadura mínima de cisalhamento

Seção	Response-2000		TQS	V_{Rd}/V_{sd}
	$M_{S,d}$ (kN.m)	$V_{R,d}$ (kN)	$V_{S,d}$ (kN)	
S1	151,82	191,29	176,72	1,08
S2	348,60	100,33	0,00	-
S3	0,00	-224,68	-235,06	0,96
S4	-356,64	-347,03	-332,98	1,04

Nota-se que nessa hipótese, as seções S1 e S4 ficaram bem próximas do limite resistente da seção, enquanto a seção S3 ficou abaixo do limite.

É importante citar que, nos três casos estudados, o ponto mais frágil ao cisalhamento relativo ao par de solicitações não foi a seção com maior força cortante, como era de se esperar, mas sim a seção com momento fletor nulo, revelando um ponto em que a NBR 6118 (2014) não avalia, e que, possivelmente, poderá se encontrar contra a segurança em alguns casos.

6. CONCLUSÕES

Por meio dos resultados apresentados, nota-se que os valores atingidos por meio do *software* Response-2000 são razoavelmente próximos aos valores obtidos na NBR 6118 (2014) até um certo par momento x força cortante, geralmente até os casos 5 ou 6. A partir desse ponto as curvas obtidas com o *software* apresentam um acentuado decréscimo na resistência. Esse efeito pode ser notado principalmente a partir do caso 3 da Tabela 3-2 ($k_x = 0,15$), e mais acentuadamente nos casos gerados para $\theta_1=45^\circ$. Como pode ser observado nesses pontos a NBR 6118 (2014) aparentemente se apresenta contra a segurança quando comparada ao *MCFT*.

É importante observar que esses casos são caracterizados por momento fletor reduzido e força cortante elevada. Nota-se que, em vigas simplesmente apoiadas, esses casos apresentam solicitações similares aos encontrados próximos aos apoios. Porém, em zonas a uma distância aproximadamente “d” de cargas pontuais e reações de apoio há uma significativa tensão de compressão transversal no concreto. Essa tensão aumenta a resistência à força cortante nessas regiões, tornando possível que a ruptura à força cortante ocorra fora dessas regiões, como descrito por COLLINS *et al.* (2018).

Sobre o modo de ruptura nessas regiões, tem-se que a seção se encontra fissurada ao longo de praticamente toda a altura da viga, fragilizando a resistência da seção e sendo perdido o equilíbrio das forças internas. Essa situação pode ser compreendida pelo fato de que, quanto menor o momento fletor solicitante na seção, menor o binário resistente formado pelo concreto comprimido e aço tracionado, e quanto maior a força cortante, maior a força tração de desequilíbrio da parcela longitudinal da biela comprimida. Quanto maior esse efeito entende-se que maior é a possibilidade da parcela da força de tração de desequilíbrio superar a compressão no concreto, tracionando toda a seção, fragilizando a sua resistência.

Outro ponto de importante avaliação é de que, mesmo nos casos em que as curvas tendem a se aproximar, ou seja, pontos aproximadamente entre os casos 1 e 6, as curvas apresentaram certo distanciamento, sendo suas diferenças consideravelmente relevantes em alguns casos. Porém, testando os resultados com as forças cortantes totalmente resistidos pela armadura transversal ($V_c=0$), as curvas praticamente tornaram-se

coincidentes, o que indica que possivelmente a NBR 6118 (2014) superestima a capacidade resistente dos mecanismos complementares.

Com relação às armaduras complementares, apesar das normas não contemplarem sua consideração para resistência a cisalhamento dos elementos, o estudo foi realizado para avaliação de sua contribuição nas proximidades da ruptura. Pode ser observado que estas não afetam consideravelmente a resistência da seção nos pontos em que as curvas tendem a se aproximar (aproximadamente entre os casos 1 e 6). A partir desses pontos, essas armaduras apresentam um relativo ganho de resistência ao cisalhamento, porém, ainda insuficiente para atender à segurança quando comparada à curva obtida pela NBR 6118 (2014). Note-se que o maior ganho de resistência é referente ao modelo com armadura de pele (Modelo C), como esperado, principalmente nos casos gerados a partir de k_x com baixos valores ($k_x < 0,15$), onde a taxa de armadura longitudinal se equipara a armadura de pele, esta então contribuindo significativamente para a resistência última.

Como descrito, os casos avaliados contra a segurança usualmente são regiões próximas aos apoios em vigas simplesmente apoiadas, onde, como já mencionado, a teoria não se aplica. Porém, em vigas hiperestáticas, os diagramas de momentos fletores podem ter um ou mais pontos de momento nulo por vão, com forças cortantes significativas, não necessariamente a uma distância inferior a “d” do apoio, sendo essa seção de importante observação dos resultados. Essa conclusão também pôde ser avaliada por KOTSOVOU (2019), que observou que as normas verificadas pela autora superestimam a resistência ao cisalhamento em vigas que exibem pontos de inversão do sinal da flexão (pontos de momento nulo), seguindo uma metodologia de estudo diferente da apresentada neste trabalho.

No Capítulo 5 pôde ser observado ainda que, no exemplo estudado, seguindo a metodologia convencional apresentada na NBR 6118 (2014), esperava-se que a seção mais fragilizada quanto ao cisalhamento fosse a seção com maior força cortante. O estudo revelou que, segundo a *MCFT*, a seção crítica é a seção com momento fletor nulo (S3), coincidindo com os resultados avaliados no Capítulo 4, mostrando que, próximo a essas seções, possivelmente a norma se encontra contra a segurança em alguns casos.

Como mencionado, elementos de concreto armado rompidos à força cortante se apresentam relativamente frágeis e sem possibilidade de redistribuição das solicitações.

Portanto, entende-se que esses casos são importante campo de investigação para a correta consideração da resistência desses elementos.

Como descrito por SCHULZ (1981) os mecanismos de resistência de peças lineares de concreto armado sujeitas a solicitações combinadas são bastante complexos, dificultando o estabelecimento de um método geral e consistente aceito para o dimensionamento.

Sobre o tema, algumas propostas para trabalhos futuros utilizando a *MCFT* podem ser feitas, tais como: estudos em vigas com diversas dimensões, seções e resistências do concreto, para avaliação do efeito de escala e geometria das seções; avaliação da força cortante para cargas em serviço, analisando as tensões com foco nos efeitos de fadiga na armadura transversal; e avaliação dos efeitos da compressão na resistência a essa solicitação em vigas protendidas.

7. REFERÊNCIAS

ACI 318-19, *Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), *NBR 6118:2014 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento*, Rio de Janeiro, 2014.

BASTOS, P. S. S., *Dimensionamento de Vigas de Concreto Armado à Força Cortante*. Apostila, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Bauru, 2017.

BENTZ, E. C., COLLINS, M. P., *User Manual – MEMBRANE-2000, RESPONSE-2000, TRIAX-2000, SHELL-2000*. Version 1.1, September 2001.

BENTZ, E. C., <http://www.ecf.utoronto.ca/~bentz/thesis.htm>. Response-2000, 2015. Acesso em 02 abr. 2021.

BENTZ, E. C., *Sectional Analysis of Reinforced Concrete*. Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Toronto, 2000.

BENTZ, E. C., VECCHIO, F. J., COLLINS, M. P., *Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements*. American Concrete Institute, Structural Journal, Vol 103, N° 4, 2006.

BENTZ, E. C., FOSTER, S. J., *Authors' Closure on the Discussion of the Article: "On shear in members without stirrups and the application of energy-based methods in light of 30 years of test observations" (discussion by Dönmez et al.)*. Fédération Internationale du Béton (*fib*), Structural Concrete. 2020;21:1695–1696. <https://doi.org/10.1002/suco.202000010>.

BUCHAIM, R., *Concreto Armado e Protendido: Resistência à Força Cortante*. Ed. UEL, Londrina, 1998.

COLLINS, M. P., BENTZ, E. C., QUACH, P. T., PROESTOS, G. T., *Predicting the Shear Strength of Thick Slabs*. Fédération Internationale du Béton (*fib*), *fib Bulletin*, Vol 85, N° 3, 2018.

DIAZ, B. E., *Dimensionamento a Esforço Cortante*. Revista Estrutura, ed. 92: 36 – 54, Rio de Janeiro, Setembro, 1980.

DÖNMEZ, A., CARLONI, C., CUSATIS, G., BAŽANT, Z. P., *Discussion of the Article “From Experimental Evidence to Mechanical Modeling and Design Expressions: The Critical Shear Crack Theory for Shear Design”*. Fédération Internationale du Béton (fib), Structural Concrete. 2020a;21:1688-1689. <https://doi.org/10.1002/suco.202000009>

DÖNMEZ, A., CARLONI, C., CUSATIS, G., BAŽANT, Z. P., *Discussion of the Article “On Shear in Members Without Stirrups and the Application of Energy-Based Methods in Light of 30 Years of Test Observations”*. Fédération Internationale du Béton (fib), Structural Concrete. 2020b;21:1693-1694. <https://doi.org/10.1002/suco.202000010>

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE, *fib Model Code for Concrete Structures 2010*, Wilhelm Ernst & Sohn, 2013.

KAUFMANN, W., MATA-FALCÓN, J., BECK, A., *Future Directions for Research on Shear in Structural Concrete*. Fédération Internationale du Béton (fib), fib Bulletin, Vol 85, N° 20, 2018.

KOTSOVOU, G., *Assessment of Reinforced Concrete Shear Design Methods and Proposed Improvements*. American Concrete Institute, Structural Journal, Vol 116, N° 2, 2019.

LEONHARDT, F., MÖNNIG, E., *Construções de Concreto, Volume 1: Princípios Básicos do Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado*. Ed. Livraria Interciência Ltda., Rio de Janeiro, 1977.

LUO, W., LE, J.-L., RASOOLINEJAD, M., BAŽANT, Z., P., *Coefficient of Variation of Shear Strength of RC Beams and Size Effect*. Journal Of Engineering Mechanics, [S.L.], v. 147, n. 2, p. 1-10, 2021. American Society of Civil Engineers (ASCE). [http://dx.doi.org/10.1061/\(asce\)em.1943-7889.0001879](http://dx.doi.org/10.1061/(asce)em.1943-7889.0001879).

MASON, J., *Concreto Armado e Protendido: Princípios e Aplicações*. Ed. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1976.

MÖRSCH, E., *Concrete Steel Construction*. McGraw-Hill, New York, 1909.

- MUTTONI, A., RUIZ, M. F., *Authors' Closure on the Discussion of the Article: "From Experimental Evidence to Mechanical Modeling and Design Expressions: The Critical Shear Crack Theory for Shear Design" (discussion by Dönmez et al.)*. Fédération Internationale du Béton (fib), Structural Concrete. 2020;21:1690–1692. <https://doi.org/10.1002/suco.202000212>
- NOGUEIRA, C. G., CODA H. B., VENTURINI, W. S., *Mecanismos de Resistência ao Cisalhamento em Estruturas de Concreto Armado: Uma Abordagem Via Método dos Elementos Finitos Unidimensionais*. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, v. 4, n. 1, 2011.
- RITTER, W., *Die Bauweise Hennebique (Construction Techniques of Hennebique)*. Schweizerische Bauzeitung, Zürich, 1899.
- SANTOS, S. H. C., *Detalhamento de Estruturas de Concreto Armado*. Apostila, Escola Politécnica da UFRJ, Rio de Janeiro, 2017.
- SCHULZ, M., *Análise de Peças Lineares de Concreto Armado Baseada na Mecânica das Estruturas*. Tese de Mestrado, COPPE UFRJ, Rio de Janeiro, 1981.
- SÜSSEKIND, J. C., *Curso de Concreto: Volume 1, Concreto Armado*. Ed. Globo, Porto Alegre, 1980.
- VECCHIO, F. J., COLLINS, M.P., *The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear*. American Concrete Institute, Structural Journal, N° 83, 1986.
- VECCHIO, F. J., *Analysis of Shear-Critical Reinforced Concrete Beams*. American Concrete Institute, Structural Journal, N° 97, 2000.
- VECCHIO, F. J. *VecTor2*, <http://www.vectoranalysisgroup.com/vector2.html>. VecTor2, 2019. Acesso em 02 abr. 2021.
- WALRAVEN, J. C., *Fundamental Analysis of Aggregate Interlock*. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 107 No. ST11, Nov. 1981.
- WIGHT, J. K., MACGREGOR, J. G., *Reinforced Concrete: Mechanics and Design*. Ed. Pearson Education, Inc., 6th ed., New Jersey, 2012.

YOUSEFPOUR, H., BAYRAK, O., *Shear Design of Beams Without Stirrups: Survey of Participants in the fib Workshop on Beam Shear*. Fédération Internationale du Béton (*fib*), fib Bulletin, Vol 85, N° 0, 2018.

8. ANEXOS

8.1. Casos gerados a partir de $k_x=0,05$

8.1.1. Resultados para θ_1

Tabela 8-1 – Solicitações calculadas a partir de θ_1

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_c (kN)	V_{sw} (kN)
1	87,47	0,00	0,00	161,59	0,00
2	78,72	25,50	25,50	161,59	0,00
3	69,97	51,00	51,00	161,59	0,00
4	61,23	76,50	76,50	161,59	0,00
5	52,48	102,00	102,00	161,59	0,00
6	43,73	127,50	127,50	161,59	0,00
7	34,99	153,00	153,00	161,59	0,00
8	26,24	178,50	178,50	161,59	16,91
9	17,49	204,00	204,00	161,59	42,41
10	8,75	229,50	229,50	161,59	67,91

Tabela 8-2 – Armaduras transversais calculadas para θ_1

Casos	A_{sw}/s (cm ² /m)	$A_{sw}/s^{mín}$ (cm ² /m)	A_{sw}/s^{adot} (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	0,00	3,08	3,08	2,00	31
5	0,00	3,08	3,08	2,00	31
6	0,00	3,08	3,08	2,00	31
7	0,00	3,08	3,08	2,00	31
8	0,62	3,08	3,08	2,00	31
9	1,55	3,08	3,08	2,00	31
10	2,48	3,08	3,08	2,00	31

Tabela 8-3 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	87,47	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	78,72	25,50	44,93	1,76	45,75	1,79	164,46	6,45
3	69,97	51,00	70,81	1,39	70,69	1,39	179,72	3,52
4	61,23	76,50	88,20	1,15	88,32	1,15	205,92	2,69
5	52,48	102,00	100,34	0,98	100,30	0,98	221,11	2,17
6	43,73	127,50	110,98	0,87	111,21	0,87	207,77	1,63
7	34,99	153,00	120,44	0,79	193,60	1,27	196,05	1,28
8	26,24	178,50	129,91	0,73	196,56	1,10	199,68	1,12
9	17,49	204,00	200,32	0,98	200,42	0,98	202,21	0,99
10	8,75	229,50	199,43	0,87	199,14	0,87	215,65	0,94

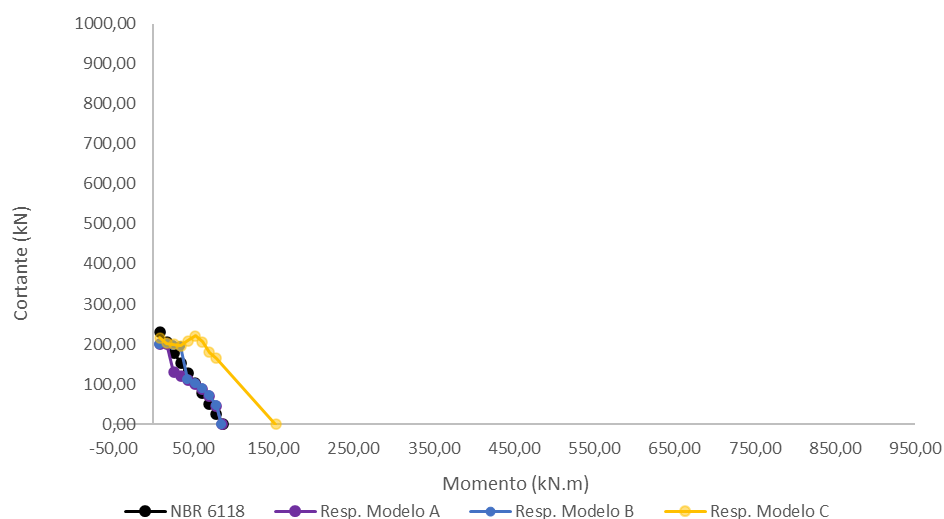


Figura 8-1 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,05$

8.1.2. Resultados para θ_2

Tabela 8-4 – Solicitações calculadas a partir de θ_2

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	87,47	0,00	0,00	161,59	0,00
2	78,72	14,72	14,72	161,59	0,00
3	69,97	29,44	29,44	161,59	0,00
4	61,23	44,17	44,17	161,59	0,00
5	52,48	58,89	58,89	161,59	0,00
6	43,73	73,61	73,61	161,59	0,00
7	34,99	88,33	88,33	161,59	0,00
8	26,24	103,06	103,06	161,59	0,00
9	17,49	117,78	117,78	161,59	0,00
10	8,75	132,50	132,50	161,59	0,00

Tabela 8-5 – Armaduras transversais calculadas para θ_2

Casos	A_{sw}/s (cm ² /m)	$A_{sw}/s^{mín}$ (cm ² /m)	A_{sw}/s^{adot} (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	0,00	3,08	3,08	2,00	31
5	0,00	3,08	3,08	2,00	31
6	0,00	3,08	3,08	2,00	31
7	0,00	3,08	3,08	2,00	31
8	0,00	3,08	3,08	2,00	31
9	0,00	3,08	3,08	2,00	31
10	0,00	3,08	3,08	2,00	31

Tabela 8-6 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	87,47	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	78,72	14,72	44,93	3,05	45,75	3,11	164,46	11,17
3	69,97	29,44	70,81	2,40	70,69	2,40	179,72	6,10
4	61,23	44,17	88,20	2,00	88,32	2,00	205,92	4,66
5	52,48	58,89	100,34	1,70	100,30	1,70	221,11	3,75
6	43,73	73,61	110,98	1,51	111,21	1,51	207,77	2,82
7	34,99	88,33	120,44	1,36	193,60	2,19	196,05	2,22
8	26,24	103,06	129,91	1,26	196,56	1,91	199,68	1,94
9	17,49	117,78	200,32	1,70	200,42	1,70	202,21	1,72
10	8,75	132,50	199,43	1,51	199,14	1,50	215,65	1,63

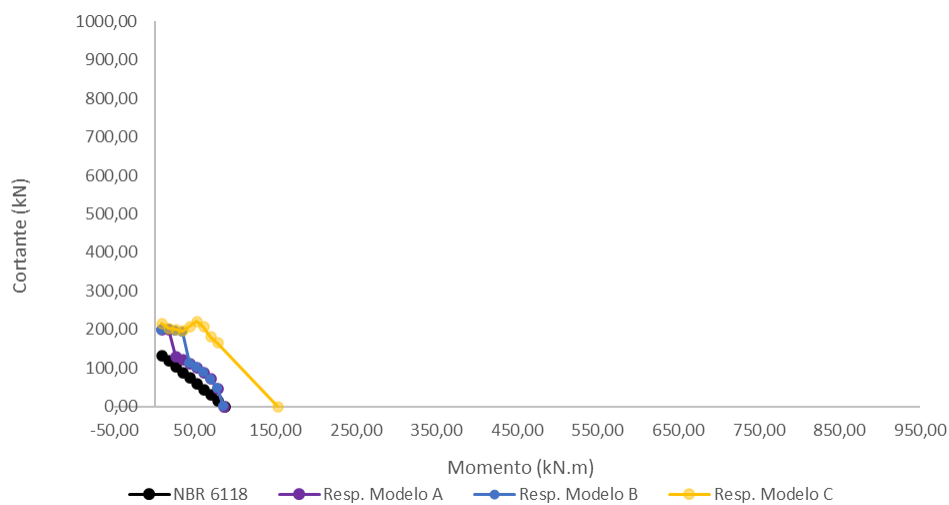


Figura 8-2 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,05$

8.1.3. Resultados para θ_3

Tabela 8-7 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com *fib Model Code*

Caso	Fator	M _{sd} (kN.m)	θ (°)	V _{sd} (kN)	N _{ed} (kN)	ϵ_x	θ_{\min} (°)
1	1,0	87,47	30,35	0,00	0,00	0,00104	30,35
2	0,9	78,72	30,54	15,04	0,00	0,00105	30,54
3	0,8	69,97	30,74	30,34	0,00	0,00107	30,74
4	0,7	61,23	30,97	45,92	0,00	0,00110	30,97
5	0,6	52,48	31,23	61,85	0,00	0,00112	31,23
6	0,5	43,73	31,53	78,21	0,00	0,00115	31,53
7	0,4	34,99	31,86	95,09	0,00	0,00119	31,86
8	0,3	26,24	32,25	112,63	0,00	0,00122	32,25
9	0,2	17,49	32,71	131,00	0,00	0,00127	32,71
10	0,1	8,75	33,26	150,50	0,00	0,00133	33,25

Tabela 8-8 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3

Casos	M _{sd} (kN.m)	V _{sd} (kN)	θ (°)	V _{rd2} (kN)	V _{sd} ^{final} (kN)	V _{c1} (kN)	V _{sw} (kN)
1	87,47	0,00	30,35	794,70	0,00	161,59	0,00
2	78,72	15,04	30,54	797,59	15,04	161,59	0,00
3	69,97	30,34	30,74	800,74	30,34	161,59	0,00
4	61,23	45,92	30,97	804,21	45,92	161,59	0,00
5	52,48	61,85	31,23	808,04	61,85	161,59	0,00
6	43,73	78,21	31,53	812,31	78,21	161,59	0,00
7	34,99	95,09	31,86	817,09	95,09	161,59	0,00
8	26,24	112,63	32,25	822,48	112,63	161,59	0,00
9	17,49	131,00	32,71	828,64	131,00	161,59	0,00
10	8,75	150,50	33,26	835,74	150,50	161,59	0,00

Tabela 8-9 – Armaduras transversais calculadas para θ_3

Casos	A _{sw/s} (cm ² /m)	A _{sw/s} ^{mín} (cm ² /m)	A _{sw/s} ^{adot} (cm ² /m)	n _{pernas}	A _ø (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	0,00	3,08	3,08	2,00	31
5	0,00	3,08	3,08	2,00	31
6	0,00	3,08	3,08	2,00	31
7	0,00	3,08	3,08	2,00	31
8	0,00	3,08	3,08	2,00	31
9	0,00	3,08	3,08	2,00	31
10	0,00	3,08	3,08	2,00	31

Tabela 8-10 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	87,47	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	78,72	15,04	44,93	2,99	45,75	3,04	164,46	10,93
3	69,97	30,34	70,81	2,33	70,69	2,33	179,72	5,92
4	61,23	45,92	88,20	1,92	88,32	1,92	205,92	4,48
5	52,48	61,85	100,34	1,62	100,30	1,62	221,11	3,57
6	43,73	78,21	110,98	1,42	111,21	1,42	207,77	2,66
7	34,99	95,09	120,44	1,27	193,60	2,04	196,05	2,06
8	26,24	112,63	129,91	1,15	196,56	1,75	199,68	1,77
9	17,49	131,00	200,32	1,53	200,42	1,53	202,21	1,54
10	8,75	150,50	199,43	1,33	199,14	1,32	215,65	1,43

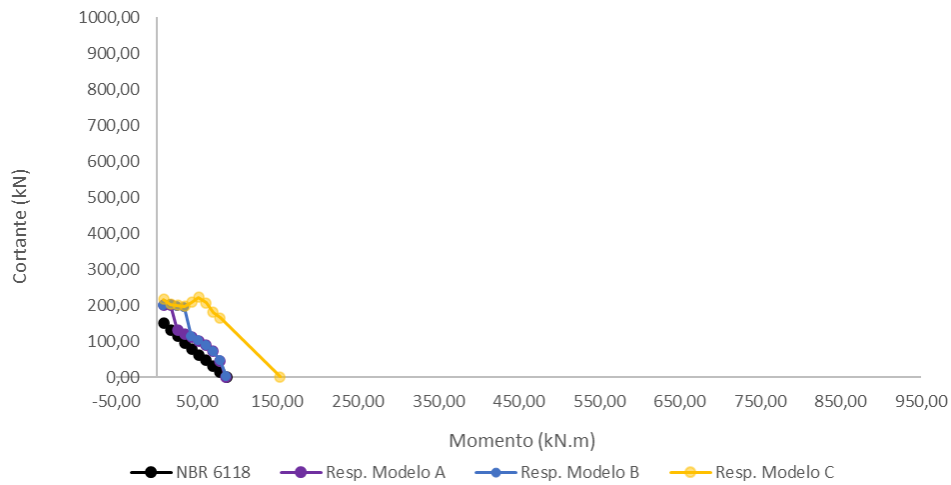


Figura 8-3 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,05$

8.2. Casos gerados a partir de $k_x=0,10$

8.2.1. Resultados para θ_1

Tabela 8-11 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_c (kN)	V_{sw} (kN)
1	171,36	0,00	0,00	161,59	0,00
2	154,22	51,00	51,00	161,59	0,00
3	137,09	102,00	102,00	161,59	0,00
4	119,95	153,00	153,00	161,59	0,00
5	102,82	204,00	204,00	161,59	42,41
6	85,68	255,00	255,00	161,59	93,41
7	68,54	306,00	306,00	161,59	144,41
8	51,41	357,00	357,00	161,59	195,41
9	34,27	408,00	408,00	161,59	246,41
10	17,14	459,00	459,00	161,59	297,41

Tabela 8-12 – Armaduras transversais calculadas para θ_1

Casos	$A_{sw/s}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{min}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{adot}$ (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	0,00	3,08	3,08	2,00	31
5	1,55	3,08	3,08	2,00	31
6	3,41	3,08	3,41	2,00	34
7	5,27	3,08	5,27	2,00	53
8	7,13	3,08	7,13	2,00	71
9	9,00	3,08	9,00	2,00	90
10	10,86	3,08	10,86	2,00	109

Tabela 8-13 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	171,36	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	154,22	51,00	88,87	1,74	86,43	1,69	154,81	3,04
3	137,09	102,00	104,09	1,02	102,25	1,00	192,28	1,89
4	119,95	153,00	119,31	0,78	118,07	0,77	200,64	1,31
5	102,82	204,00	138,28	0,68	137,74	0,68	206,73	1,01
6	85,68	255,00	164,72	0,65	164,32	0,64	223,60	0,88
7	68,54	306,00	212,38	0,69	216,87	0,71	286,89	0,94
8	51,41	357,00	187,82	0,53	235,97	0,66	286,18	0,80
9	34,27	408,00	192,04	0,47	258,34	0,63	344,01	0,84
10	17,14	459,00	200,05	0,44	205,89	0,45	397,46	0,87

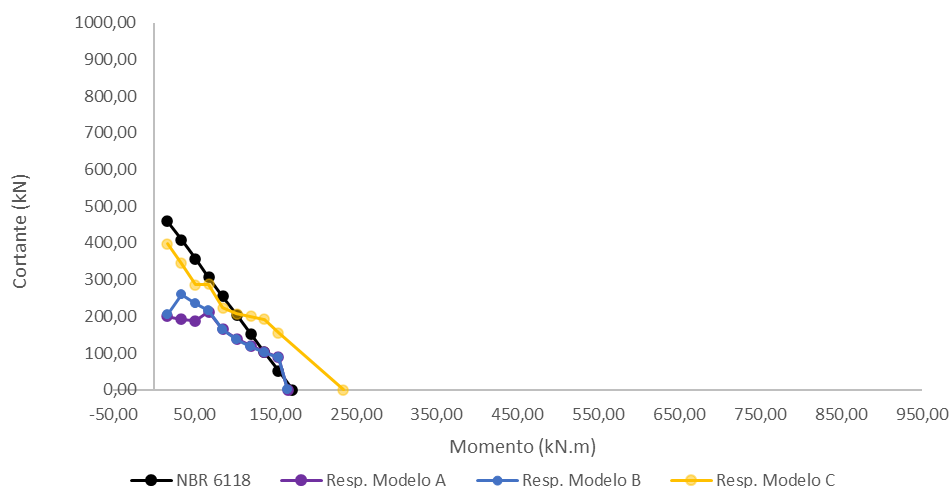


Figura 8-4 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,10$

8.2.2. Resultados para θ_2

Tabela 8-14 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	171,36	0,00	0,00	161,59	0,00
2	154,22	29,44	29,44	161,59	0,00
3	137,09	58,89	58,89	161,59	0,00
4	119,95	88,33	88,33	161,59	0,00
5	102,82	117,78	117,78	161,59	0,00
6	85,68	147,22	147,22	161,59	0,00
7	68,54	176,67	176,67	157,71	18,96
8	51,41	206,11	206,11	150,13	55,99
9	34,27	235,56	235,56	142,55	93,01
10	17,14	265,00	265,00	134,97	130,04

Tabela 8-15 – Armaduras transversais calculadas para θ_2

Casos	$A_{sw/s}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{min}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{adot}$ (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	0,00	3,08	3,08	2,00	31
5	0,00	3,08	3,08	2,00	31
6	0,00	3,08	3,08	2,00	31
7	0,40	3,08	3,08	2,00	31
8	1,18	3,08	3,08	2,00	31
9	1,96	3,08	3,08	2,00	31
10	2,74	3,08	3,08	2,00	31

Tabela 8-16 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	171,36	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	154,22	29,44	88,87	3,02	86,43	2,94	154,81	5,26
3	137,09	58,89	104,09	1,77	102,25	1,74	192,28	3,27
4	119,95	88,33	119,31	1,35	118,07	1,34	200,64	2,27
5	102,82	117,78	138,28	1,17	137,74	1,17	206,73	1,76
6	85,68	147,22	158,00	1,07	157,65	1,07	212,20	1,44
7	68,54	176,67	174,78	0,99	175,72	0,99	217,64	1,23
8	51,41	206,11	176,49	0,86	174,84	0,85	222,49	1,08
9	34,27	235,56	162,46	0,69	165,26	0,70	217,55	0,92
10	17,14	265,00	165,43	0,62	200,10	0,76	214,27	0,81

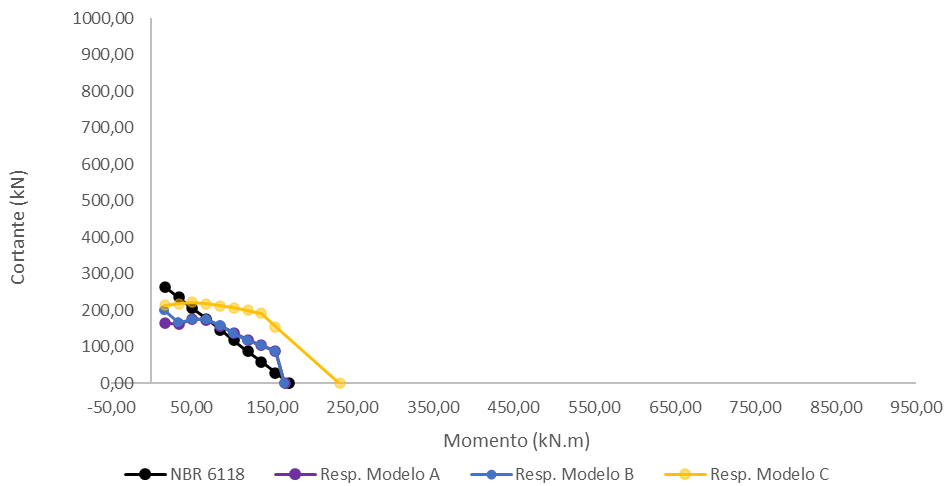


Figura 8-5 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,10$

8.2.3. Resultados para θ_3

Tabela 8-17 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com *fib Model*

Code

Caso	Fator	M_{sd} (kN.m)	θ (°)	V_{sd} (kN)	N_{ed} (kN)	ϵ_x	θ_{min} (°)
1	1,0	171,36	30,35	0,00	0,00	0,00104	30,35
2	0,9	154,22	30,54	30,09	0,00	0,00105	30,54
3	0,8	137,09	30,74	60,67	0,00	0,00107	30,74
4	0,7	119,95	30,97	91,84	0,00	0,00110	30,97
5	0,6	102,82	31,23	123,71	0,00	0,00112	31,23
6	0,5	85,68	31,53	156,42	0,00	0,00115	31,53
7	0,4	68,54	31,86	190,18	0,00	0,00119	31,86
8	0,3	51,41	32,25	225,25	0,00	0,00122	32,25
9	0,2	34,27	32,71	262,00	0,00	0,00127	32,71
10	0,1	17,14	33,26	300,99	0,00	0,00133	33,25

Tabela 8-18 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	θ (°)	V_{rd2} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	171,36	0,00	30,35	794,70	0,00	161,59	0,00
2	154,22	30,09	30,54	797,59	30,09	161,59	0,00
3	137,09	60,67	30,74	800,74	60,67	161,59	0,00
4	119,95	91,84	30,97	804,21	91,84	161,59	0,00
5	102,82	123,71	31,23	808,04	123,71	161,59	0,00
6	85,68	156,42	31,53	812,31	156,42	161,59	0,00
7	68,54	190,18	31,86	817,09	190,18	154,54	35,64
8	51,41	225,25	32,25	822,48	225,25	146,03	79,22
9	34,27	262,00	32,71	828,64	262,00	137,27	124,74
10	17,14	300,99	33,26	835,74	300,99	128,18	172,82

Tabela 8-19 – Armaduras transversais calculadas para θ_3

Casos	$A_{sw/s}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{min}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{adot}$ (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	0,00	3,08	3,08	2,00	31
5	0,00	3,08	3,08	2,00	31
6	0,00	3,08	3,08	2,00	31
7	0,81	3,08	3,08	2,00	31
8	1,82	3,08	3,08	2,00	31
9	2,92	3,08	3,08	2,00	31
10	4,14	3,08	4,14	2,00	41

Tabela 8-20 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	171,36	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	154,22	30,09	88,87	2,95	86,43	2,87	154,81	5,15
3	137,09	60,67	104,09	1,72	102,25	1,69	192,28	3,17
4	119,95	91,84	119,31	1,30	118,07	1,29	200,64	2,18
5	102,82	123,71	138,28	1,12	137,74	1,11	206,73	1,67
6	85,68	156,42	158,00	1,01	157,65	1,01	212,20	1,36
7	68,54	190,18	174,78	0,92	175,72	0,92	217,64	1,14
8	51,41	225,25	176,49	0,78	174,84	0,78	222,49	0,99
9	34,27	262,00	162,46	0,62	165,26	0,63	217,55	0,83
10	17,14	300,99	200,66	0,67	200,68	0,67	210,90	0,70

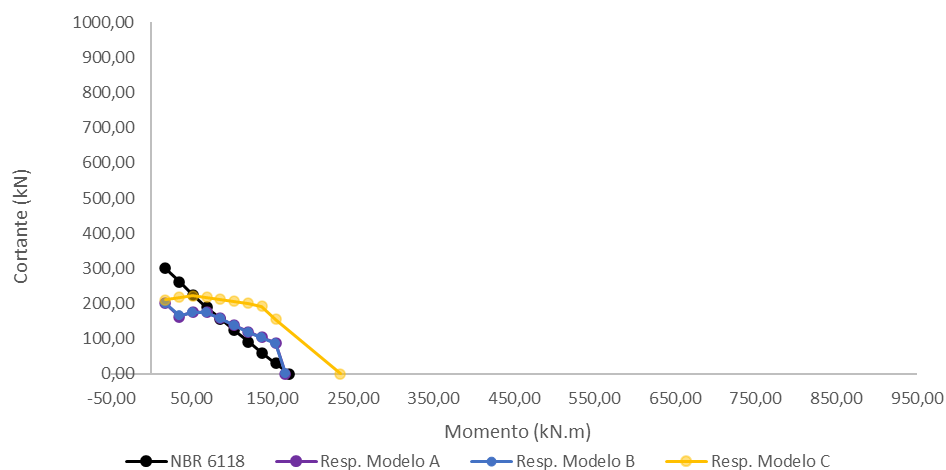


Figura 8-6 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,10$

8.3. Casos gerados a partir de $k_x=0,15$

8.3.1. Resultados para θ_1

Tabela 8-21 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_c (kN)	V_{sw} (kN)
1	251,69	0,00	0,00	161,59	0,00
2	226,52	76,50	76,50	161,59	0,00
3	201,35	153,00	153,00	161,59	0,00
4	176,18	229,50	229,50	161,59	67,91
5	151,01	306,00	306,00	161,59	144,41
6	125,84	382,50	382,50	161,59	220,91
7	100,67	459,00	459,00	161,59	297,41
8	75,51	535,50	535,50	161,59	373,91
9	50,34	612,00	612,00	161,59	450,41
10	25,17	688,50	688,50	161,59	526,91

Tabela 8-22 – Armaduras transversais calculadas para θ_1

Casos	$A_{sw/s}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{min}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{adot}$ (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	2,48	3,08	3,08	2,00	31
5	5,27	3,08	5,27	2,00	53
6	8,06	3,08	8,06	2,00	81
7	10,86	3,08	10,86	2,00	109
8	13,65	3,08	13,65	2,00	137
9	16,44	3,08	16,44	2,00	164
10	19,24	3,08	19,24	2,00	192

Tabela 8-23 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	251,69	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	226,52	76,50	97,45	1,27	96,57	1,26	156,11	2,04
3	201,35	153,00	118,76	0,78	118,45	0,77	183,71	1,20
4	176,18	229,50	141,57	0,62	141,48	0,62	198,87	0,87
5	151,01	306,00	217,07	0,71	217,38	0,71	289,21	0,95
6	125,84	382,50	305,41	0,80	306,88	0,80	386,11	1,01
7	100,67	459,00	308,37	0,67	377,50	0,82	423,90	0,92
8	75,51	535,50	284,67	0,53	386,54	0,72	461,55	0,86
9	50,34	612,00	235,89	0,39	339,81	0,56	505,08	0,83
10	25,17	688,50	214,97	0,31	252,82	0,37	504,60	0,73

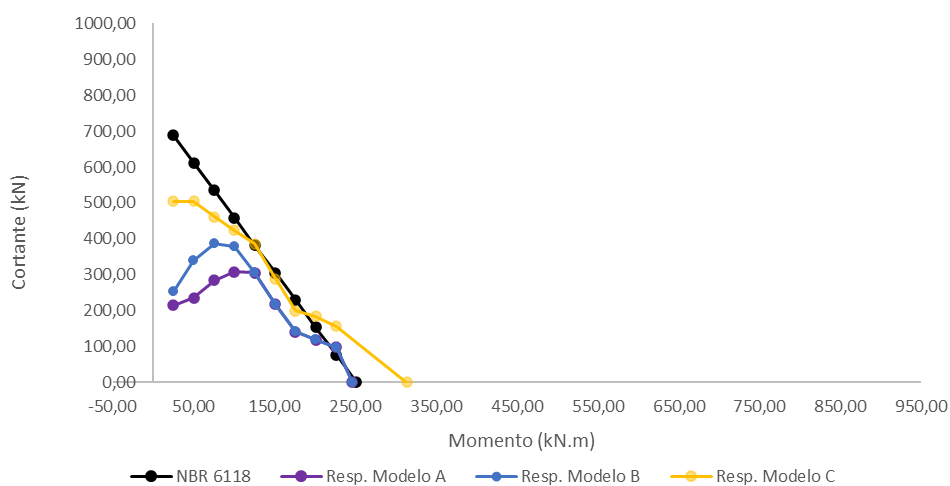


Figura 8-7 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,15$

8.3.2. Resultados para θ_2

Tabela 8-24 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	251,69	0,00	0,00	161,59	0,00
2	226,52	44,17	44,17	161,59	0,00
3	201,35	88,33	88,33	161,59	0,00
4	176,18	132,50	132,50	161,59	0,00
5	151,01	176,67	176,67	157,71	18,96
6	125,84	220,84	220,84	146,34	74,50
7	100,67	265,00	265,00	134,97	130,04
8	75,51	309,17	309,17	123,59	185,58
9	50,34	353,34	353,34	112,22	241,12
10	25,17	397,51	397,51	100,85	296,66

Tabela 8-25 – Armaduras transversais calculadas para θ_2

Casos	A_{sw}/s (cm ² /m)	$A_{sw}/s^{mín}$ (cm ² /m)	A_{sw}/s^{adot} (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	0,00	3,08	3,08	2,00	31
5	0,40	3,08	3,08	2,00	31
6	1,57	3,08	3,08	2,00	31
7	2,74	3,08	3,08	2,00	31
8	3,91	3,08	3,91	2,00	39
9	5,08	3,08	5,08	2,00	51
10	6,25	3,08	6,25	2,00	63

Tabela 8-26 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	251,69	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	226,52	44,17	97,45	2,21	96,57	2,19	156,11	3,53
3	201,35	88,33	118,76	1,34	118,45	1,34	183,71	2,08
4	176,18	132,50	141,57	1,07	141,48	1,07	198,87	1,50
5	151,01	176,67	168,95	0,96	168,56	0,95	205,65	1,16
6	125,84	220,84	190,51	0,86	190,15	0,86	212,45	0,96
7	100,67	265,00	218,90	0,83	202,46	0,76	217,06	0,82
8	75,51	309,17	223,21	0,72	229,61	0,74	248,97	0,81
9	50,34	353,34	194,38	0,55	216,43	0,61	229,07	0,65
10	25,17	397,51	192,31	0,48	217,58	0,55	274,31	0,69

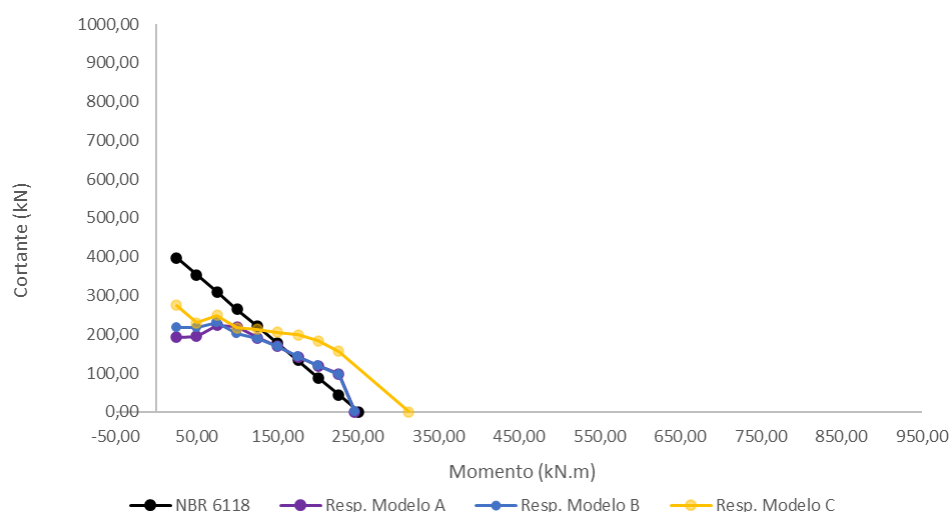


Figura 8-8 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,15$

8.3.3. Resultados para θ_3

Tabela 8-27 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com *fib Model*

Code

Caso	Fator	M _{sd} (kN.m)	θ (°)	V _{sd} (kN)	N _{ed} (kN)	ϵ_x	θ_{\min} (°)
1	1,0	251,69	30,35	0,00	0,00	0,00104	30,35
2	0,9	226,52	30,54	45,13	0,00	0,00105	30,54
3	0,8	201,35	30,74	91,01	0,00	0,00107	30,74
4	0,7	176,18	30,97	137,76	0,00	0,00110	30,97
5	0,6	151,01	31,23	185,56	0,00	0,00112	31,23
6	0,5	125,84	31,53	234,64	0,00	0,00115	31,53
7	0,4	100,67	31,86	285,28	0,00	0,00119	31,86
8	0,3	75,51	32,25	337,88	0,00	0,00122	32,25
9	0,2	50,34	32,71	393,01	0,00	0,00127	32,71
10	0,1	25,17	33,26	451,49	0,00	0,00133	33,25

Tabela 8-28 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3

Casos	M _{sd} (kN.m)	V _{sd} (kN)	θ (°)	V _{rd2} (kN)	V _{sd} ^{final} (kN)	V _{c1} (kN)	V _{sw} (kN)
1	251,69	0,00	30,35	794,70	0,00	161,59	0,00
2	226,52	45,13	30,54	797,59	45,13	161,59	0,00
3	201,35	91,01	30,74	800,74	91,01	161,59	0,00
4	176,18	137,76	30,97	804,21	137,76	161,59	0,00
5	151,01	185,56	31,23	808,04	185,56	155,60	29,96
6	125,84	234,64	31,53	812,31	234,64	143,45	91,18
7	100,67	285,28	31,86	817,09	285,28	131,10	154,17
8	75,51	337,88	32,25	822,48	337,88	118,49	219,39
9	50,34	393,01	32,71	828,64	393,01	105,53	287,47
10	25,17	451,49	33,26	835,74	451,49	92,10	359,39

Tabela 8-29 – Armaduras transversais calculadas para θ_3

Casos	A _{sw/s} (cm ² /m)	A _{sw/s} ^{mín} (cm ² /m)	A _{sw/s} ^{adot} (cm ² /m)	η_{pernas}	A _{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	0,00	3,08	3,08	2,00	31
5	0,66	3,08	3,08	2,00	31
6	2,04	3,08	3,08	2,00	31
7	3,50	3,08	3,50	2,00	35
8	5,05	3,08	5,05	2,00	51
9	6,74	3,08	6,74	2,00	67
10	8,60	3,08	8,60	2,00	86

Tabela 8-30 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	251,69	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	226,52	45,13	97,45	2,16	96,57	2,14	156,11	3,46
3	201,35	91,01	118,76	1,30	118,45	1,30	183,71	2,02
4	176,18	137,76	141,57	1,03	141,48	1,03	198,87	1,44
5	151,01	185,56	168,95	0,91	168,56	0,91	205,65	1,11
6	125,84	234,64	190,51	0,81	190,15	0,81	212,45	0,91
7	100,67	285,28	218,90	0,77	202,46	0,71	217,06	0,76
8	75,51	337,88	235,87	0,70	243,04	0,72	277,80	0,82
9	50,34	393,01	198,68	0,51	245,61	0,62	284,40	0,72
10	25,17	451,49	197,82	0,44	229,75	0,51	341,16	0,76

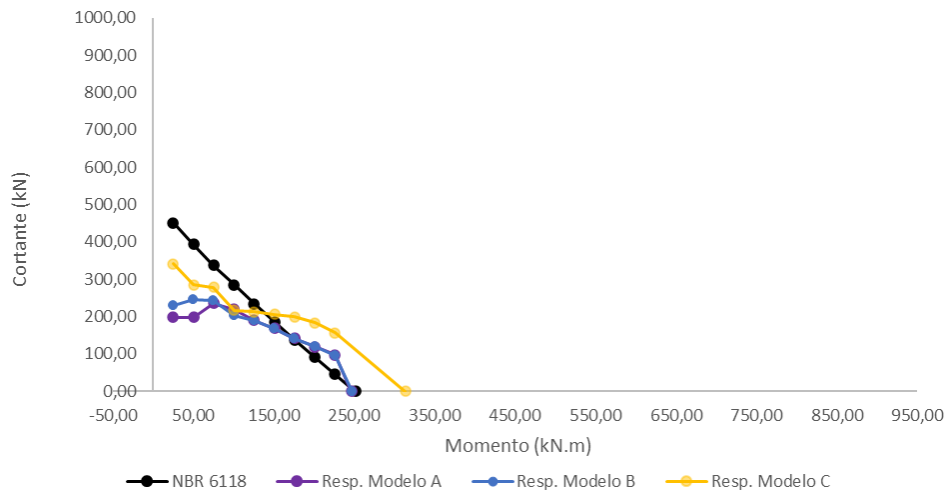


Figura 8-9 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,15$

8.4. Casos gerados a partir de $k_x=0,20$

8.4.1. Resultados para θ_1

Tabela 8-31 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_c (kN)	V_{sw} (kN)
1	328,44	0,00	0,00	161,59	0,00
2	295,60	102,00	102,00	161,59	0,00
3	262,75	204,00	204,00	161,59	42,41
4	229,91	306,00	306,00	161,59	144,41
5	197,06	408,00	408,00	161,59	246,41
6	164,22	510,00	510,00	161,59	348,41
7	131,38	612,00	612,00	161,59	450,41
8	98,53	714,00	714,00	161,59	552,41
9	65,69	816,00	816,00	161,59	654,41
10	32,84	918,00	911,25	161,59	749,66

Tabela 8-32 – Armaduras transversais calculadas para θ_1

Casos	$A_{sw/s}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{min}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{adot}$ (cm ² /m)	n_{pernas}	A_ϕ (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	1,55	3,08	3,08	2,00	31
4	5,27	3,08	5,27	2,00	53
5	9,00	3,08	9,00	2,00	90
6	12,72	3,08	12,72	2,00	127
7	16,44	3,08	16,44	2,00	164
8	20,17	3,08	20,17	2,00	202
9	23,89	3,08	23,89	2,00	239
10	27,37	3,08	27,37	2,00	274

Tabela 8-33 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	328,44	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	295,60	102,00	72,99	0,72	70,63	0,69	155,99	1,53
3	262,75	204,00	122,37	0,60	122,93	0,60	188,94	0,93
4	229,91	306,00	211,41	0,69	212,34	0,69	285,68	0,93
5	197,06	408,00	333,54	0,82	335,34	0,82	431,23	1,06
6	164,22	510,00	416,77	0,82	429,30	0,84	487,81	0,96
7	131,38	612,00	395,96	0,65	490,17	0,80	531,77	0,87
8	98,53	714,00	343,45	0,48	507,83	0,71	581,08	0,81
9	65,69	816,00	287,04	0,35	406,89	0,50	619,53	0,76
10	32,84	911,25	239,71	0,26	292,46	0,32	546,13	0,60

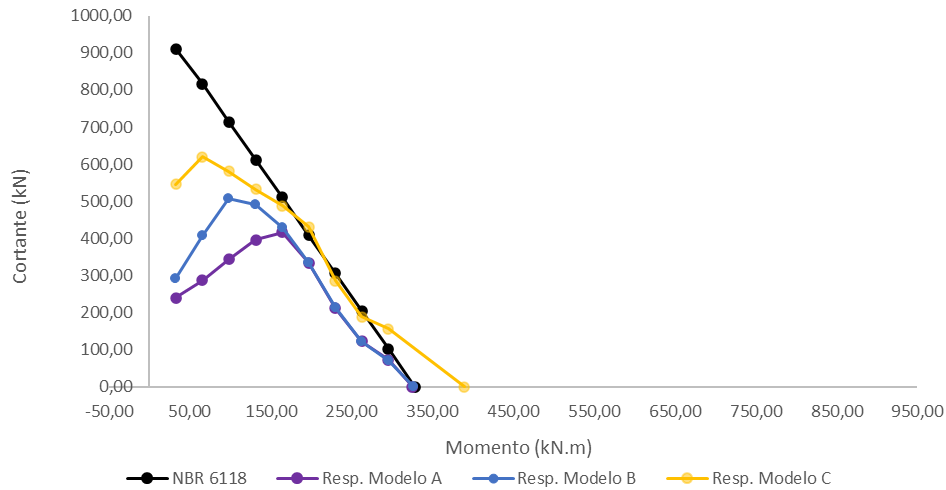


Figura 8-10 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,20$

8.4.2. Resultados para θ_2

Tabela 8-34 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	328,44	0,00	0,00	161,59	0,00
2	295,60	58,89	58,89	161,59	0,00
3	262,75	117,78	117,78	161,59	0,00
4	229,91	176,67	176,67	157,71	18,96
5	197,06	235,56	235,56	142,55	93,01
6	164,22	294,45	294,45	127,38	167,06
7	131,38	353,34	353,34	112,22	241,12
8	98,53	412,23	412,23	97,06	315,17
9	65,69	471,12	471,12	81,89	389,22
10	32,84	530,01	530,01	66,73	463,28

Tabela 8-35 – Armaduras transversais calculadas para θ_2

Casos	A_{sw}/s (cm ² /m)	$A_{sw}/s^{mín}$ (cm ² /m)	A_{sw}/s^{adot} (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	0,40	3,08	3,08	2,00	31
5	1,96	3,08	3,08	2,00	31
6	3,52	3,08	3,52	2,00	35
7	5,08	3,08	5,08	2,00	51
8	6,64	3,08	6,64	2,00	66
9	8,20	3,08	8,20	2,00	82
10	9,76	3,08	9,76	2,00	98

Tabela 8-36 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	328,44	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	295,60	58,89	72,99	1,24	70,63	1,20	155,99	2,65
3	262,75	117,78	122,37	1,04	122,93	1,04	188,94	1,60
4	229,91	176,67	165,03	0,93	165,36	0,94	201,17	1,14
5	197,06	235,56	184,09	0,78	185,71	0,79	207,92	0,88
6	164,22	294,45	215,03	0,73	217,53	0,74	234,05	0,79
7	131,38	353,34	287,47	0,81	295,68	0,84	307,07	0,87
8	98,53	412,23	258,80	0,63	303,25	0,74	333,43	0,81
9	65,69	471,12	240,75	0,51	300,99	0,64	377,39	0,80
10	32,84	530,01	223,99	0,42	279,99	0,53	366,58	0,69

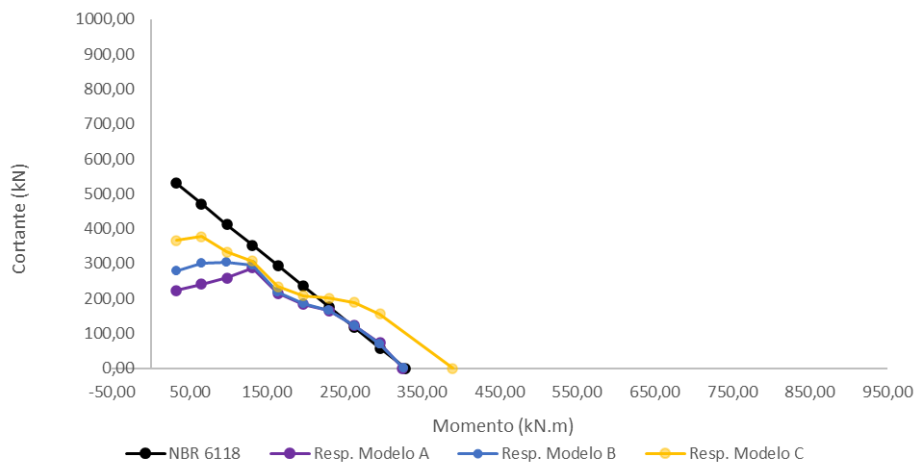


Figura 8-11 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,20$

8.4.3. Resultados para θ_3

Tabela 8-37 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com *fib Model*

Code

Caso	Fator	M_{sd} (kN.m)	θ (°)	V_{sd} (kN)	N_{ed} (kN)	ϵ_x	θ_{min} (°)
1	1,0	328,44	30,35	0,00	0,00	0,00104	30,35
2	0,9	295,60	30,54	60,17	0,00	0,00105	30,54
3	0,8	262,75	30,74	121,34	0,00	0,00107	30,74
4	0,7	229,91	30,97	183,68	0,00	0,00110	30,97
5	0,6	197,06	31,23	247,42	0,00	0,00112	31,23
6	0,5	164,22	31,53	312,85	0,00	0,00115	31,53
7	0,4	131,38	31,86	380,37	0,00	0,00119	31,86
8	0,3	98,53	32,25	450,50	0,00	0,00122	32,25
9	0,2	65,69	32,71	524,01	0,00	0,00127	32,71
10	0,1	32,84	33,26	601,99	0,00	0,00133	33,25

Tabela 8-38 – Solicitações calculadas a partir de θ_3

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	θ (°)	V_{rd2} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	328,44	0,00	30,35	794,70	0,00	161,59	0,00
2	295,60	60,17	30,54	797,59	60,17	161,59	0,00
3	262,75	121,34	30,74	800,74	121,34	161,59	0,00
4	229,91	183,68	30,97	804,21	183,68	156,04	27,64
5	197,06	247,42	31,23	808,04	247,42	140,14	107,28
6	164,22	312,85	31,53	812,31	312,85	124,03	188,82
7	131,38	380,37	31,86	817,09	380,37	107,66	272,71
8	98,53	450,50	32,25	822,48	450,50	90,95	359,55
9	65,69	524,01	32,71	828,64	524,01	73,80	450,21
10	32,84	601,99	33,26	835,74	601,99	56,03	545,96

Tabela 8-39 – Armaduras transversais calculadas para θ_3

Casos	$A_{sw/s}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{min}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{adot}$ (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	0,61	3,08	3,08	2,00	31
5	2,38	3,08	3,08	2,00	31
6	4,23	3,08	4,23	2,00	42
7	6,19	3,08	6,19	2,00	62
8	8,28	3,08	8,28	2,00	83
9	10,55	3,08	10,55	2,00	106
10	13,07	3,08	13,07	2,00	131

Tabela 8-40 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	328,44	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	295,60	60,17	72,99	1,21	70,63	1,17	155,99	2,59
3	262,75	121,34	122,37	1,01	122,93	1,01	188,94	1,56
4	229,91	183,68	165,03	0,90	165,36	0,90	201,17	1,10
5	197,06	247,42	184,09	0,74	185,71	0,75	207,92	0,84
6	164,22	312,85	285,04	0,91	247,66	0,79	266,07	0,85
7	131,38	380,37	310,11	0,82	297,80	0,78	335,48	0,88
8	98,53	450,50	275,71	0,61	341,99	0,76	378,40	0,84
9	65,69	524,01	242,03	0,46	333,78	0,64	417,93	0,80
10	32,84	601,99	215,66	0,36	248,68	0,41	415,38	0,69

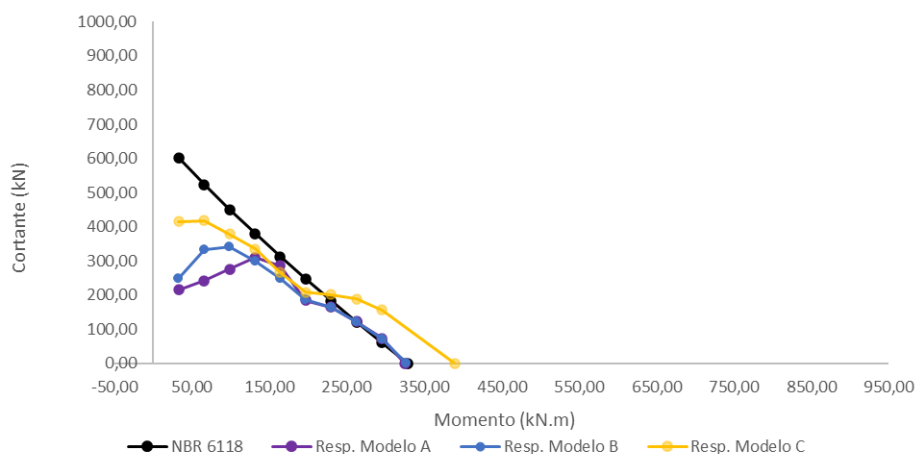


Figura 8-12 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,20$

8.5. Casos gerados a partir de $k_x=0,25$

8.5.1. Resultados para θ_1

Tabela 8-41 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_c (kN)	V_{sw} (kN)
1	401,63	0,00	0,00	161,59	0,00
2	361,46	127,50	127,50	161,59	0,00
3	321,30	255,00	255,00	161,59	93,41
4	281,14	382,50	382,50	161,59	220,91
5	240,98	510,00	510,00	161,59	348,41
6	200,81	637,50	637,50	161,59	475,91
7	160,65	765,00	765,00	161,59	603,41
8	120,49	892,50	892,50	161,59	730,91
9	80,33	1020,00	911,25	161,59	749,66
10	40,16	1147,50	911,25	161,59	749,66

Tabela 8-42 – Armaduras transversais calculadas para θ_1

Casos	$A_{sw/s}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{min}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{adot}$ (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	3,41	3,08	3,41	2,00	34
4	8,06	3,08	8,06	2,00	81
5	12,72	3,08	12,72	2,00	127
6	17,37	3,08	17,37	2,00	174
7	22,03	3,08	22,03	2,00	220
8	26,68	3,08	26,68	2,00	267
9	27,37	3,08	27,37	2,00	274
10	27,37	3,08	27,37	2,00	274

Tabela 8-43 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	401,63	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	361,46	127,50	100,34	0,79	84,84	0,67	160,58	1,26
3	321,30	255,00	149,42	0,59	150,65	0,59	208,68	0,82
4	281,14	382,50	292,95	0,77	297,03	0,78	378,83	0,99
5	240,98	510,00	440,25	0,86	452,44	0,89	535,55	1,05
6	200,81	637,50	525,90	0,82	552,90	0,87	615,43	0,97
7	160,65	765,00	484,65	0,63	607,16	0,79	639,34	0,84
8	120,49	892,50	414,54	0,46	602,97	0,68	675,43	0,76
9	80,33	911,25	330,84	0,36	459,62	0,50	648,16	0,71
10	40,16	911,25	258,41	0,28	314,55	0,35	539,60	0,59

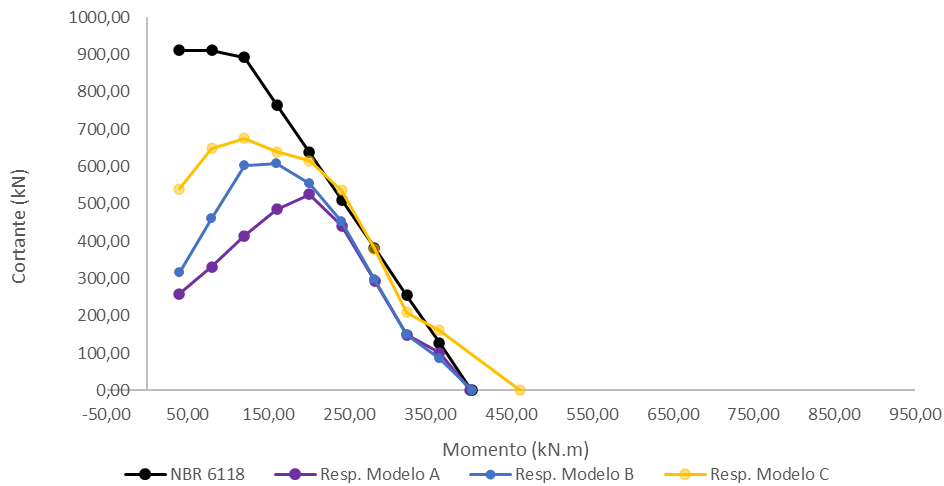


Figura 8-13 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,25$

8.5.2. Resultados para θ_2

Tabela 8-44 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	401,63	0,00	0,00	161,59	0,00
2	361,46	73,61	73,61	161,59	0,00
3	321,30	147,22	147,22	161,59	0,00
4	281,14	220,84	220,84	146,34	74,50
5	240,98	294,45	294,45	127,38	167,06
6	200,81	368,06	368,06	108,43	259,63
7	160,65	441,67	441,67	89,48	352,20
8	120,49	515,29	515,29	70,52	444,76
9	80,33	588,90	588,90	51,57	537,33
10	40,16	662,51	662,51	32,61	629,90

Tabela 8-45 – Armaduras transversais calculadas para θ_2

Casos	A_{sw}/s (cm ² /m)	$A_{sw}/s^{mín}$ (cm ² /m)	A_{sw}/s^{adot} (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	1,57	3,08	3,08	2,00	31
5	3,52	3,08	3,52	2,00	35
6	5,47	3,08	5,47	2,00	55
7	7,42	3,08	7,42	2,00	74
8	9,37	3,08	9,37	2,00	94
9	11,33	3,08	11,33	2,00	113
10	13,28	3,08	13,28	2,00	133

Tabela 8-46 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	401,63	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	361,46	73,61	100,34	1,36	84,84	1,15	160,58	2,18
3	321,30	147,22	130,28	0,88	144,39	0,98	201,24	1,37
4	281,14	220,84	172,46	0,78	178,37	0,81	206,87	0,94
5	240,98	294,45	212,99	0,72	215,51	0,73	230,15	0,78
6	200,81	368,06	344,95	0,94	343,53	0,93	329,39	0,89
7	160,65	441,67	360,65	0,82	367,15	0,83	375,15	0,85
8	120,49	515,29	323,66	0,63	388,97	0,75	398,80	0,77
9	80,33	588,90	278,57	0,47	362,04	0,61	421,09	0,72
10	40,16	662,51	229,36	0,35	268,52	0,41	394,56	0,60

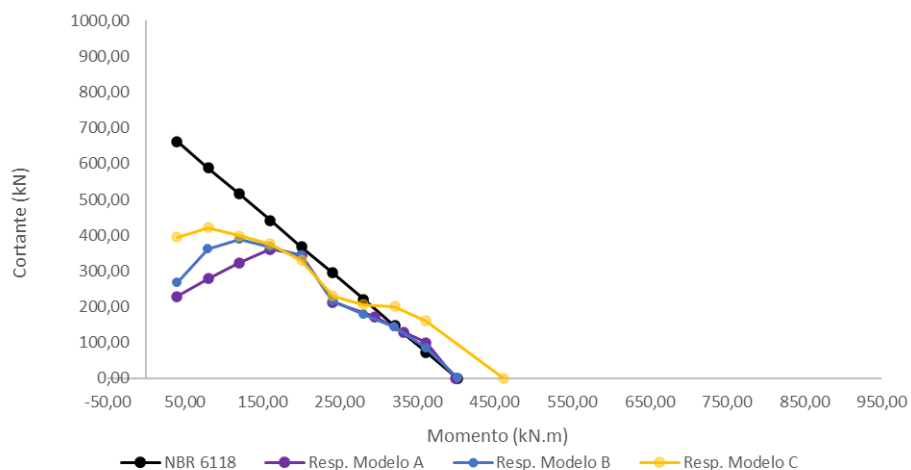


Figura 8-14 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,25$

8.5.3. Resultados para θ_3

Tabela 8-47 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com *fib Model*

Code

Caso	Fator	M _{sd} (kN.m)	θ (°)	V _{sd} (kN)	N _{ed} (kN)	ϵ_x	θ_{min} (°)
1	1,0	401,63	30,35	0,00	0,00	0,00104	30,35
2	0,9	361,46	30,54	75,22	0,00	0,00105	30,54
3	0,8	321,30	30,74	151,68	0,00	0,00107	30,74
4	0,7	281,14	30,97	229,60	0,00	0,00110	30,97
5	0,6	240,98	31,23	309,27	0,00	0,00112	31,23
6	0,5	200,81	31,53	391,06	0,00	0,00115	31,53
7	0,4	160,65	31,86	475,46	0,00	0,00119	31,86
8	0,3	120,49	32,25	563,13	0,00	0,00122	32,25
9	0,2	80,33	32,71	655,01	0,00	0,00127	32,71
10	0,1	40,16	33,26	752,48	0,00	0,00133	33,25

Tabela 8-48 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3

Casos	M _{sd} (kN.m)	V _{sd} (kN)	θ (°)	V _{rd2} (kN)	V _{sd} ^{final} (kN)	V _{c1} (kN)	V _{sw} (kN)
1	401,63	0,00	30,35	794,70	0,00	161,59	0,00
2	361,46	75,22	30,54	797,59	75,22	161,59	0,00
3	321,30	151,68	30,74	800,74	151,68	161,59	0,00
4	281,14	229,60	30,97	804,21	229,60	144,49	85,11
5	240,98	309,27	31,23	808,04	309,27	124,68	184,59
6	200,81	391,06	31,53	812,31	391,06	104,61	286,45
7	160,65	475,46	31,86	817,09	475,46	84,22	391,24
8	120,49	563,13	32,25	822,48	563,13	63,41	499,71
9	80,33	655,01	32,71	828,64	655,01	42,06	612,95
10	40,16	752,48	33,26	835,74	752,48	19,96	732,53

Tabela 8-49 – Armaduras transversais calculadas para θ_3

Casos	A _{sw/s} (cm ² /m)	A _{sw/s} ^{mín} (cm ² /m)	A _{sw/s} ^{adot} (cm ² /m)	η_{pernas}	A _{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,00	3,08	3,08	2,00	31
4	1,87	3,08	3,08	2,00	31
5	4,09	3,08	4,09	2,00	41
6	6,42	3,08	6,42	2,00	64
7	8,88	3,08	8,88	2,00	89
8	11,51	3,08	11,51	2,00	115
9	14,37	3,08	14,37	2,00	144
10	17,54	3,08	17,54	2,00	175

Tabela 8-50 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	401,63	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	361,46	75,22	100,34	1,33	84,84	1,13	160,58	2,13
3	321,30	151,68	130,28	0,86	144,39	0,95	201,24	1,33
4	281,14	229,60	172,46	0,75	178,37	0,78	206,87	0,90
5	240,98	309,27	238,94	0,77	239,88	0,78	260,01	0,84
6	200,81	391,06	365,84	0,94	381,44	0,98	367,26	0,94
7	160,65	475,46	365,84	0,77	383,57	0,81	420,29	0,88
8	120,49	563,13	340,40	0,60	422,50	0,75	431,57	0,77
9	80,33	655,01	278,67	0,43	397,75	0,61	487,88	0,74
10	40,16	752,48	240,85	0,32	285,32	0,38	453,81	0,60

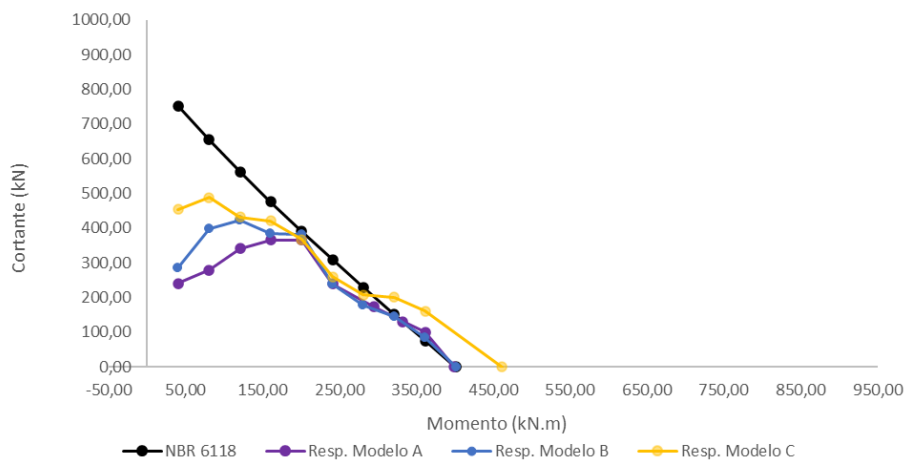


Figura 8-15 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,25$

8.6. Casos gerados a partir de $k_x=0,30$

8.6.1. Resultados para θ_1

Tabela 8-51 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_c (kN)	V_{sw} (kN)
1	471,24	0,00	0,00	161,59	0,00
2	424,12	153,00	153,00	161,59	0,00
3	376,99	306,00	306,00	161,59	144,41
4	329,87	459,00	459,00	161,59	297,41
5	282,74	612,00	612,00	161,59	450,41
6	235,62	765,00	765,00	161,59	603,41
7	188,50	918,00	911,25	161,59	749,66
8	141,37	1071,00	911,25	161,59	749,66
9	94,25	1224,00	911,25	161,59	749,66
10	47,12	1377,00	911,25	161,59	749,66

Tabela 8-52 – Armaduras transversais calculadas para θ_1

Casos	A_{sw}/s (cm ² /m)	$A_{sw}/s^{mín}$ (cm ² /m)	A_{sw}/s^{adot} (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	5,27	3,08	5,27	2,00	53
4	10,86	3,08	10,86	2,00	109
5	16,44	3,08	16,44	2,00	164
6	22,03	3,08	22,03	2,00	220
7	27,37	3,08	27,37	2,00	274
8	27,37	3,08	27,37	2,00	274
9	27,37	3,08	27,37	2,00	274
10	27,37	3,08	27,37	2,00	274

Tabela 8-53 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	471,24	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	424,12	153,00	100,25	0,66	100,18	0,65	164,86	1,08
3	376,99	306,00	204,50	0,67	218,59	0,71	267,00	0,87
4	329,87	459,00	375,56	0,82	446,00	0,97	464,88	1,01
5	282,74	612,00	556,73	0,91	577,89	0,94	649,23	1,06
6	235,62	765,00	625,91	0,82	672,21	0,88	705,88	0,92
7	188,50	911,25	562,10	0,62	699,39	0,77	723,45	0,79
8	141,37	911,25	460,96	0,51	667,24	0,73	692,22	0,76
9	94,25	911,25	359,32	0,39	506,28	0,56	666,96	0,73
10	47,12	911,25	273,34	0,30	339,04	0,37	543,52	0,60

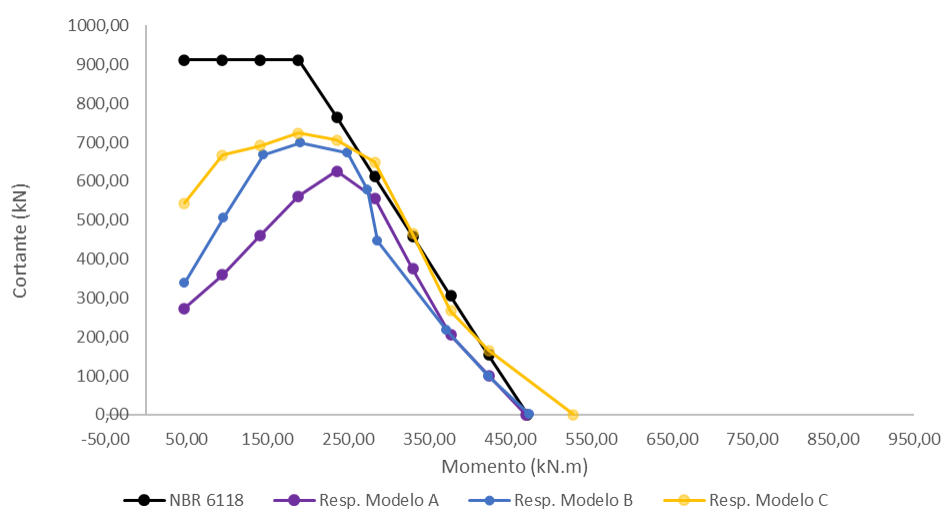


Figura 8-16 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,30$

8.6.2. Resultados para θ_2

Tabela 8-54 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	471,24	0,00	0,00	161,59	0,00
2	424,12	88,33	88,33	161,59	0,00
3	376,99	176,67	176,67	157,71	18,96
4	329,87	265,00	265,00	134,97	130,04
5	282,74	353,34	353,34	112,22	241,12
6	235,62	441,67	441,67	89,48	352,20
7	188,50	530,01	530,01	66,73	463,28
8	141,37	618,34	618,34	43,99	574,36
9	94,25	706,68	706,68	21,24	685,44
10	47,12	789,17	789,17	0,00	789,17

Tabela 8-55 – Armaduras transversais calculadas para θ_2

Casos	$A_{sw/s}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{mín}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{adot}$ (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,40	3,08	3,08	2,00	31
4	2,74	3,08	3,08	2,00	31
5	5,08	3,08	5,08	2,00	51
6	7,42	3,08	7,42	2,00	74
7	9,76	3,08	9,76	2,00	98
8	12,11	3,08	12,11	2,00	121
9	14,45	3,08	14,45	2,00	144
10	16,63	3,08	16,63	2,00	166

Tabela 8-56 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	471,24	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	424,12	88,33	100,25	1,13	100,18	1,13	164,86	1,87
3	376,99	176,67	159,32	0,90	161,63	0,91	195,65	1,11
4	329,87	265,00	191,66	0,72	188,74	0,71	207,05	0,78
5	282,74	353,34	293,79	0,83	296,55	0,84	299,90	0,85
6	235,62	441,67	417,15	0,94	434,55	0,98	405,22	0,92
7	188,50	530,01	430,30	0,81	414,86	0,78	460,82	0,87
8	141,37	618,34	383,01	0,62	442,84	0,72	458,34	0,74
9	94,25	706,68	314,15	0,44	426,43	0,60	494,75	0,70
10	47,12	789,17	253,91	0,32	302,74	0,38	449,50	0,57

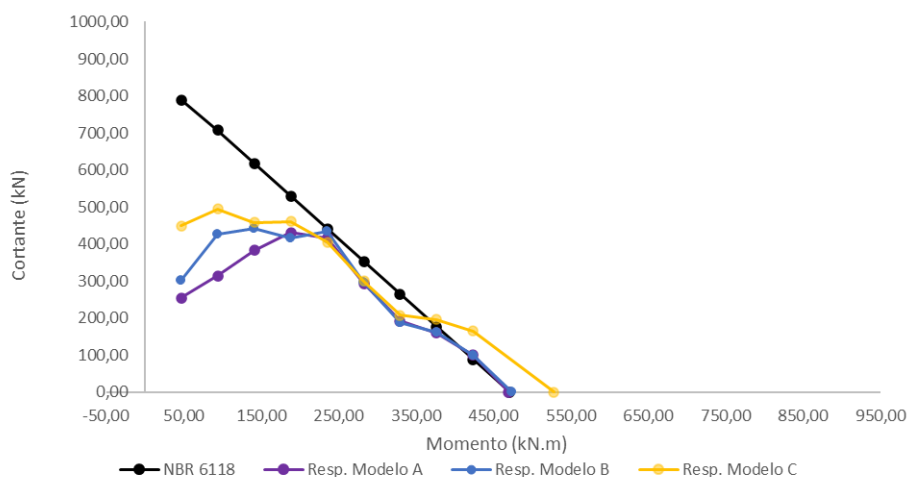


Figura 8-17 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,30$

8.6.3. Resultados para θ_3

Tabela 8-57 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com *fib Model*

Code

Caso	Fator	M_{sd} (kN.m)	θ (°)	V_{sd} (kN)	N_{ed} (kN)	ϵ_x	θ_{min} (°)
1	1,0	471,24	30,35	0,00	0,00	0,00104	30,35
2	0,9	424,12	30,54	90,26	0,00	0,00105	30,54
3	0,8	376,99	30,74	182,01	0,00	0,00107	30,74
4	0,7	329,87	30,97	275,52	0,00	0,00110	30,97
5	0,6	282,74	31,23	371,13	0,00	0,00112	31,23
6	0,5	235,62	31,53	469,27	0,00	0,00115	31,53
7	0,4	188,50	31,86	570,55	0,00	0,00119	31,86
8	0,3	141,37	32,25	675,75	0,00	0,00122	32,25
9	0,2	94,25	32,71	786,01	0,00	0,00127	32,71
10	0,1	47,12	33,26	902,98	0,00	0,00133	33,25

Tabela 8-58 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	θ (°)	V_{rd2} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	471,24	0,00	30,35	794,70	0,00	161,59	0,00
2	424,12	90,26	30,54	797,59	90,26	161,59	0,00
3	376,99	182,01	30,74	800,74	182,01	156,43	25,58
4	329,87	275,52	30,97	804,21	275,52	132,94	142,57
5	282,74	371,13	31,23	808,04	371,13	109,22	261,91
6	235,62	469,27	31,53	812,31	469,27	85,19	384,09
7	188,50	570,55	31,86	817,09	570,55	60,78	509,77
8	141,37	675,75	32,25	822,48	675,75	35,88	639,88
9	94,25	786,01	32,71	828,64	786,01	10,33	775,68
10	47,12	902,98	33,26	835,74	835,74	0,00	835,74

Tabela 8-59 – Armaduras transversais calculadas para θ_3

Casos	A_{sw}/s (cm ² /m)	$A_{sw}/s^{mín}$ (cm ² /m)	A_{sw}/s^{adot} (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	0,56	3,08	3,08	2,00	31
4	3,12	3,08	3,12	2,00	31
5	5,80	3,08	5,80	2,00	58
6	8,60	3,08	8,60	2,00	86
7	11,57	3,08	11,57	2,00	116
8	14,74	3,08	14,74	2,00	147
9	18,19	3,08	18,19	2,00	182
10	20,01	3,08	20,01	2,00	200

Tabela 8-60 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	471,24	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	424,12	90,26	97,14	1,08	100,18	1,11	164,86	1,83
3	376,99	182,01	167,51	0,92	161,63	0,89	195,65	1,07
4	329,87	275,52	189,77	0,69	188,74	0,69	207,05	0,75
5	282,74	371,13	319,67	0,86	326,38	0,88	329,64	0,89
6	235,62	469,27	444,11	0,95	451,79	0,96	447,70	0,95
7	188,50	570,55	456,28	0,80	468,43	0,82	492,58	0,86
8	141,37	675,75	400,81	0,59	490,84	0,73	516,37	0,76
9	94,25	786,01	315,56	0,40	457,82	0,58	562,78	0,72
10	47,12	835,74	259,38	0,31	314,85	0,38	489,33	0,59

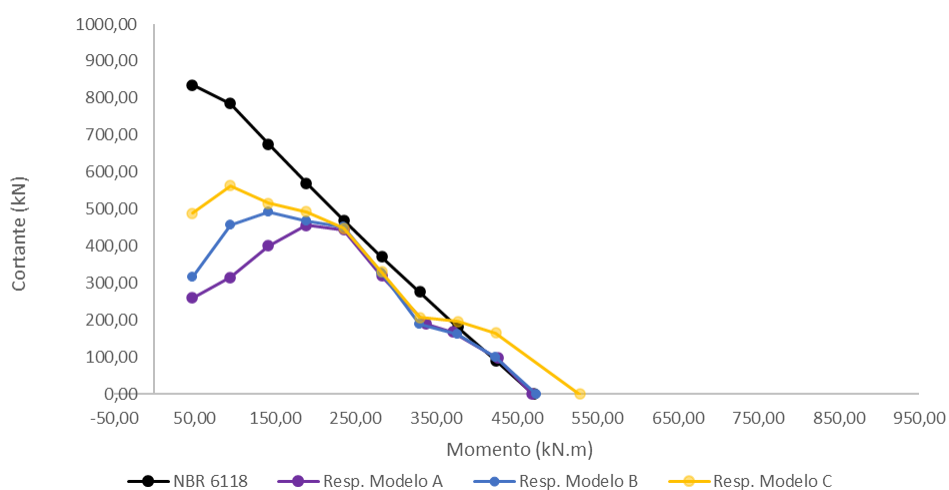


Figura 8-18 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,30$

8.7. Casos gerados a partir de $k_x=0,35$

8.7.1. Resultados para θ_1

Tabela 8-61 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_c (kN)	V_{sw} (kN)
1	537,29	0,00	0,00	161,59	0,00
2	483,56	178,50	178,50	161,59	16,91
3	429,83	357,00	357,00	161,59	195,41
4	376,10	535,50	535,50	161,59	373,91
5	322,37	714,00	714,00	161,59	552,41
6	268,64	892,50	892,50	161,59	730,91
7	214,91	1071,00	911,25	161,59	749,66
8	161,19	1249,50	911,25	161,59	749,66
9	107,46	1428,00	911,25	161,59	749,66
10	53,73	1606,50	911,25	161,59	749,66

Tabela 8-62 – Armaduras transversais calculadas para θ_1

Casos	$A_{sw/s}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{min}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{adot}$ (cm ² /m)	n_{pernas}	A_ϕ (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,62	3,08	3,08	2,00	31
3	7,13	3,08	7,13	2,00	71
4	13,65	3,08	13,65	2,00	137
5	20,17	3,08	20,17	2,00	202
6	26,68	3,08	26,68	2,00	267
7	27,37	3,08	27,37	2,00	274
8	27,37	3,08	27,37	2,00	274
9	27,37	3,08	27,37	2,00	274
10	27,37	3,08	27,37	2,00	274

Tabela 8-63 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	537,29	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	483,56	178,50	95,55	0,54	145,79	0,82	173,67	0,97
3	429,83	357,00	288,30	0,81	265,35	0,74	334,89	0,94
4	376,10	535,50	457,80	0,85	466,54	0,87	554,57	1,04
5	322,37	714,00	679,62	0,95	680,07	0,95	735,13	1,03
6	268,64	892,50	712,97	0,80	752,59	0,84	798,88	0,90
7	214,91	911,25	611,55	0,67	721,28	0,79	749,96	0,82
8	161,19	911,25	502,91	0,55	684,13	0,75	704,63	0,77
9	107,46	911,25	377,64	0,41	531,23	0,58	684,47	0,75
10	53,73	911,25	277,47	0,30	352,61	0,39	563,81	0,62

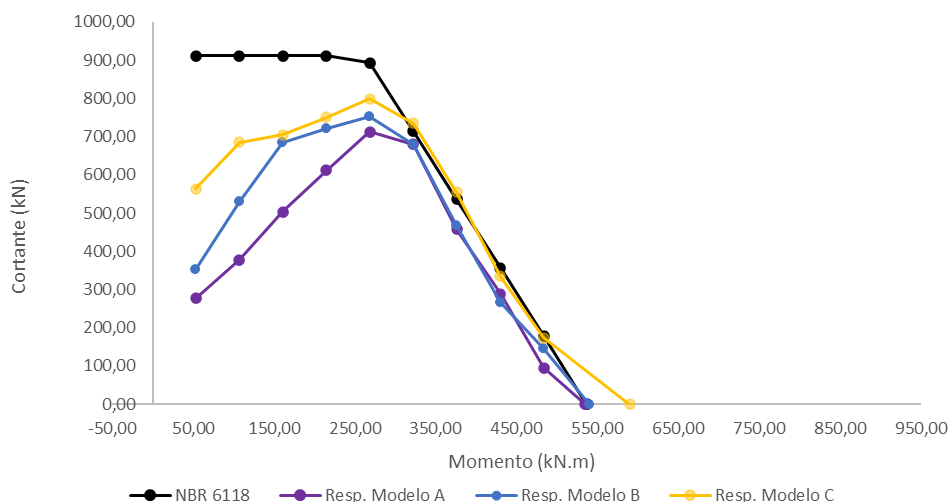


Figura 8-19 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,35$

8.7.2. Resultados para θ_2

Tabela 8-64 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	537,29	0,00	0,00	161,59	0,00
2	483,56	103,06	103,06	161,59	0,00
3	429,83	206,11	206,11	150,13	55,99
4	376,10	309,17	309,17	123,59	185,58
5	322,37	412,23	412,23	97,06	315,17
6	268,64	515,29	515,29	70,52	444,76
7	214,91	618,34	618,34	43,99	574,36
8	161,19	721,40	721,40	17,45	703,95
9	107,46	789,17	789,17	0,00	789,17
10	53,73	789,17	789,17	0,00	789,17

Tabela 8-65 – Armaduras transversais calculadas para θ_2

Casos	$A_{sw/s}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{min}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{adot}$ (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	1,18	3,08	3,08	2,00	31
4	3,91	3,08	3,91	2,00	39
5	6,64	3,08	6,64	2,00	66
6	9,37	3,08	9,37	2,00	94
7	12,11	3,08	12,11	2,00	121
8	14,84	3,08	14,84	2,00	148
9	16,63	3,08	16,63	2,00	166
10	16,63	3,08	16,63	2,00	166

Tabela 8-66 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	537,29	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	483,56	103,06	95,55	0,93	145,79	1,41	173,67	1,69
3	429,83	206,11	163,06	0,79	175,19	0,85	194,24	0,94
4	376,10	309,17	222,53	0,72	227,12	0,73	238,65	0,77
5	322,37	412,23	351,73	0,85	353,36	0,86	358,89	0,87
6	268,64	515,29	481,68	0,93	478,96	0,93	477,41	0,93
7	214,91	618,34	497,80	0,81	509,68	0,82	530,03	0,86
8	161,19	721,40	438,33	0,61	504,72	0,70	532,50	0,74
9	107,46	789,17	342,51	0,43	472,56	0,60	542,30	0,69
10	53,73	789,17	259,84	0,33	317,35	0,40	466,07	0,59

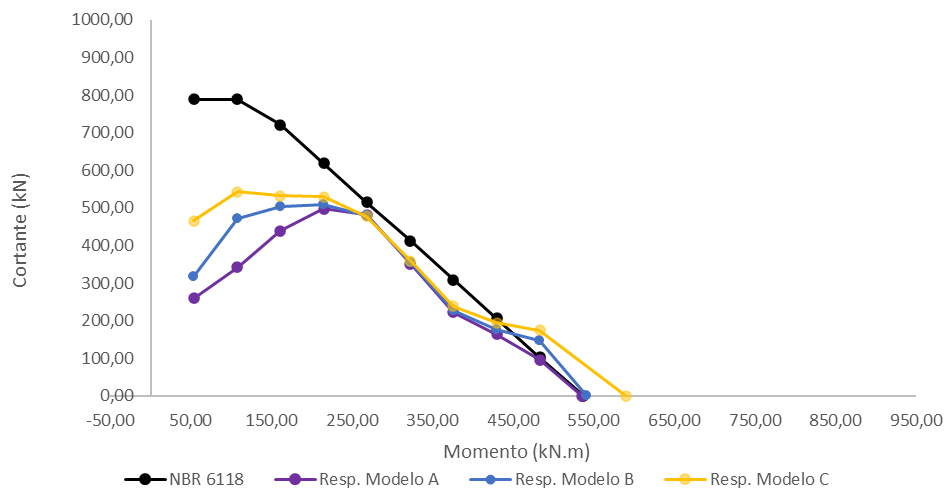


Figura 8-20 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,35$

8.7.3. Resultados para θ_3

Tabela 8-67 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com *fib Model*

Code

Caso	Fator	M_{sd} (kN.m)	θ (°)	V_{sd} (kN)	N_{ed} (kN)	ϵ_x	θ_{min} (°)
1	1,0	537,29	30,35	0,00	0,00	0,00104	30,35
2	0,9	483,56	30,54	105,30	0,00	0,00105	30,54
3	0,8	429,83	30,74	212,35	0,00	0,00107	30,74
4	0,7	376,10	30,97	321,44	0,00	0,00110	30,97
5	0,6	322,37	31,23	432,98	0,00	0,00112	31,23
6	0,5	268,64	31,53	547,49	0,00	0,00115	31,53
7	0,4	214,91	31,86	665,64	0,00	0,00119	31,86
8	0,3	161,19	32,25	788,38	0,00	0,00122	32,25
9	0,2	107,46	32,71	917,01	0,00	0,00127	32,71
10	0,1	53,73	33,26	1053,48	0,00	0,00133	33,25

Tabela 8-68 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	θ (°)	V_{rd2} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	537,29	0,00	30,35	794,70	0,00	161,59	0,00
2	483,56	105,30	30,54	797,59	105,30	161,59	0,00
3	429,83	212,35	30,74	800,74	212,35	148,76	63,59
4	376,10	321,44	30,97	804,21	321,44	121,40	200,04
5	322,37	432,98	31,23	808,04	432,98	93,75	339,23
6	268,64	547,49	31,53	812,31	547,49	65,76	481,72
7	214,91	665,64	31,86	817,09	665,64	37,33	628,31
8	161,19	788,38	32,25	822,48	788,38	8,34	780,04
9	107,46	917,01	32,71	828,64	828,64	0,00	828,64
10	53,73	1053,48	33,26	835,74	835,74	0,00	835,74

Tabela 8-69 – Armaduras transversais calculadas para θ_3

Casos	$A_{sw/s}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{min}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{adot}$ (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	1,38	3,08	3,08	2,00	31
4	4,38	3,08	4,38	2,00	44
5	7,51	3,08	7,51	2,00	75
6	10,79	3,08	10,79	2,00	108
7	14,26	3,08	14,26	2,00	143
8	17,97	3,08	17,97	2,00	180
9	19,43	3,08	19,43	2,00	194
10	20,01	3,08	20,01	2,00	200

Tabela 8-70 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	537,29	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	483,56	105,30	95,55	0,91	145,79	1,38	173,67	1,65
3	429,83	212,35	163,06	0,77	175,19	0,83	194,24	0,91
4	376,10	321,44	240,89	0,75	247,67	0,77	260,16	0,81
5	322,37	432,98	382,51	0,88	383,81	0,89	393,45	0,91
6	268,64	547,49	518,30	0,95	519,04	0,95	523,29	0,96
7	214,91	665,64	531,40	0,80	541,43	0,81	577,76	0,87
8	161,19	788,38	457,68	0,58	560,90	0,71	590,58	0,75
9	107,46	828,64	353,68	0,43	494,92	0,60	589,81	0,71
10	53,73	835,74	263,06	0,31	330,03	0,39	506,67	0,61

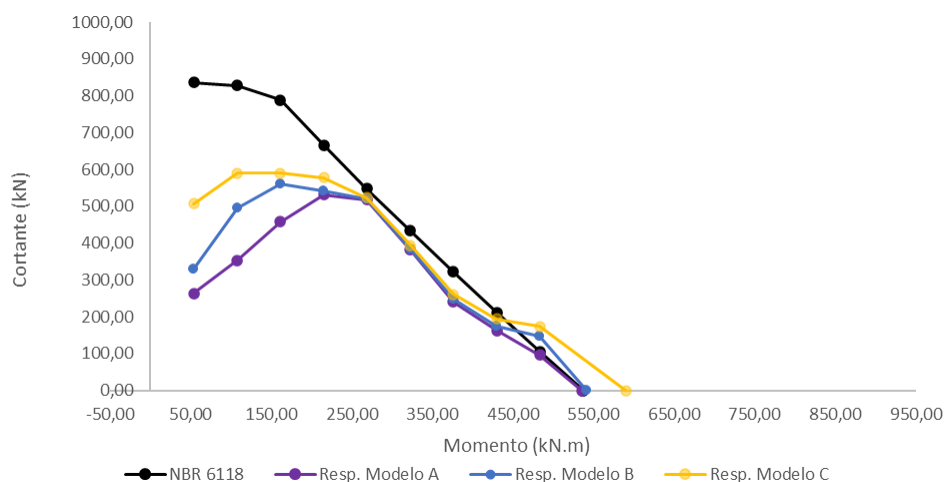


Figura 8-21 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,35$

8.8. Casos gerados a partir de $k_x=0,40$

8.8.1. Resultados para θ_1

Tabela 8-71 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_1

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_c (kN)	V_{sw} (kN)
1	599,76	0,00	0,00	161,59	0,00
2	539,78	204,00	204,00	161,59	42,41
3	479,81	408,00	408,00	161,59	246,41
4	419,83	612,00	612,00	161,59	450,41
5	359,86	816,00	816,00	161,59	654,41
6	299,88	1020,00	911,25	161,59	749,66
7	239,90	1224,00	911,25	161,59	749,66
8	179,93	1428,00	911,25	161,59	749,66
9	119,95	1632,00	911,25	161,59	749,66
10	59,98	1836,00	911,25	161,59	749,66

Tabela 8-72 – Armaduras transversais calculadas para θ_1

Casos	$A_{sw/s}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{mín}$ (cm ² /m)	$A_{sw/s}^{adot}$ (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	1,55	3,08	3,08	2,00	31
3	9,00	3,08	9,00	2,00	90
4	16,44	3,08	16,44	2,00	164
5	23,89	3,08	23,89	2,00	239
6	27,37	3,08	27,37	2,00	274
7	27,37	3,08	27,37	2,00	274
8	27,37	3,08	27,37	2,00	274
9	27,37	3,08	27,37	2,00	274
10	27,37	3,08	27,37	2,00	274

Tabela 8-73 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_1

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	599,76	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	539,78	204,00	122,69	0,60	127,48	0,62	174,04	0,85
3	479,81	408,00	321,57	0,79	326,63	0,80	379,79	0,93
4	419,83	612,00	547,26	0,89	554,08	0,91	644,50	1,05
5	359,86	816,00	783,17	0,96	785,96	0,96	800,98	0,98
6	299,88	911,25	767,96	0,84	782,91	0,86	827,95	0,91
7	239,90	911,25	676,15	0,74	731,14	0,80	775,12	0,85
8	179,93	911,25	549,27	0,60	698,88	0,77	719,54	0,79
9	119,95	911,25	408,97	0,45	561,00	0,62	692,01	0,76
10	59,98	911,25	291,28	0,32	367,67	0,40	595,58	0,65

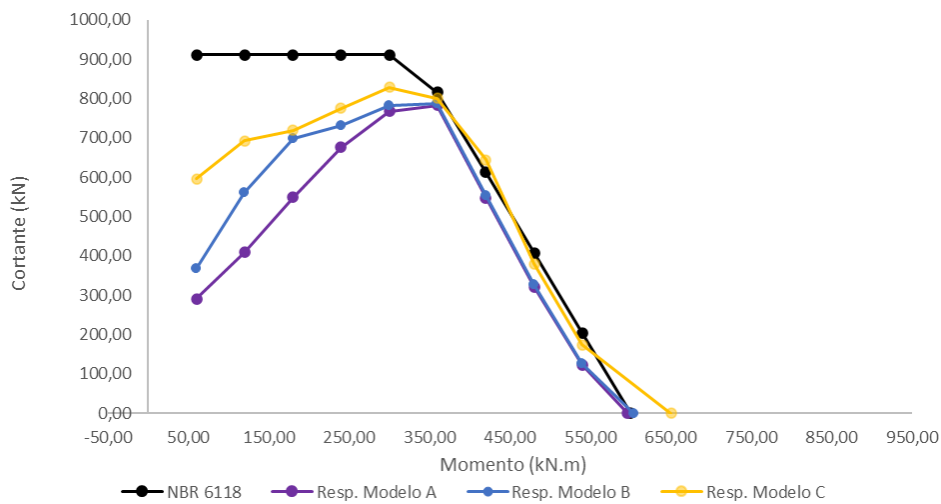


Figura 8-22 – Comparação dos resultados para $\theta_1 - k_x=0,40$

8.8.2. Resultados para θ_2

Tabela 8-74 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_2

Casos	M_{sd} (kN.m)	V_{sd} (kN)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{c1} (kN)	V_{sw} (kN)
1	599,76	0,00	0,00	161,59	0,00
2	539,78	117,78	117,78	161,59	0,00
3	479,81	235,56	235,56	142,55	93,01
4	419,83	353,34	353,34	112,22	241,12
5	359,86	471,12	471,12	81,89	389,22
6	299,88	588,90	588,90	51,57	537,33
7	239,90	706,68	706,68	21,24	685,44
8	179,93	789,17	789,17	0,00	789,17
9	119,95	789,17	789,17	0,00	789,17
10	59,98	789,17	789,17	0,00	789,17

Tabela 8-75 – Armaduras transversais calculadas para θ_2

Casos	A_{sw}/s (cm ² /m)	$A_{sw}/s^{mín}$ (cm ² /m)	A_{sw}/s^{adot} (cm ² /m)	n_{pernas}	A_{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	1,96	3,08	3,08	2,00	31
4	5,08	3,08	5,08	2,00	51
5	8,20	3,08	8,20	2,00	82
6	11,33	3,08	11,33	2,00	113
7	14,45	3,08	14,45	2,00	144
8	16,63	3,08	16,63	2,00	166
9	16,63	3,08	16,63	2,00	166
10	16,63	3,08	16,63	2,00	166

Tabela 8-76 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_2

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	599,76	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	539,78	117,78	122,69	1,04	127,48	1,08	174,04	1,48
3	479,81	235,56	175,51	0,75	178,38	0,76	189,97	0,81
4	419,83	353,34	268,29	0,76	272,18	0,77	286,29	0,81
5	359,86	471,12	408,75	0,87	411,29	0,87	418,06	0,89
6	299,88	588,90	537,55	0,91	539,40	0,92	539,48	0,92
7	239,90	706,68	564,89	0,80	571,79	0,81	602,64	0,85
8	179,93	789,17	487,64	0,62	550,68	0,70	582,44	0,74
9	119,95	789,17	362,22	0,46	492,49	0,62	548,77	0,70
10	59,98	789,17	275,11	0,35	330,54	0,42	488,47	0,62

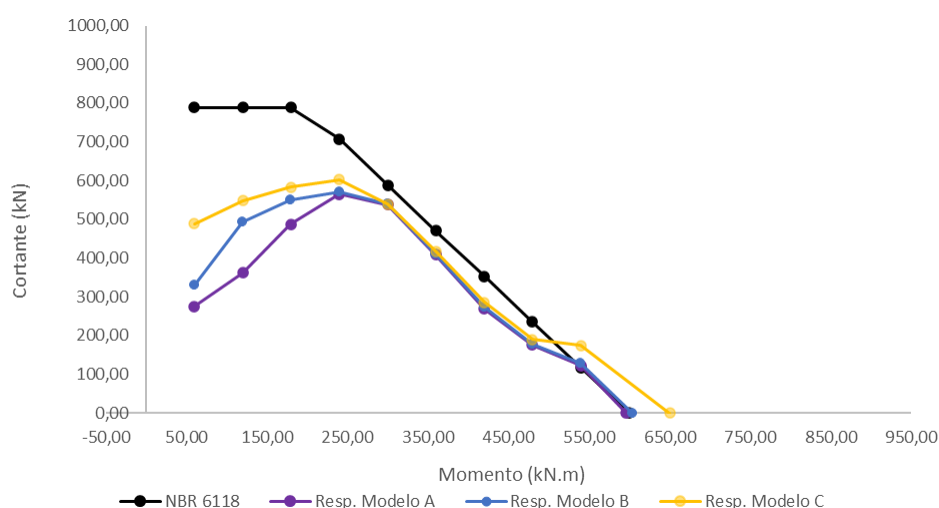


Figura 8-23 – Comparação dos resultados para $\theta_2 - k_x=0,40$

8.8.3. Resultados para θ_3

Tabela 8-77 – Valores dos ângulos de inclinação da biela de acordo com *fib Model*

Code

Caso	Fator	M _{sd} (kN.m)	θ (°)	V _{sd} (kN)	N _{ed} (kN)	ϵ_x	θ_{min} (°)
1	1,0	599,76	30,35	0,00	0,00	0,00104	30,35
2	0,9	539,78	30,54	120,35	0,00	0,00105	30,54
3	0,8	479,81	30,74	242,68	0,00	0,00107	30,74
4	0,7	419,83	30,97	367,36	0,00	0,00110	30,97
5	0,6	359,86	31,23	494,83	0,00	0,00112	31,23
6	0,5	299,88	31,53	625,70	0,00	0,00115	31,53
7	0,4	239,90	31,86	760,73	0,00	0,00119	31,86
8	0,3	179,93	32,25	901,01	0,00	0,00122	32,25
9	0,2	119,95	32,71	1048,01	0,00	0,00127	32,71
10	0,1	59,98	33,26	1203,97	0,00	0,00133	33,25

Tabela 8-78 – Solicitações calculadas calculados a partir de θ_3

Casos	M _{sd} (kN.m)	V _{sd} (kN)	θ (°)	V _{rd2} (kN)	V _{sd} ^{final} (kN)	V _{c1} (kN)	V _{sw} (kN)
1	599,76	0,00	30,35	794,70	0,00	161,59	0,00
2	539,78	120,35	30,54	797,59	120,35	161,59	0,00
3	479,81	242,68	30,74	800,74	242,68	141,09	101,59
4	419,83	367,36	30,97	804,21	367,36	109,85	257,51
5	359,86	494,83	31,23	808,04	494,83	78,29	416,54
6	299,88	625,70	31,53	812,31	625,70	46,34	579,36
7	239,90	760,73	31,86	817,09	760,73	13,89	746,84
8	179,93	901,01	32,25	822,48	822,48	0,00	822,48
9	119,95	1048,01	32,71	828,64	828,64	0,00	828,64
10	59,98	1203,97	33,26	835,74	835,74	0,00	835,74

Tabela 8-79 – Armaduras transversais calculadas para θ_3

Casos	A _{sw/s} (cm ² /m)	A _{sw/s} ^{mín} (cm ² /m)	A _{sw/s} ^{adot} (cm ² /m)	η_{pernas}	A _{ϕ} (mm ²)
1	0,00	3,08	3,08	2,00	31
2	0,00	3,08	3,08	2,00	31
3	2,21	3,08	3,08	2,00	31
4	5,64	3,08	5,64	2,00	56
5	9,22	3,08	9,22	2,00	92
6	12,97	3,08	12,97	2,00	130
7	16,95	3,08	16,95	2,00	169
8	18,95	3,08	18,95	2,00	189
9	19,43	3,08	19,43	2,00	194
10	20,01	3,08	20,01	2,00	200

Tabela 8-80 – Relação entre cortantes resistentes e solicitantes calculados para θ_3

Caso	NBR 6118		Modelo A		Modelo B		Modelo C	
	M_{sd} (kN.m)	V_{sd}^{final} (kN)	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}	V_{Rd} (kN)	V_{Rd}/V_{sd}
1	599,76	0,00	0,00	-	0,00	-	0,00	-
2	539,78	120,35	122,69	1,02	127,48	1,06	174,04	1,45
3	479,81	242,68	175,51	0,72	178,38	0,74	189,97	0,78
4	419,83	367,36	286,29	0,78	289,71	0,79	306,90	0,84
5	359,86	494,83	446,09	0,90	449,36	0,91	452,64	0,91
6	299,88	625,70	582,44	0,93	586,37	0,94	590,91	0,94
7	239,90	760,73	602,95	0,79	615,43	0,81	645,15	0,85
8	179,93	822,48	508,43	0,62	590,33	0,72	621,19	0,76
9	119,95	828,64	379,15	0,46	523,33	0,63	597,33	0,72
10	59,98	835,74	274,87	0,33	343,93	0,41	538,39	0,64

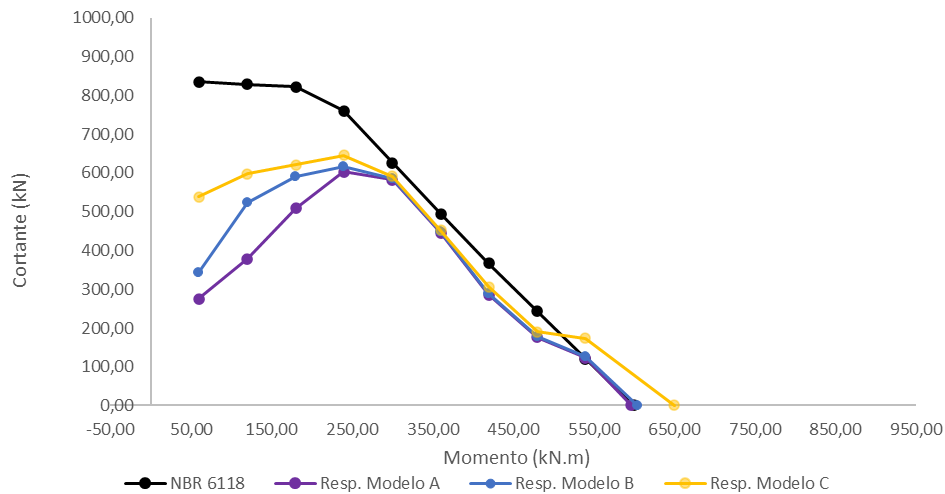


Figura 8-24 – Comparação dos resultados para $\theta_3 - k_x=0,40$