



Universidade Federal do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

Programa de Projeto de Estruturas

Igor Mastrianni de Albuquerque

MODELAGEM NUMÉRICA DA FUNDAÇÃO DE UMA MÁQUINA
ROTATIVA CONSIDERANDO RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DO
SOLO COM DISTRIBUIÇÃO NÃO HOMOGÊNEA.



UFRJ

Igor Mastrianni de Albuquerque

MODELAGEM NUMÉRICA DA FUNDAÇÃO DE UMA MÁQUINA
ROTATIVA CONSIDERANDO RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DO
SOLO COM DISTRIBUIÇÃO NÃO HOMOGÊNEA.

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Orientador:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Rio de Janeiro

2015

Mastrianni de Albuquerque, Igor

Modelagem Numérica da Fundação de uma Máquina Rotativa considerando Rigidez e Amortecimento do Solo com Distribuição não homogênea. / Igor Mastrianni de Albuquerque. – 2015.

114; 30 cm.

Dissertação (Mestrado em Projeto de Estruturas) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Programa de Projeto de Estruturas, Rio de Janeiro, 2015.

Orientador: Sergio Hampshire de Carvalho Santos

1. Fundações de Máquinas, 2. Análise Dinâmica, 3. Interação Solo-Estrutura, 4. Rigidez do Solo, 5. Amortecimento do Solo.
I. Santos, Sergio Hampshire de Carvalho II. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Escola Politécnica. III. Título.

MODELAGEM NUMÉRICA DA FUNDAÇÃO DE UMA MÁQUINA
ROTATIVA CONSIDERANDO RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DO
SOLO COM DISTRIBUIÇÃO NÃO HOMOGÊNEA.

Igor Mastrianni de Albuquerque

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Aprovada pela Banca:

Prof. Sérgio Hampshire de Carvalho Santos, D.Sc., UFRJ

Prof. Sílvio de Souza Lima, D.Sc., UFRJ

Prof. Luiz Fernando Campos Ramos Martha, Ph.D., PUC-RIO

Prof. Marcus Peigas Pacheco, Ph.D., UERJ

Rio de Janeiro

2015

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer à minha companheira, Rachel Wysard, pelo apoio e pela compreensão que me dispensa todos os dias. Sem ela, não apenas esse trabalho e a realização do Mestrado não teria sido possível, como também tudo que faço na vida não seria possível ou seria muito mais difícil e menos alegre.

Muito obrigado ao professor Sérgio Hampshire pela orientação, pela atenção e pelo tempo que me foram dados nesse trabalho, em todo o curso do Mestrado e também na minha vida profissional. A toda a equipe do Programa de Projeto de Estruturas da Escola Politécnica pelo excelente trabalho que vêm fazendo, construindo um excelente curso de pós-graduação na área de engenharia estrutural.

Ao Professor Sílvio de Souza Lima pelo imenso apoio e orientação dispensados a mim e à Rachel durante nossa trajetória acadêmica. Ao Professor Júlio Holtz, pelas sugestões sempre construtivas e pela sua amizade.

À Avantec Engenharia, pela política de incentivo ao estudo que me permitiu cursar o Mestrado sem conflitos com o trabalho.

Agradeço à minha família, especialmente a meus pais e a minha irmã, a minha sogra Sueli e à Clarinha, por sempre acreditarem em mim e me apoiarem durante toda a minha vida.

RESUMO

ALBUQUERQUE, Igor Mastrianni de. **Modelagem Numérica da Fundação de uma Máquina Rotativa Considerando Rigidez e Amortecimento do Solo com Distribuição não Homogênea**. Rio de Janeiro, 2015. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

O comportamento de fundações de máquinas sujeitas a carregamentos dinâmicos ainda não é um problema perfeitamente equacionado. A modelagem adotada para representar a interação solo-estrutura é um aspecto de grande influência nos resultados finais e compreende diversas variáveis e diferentes disciplinas da Engenharia.

Um dos problemas no que tange à modelagem de fundações é a crescente utilização de modelos numéricos em elementos finitos tridimensionais, devido ao aumento da capacidade de processamento de dados dos computadores modernos. Entretanto, a elaboração de modelos numéricos muito complexos não é garantia da obtenção de melhores resultados.

No presente trabalho é analisada uma máquina rotativa através de quatro modelos tridimensionais com a utilização de elementos sólidos para a representação do bloco de concreto e quatro diferentes modelos de simulação da interação solo-estrutura. Cada modelo representa a interação através de coeficientes de rigidez com diferentes distribuições na superfície de contato da fundação com o solo, analisados com o programa SAP2000. Os resultados são comparados com os encontrados em um modelo que considera o bloco como rígido, com a utilização do programa BLOCKSOLVER .

A observação dos resultados permitiu concluir que a definição dos coeficientes de rigidez do solo deve buscar uma lei de distribuição que conduza a uma distribuição de tensões na interface fundação-solo próxima à que efetivamente ocorrerá. A utilização de modelos numéricos em elementos finitos pode apresentar resultados não conservadores em algumas situações. Fica evidenciada a importância de um estudo cuidadoso de cada situação a ser modelada, devido à complexidade do problema dinâmico estudado.

Palavras-chave: Fundações de Máquinas, Análise Dinâmica, Interação Solo-estrutura, Rigidez do Solo, Amortecimento do Solo.

ABSTRACT

ALBUQUERQUE, Igor Mastrianni de. **Numerical Analysis of a Rotating Machine Foundation Considering Non-Homogeneous Soil Stiffness and Damping Distribution.** Rio de Janeiro, 2015. Thesis (Master) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

The behavior of machine foundations subjected to dynamic loading is not yet a fully solved problem. The adopted modeling for representing the soil-structure interaction is an aspect of great influence on the final results and comprises several variables and different disciplines of Engineering.

One of the problems regarding the foundation modeling is the crescent use of three-dimensional finite element numerical models, due to increase of the data processing capacity of modern computers. However, the use of very complex numerical models does not assure more accurate results.

In the present work, a rotating machine foundation problem is analyzed through four three-dimensional models using solid elements for representing the concrete block and four different models for simulating the soil-structure interaction. Each model represents the interaction through different distributions of stiffness and damping coefficients, using the SAP2000 program. The results were compared with the ones obtained in a model that considers the block as rigid, using the BLOCKSOLVER program.

The observation of the results permitted to conclude that the definition of the soil stiffness coefficients shall follow a distribution law that considers a distribution of stress in the soil-foundation interface similar to the one that will actually occur. The use of finite elements numerical models may lead to non-conservative results in some situations. The importance of a careful study of each situation is evidenced, due to the complexity of the dynamic problem studied.

Keywords: Machines Foundations, Dynamic Analysis, Soil-structure Interaction, Soil Stiffness, Soil Damping.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Motivação e Relevância do Trabalho	1
1.2	Objetivo	2
1.3	Linha de Pesquisa	3
1.4	Soluções Disponíveis na Literatura	4
2	Modelagem de Fundações de Máquinas	5
2.1	Análise da Vibração em Fundações de Máquinas	6
2.2	Equação do Movimento	7
2.3	Avaliação das Propriedades do Solo.....	14
2.3.1	Parâmetros Elásticos a Serem Definidos	14
2.4	Definição dos Parâmetros de Rigidez e Amortecimento	17
2.4.1	Blocos Rígidos e Flexíveis	18
2.4.2	Fundações Diretas sobre Solo Homogêneo	19
2.4.3	Fundações Diretas sobre Solo Estratificado Horizontalmente	25
2.4.4	Fundações Diretas sobre Solo Heterogêneo	28
2.4.5	Fundações Diretas conforme a Hipótese de Winkler	29
2.4.6	Fundações Diretas Considerando a Matriz de Rigidez Condensada do Solo 30	
2.4.7	Fundações Profundas e o Programa PILAY	31
3	Estudo de Caso	45
3.1	Apresentação do Problema	45

3.2	Apresentação dos Modelos	50
3.3	Modelagem Numérica utilizando o BLOCKSOLVER	52
3.4	Modelagem Numérica utilizando o SAP2000	65
3.4.1	Condições de Apoio para o Modelo B1.....	70
3.4.2	Condições de Apoio para o Modelo A1	72
3.4.3	Condições de Apoio para o Modelo A2	74
3.4.4	Condições de Apoio para o Modelo A3	77
3.4.5	Condições de Apoio para o Modelo A4	77
4	Análise e Resultados	79
4.1	Validação dos Modelos em Elementos Finitos.....	79
4.2	Resultados para Fundação Direta	84
4.2.1	Deslocamentos Verticais	84
4.2.2	Deslocamentos Horizontais	88
5	Conclusão.....	94
5.1	Conclusões da Análise dos Resultados.....	94
5.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	97
6	Referências.....	98

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação de um sistema de um grau de liberdade.....	8
Figura 2 - Representação do Problema Físico	17
Figura 3 - Modelo Numérico para Blocos Rígidos	18
Figura 4 – Definição da Geometria para a Fundação Retangular.....	21
Figura 5 - Ábaco para determinação dos parâmetros β_Z , β_X e β_ψ (RICHART <i>et al</i> , 1970).....	22
Figura 6 - Orientação dos Eixos para a formulação de Wolf & Gazetas. (WOLF, 1994)	23
Figura 7 - Parâmetros Geométricos de uma Fundação Qualquer	24
Figura 8 - Fundação Circular em Estrato de Solo sobre Camada Rígida.....	25
Figura 9 - Fundação Circular em Estrato sobre Camada Semi-infinita de solo	27
Figura 10 - Pressões de contato em placa rígida sobre argila (ABMS/ABEF, 1998)	29
Figura 11 - Fatores de Influência de Deslocamentos para Estacas Flutuantes comprimidas (POULOS, 1974)	32
Figura 12 - Deslocamento no topo de uma estaca de ponta (POULOS, 1974).....	33
Figura 13 - Fator de Influência $I_{\rho H}$ para Estacas Flutuantes (POULOS, 1974).....	34
Figura 14 - Fatores de Influência $I_{\rho M}$ e $I_{\theta H}$ para Estacas Flutuantes (POULOS, 1974)	35
Figura 15 - Fator de Influência $I_{\theta M}$ para Estacas Flutuantes (POULOS, 1974)	35
Figura 16 - Fator de Influência $I_{\rho H}$ para Estacas rotuladas ou engastadas na base (POULOS, 1974).....	36

Figura 17 - Fatores de Influência $I_{\rho M}$ e $I_{\theta H}$ para Estacas Rotuladas ou Engastadas na Ponta (POULOS, 1974).....	36
Figura 18 - Fator de Influência $I_{\theta M}$ para Estacas Rotuladas ou Engastadas na Ponta (POULOS, 1974).....	37
Figura 19 - Fator de Influência para Estacas Flutuantes (POULOS, 1974)	38
Figura 20 - Fator de Influência $I_{\rho F}$ para Estacas de Ponta Rotulada ou Engastada (POULOS, 1974).....	39
Figura 21 - Efeito de Grupo.....	40
Figura 22 - Fatores de Interação α para Estacas de Ponta com $L_d = 10$ (POULOS, 1974).....	41
Figura 23 – Fatores de Interação α para Estacas de Ponta com $L_d = 25$ (POULOS, 1974).....	41
Figura 24 - Fatores de Interação α para Estacas de Ponta com $L_d = 100$ (POULOS, 1974).....	42
Figura 25 - Fatores de Interação $\alpha_{\rho F}$ para Estacas Flutuantes para $K_R = 10-5$ (POULOS, 1974).....	42
Figura 26 - Fatores de Interação $\alpha_{\rho F}$ para Estacas Flutuantes para $K_R = 10-3$ (POULOS, 1974).....	43
Figura 27 - Fatores de Interação $\alpha_{\rho F}$ para Estacas Flutuantes para $K_R = 0,1$ (POULOS, 1974).....	43
Figura 28 - Fatores de Interação $\alpha_{\rho F}$ para Estacas Flutuantes para $K_R = 10$ (POULOS, 1974).....	44
Figura 29 - Geometria da estrutura: planta.....	45
Figura 30 - Geometria da estrutura: Corte A-A.....	46
Figura 31 - Relatório de Ensaio de Sondagem à Percussão do Solo de Fundação.....	48

Figura 32 - Vista inferior da estrutura dos modelos considerando fundação profunda..	49
Figura 33 – Modelos A0 e B0: geometria do problema.	52
Figura 34 – Modelos A0 e B0: massas consideradas no problema.	52
Figura 35 - Modelos A0 e B0: entrada de carregamentos dinâmicos.....	53
Figura 36 - Modelo A0: entrada das propriedades de rigidez.	59
Figura 37 - Modelo A0: entrada das propriedades de amortecimento.	59
Figura 38 - Modelo A0: tela de saída do BLOCKSOLVER.....	60
Figura 39 - Modelos A0 e B0: matriz de massa.	61
Figura 40 - Modelo A0: Matriz de rigidez	61
Figura 41 - Modelo A0: Matriz de amortecimento	62
Figura 42 - Modelo B0: propriedades do solo.....	62
Figura 43 - Modelo B0: tela de saída do BLOCKSOLVER.	63
Figura 44 – Modelo B0: Matriz de rigidez	63
Figura 45 - Modelo B0: Matriz de amortecimento.....	64
Figura 46 - Perspectiva do Modelo em Elementos Finitos.....	65
Figura 47 - Membros Rígidos nos Modelos em Elementos Finitos e Fundação Direta.	67
Figura 48 - Forças devidas à bomba e ao motor em seus pontos de aplicação.	69
Figura 49: Modelo B1: Perspectiva com vista para os apoios.....	70
Figura 50 - Modelo B1: corte no plano XY com vista para os apoios.	70
Figura 51 - Modelo B1: propriedades de rigidez e amortecimento dos apoios na direção U1 (Z).	71

Figura 52 - Modelo B1: propriedades de rigidez e amortecimento dos apoios na direção U2 (X) também utilizadas na direção U3 (Y).....	72
Figura 53 - Modelo B0: translação em X em função da frequência de operação.....	79
Figura 54 - Modelo B0: translação em Y em função da frequência de operação.....	80
Figura 55 - Modelo B0: translação em Z em função da frequência.	80
Figura 56 - Modelo B1: períodos e frequências modais.....	81
Figura 57 - Modelo B1: fatores de participação modal.	81
Figura 58 - Deslocamento ao longo do eixo longitudinal para o carregamento estático.	83
Figura 59 - Deslocamento ao longo do eixo transversal para o carregamento estático..	83
Figura 60 - Deslocamento Máximo Vertical x Frequência de Operação dos Equipamentos.	86
Figura 61 - Deslocamento Máximo Horizontal x Frequência de Operação dos Equipamentos.	90
Figura 62 - Deslocamento Máximo Horizontal x Frequência de Operação dos Equipamentos em Escala Ampliada.	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros elásticos usuais	17
Tabela 2 - Parâmetros para Fundações Circulares de Raio r	20
Tabela 3 – Expressões Explícitas para os Amortecedores (RICHART <i>et al</i> , 1970)	20
Tabela 4 - Rigidez para Fundações Circulares em Camadas de Solo sobre Base Rígida	26
Tabela 5 – Rigidez para Fundação Circular em Estrato sobre Camada Semi-infinita de Solo ..	27
Tabela 6 - Coeficientes de interação para $KR = 10 - 5$	56
Tabela 7 - Propriedades de Rigidez para Fundação Direta	73
Tabela 8 - Propriedades de Amortecimento para Fundação Direta	73
Tabela 9 - Modelo A2: Coeficientes de rigidez dos nós na direção Z	75
Tabela 10 – Modelo A2: coeficientes de rigidez dos nós na direção X.	75
Tabela 11 - Modelo A2: coeficientes de rigidez dos nós na direção Y.	76
Tabela 12 - Modelo A2: coeficientes de amortecimento nos nós na direção Z.....	76
Tabela 13 - Modelo A2: coeficientes de amortecimento nos nós nas direções X e Y.	76
Tabela 14 - Modelo A4: Coeficientes de rigidez dos nós na direção Z	77
Tabela 15 - Modelo A4: Coeficientes de rigidez nos nós na direção X.....	78
Tabela 16 - Modelo A4: Coeficientes de rigidez nos nós na direção Y	78
Tabela 17 - Deslocamento Vertical do Centro de Gravidade (Direção Z) em função da Frequência de Operação para os Modelos A0 a A4.	85
Tabela 18 - Deslocamento Horizontal do Centro de Gravidade (Direção Y) em função da Frequência de Operação para os Modelos A0 a A4.	89

1 Introdução

1.1 Motivação e Relevância do Trabalho

A modelagem em elementos finitos com o apoio de programas de computador é hoje a abordagem mais utilizada na análise de estruturas. Entretanto, a utilização dessa ferramenta não é uma simples questão de se fornecer ao programa os dados de entrada de um problema seguindo um procedimento e receber os resultados prontos, uma vez que com uma determinada forma de se modelar uma estrutura pode se conseguir excelentes resultados para um determinado carregamento, mas se obter resultados insatisfatórios para um carregamento diferente do primeiro. Em especial, os carregamentos dinâmicos e a interação solo-estrutura são aspectos que exigem grande cuidado e podem levar a resultados significativamente diferentes em função dos dados de entrada.

A utilização de grandes modelos em elementos finitos para a análise de estruturas de fundações de máquinas sujeitas a carregamentos dinâmicos não é necessariamente a melhor alternativa. Uma má representação da interação solo-estrutura pode levar a resultados mais distantes da realidade do que os de modelos em sistemas massa-mola considerando o bloco como rígido. Um estudo cuidadoso do comportamento do solo em contato com a base é necessário para melhor representá-lo.

Mesmo em nível internacional, o comportamento das fundações de máquinas não é um problema completamente bem equacionado. A maioria dos cursos de Engenharia Civil não exige a análise dinâmica como disciplina obrigatória. A maioria das estruturas encontradas no mercado, como edifícios residenciais e industriais e obras de infraestrutura, não demandam uma análise mais especial para os carregamentos dinâmicos, visto que esses ou não existem ou podem ser representados como carregamentos estáticos equivalentes sem grandes divergências nos resultados. Entretanto, os problemas de Dinâmica em Engenharia vêm aparecendo com maior frequência, devido, por exemplo, ao crescimento da indústria de óleo e gás, das torres de transmissão – estruturas esbeltas com grande impacto do carregamento de vento – e do desenvolvimento de tecnologia que permite o projeto de pontes cada vez mais esbeltas.

As fundações de máquinas, especialmente, apresentam um problema bem complexo, uma vez que exigem a comunicação entre diferentes disciplinas - como Engenharia Mecânica, Geotecnia e Estruturas – e uma falha em um projeto de uma fundação de máquina de grande porte pode causar prejuízos financeiros e ambientais de grandes proporções. Por esse motivo, a compreensão desse assunto é de grande importância.

A distribuição da rigidez e do amortecimento do solo sob um bloco de fundação é heterogênea, mesmo para um solo homogêneo. Entretanto essa distribuição, naturalmente, não é computada de maneira automática pelos programas de análise estrutural comerciais mais utilizados, que não são específicos para este fim e distribuem as molas apenas em função da área de sua influência nos elementos a que estão ligados. Os softwares específicos para análise estrutural não são as ferramentas ideais para a modelagem do solo. Nesses programas o solo pode ser simulado por apoios rígidos ou molas, que em alguns casos pode não ser representativo de seu comportamento. Há programas mais especializados em mecânica dos solos que têm melhor capacidade de avaliar esse problema. Cabe aos projetistas estruturais e geotécnicos determinar a melhor ferramenta para análise do problema e, no caso da utilização de molas, determinar os parâmetros que irão representar a rigidez do solo em função de sua posição na base da fundação. O conhecimento a respeito de uma melhor distribuição de molas para representar a interação entre o solo e a estrutura ainda é limitado.

1.2 Objetivo

Este trabalho objetiva analisar a eficácia de grandes modelos numéricos tridimensionais em elementos finitos de fundações sujeitas a carregamentos dinâmicos com a utilização de molas uniformemente distribuídas na base e propor uma distribuição não uniforme de rigidez e amortecimento do solo para esses mesmos modelos, que leve a resultados mais próximos dos determinados em uma abordagem teórica.

Será estudado um caso de fundação de uma máquina rotativa com carregamento periódico senoidal. Para servir como referência, os deslocamentos máximos do centro de gravidade serão também determinados com o auxílio do programa BLOCKSOLVER (COUTINHO & MENDES, 2007), que faz uma análise numérica utilizando um sistema massa-mola e considerando o bloco como rígido. Três outros modelos serão desenvolvidos para terem seus resultados comparados com a análise do BLOCKSOLVER. Escolheu-se utilizar os resultados do programa como referência pois, para um bloco rígido, os dois tipos de modelo devem convergir seus resultados. Uma vez calibrados os modelos em elementos finitos, pode-se começar a pensar em blocos flexíveis que necessitam de uma análise matemática mais complexa para sua determinação teórica.

1.3 Linha de Pesquisa

Esta dissertação se insere na linha de pesquisa de Desenvolvimento de Sistemas de Análise de Estruturas do Programa de Projeto de Estruturas (PPE) da Escola Politécnica da UFRJ.

A interação solo-estrutura em edifícios com fundação direta em solo estratificado foi já estudada por FIDELIS (2015), que fez uma análise em elementos finitos buscando avaliar os efeitos dessa interação. A avaliação dos resultados das análises numéricas deste trabalho demonstrou que a uniformização do solo para considerá-lo como um solo homogêneo equivalente pode conduzir a resultados bastante contra a segurança. O trabalho de FIDELIS (2015) propõe uma alternativa considerando uma redução nas propriedades de amortecimento devida à reflexão das ondas nas superfícies de transição entre camadas de diferentes propriedades mecânicas.

1.4 Soluções Disponíveis na Literatura

O problema da análise da resposta do solo a carregamentos dinâmicos foi primeiramente sistematizado por RICHART et al. (1970), que estudaram o problema de vibração em fundações e solos homogêneos. Posteriormente, GAZETAS (1980, 1983), entre outros diversos pesquisadores, expandiu o conhecimento do assunto considerando fundações com base de geometria qualquer e em solos heterogêneos.

Do ponto de vista normativo, ainda não há respaldo técnico da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) para o projeto de fundação de máquinas. Na ausência de regulamentação a respeito do assunto, são bastante utilizadas na indústria a norma da PETROBRAS N-1848, “Projeto de Fundações de Máquinas”, (PETROBRAS, 2011), no Brasil, e as normas internacionais ACI 351.3R *Foundation for Dynamic Equipament*, da ACI (*American Concrete Institute*) (ACI, 2004) e a norma alemã DIN 4024, (DIN, 1988) da DIN (*Deutsches Institut für Normung*).

2 Modelagem de Fundações de Máquinas

A modelagem de grandes blocos de concreto sujeitos a carregamentos dinâmicos, seja devido a ação de forças em máquinas ou devido a outras ações dinâmicas como carregamentos sísmicos, exige a consideração de diversos fatores para que se possa representar com precisão o comportamento da estrutura real. Diversos autores recomendam parâmetros para simular a interação solo-estrutura através de molas e amortecedores equivalentes. Esses parâmetros podem ser utilizados em modelos massa-mola onde as massas do bloco e as das máquinas são representadas em seus centros de massas.

Em uma representação tridimensional das estruturas, entretanto, os resultados encontrados podem ser diferentes dos resultados encontrados em modelos massa-mola, uma vez que uma distribuição uniforme dos elementos de mola e amortecimento na base pode levar a resultados finais imprecisos. Isso ocorre porque em um modelo massa-mola são definidos com precisão os coeficientes de rigidez e amortecimento rotacionais, enquanto que para um modelo tridimensional esses coeficientes resultam da combinação dos coeficientes de rigidez e amortecimento verticais e horizontais.

Em outras palavras, uma distribuição homogênea da rigidez vertical em um modelo tridimensional encontrará os mesmos valores de deslocamento vertical de um modelo massa-mola se o carregamento for puramente vertical. Por outro lado, havendo movimento rotacional, a rigidez do solo conforme representada no modelo tridimensional será resultado dos braços de alavanca entre as molas. Os resultados podem então ser bem diferentes dos encontrados nos modelos massa-mola.

Devido a essa imprecisão com relação aos resultados de modelos tridimensionais em elementos finitos, a distribuição das molas no contato da estrutura com o solo deve ser bem estudada.

2.1 Análise da Vibração em Fundações de Máquinas

Segundo GAZETAS (1983), o principal ingrediente de um projeto de fundação de máquina bem sucedido é uma análise cuidadosa da resposta da fundação ao carregamento dinâmico previsto, uma vez que o objetivo do projeto é limitar o movimento da fundação a uma amplitude que não prejudique o bom funcionamento da máquina, assim como não causar desconforto às pessoas que trabalham em suas imediações.

O projeto de fundação de máquinas engloba a determinação das características do equipamento, da estrutura e do solo. Os efeitos dinâmicos que o movimento da máquina impõe ao sistema são o ponto mais crítico do problema. Com a determinação das ações impostas à estrutura, o objetivo do projeto será o dimensionamento dos elementos estruturais e a verificação da admissibilidade dos deslocamentos, de forma que estes não causem dano à própria estrutura nem a estruturas vizinhas.

Conceitualmente, o projeto visa afastar as frequências de operação do equipamento das frequências próprias da estrutura, evitando o fenômeno da ressonância. Conforme será mais detalhadamente estudado posteriormente, a proximidade da frequência de operação de uma frequência natural da estrutura pode resultar em deslocamentos muito grandes. Para que a máquina opere em uma faixa segura de frequências, procura-se alterar a rigidez e/ou a massa do conjunto para que sejam assim alteradas as suas frequências naturais.

2.2 Equação do Movimento

A relação entre os deslocamentos, as forças aplicadas e as propriedades do conjunto máquina-fundação é regida pelo sistema de equações diferenciais de movimento (2-1) apresentado abaixo.

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = F(t) \quad (2-1)$$

Onde:

M – Matriz de massas do sistema;

C – Matriz de amortecimento do sistema;

K – Matriz de rigidez do sistema;

$F(t)$ – Vetor de forças aplicadas nos graus de liberdade;

$u(t)$ – Vetor dos deslocamentos nos graus de liberdade;

$\dot{u}(t) = \frac{du}{dt}$ – Vetor de velocidades nos graus de liberdade;

$\ddot{u}(t) = \frac{d^2u}{dt^2}$ – Vetor de acelerações nos graus de liberdade.

Para um carregamento harmônico, representado esquematicamente por um sistema de um grau de liberdade como apresentado na Figura 1, a força aplicada ao sistema pode ser expressa de uma força inicial constante, F_0 , em uma função harmônica no tempo, conforme a equação (2-2), onde $\bar{\omega}$ é a frequência circular do movimento em radianos por segundo.

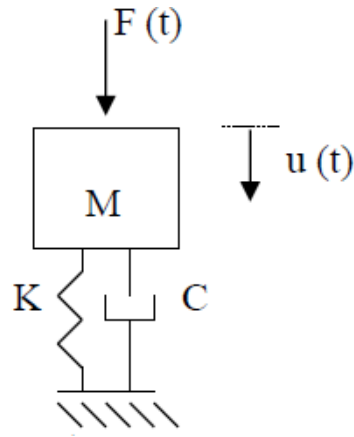


Figura 1 - Representação de um sistema de um grau de liberdade

$$F(t) = F_0 \cdot \cos(\bar{\omega}t) \quad (2-2)$$

A solução permanente da equação do movimento (2-1) permite escrever o deslocamento em função do tempo conforme a equação (2-3):

$$u(t) = A \cdot \cos(\bar{\omega}t) + B \cdot \text{sen}(\bar{\omega}t) \quad (2-3)$$

Onde A e B são constantes a determinar.

A equação (2-3) pode ser representada conforme a equação (2-4) com a utilização de notação complexa:

$$u(t) = A \cdot \cos(\bar{\omega}t) + B \cdot \text{sen}(\bar{\omega}t) = C_A e^{i\bar{\omega}t} + C_B e^{-i\bar{\omega}t} \quad (2-4)$$

Onde C_A e C_B são constantes em variáveis complexas.

Aplicando as transformações das equações (2-5) a (2-8), a equação (2-4) pode ser reescrita conforme a equação (2-9), usando a transformação de Euler:

$$e^{i\bar{\omega}t} = \cos(\bar{\omega}t) + i\text{sen}(\bar{\omega}t) \quad (2-5)$$

$$e^{-i\bar{\omega}t} = \cos(-\bar{\omega}t) + i\text{sen}(-\bar{\omega}t) = \cos(\bar{\omega}t) - i\text{sen}(\bar{\omega}t) \quad (2-6)$$

$$C_A = C_1 + iD_1 \quad (2-7)$$

$$C_B = C_2 + iD_2 \quad (2-8)$$

Logo:

$$u(t) = (C_1 + iD_1)(\cos(\bar{\omega}t) + i\text{sen}(\bar{\omega}t)) + (C_2 + iD_2)(\cos(\bar{\omega}t) - i\text{sen}(\bar{\omega}t)) \quad (2-9)$$

Reorganizando a equação (2-9), para agrupar as constantes multiplicadas pelas mesmas variáveis, pode ser escrita a equação (2-10):

$$u(t) = (C_1 + C_2) \cos(\bar{\omega}t) - (D_1 - D_2) \text{sen}(\bar{\omega}t) + i[(D_1 + D_2) \cos(\bar{\omega}t) + (C_1 - C_2) \text{sen}(\bar{\omega}t)] \quad (2-10)$$

A parcela imaginária da equação (2-10) deve ser nula e assim, $C_1 = C_2 = C$ e $D_1 = -D_2 = D$. Igualando então as equações (2-4) e (2-10) podemos relacionar as constantes A, B, C e D conforme as expressões (2-11) e (2-12).

$$A = C_1 + C_2 = 2C \rightarrow C = \frac{A}{2} \quad (2-11)$$

$$B = D_2 - D_1 = -2D \rightarrow D = -\frac{B}{2} \quad (2-12)$$

Substituindo as constantes C e D por $A/2$ e $-B/2$ na equação (2-4), tem-se então a equação (2-13):

$$u(t) = A \cdot \cos(\bar{\omega}t) + B \cdot \text{sen}(\bar{\omega}t) = \frac{A - iB}{2} e^{i\bar{\omega}t} + \frac{A + iB}{2} e^{-i\bar{\omega}t} \quad (2-13)$$

Para se determinar as constantes A e B será feita a expansão de $A \cdot \cos(\bar{\omega}t)$ pela transformação de Euler, anulando-se a constante B.

$$F(t) = F_0 \cdot \cos(\bar{\omega}t) = \frac{F_0}{2} \cdot (e^{i\bar{\omega}t} + e^{-i\bar{\omega}t}) \quad (2-14)$$

$$B = 0 \quad (2-15)$$

A solução do problema é encontrada considerando-se separadamente cada uma das duas parcelas da força na equação (2-14). Para a primeira parcela, chamando U_1 e U_2 os termos constantes das parcelas real e imaginária do deslocamento, respectivamente, temos:

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = \frac{F_0}{2} \cdot e^{i\bar{\omega}t} \quad (2-16)$$

$$U = (U_1 + iU_2) \cdot e^{i\bar{\omega}t} \quad (2-17)$$

$$(-\bar{\omega}^2 M + i\bar{\omega}C + K) \cdot (U_1 + iU_2) \cdot e^{i\bar{\omega}t} = \frac{F_0}{2} \cdot e^{i\bar{\omega}t} \quad (2-18)$$

$$(U_1 + iU_2) = \frac{F_0/2}{(-\bar{\omega}^2 M + i\bar{\omega}C + K)} = \frac{F_0/2}{K_1 + iK_2} \quad (2-19)$$

Na equação (2-19), o denominador foi reescrito definindo-se os valores das constantes K_1 e K_2 conforme as expressões (2-20) e (2-21).

$$K_1 = K - \bar{\omega}^2 M \quad (2-20)$$

$$K_2 = \bar{\omega} \cdot C \quad (2-21)$$

Com a separação dos termos reais e imaginários da equação (2-19), podem ser escritas as expressões (2-22) e (2-23):

$$U_1 = \frac{K_1 \cdot F_0}{2(K_1^2 + K_2^2)} \quad (2-22)$$

$$U_2 = \frac{-K_2 \cdot F_0}{2(K_1^2 + K_2^2)} \quad (2-23)$$

Fazendo o mesmo procedimento dessa vez para a segunda parcela da força aplicada:

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = \frac{F_0}{2} \cdot (e^{-i\bar{\omega}t}) \quad (2-24)$$

$$U = (U_1 + iU_2) \cdot e^{-i\bar{\omega}t} \quad (2-25)$$

$$(-\bar{\omega}^2 M - i\bar{\omega}C + K) \cdot (U_1 + iU_2) \cdot e^{-i\bar{\omega}t} = \frac{F_0}{2} \cdot e^{-i\bar{\omega}t} \quad (2-26)$$

$$(U_1 + iU_2) = \frac{F_0/2}{(-\bar{\omega}^2 M - i\bar{\omega}C + K)} = \frac{F_0/2}{K_1 - iK_2} \quad (2-27)$$

Concluindo, podem ser escritas as equações (2-28) e (2-29).

$$U_1 = \frac{K_1 \cdot F_0}{2(K_1^2 + K_2^2)} \quad (2-28)$$

$$U_2 = \frac{K_2 \cdot F_0}{2(K_1^2 + K_2^2)} \quad (2-29)$$

O valor final do deslocamento é a soma das expressões (2-17) e (2-25), conforme apresentado em (2-30):

$$U_{Total} = (U_1 + iU_2) \cdot e^{i\bar{\omega}t} + (U_1 + iU_2) \cdot e^{-i\bar{\omega}t} \quad (2-30)$$

Em seguida, na equação (2-30) são substituídos os valores das expressões (2-22), (2-23), (2-28) e (2-29):

$$U_{Total} = \left\{ \frac{K_1 F_0}{2(K_1^2 + K_2^2)} + i \frac{-K_2 F_0}{2(K_1^2 + K_2^2)} \right\} \cdot e^{i\bar{\omega}t} \quad (2-31)$$

$$+ \left\{ \frac{K_1 F_0}{2(K_1^2 + K_2^2)} + i \frac{K_2 F_0}{2(K_1^2 + K_2^2)} \right\} \cdot e^{-i\bar{\omega}t}$$

Com a substituição dos valores dos termos exponenciais pelos das expressões (2-5) e (2-6) chegamos à expressão (2-32):

$$U_{Total} = \left\{ \frac{K_1 F_0}{2(K_1^2 + K_2^2)} + i \frac{-K_2 F_0}{2(K_1^2 + K_2^2)} \right\} \cdot (\cos(\bar{\omega}t) + i\text{sen}(\bar{\omega}t)) \quad (2-32)$$

$$+ \left\{ \frac{K_1 F_0}{2(K_1^2 + K_2^2)} + i \frac{K_2 F_0}{2(K_1^2 + K_2^2)} \right\} \cdot (\cos(\bar{\omega}t) - i\text{sen}(\bar{\omega}t))$$

Finalmente, temos em (2-33) a solução final em termos de deslocamentos:

$$u(t) = F_0 \cdot \frac{K_1 \cdot \cos(\bar{\omega}t) + K_2 \cdot \text{sen}(\bar{\omega}t)}{K_1^2 + K_2^2} \quad (2-33)$$

Alternativamente, escrevendo o deslocamento u em função do deslocamento máximo u_0 , e substituindo os termos das expressões (2-20) e (2-21), temos a equação (2-34).

$$u(t) = u_0 e^{i\bar{\omega}t} = \frac{F_0 \cdot e^{i\bar{\omega}t}}{-\bar{\omega}^2 M + i\bar{\omega}C + K} \quad (2-34)$$

O que indica que basta se resolver para a parcela $e^{i\bar{\omega}t}$, sendo as amplitudes das partes real e imaginária da resposta obtida, correspondentes respectivamente às amplitudes em $\cos(\bar{\omega}t)$ e $\text{sen}(\bar{\omega}t)$ da resposta.

Esta conclusão é bastante importante, pois desta forma, utilizando as variáveis complexas, é possível automatizar a análise das fundações de máquinas em blocos rígidos através de uma abordagem matricial.

A amplitude do deslocamento é apresentada na expressão (2-35).

$$|u| = \frac{F_0}{\sqrt{K_1^2 + K_2^2}} \quad (2-35)$$

Onde os valores de K_1 e K_2 são $K_1 = K - \bar{\omega}^2 M$ e $K_2 = \bar{\omega}C$, conforme anteriormente definido nas equações (2-20) e (2-21).

2.3 Avaliação das Propriedades do Solo

2.3.1 Parâmetros Elásticos a Serem Definidos

Conforme exposto anteriormente, o parâmetro crítico no projeto de fundações de máquinas é a limitação dos deslocamentos e das velocidades. Esses deslocamentos são da ordem de microns (μm), acarretando deformações muito pequenas no solo, o que permite o emprego de soluções nas quais o comportamento do solo ainda é elástico e linear.

Os parâmetros elásticos a serem definidos para cada região do solo no problema a ser analisado são os seguintes:

$G [kPa]$ – Módulo de elasticidade transversal

ν – Coeficiente de Poisson

$\rho \left[\frac{Mg}{m^3} \right]$ – Massa específica

ε – Fração de amortecimento crítico

O módulo de deformação transversal G se relaciona com o módulo de deformação longitudinal E conforme a expressão (2-36):

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2-36)$$

O módulo de deformação transversal é o parâmetro mais difícil de ser definido nos projetos e também o que exerce maior influência nos resultados. Em fundações de maior responsabilidade devem ser realizados ensaios específicos para sua avaliação. Em fundações mais leves, o módulo de deformação transversal pode ser avaliado, com menor precisão, a partir da caracterização do solo ou de resultados de ensaios do tipo SPT (*Standard Penetration Test*).

Um dos ensaios mais indicados para a determinação do módulo de deformação transversal é o ensaio denominado *Crosshole*, realizado em campo e com resultados muito precisos. Esse ensaio é normatizado pela ASTM D4428-14 (ASTM, 2014).

Na impossibilidade de realização deste ensaio, o parâmetro G deve ser avaliado empiricamente. Para solos não coesivos, identifica-se que esse é influenciado pelos seguintes fatores:

- Forma e dimensão dos grãos do solo;
- Índice de vazios;
- Pressão efetiva média.

O índice de vazios é a relação entre o volume de vazios, V_V , e o volume de sólidos, V_S , do solo, conforme a expressão (2-37):

$$e = \frac{V_V}{V_S} \quad (2-37)$$

A seguir são apresentadas as expressões propostas por RICHART *et al.* (1970), para areias, em função do índice de vazios e da tensão efetiva octaédrica média, σ_m , correspondendo a um estado não deformado, ou seja, com deformações distorcionais específicas menores do que 10^{-5} .

A expressão (2-38) apresenta a estimativa para o módulo de deformação transversal para areias de grãos arredondados ($0,35 \leq e \leq 0,85$). A tensão efetiva deve entrar na expressão em MPa.

$$G[MPa] = 218 \times \sigma_m^{1/2} \times \frac{(2,17 - e)^2}{1 + e} \quad (2-38)$$

A expressão (2-39) apresenta a formulação para o módulo de deformação transversal para areias de grãos angulosos ($0,60 \leq e \leq 1,30$). A tensão efetiva deve entrar na expressão em MPa.

$$G[MPa] = 102 \times \sigma_m^{1/2} \times \frac{(2,97 - e)^2}{1 + e} \quad (2-39)$$

A tensão normal média (primeiro invariante de tensões) é variável para os pontos do solo e é determinada conforme a expressão (2-40):

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2-40)$$

Onde σ_1 , σ_2 e σ_3 são as tensões efetivas principais no ponto considerado.

Outra indicação para uma avaliação empírica do módulo de elasticidade transversal é a expressão de OHSAKI & IWASAKI (1970) *apud* ABMS & ABEF (2002), em função do número de golpes N de um ensaio SPT, conforme apresentado na expressão (2-41), calibrada para obtenção de G em megapascal (MPa). A expressão de Ohsaki e Iwasaki leva a resultados bastante precisos e compatíveis com resultados experimentais.

$$G[MPa] = 11,5 \times N_{SPT}^{0,8} \quad (2-41)$$

A Tabela 1 apresenta valores típicos para os demais parâmetros elásticos a serem determinados. Os valores de amortecimento correspondem a uma deformação distorcional de $10^{-4}\%$, correspondente a uma faixa usual de projetos de fundações de máquinas.

Tabela 1 - Parâmetros elásticos usuais (SANTOS, 2014)

Tipo de solo	$\rho [Mg/m^3]$	ν	$\varepsilon [\%]$
Areia	1,70 a 2,10	0,3 a 0,4	2,0
Argila	1,40 a 2,00	0,4 a 0,5	2,0
Rocha	2,50 a 2,70	0,15 a 0,3	2,0

2.4 Definição dos Parâmetros de Rigidez e Amortecimento

A Figura 2 apresenta uma representação do problema físico a ser modelado.

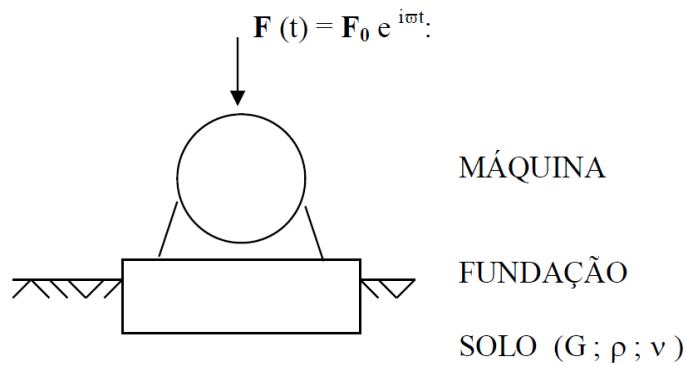


Figura 2 - Representação do Problema Físico

O problema físico é representado por um modelo, onde a interação solo-estrutura é simulada através de molas e amortecedores, definidos em função das características do solo, como o módulo de elasticidade transversal, a densidade e o coeficiente de Poisson e da frequência de excitação.

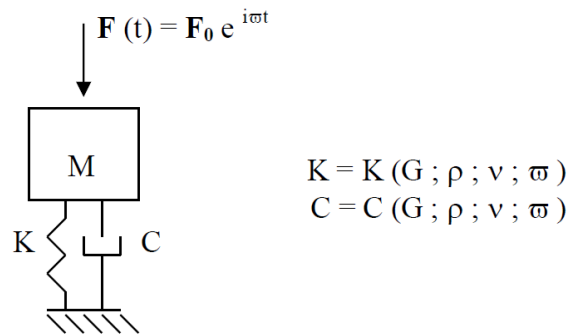


Figura 3 - Modelo Numérico para Blocos Rígidos

A Figura 3 apresenta o modelo teórico que representa o conjunto máquina-estrutura-solo. A força dinâmica é aplicada à máquina e à estrutura, que têm massa total M , e que transmitem esta força ao solo.

Sem perda de generalidade, foi representado na figura 3 somente o grau de liberdade vertical.

2.4.1 Blocos Rígidos e Flexíveis

Modelos do tipo massa-mola, em geral, consideram a fundação como um bloco rígido, onde não há movimento relativo entre os pontos que a compõem. Essa hipótese permite a redução das variáveis do problema, uma vez que a estrutura pode ser representada por pontos discretos concentrando sua massa e a massa das máquinas. Na Figura 2, o bloco rígido aparece concentrando as propriedades da máquina e da estrutura e transmitindo sua força aos elementos de mola e amortecimento, em um problema que genericamente é de seis graus de liberdade.

Para que essa hipótese seja válida, deve-se assegurar que o bloco de fundação tem altura suficiente para que a flexão causada no bloco pelas ações às quais está sujeito possa ser desprezada.

De outra maneira, se a fundação é composta por um bloco de concreto que tem comprimento ou largura muito grande em relação à sua altura, é possível que seu comportamento seja de um bloco flexível. Para uma correta representação do comportamento de um bloco flexível, a formulação teórica de bloco rígido não é mais aplicável e a modelagem deve ser feita com auxílio de modelos em elementos finitos.

A análise em elementos finitos, entretanto, deve ter o cuidado de relacionar as propriedades de rigidez e amortecimento translacionais com as propriedades rotacionais, uma vez que haverá influência de uma nas outras, o que não ocorre nos modelos massa-mola de seis graus de liberdade.

2.4.2 Fundações Diretas sobre Solo Homogêneo

Quando uma fundação de máquina se encontra assente em uma camada de solo profunda e relativamente homogênea, é razoável realizar uma modelagem aproximando o solo por um semiespaço homogêneo. Segundo GAZETAS (1983), devido à simplicidade dessa idealização, esta tem sido largamente utilizada para a determinação de tensões e deslocamentos no solo, e sua aplicação leva a resultados compatíveis com a observação experimental.

Nessa seção serão apresentadas algumas formulações para a representação da interação solo-estrutura em um modelo de fundação de máquinas diretamente apoiada sobre solo homogêneo.

Para um modelo como o representado na Figura 3, devemos definir os parâmetros K e C . Somente para solos homogêneos, será possível se considerar parâmetros independentes da frequência de excitação.

- Fundações Circulares

Fundações circulares não são geralmente aplicadas em fundações de máquinas. Da mesma forma, situações em que se possa considerar o perfil do solo como perfeitamente homogêneo, com propriedades elásticas constantes na profundidade, raramente ocorrem na prática. Entretanto, o estudo das fundações circulares sobre solos homogêneos são de grande importância para a compreensão do fenômeno da vibração em fundações de máquinas.

Os parâmetros de rigidez e amortecimento propostos por RICHART *et al.*, (1970), para fundações circulares em solo homogêneo são reproduzidos na Tabela 2.

Tabela 2 - Parâmetros para Fundações Circulares de Raio r

Grau de Liberdade	Mola	$\varepsilon = \frac{C}{C_c} = \frac{C}{2\sqrt{KM}}$	Fração de Massa (B)
Vertical	$K_z = \frac{4Gr}{1-\nu}$	$\varepsilon_z = \frac{0,425}{\sqrt{B_z}}$	$B_z = \frac{1-\nu}{4} \cdot \frac{M}{\rho r^3}$
Horizontal	$K_x = \frac{32(1-\nu)Gr}{7-8\nu}$	$\varepsilon_x = \frac{0,288}{\sqrt{B_x}}$	$B_x = \frac{7-8\nu}{32(1-\nu)} \cdot \frac{M}{\rho r^3}$
Rotacional	$K_\psi = \frac{8Gr^3}{3(1-\nu)}$	$\varepsilon_\psi = \frac{0,15}{(1+B_\psi)\sqrt{B_\psi}}$	$B_\psi = \frac{3(1-\nu)I_\psi}{8\rho r^5}$
Torsional	$K_\theta = \frac{16Gr^3}{3}$	$\varepsilon_z = \frac{0,5}{1+2B_\theta}$	$B_\theta = \frac{I_\theta}{\rho r^5}$

Para um disco circular, $I_\psi = \frac{\pi r^4}{4} \rho h = \frac{M r^2}{4}$ $I_\theta = 2 I_\psi$

Na Tabela 2, as propriedades do solo consideradas são:

$G[kPa]$ – Módulo de deformação transversal

ν – Coeficiente de Poisson

$\rho \left[\frac{Mg}{m^3} \right]$ – Massa específica

As correspondentes expressões explícitas para os amortecedores são dadas abaixo na Tabela 3:

Tabela 3 – Expressões Explícitas para os Amortecedores (RICHART *et al*, 1970)

Vertical (C_z)	Horizontal (C_x)	Rotacional (C_ψ)	Torsional (C_θ)
$\frac{3.4r^2}{1-\nu} \cdot \sqrt{\rho G}$	$\frac{18.4 \cdot (1-\nu) \cdot r^2}{7-8\nu} \cdot \sqrt{\rho G}$	$\frac{0,8r^4}{(1-\nu) \cdot (1+B_\psi)} \cdot \sqrt{\rho \cdot G}$	$\frac{1}{1+2 \cdot B_\theta} \cdot \sqrt{\frac{16Gr^3 \cdot I_\theta}{3}}$

- Fundações Retangulares

Para fundações retangulares, a formulação proposta por RICHART *et al*, para coeficientes de rigidez nas direções vertical, horizontal, rotacional e torcional, respectivamente, são apresentadas nas expressões (2-42) a (2-45). Apesar dessa formulação ter sido superada pela de Wolf, que será mostrada a seguir, ela deve ser apresentada, pois ainda é a formulação mais utilizada na maioria dos projetos.

A geometria do bloco deve ser orientada conforme a Figura 4, onde se observa que a metade do lado maior é denominada c e a metade do lado menor, d , com a rotação ocorrendo em torno do eixo paralelo ao lado maior apresentado na figura como uma linha tracejada.

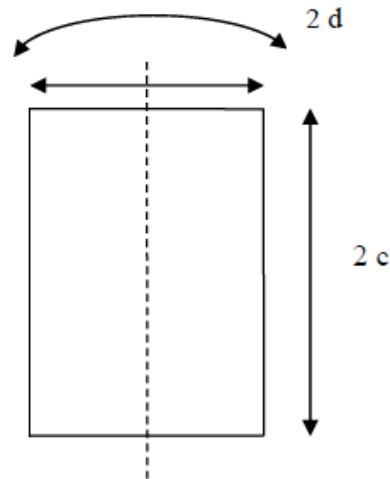


Figura 4 – Definição da Geometria para a Fundação Retangular

$$K_Z = \frac{G}{1-\nu} \beta_Z \sqrt{4cd} \quad (2-42)$$

$$K_X = 4(1+\nu)G\beta_X\sqrt{cd} \quad (2-43)$$

$$K_\psi = \frac{8G}{1-\nu} \beta_\psi cd^2 \quad (2-44)$$

$$K_\theta = 2(1+\nu)G\beta_X(c^2 + d^2)\sqrt{cd} \quad (2-45)$$

Os valores de β_Z , β_X e β_ψ podem ser determinados graficamente com a utilização do ábaco apresentado na Figura 5.

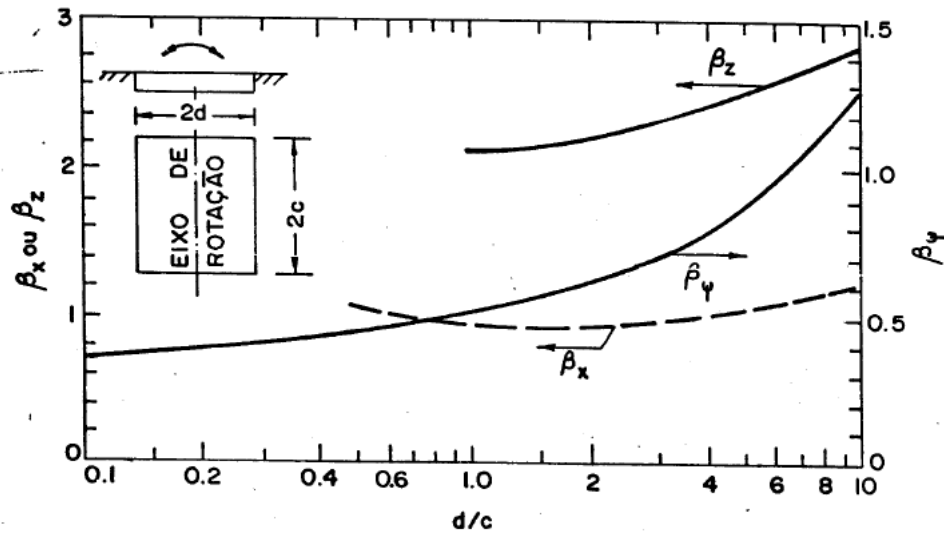


Figura 5 - Ábaco para determinação dos parâmetros β_z , β_x e β_ψ (RICHART *et al*, 1970)

Os coeficientes de amortecimento para fundações retangulares podem ser calculados com as fórmulas para fundações circulares apresentadas na Tabela 2, utilizando como raios valores equivalentes, que reproduzam a área e a inércia da área retangular, apresentados a seguir nas expressões (2-46) a (2-48).

Raio equivalente para translações:

$$r = \left(\frac{4cd}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2-46)$$

Raio equivalente para rotação:

$$r = \left(\frac{16cd^3}{3\pi} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2-47)$$

Raio equivalente para torção:

$$r = \left(\frac{16cd(c^2 + d^2)}{6\pi} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2-48)$$

Uma das formulações mais utilizadas para a determinação de coeficientes de rigidez e amortecimento para fundações retangulares é a proposta por WOLF (1994), que reuniu resultados obtidos anteriormente por GAZETAS (1980). As fórmulas respectivas são apresentadas nas expressões (2-49) a (2-54). A orientação dos eixos deve seguir a apresentada na Figura 6.

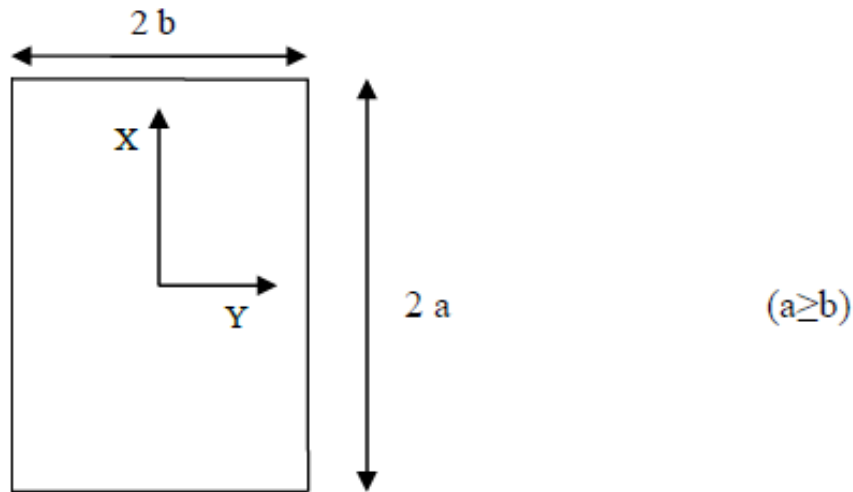


Figura 6 - Orientação dos Eixos para a formulação de Wolf & Gazetas. (WOLF, 1994)

As grandezas K_X , K_Y e K_Z são as rigidezes translacionais nas direções X, Y e Z, e são dadas em $\frac{kN}{m}$. As grandezas K_{XX} , K_{YY} e K_{ZZ} , dadas em $\frac{kN}{m^2}$, são as rigidezes rotacionais em torno dos eixos X, Y e Z, respectivamente.

$$K_X = \frac{Gb}{2 - \nu} \left(6,8 \left(\frac{a}{b} \right)^{0,65} + 2,4 \right) \quad (2-49)$$

$$K_Y = \frac{Gb}{2 - \nu} \left(6,8 \left(\frac{a}{b} \right)^{0,65} + 0,8 \frac{a}{b} + 1,6 \right) \quad (2-50)$$

$$K_Z = \frac{Gb}{1 - \nu} \left(3,1 \left(\frac{a}{b} \right)^{0,75} + 1,6 \right) \quad (2-51)$$

$$K_{XX} = \frac{Gb^3}{1 - \nu} \left(3,2 \frac{a}{b} + 0,8 \right) \quad (2-52)$$

$$K_{YY} = \frac{Gb^3}{1 - \nu} \left(3,73 \left(\frac{a}{b} \right)^{2,4} + 0,27 \right) \quad (2-53)$$

$$K_{ZZ} = Gb^3 \left(4,25 \left(\frac{a}{b} \right)^{2,45} + 4,06 \right) \quad (2-54)$$

Nestas expressões, G é o módulo de deformação transversal do solo, ν é o coeficiente de Poisson do solo e a e b são as dimensões da fundação, orientadas conforme a Figura 6, com a referente ao lado de maior dimensão.

- Fundações de Geometria Qualquer

Para fundações de geometria qualquer, WOLF (1994) apresentou a formulação definida pelas expressões (2-55) a (2-60).

Conforme a Figura 7, a fundação de geometria qualquer, que se encontra hachurada, é circunscrita por um retângulo onde o lado maior tem dimensão igual a $2L$ e o menor, $2B$. Os eixos X e Y são posicionados de forma que o primeiro seja paralelo ao maior lado do retângulo.

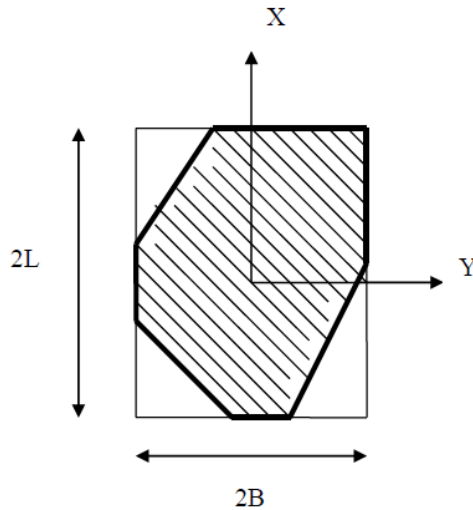


Figura 7 - Parâmetros Geométricos de uma Fundação Qualquer

$$K_X \left(\frac{kN}{m} \right) = K_Y - \frac{0,2}{0,75 - \nu} GL \left(1 - \frac{B}{L} \right) \quad (2-55)$$

$$K_Y \left(\frac{kN}{m} \right) = \frac{2GL}{2 - \nu} \left(2 + 2,5 \left(\frac{A_b}{4L^2} \right)^{0,85} \right) \quad (2-56)$$

$$K_z \left(\frac{kN}{m} \right) = \frac{2GL}{1-\nu} \left(0,73 + 1,54 \left(\frac{A_b}{4L^2} \right)^{0,75} \right) \quad (2-57)$$

$$K_{xx} \left(\frac{kN}{m^2} \right) = \frac{G}{1-\nu} I_{bx}^{0,75} \left(\frac{L}{B} \right)^{0,25} \left(2,4 + 0,5 \frac{B}{L} \right) \quad (2-58)$$

$$K_{yy} \left(\frac{kN}{m^2} \right) = \frac{2,9G}{1-\nu} I_{by}^{0,75} \left(\frac{L}{B} \right)^{0,15} \quad (2-59)$$

$$K_{zz} \left(\frac{kN}{m^2} \right) = 3,5GI_{bz}^{0,75} \left(\frac{B}{L} \right)^{0,4} \left(\frac{I_{bz}}{B^4} \right)^{0,2} \quad (2-60)$$

Nestas expressões I_{bx} , I_{by} e I_{bz} são os momentos de inércia (m^4) com relação aos eixos X, Y e Z, respectivamente.

2.4.3 Fundações Diretas sobre Solo Estratificado Horizontalmente

Nesse item será apresentada a formulação encontrada em WOLF (1994) para estratos horizontais de solo sobre uma base rígida e para estratos horizontais sobre camadas de solo semi-infinitas.

A Figura 8 apresenta a representação de uma fundação circular de raio R sobre uma camada de solo de profundidade H apoiada sobre uma base rígida. A Tabela 4 apresenta as expressões para os coeficientes de rigidez do solo.

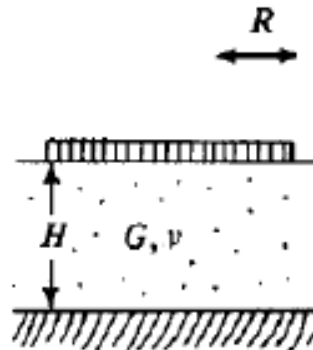


Figura 8 - Fundação Circular em Estrato de Solo sobre Camada Rígida

Tabela 4 - Rigidez para Fundações Circulares em Camadas de Solo sobre Base Rígida

Direção	Rigidez Estática	Faixa de Validade
Vertical	$K_v = \frac{4GR}{1-\nu} \left(1 + 1,28 \frac{R}{H}\right)$	$\frac{H}{R} > 2$
Horizontal	$K_h = \frac{8GR}{2-\nu} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R}{H}\right)$	$\frac{H}{R} > 1$
Rotacional	$K_r = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)}$	$4 > \frac{H}{R} > 1$
Torção	$K_t = \frac{16}{3} GR^3$	$\frac{H}{R} > 1,25$

Para uma fundação circular sobre um estrato de módulo de elasticidade transversal G_1 , que se apóia sobre uma camada semi-infinita de solo com módulo de elasticidade transversal G_2 , sendo $G_2 > G_1$, conforme representado na Figura 9, as expressões são apresentadas na Tabela 5.

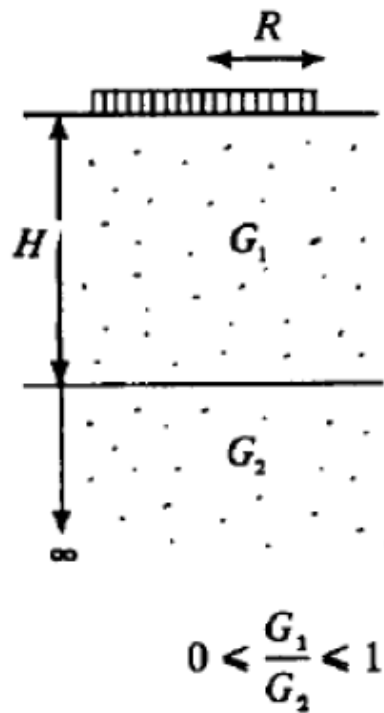


Figura 9 - Fundação Circular em Estrato sobre Camada Semi-infinita de solo

Tabela 5 – Rigidez para Fundação Circular em Estrato sobre Camada Semi-infinita de Solo

Direção	Rigidez Estática	Faixa de Validade
Vertical	$K_v = \frac{4G_1R}{1 - \nu_1} \frac{1 + 1,28 \frac{R}{H}}{1 + 1,28 \frac{R}{H} \frac{G_1}{G_2}}$	$1 \leq \frac{H}{R} < 5$
Horizontal	$K_h = \frac{8G_1R}{2 - \nu_1} \frac{1 + \frac{1}{2} \frac{R}{H}}{1 + \frac{1}{2} \frac{R}{H} \frac{G_1}{G_2}}$	$1 \leq \frac{H}{R} < 4$
Rotacional	$K_r = \frac{8G_1R^3}{3(1 - \nu_1)} \frac{1 + \frac{1}{6} \frac{R}{H}}{1 + \frac{1}{6} \frac{R}{H} \frac{G_1}{G_2}}$	$\frac{3}{4} \leq \frac{H}{R} < 2$

2.4.4 Fundações Diretas sobre Solo Heterogêneo

As soluções apresentadas anteriormente fornecem somente os coeficientes de rigidez do solo, não fornecendo resultados para os coeficientes de amortecimento, que representam a energia dissipada no solo por radiação.

Soluções mais gerais foram encontradas por LUCO (1976). A formulação por ele desenvolvida aborda a análise de uma fundação rígida circular assente na superfície de um meio viscoelástico estratificado e sujeita a vibrações harmônicas forçadas. Luco desenvolveu as equações integrais associadas ao problema, transformando-as numericamente em um sistema de equações simultâneas, a ser resolvido algebricamente.

Com esta formulação, é possível se obter coeficientes de rigidez e amortecimento (genericamente coeficientes de impedância), que representam o solo estratificado, em função da frequência de excitação.

A formulação de Luco foi já extensivamente estudada, com resultados numéricos discutidos, na Dissertação de Mestrado de FIDELES (2015), não sendo, portanto, este estudo aqui repetido.

Fideles também estudou a representação do solo através de malhas de elementos finitos axissimétricas e tridimensionais. Ficou bastante evidenciada neste trabalho a necessidade de uma correta imposição das condições de contorno no modelo, através de coeficientes de mola elástica e de coeficientes de amortecimento viscoso.

2.4.5 Fundações Diretas conforme a Hipótese de Winkler

Segundo a hipótese de Winkler (ABMS/ABEF, 1998), a reação do solo em uma fundação sujeita a uma tensão vertical é, em qualquer ponto da superfície de contato com o solo, proporcional ao deslocamento vertical desse ponto.

A Figura 10 ilustra a tensão de contato em uma placa rígida sujeita a um carregamento vertical e mostra a imprecisão desta hipótese. Também é importante notar na representação desta figura, a curva teórica em linha tracejada, obtida com base na Teoria Matemática da Elasticidade e a linha cheia, que representa a distribuição real de tensões. Na curva tracejada a plastificação do solo é desconsiderada, e são encontradas tensões infinitas nas bordas, o que não acontece no caso real.

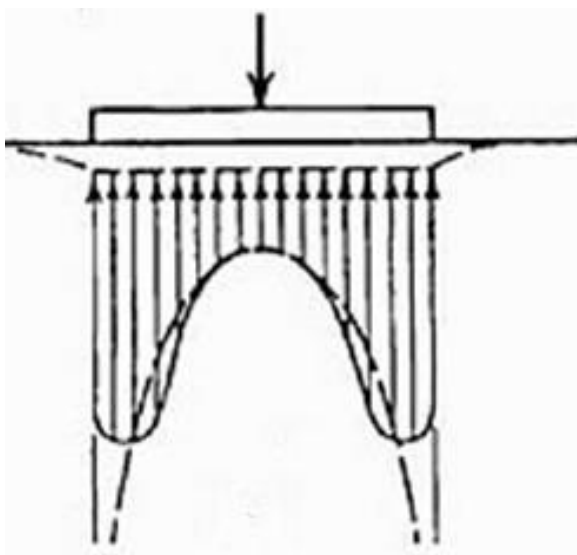


Figura 10 - Pressões de contato em placa rígida sobre argila (ABMS/ABEF, 1998)

Observa-se que a forma da função real da pressão de contato nas bordas da placa interrompe a sua tendência de crescimento parabólico em direção a uma tensão infinita e a curva experimental apresenta uma suavização, que surge em função da plastificação do solo próximo às bordas. Este aspecto será novamente discutido posteriormente neste trabalho.

A formulação que será aqui utilizada para a distribuição de tensões p sob uma placa rígida utiliza a solução elástica disponível para uma placa retangular corrida submetida a uma tensão uniforme q , em um ponto da placa de largura $2B$ distando x do centro, apresentada na expressão (2-61), (ABMS/ABEF, 1998):

$$p = \frac{2q}{\pi \left[1 - \left(\frac{x}{B} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (2-61)$$

2.4.6 Fundações Diretas Considerando a Matriz de Rigidez Condensada do Solo

Os coeficientes de rigidez do solo podem ser determinados conforme o modelo proposto por SANTOS e GUIMARÃES (1988) e posteriormente utilizado por RIBEIRO (2010).

Nesse modelo, o solo é considerado como um semiespaço homogêneo e elástico e representado por uma matriz de rigidez referida à interface fundação-solo. A superfície de contato fundação-solo é discretizada em elementos retangulares nos quais as propriedades são consideradas como uniformes e concentradas em seu ponto central.

É inicialmente montada uma matriz de flexibilidade na interface fundação-solo, obtida através da aplicação de forças unitárias em um ponto e calculando-se os deslocamentos nos demais pontos discretizados da interface.

Para esse cálculo são utilizadas as fórmulas para o deslocamento vertical, de Boussinesq, apresentada na expressão (2-62), e para o deslocamento horizontal, de Cerruti, apresentada na expressão (2-63), considerando uma carga unitária aplicada a uma distância r do ponto a ser avaliado, em função do módulo de elasticidade transversal do solo G , e do coeficiente de Poisson ν , (RIBEIRO, 2010). A matriz de rigidez na interface fundação-solo é obtida pela inversão da matriz de flexibilidade.

Na expressão (2-62), δ_V representa o deslocamento em um ponto devido à aplicação de uma força unitária no sentido vertical, a uma distância r desse ponto. Do mesmo modo, na expressão (2-63), δ_H representa o deslocamento horizontal no ponto

devido a uma força unitária na direção horizontal, a uma distância r . O distância x , nessa expressão, é a projeção no eixo da força da distância r .

$$\delta_v = \frac{(1 - \nu)}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot G} \quad (2-62)$$

$$\delta_h = \frac{(1 - \nu)}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot G} \left(1 - \nu + \frac{x^2}{r^2} \nu \right) \quad (2-63)$$

2.4.7 Fundações Profundas e o Programa PILAY

A determinação das constantes de rigidez e amortecimento de blocos com fundação profunda pode ser feita através dos programas de computador que serão aqui descritos. Um dos programas que será utilizado nesse trabalho é o PILAY, desenvolvido por NOVAK & ABOUL-ELLA (1977) na Universidade de Western Ontario (Canadá). De forma a aferir os resultados obtidos com este programa, são inicialmente apresentadas as soluções elásticas obtidas por POULOS (1974).

O PILAY analisa, entre outros problemas, estacas verticais em meio viscoelástico e solo estratificado, discretizando o solo em camadas infinitesimais independentes entre si, obtendo como resultados coeficientes de rigidez e amortecimentos condensados no topo das estacas.

Para uma estaca isolada flutuante (sem restrição de deslocamento na ponta) a rigidez vertical é dada pela expressão (2-64).

$$K_V = \frac{E_S \cdot L}{I_P} \quad (2-64)$$

Sendo:

K_V – a rigidez vertical da estaca;

E_S – módulo de elasticidade do solo;

L – comprimento da estaca;

Na Figura 11 pode se determinar o termo I_p graficamente em função da relação L/d e do parâmetro K dado pela expressão (2-65).

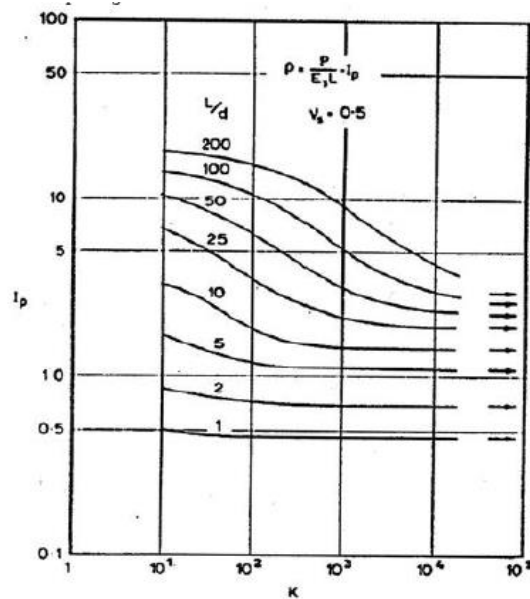


Figura 11 - Fatores de Influência de Deslocamentos para Estacas Flutuantes comprimidas (POULOS, 1974)

$$K = \frac{E_p}{E_s} \quad (2-65)$$

A expressão (2-65) apresenta a relação K entre os módulos de elasticidade do material da estaca, E_p , e do solo, E_s .

Para uma estaca com restrição de deslocamento vertical na ponta, a rigidez vertical pode ser determinada pela expressão (2-66).

$$K_V = \frac{E_p \cdot A_p}{I \cdot L} \quad (2-66)$$

Sendo:

K_V – a rigidez vertical da estaca;

E_p – módulo de elasticidade do material da estaca;

A_p – área da seção transversal da estaca;

L – comprimento da estaca;

O termo I pode ser determinado graficamente na Figura 12 em função da relação L/d e do parâmetro K dado pela expressão (2-66).

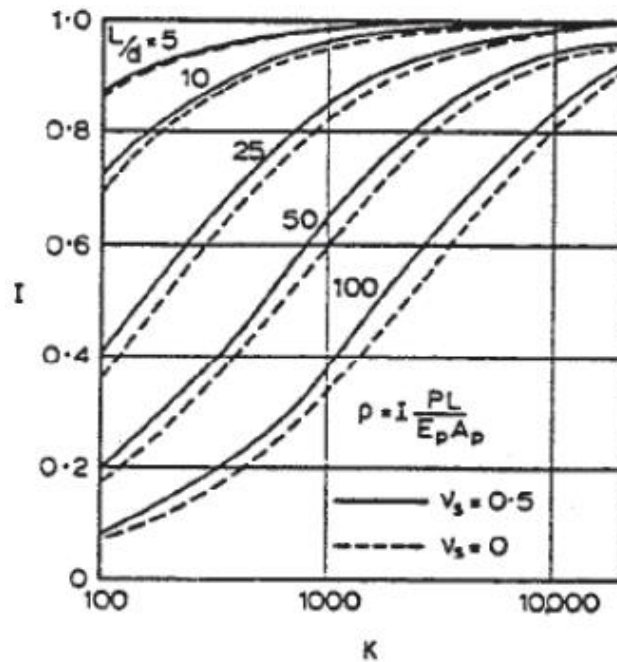


Figura 12 - Deslocamento no topo de uma estaca de ponta (POULOS, 1974)

As expressões completas para o deslocamento horizontal ρ e a rotação θ de POULOS (1974) são apresentadas nas expressões (2-67) e (2-68).

$$\rho = I_{\rho H} \frac{H}{E_s \cdot L} + I_{\rho M} \frac{M}{E_s \cdot L^2} \quad (2-67)$$

$$\theta = I_{\theta H} \frac{H}{E_s L^2} + I_{\theta M} \frac{M}{E_s \cdot L^3} \quad (2-68)$$

Onde:

ρ – deslocamento horizontal;

θ – rotação;

H – força horizontal;

M – momento fletor;

Os parâmetros $I_{\rho H}$, $I_{\rho M}$, $I_{\theta H}$ e $I_{\theta M}$ são encontrados nas Figuras 13 a 15 para estacas de atrito e nas Figuras 16 a 18 para estacas de ponta fixa ou rotulada. Os ábacos apresentados nas Figuras 13 a 15 consideram velocidade de propagação das ondas de cisalhamento (v_s) obtidas com o ensaio de *Cross-hole* (ASTM, 2014) de $0,5 \frac{m}{s}$. O termo K_R necessário para a utilização dos ábacos é determinado conforme a expressão (2-69), onde I_p é o momento de inércia da seção transversal da estaca.

$$K_R = \frac{E_p \cdot I_p}{E_s \cdot L^4} \quad (2-69)$$

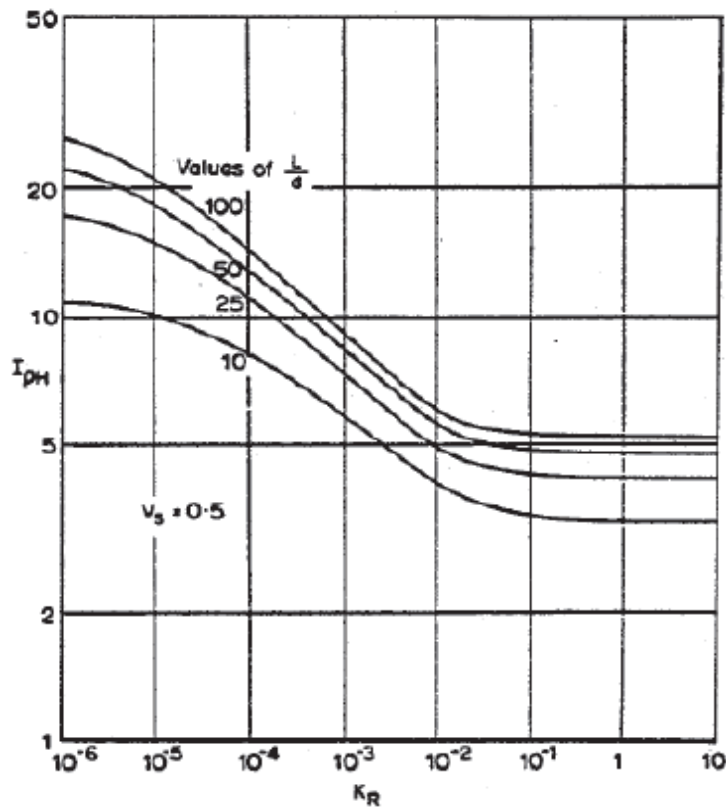


Figura 13 - Fator de Influência $I_{\rho H}$ para Estacas Flutuantes para $v_s = 0,5 \frac{m}{s}$

(POULOS, 1974)

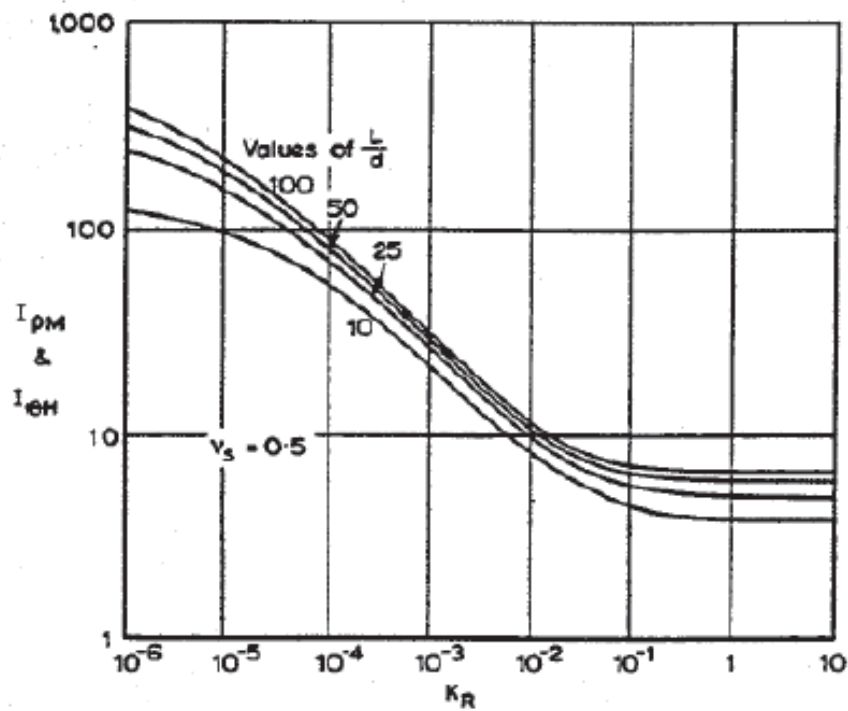


Figura 14 - Fatores de Influência $I_{\rho M}$ e $I_{\theta H}$ para Estacas Flutuantes para $v_s = 0,5 \frac{m}{s}$ (POULOS, 1974)

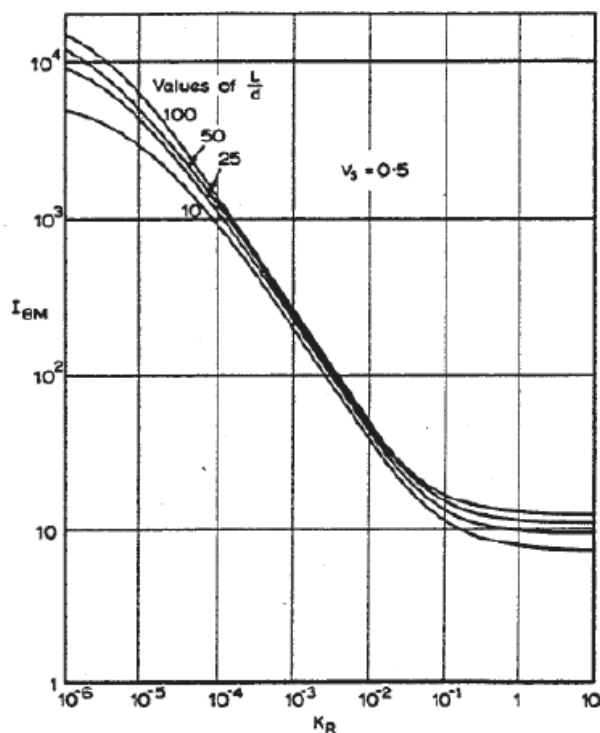


Figura 15 - Fator de Influência $I_{\theta M}$ para Estacas Flutuantes para $v_s = 0,5 \frac{m}{s}$ (POULOS, 1974)

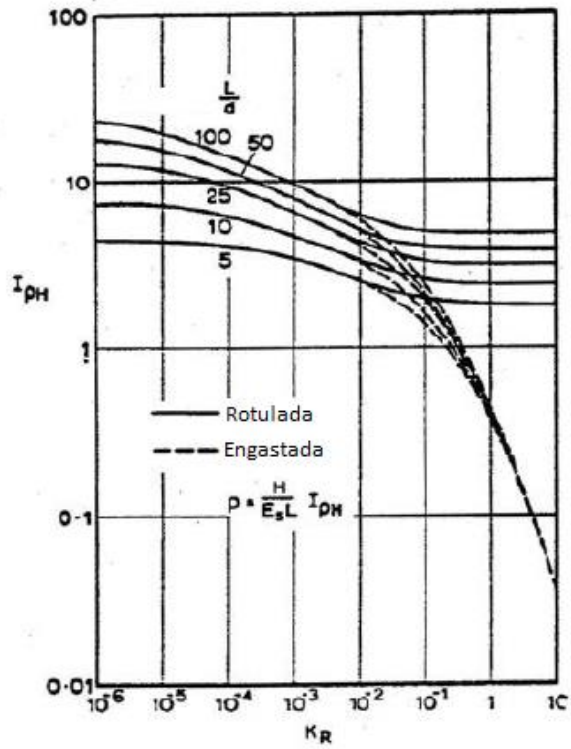


Figura 16 - Fator de Influência $I_{\rho H}$ para Estacas rotuladas ou engastadas na base (POULOS, 1974)

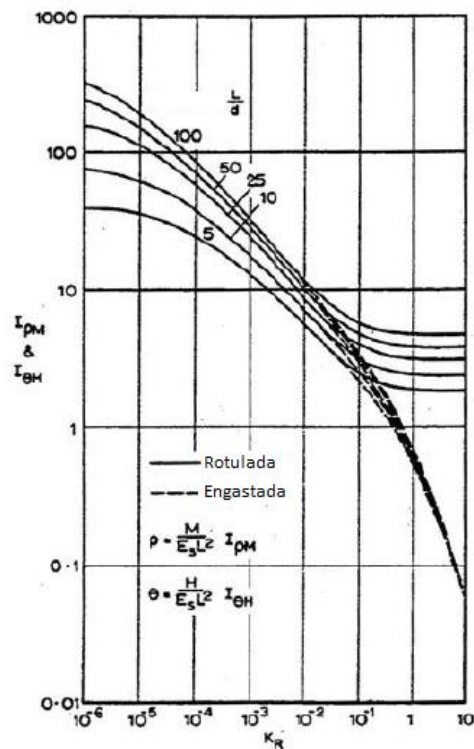


Figura 17 - Fatores de Influência $I_{\rho M}$ e $I_{\theta H}$ para Estacas Rotuladas ou Engastadas na Ponta (POULOS, 1974)

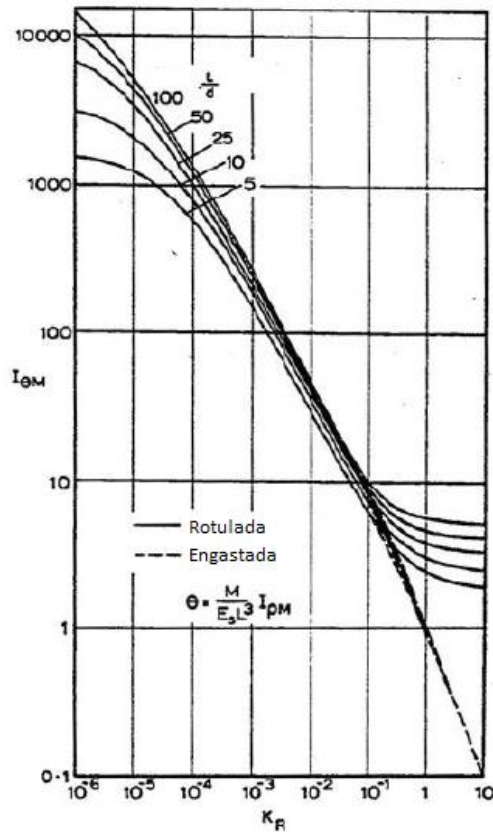


Figura 18 - Fator de Influência $I_{\theta M}$ para Estacas Rotuladas ou Engastadas na Ponta (POULOS, 1974)

No caso de maior interesse no projeto de fundações de máquinas, que é o de rigidez horizontal para uma estaca isolada com rotação impedida no topo, esta pode ser determinada através da expressão (2-70), em função do módulo de elasticidade do material da estaca, E_s , do seu comprimento, L e do fator de influência $I_{\rho F}$ encontrado nas Figura 19 para estacas de atrito e Figura 20 para estacas de ponta rotulada ou engastada.

$$K_H = \frac{E_s L}{I_{\rho F}} \tag{2-70}$$

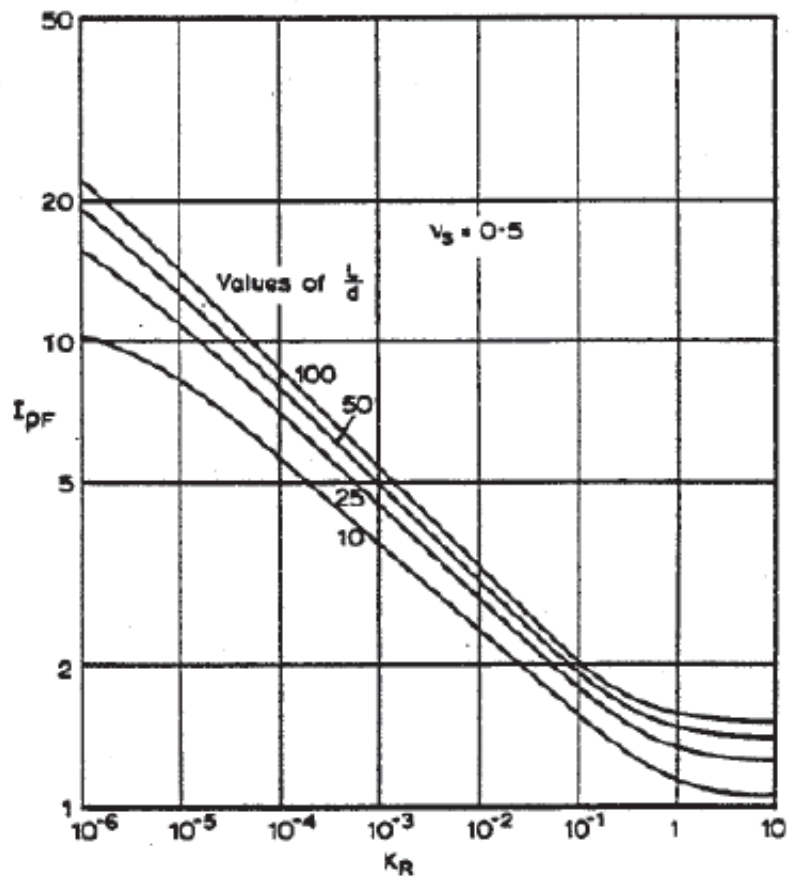


Figura 19 - Fator de Influência para Estacas Flutuantes (POULOS, 1974)

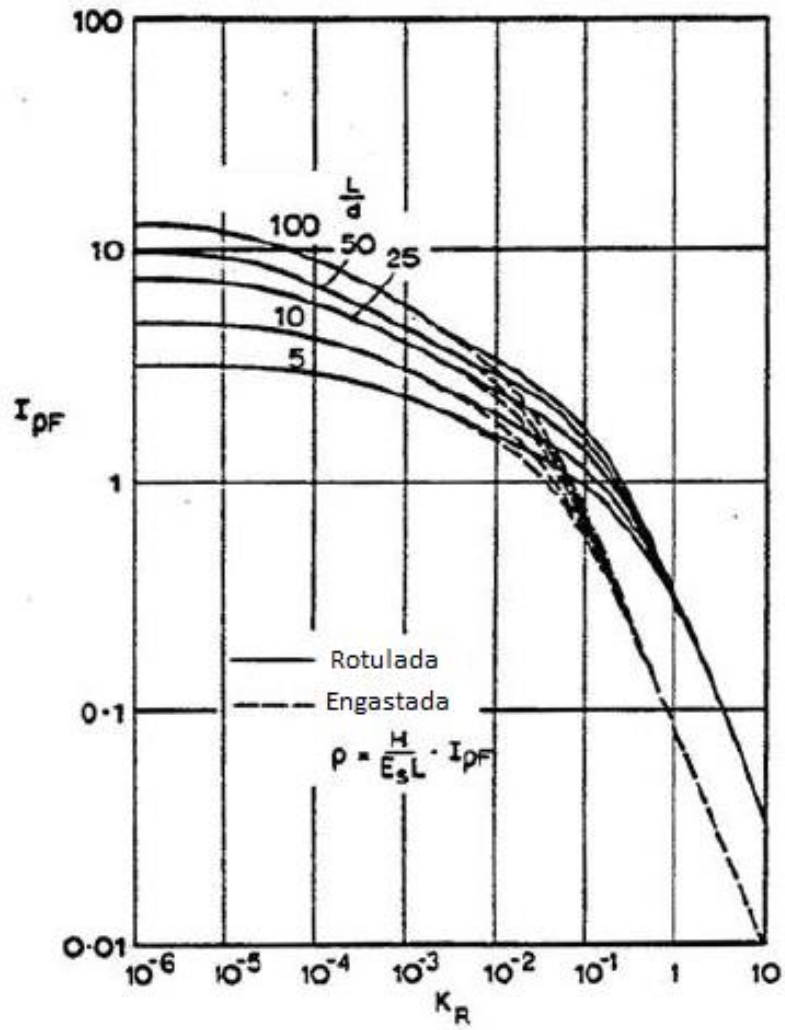


Figura 20 - Fator de Influência $I_{\rho F}$ para Estacas de Ponta Rotulada ou Engastada (POULOS, 1974)

- Consideração do Efeito de Grupo

Os deslocamentos sofridos por uma estaca influenciam estacas vizinhas através de deslocamentos e tensões transmitidos através do solo. A influência de uma estaca em outra deve ser considerada através da avaliação de um efeito de grupo.

Conforme ilustrado na Figura 21, um deslocamento horizontal $\delta = F_{HH}$ em uma estaca devido a uma força unitária F_H , resulta em um deslocamento $\delta = \alpha_H \cdot F_{HH}$ em uma estaca próxima (rotação impedida no topo). Do mesmo modo, um deslocamento vertical $\delta = F_{VV}$ acarreta na estaca vizinha um deslocamento $\delta = \alpha_{VV} \cdot F_{VV}$.

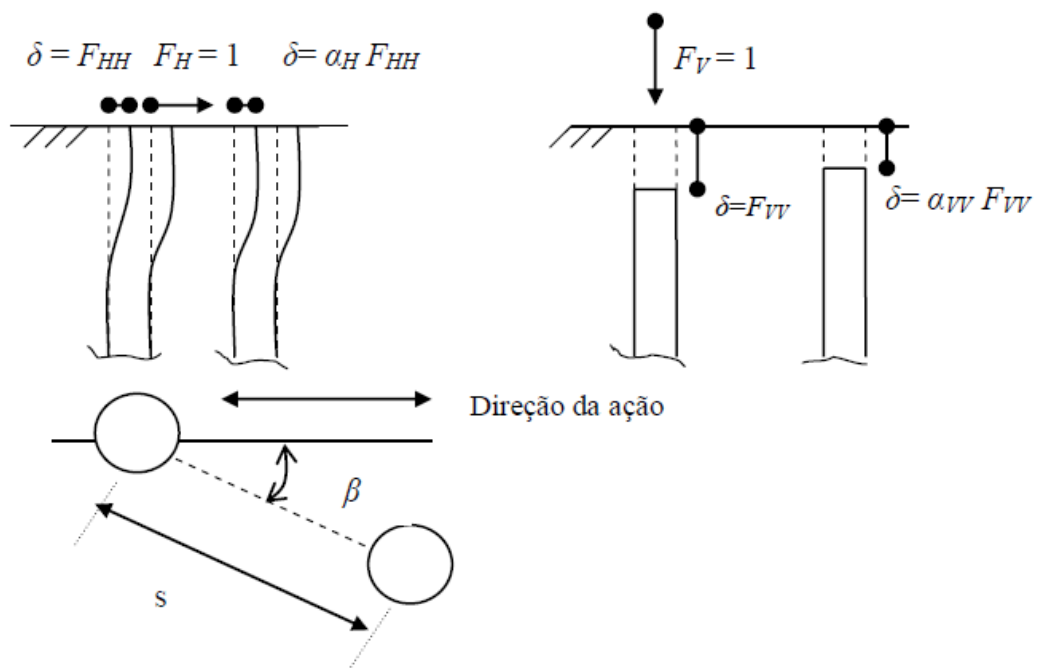


Figura 21 - Efeito de Grupo

Exemplificando para o caso de duas estacas, a matriz de flexibilidade do conjunto será conforme a expressão (2-71). A matriz de rigidez será, portanto, a matriz K apresentada na expressão (2-72).

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (2-71)$$

$$\vec{K} = \frac{1}{\vec{F}} = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha \\ 1 - \alpha^2 & 1 - \alpha^2 \\ -\alpha & 1 \\ 1 - \alpha^2 & 1 - \alpha^2 \end{bmatrix} \quad (2-72)$$

Os valores de α para o efeito de grupo na direção vertical podem ser determinados graficamente nas Figuras 22 a 24 e para a direção horizontal, nas Figuras 25 a 28 em função da relação entre a distância entre as estacas, s e o seu diâmetro, d .

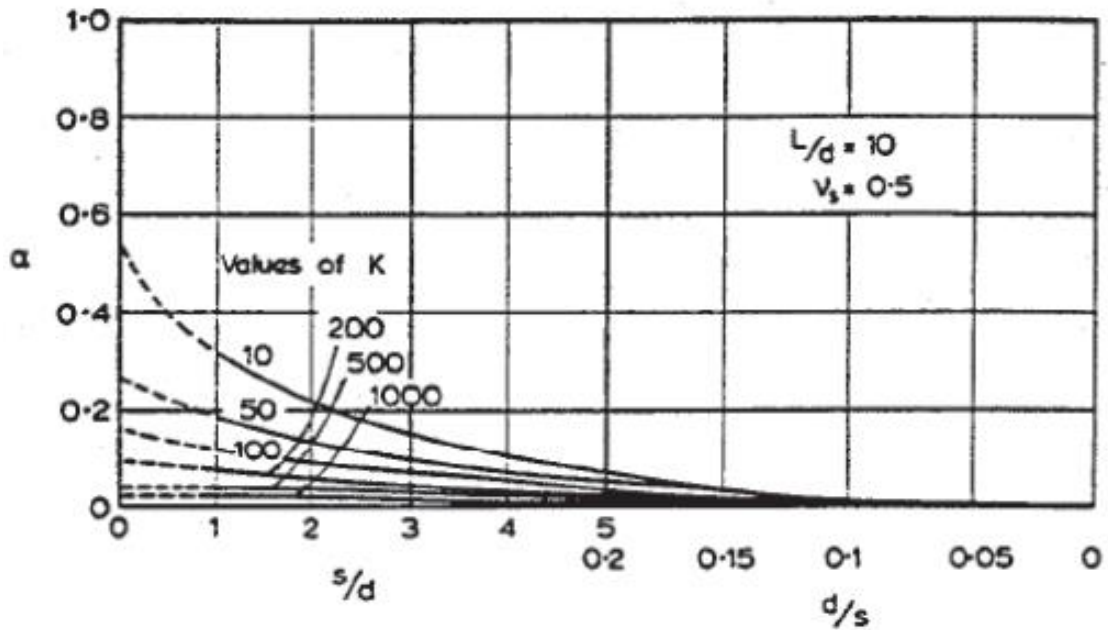


Figura 22 - Fatores de Interação α para Estacas de Ponta com $L/d = 10$ e $v_s = 0,5 \frac{m}{s}$ (POULOS, 1974)

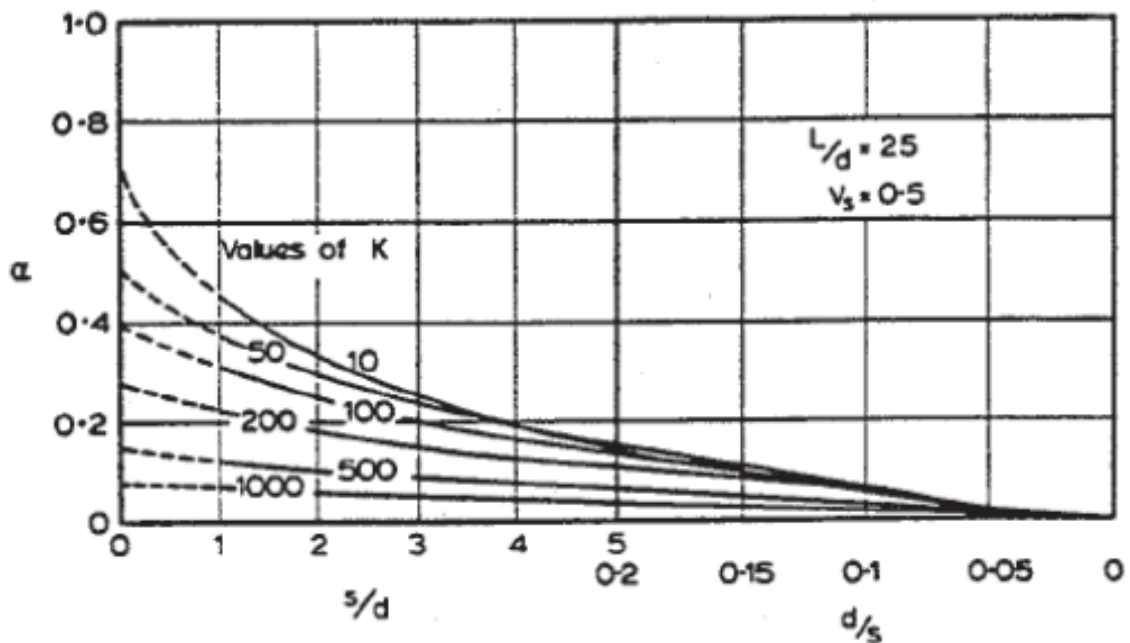


Figura 23 - Fatores de Interação α para Estacas de Ponta com $L/d = 25$ e $v_s = 0,5 \frac{m}{s}$ (POULOS, 1974)

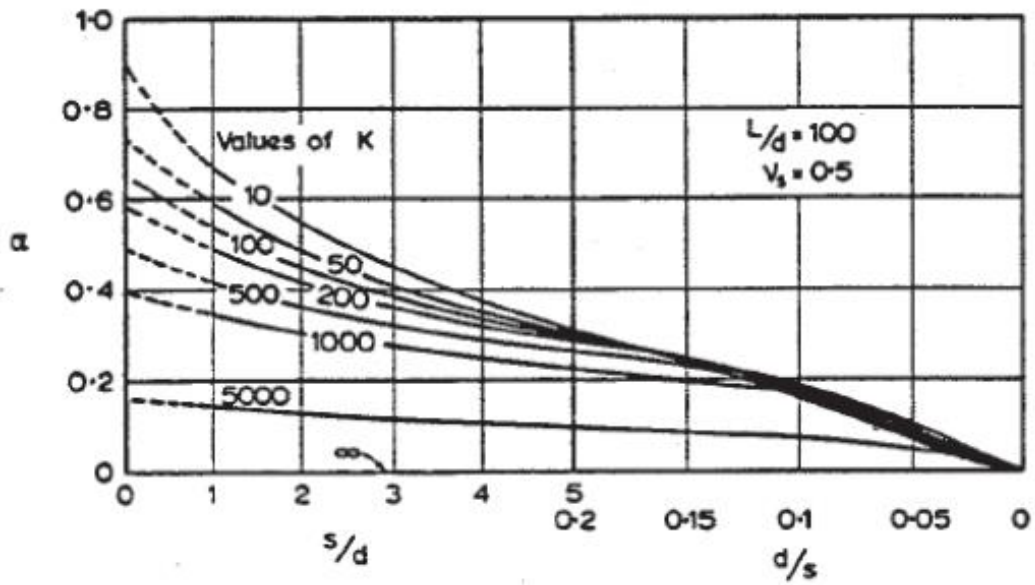


Figura 24 - Fatores de Interação α para Estacas de Ponta com $L/d = 100$ (POULOS, 1974)

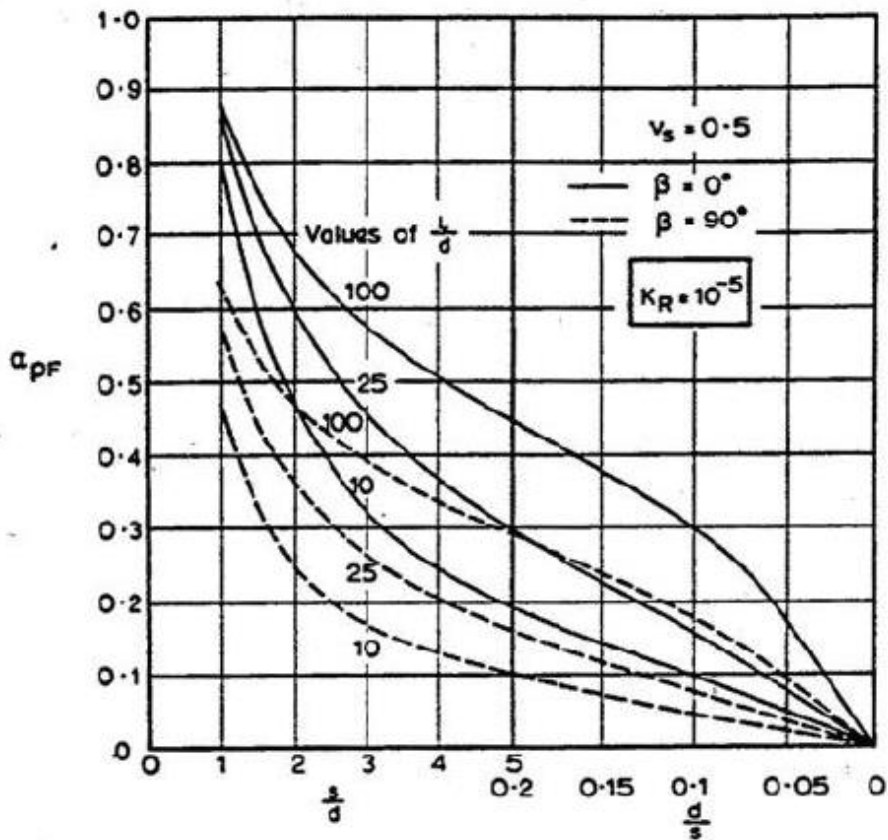


Figura 25 - Fatores de Interação α_{pF} para Estacas Flutuantes para $K_R = 10^{-5}$ (POULOS, 1974)

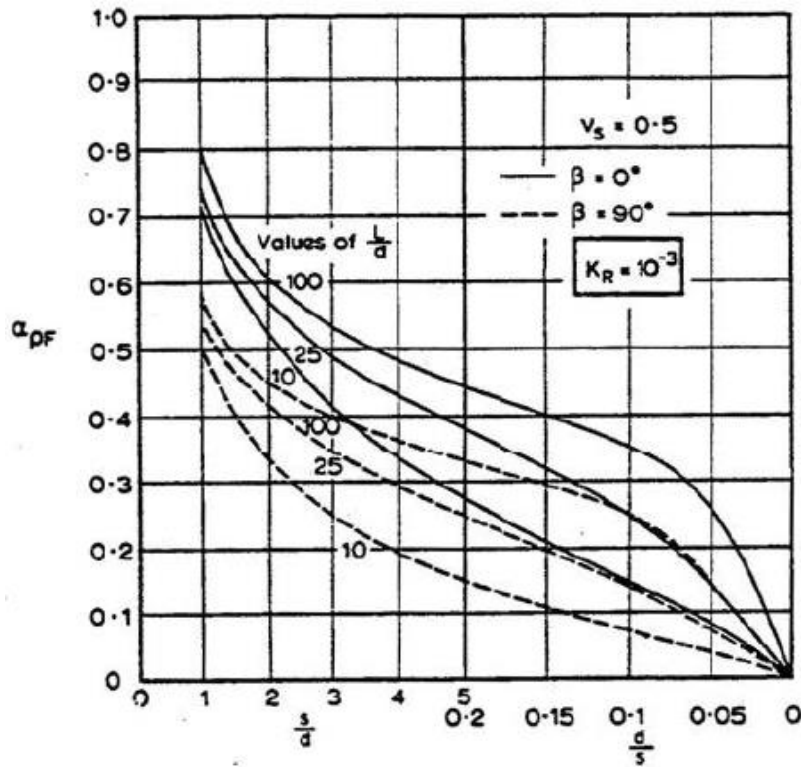


Figura 26 - Fatores de Interação $\alpha_{\rho F}$ para Estacas Flutuantes para $K_R = 10^{-3}$ (POULOS, 1974)

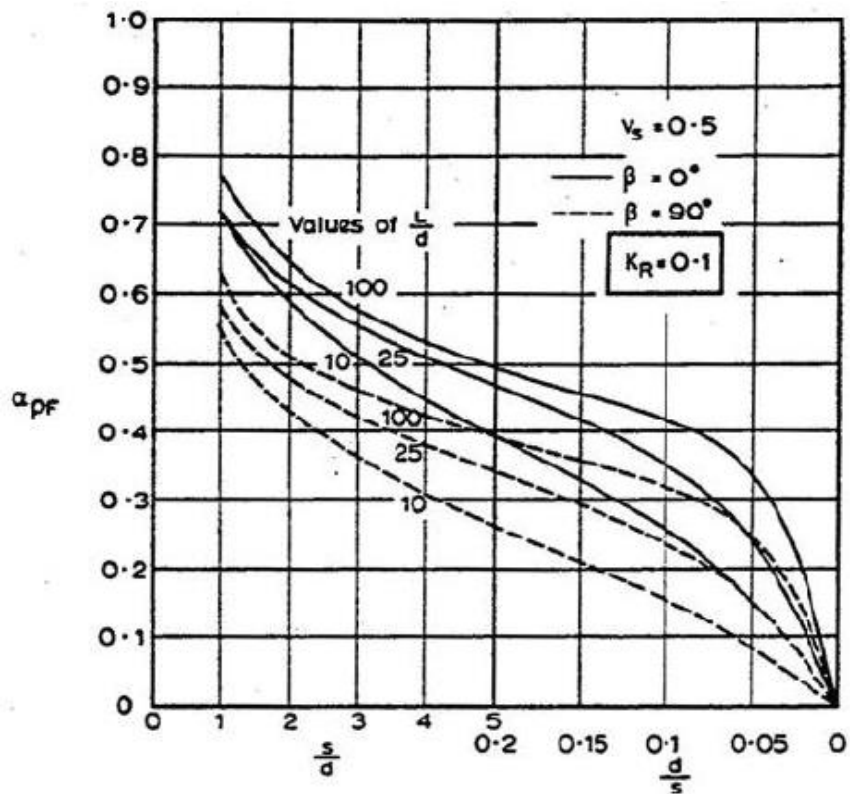


Figura 27 - Fatores de Interação $\alpha_{\rho F}$ para Estacas Flutuantes para $K_R = 0,1$ (POULOS, 1974)

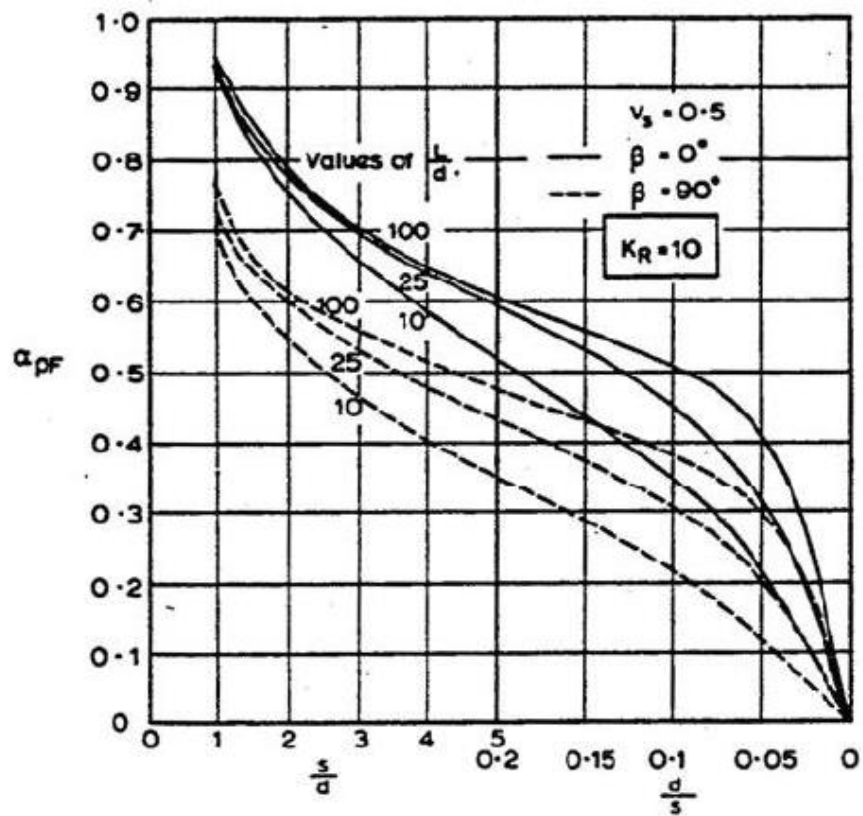
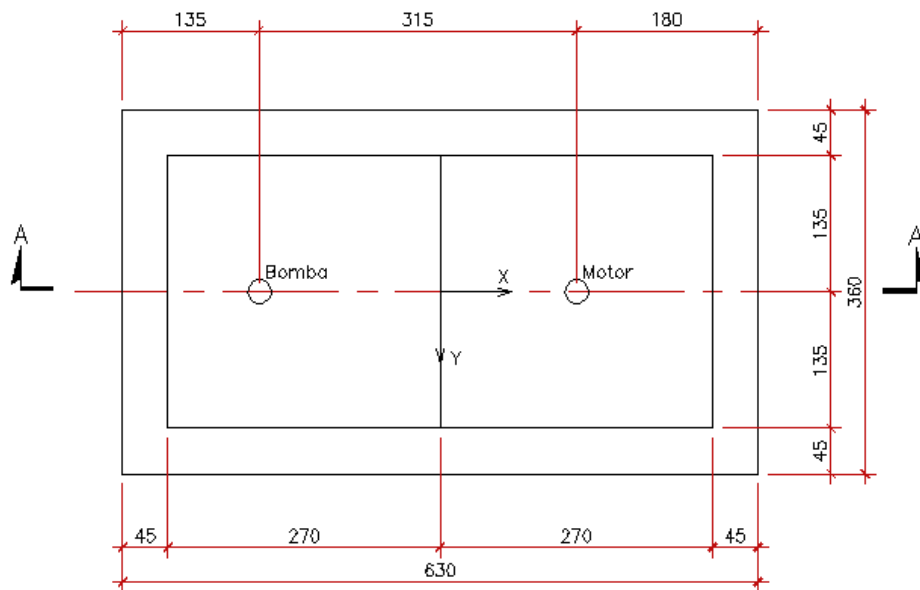


Figura 28 - Fatores de Interação $\alpha_{\rho F}$ para Estacas Flutuantes para $K_R = 10$ (POULOS, 1974)

3 Estudo de Caso

3.1 Apresentação do Problema

Neste trabalho será analisada a fundação para uma máquina rotativa sobre um bloco de concreto. Será apresentada uma adaptação de um projeto real com dados adaptados para esse estudo. Nesse projeto real foram estudadas alternativas em fundação direta e sobre estacas. A geometria, as propriedades do solo e as características de carregamento são apresentadas nessa seção. As Figuras 29 e 30 apresentam a geometria da estrutura.



PLANTA

Figura 29 - Geometria da estrutura: planta

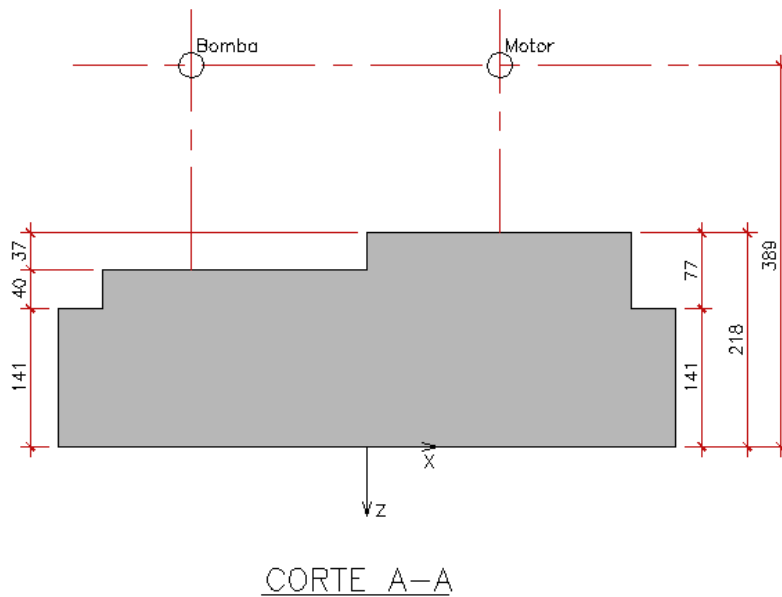


Figura 30 - Geometria da estrutura: Corte A-A

A máquina (uma moto-bomba) é composta por uma bomba de massa igual a 14,56 Mg e um motor de massa igual a 20,60 Mg, ambos com frequência de operação de 11,83 Hz (710rpm).

O carregamento dinâmico devido aos equipamentos foi determinado conforme apresentado na expressão (3-1), seguindo as recomendações da norma DIN-4024 (DIN,1989).

$$F_0 = \frac{1,2 \cdot L \cdot f_m}{50} \quad (3-1)$$

Sendo:

F_0 – amplitude da carga dinâmica;

L – peso das partes rotativas;

f_m – frequência de operação em Hz;

Desse modo, considerando o peso das partes rotativas como 40% do peso dos equipamentos, temos as forças devidas à operação da bomba e do motor conforme as expressões (3-2) e (3-3):

$$F_{Bomba} = \frac{1,2 \times (0,4 \times m_{Bomba} \times g) \times f_m}{50} = 16,54kN \quad (3-2)$$

$$F_{Motor} = \frac{1,2 \times (0,4 \times m_{Motor} \times g) \times f_m}{50} = 23,40kN \quad (3-3)$$

As forças devidas ao movimento periódico das massas da bomba e do motor atuam nos pontos onde se localizam os equipamentos e sua direção oscila em movimento harmônico no plano YZ.

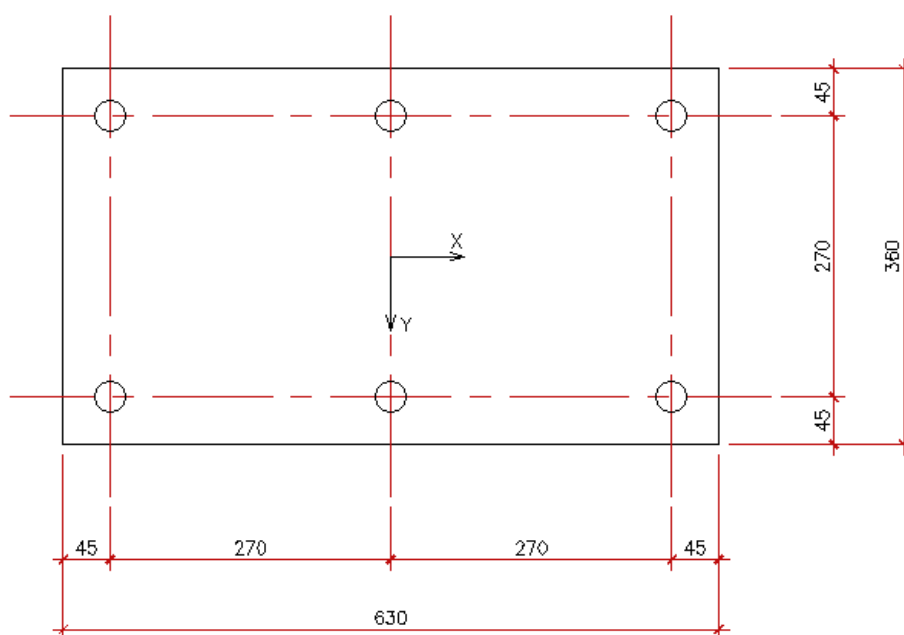
Nos modelos simulando fundação direta a estrutura foi considerada como apoiada sobre solo homogêneo à cota Z=0,00m com módulo de deformação transversal, coeficiente de Poisson e massa específica, respectivamente, conforme as expressões (3-4) a (3-6). Os dados do solo considerados são compatíveis com a sondagem disponível no projeto original, apresentada na Figura 31.

$$G = 50\,000\,kPa \quad (3-4)$$

$$v = 0,30 \quad (3-5)$$

$$\rho_{solo} = 1,80 \frac{Mg}{m^3} \quad (3-6)$$

Para os modelos simulando a fundação profunda, a estrutura foi considerada apoiada sobre seis estacas de concreto armado de 8 metros de comprimento e diâmetro de 30 cm posicionadas conforme a Figura 32.



VISTA INFERIOR

Figura 32 - Vista inferior da estrutura dos modelos considerando fundação profunda

Para a obtenção dos coeficientes de rigidez e amortecimento para os modelos em fundação profunda foram definidas as seguintes propriedades para o solo:

- Primeira camada composta por areia fina a média, pouco compacta, com $N_{SPT} = 6$ a 8 e 6 m de espessura. (Adota-se $G = 56400$ kPa e $\rho_{solo} = 1,8$ Mg/m³).
- Segunda camada semi-infinita composta por areia média, muito compacta com $N_{SPT} \geq 25/15$. (Adota-se $G = 164000$ kPa e $\rho_{solo} = 1,8$ Mg/m³).

3.2 Apresentação dos Modelos

Para a avaliação do problema proposto foram elaborados quatro modelos numéricos principais para a solução em fundação direta.

O primeiro modelo, denominado A1, utilizará uma distribuição homogênea de rigidez e amortecimento, isto é, considerando unicamente a área de influência de cada elemento para determinar os coeficientes de mola. O valor desses coeficientes será o valor da rigidez total calculada conforme a formulação de WOLF (1994), apresentada no item 2.4.2, dividido igualmente pelos nós da superfície da fundação.

O segundo modelo, A2, terá uma distribuição de rigidez e de amortecimento distribuída de maneira não homogênea, determinada segundo o critério definido no item 2.4.5.

Um terceiro modelo, A3, terá uma distribuição de a rigidez idêntica à do segundo modelo, porém com a distribuição de coeficientes de amortecimento homogênea.

Finalmente, o quarto modelo utilizará uma distribuição de molas com coeficientes distribuídos pela matriz de rigidez condensada do solo, conforme o modelo apresentado no item 2.4.6.

Serão avaliadas as características dinâmicas dos modelos e os resultados dos deslocamentos no plano de aplicação das cargas (YZ).

Além desses será também elaborado um modelo (A0) para servir de referência para os valores de deslocamentos encontrados nos modelos tridimensionais, com a utilização do BLOCKSOLVER (COUTINHO & MENDES, 2007) e dois modelos considerando fundação profunda (B0 e B1), cada um processado com um dos programas de análise (BLOCKSOLVER e SAP2000), para verificar a concordância de resultados entre eles.

As características dos modelos numéricos são resumidas a seguir.

Modelo de referência para a fundação direta:

- Modelo A0: sistema massa-mola com bloco rígido, processado pelo programa BLOCKSOLVER;

Modelos tridimensionais em elementos finitos:

- Modelo A1: variações da rigidez e amortecimento homogêneas;
- Modelo A2: variações da rigidez e amortecimento não homogêneas;
- Modelo A3: variação da rigidez não homogênea e variação do amortecimento homogênea.
- Modelo A4: variação de rigidez com distribuição conforme modelo descrito por RIBEIRO (2010), obtendo a matriz de rigidez na interface fundação-solo, e distribuição do amortecimento homogênea.

Os modelos tridimensionais em elementos finitos foram elaborados com o programa SAP2000 (CSI, 2014). A fim de calibrar os resultados entre os dois programas, foi analisada também uma alternativa com fundação profunda onde há menor incerteza sobre os parâmetros de impedância (coeficientes de rigidez e amortecimento). As características dos modelos em fundação profunda são as seguintes:

- Modelo B0: sistema massa-mola com bloco rígido processado com o programa BLOCKSOLVER;
- Modelo B1: modelo tridimensional em elementos finitos com utilização do SAP2000.

O programa BLOCKSOLVER resolve o sistema de equações diferenciais de movimento (2-1), montada com relação ao centro de massa do sistema bloco-máquina, aplicando variáveis complexas.

3.3 Modelagem Numérica utilizando o BLOCKSOLVER

Os modelos A0 e B0 foram analisados pelo programa BLOCKSOLVER.

O lançamento da geometria da estrutura no programa pode ser observado na Figura 33, que apresenta a tela de entrada desses dados.

Número de Blocos: 3

Dimensão da Base: BX (m) 6.300, BY (m) 3.600

Coordenadas do Centro Geométrico da Base: Xb (m) 3.150, Yb (m) 1.800, Zb (m) 0.000

Blocos:

Dimensões			
	X (m)	Y (m)	Z (m)
Bloco 1	6.300	3.600	1.410
Bloco 2	5.400	2.700	0.400
Bloco 3	2.700	2.700	0.370

Coordenadas do Centro de Gravidade			
	X (m)	Y (m)	Z (m)
Bloco 1	3.150	1.800	-0.705
Bloco 2	3.150	1.800	-1.610
Bloco 3	4.500	1.800	-2.000

A base da fundação deverá ter a sua maior dimensão alinhada com o eixo X sendo a geometria dos restantes blocos definida em concordância com esta orientação.

OK Cancelar

Figura 33 – Modelos A0 e B0: geometria do problema

A Figura 34 apresenta os dados das massas consideradas nos modelos.

Número de Massas Concentradas: 2

Pesos Volumétricos dos Blocos:

	(Ton/m3)
Bloco 1	2.500
Bloco 2	2.500
Bloco 3	2.500

Coordenadas das Massas e Respetivos Valores:

	X	Y	Z	(Ton)
Massa 1	1.350	1.800	-3.380	14.560
Massa 2	4.500	1.800	-3.380	20.600

OK Cancelar

Figura 34 – Modelos A0 e B0: massas consideradas no problema

Finalmente, na Figura 35, é apresentada a tela de dados de carregamentos aplicados aos modelos A0 e B0.

Amplitudes

Amplitudes Máximas de Carregamento

	X (KN)	Y (KN)	Z (KN)	XX (KN.m)	YY (KN.m)	ZZ (KN.m)
Massa Concentrada 1	0.000	16.540	16.540	0.000	0.000	0.000
Massa Concentrada 2	0.000	23.400	23.400	0.000	0.000	0.000

Ângulos de Fase (graus)

	X	Y	Z	XX	YY	ZZ
Massa Concentrada 1	0.000	0.000	90.000	0.000	0.000	0.000
Massa Concentrada 2	0.000	0.000	90.000	0.000	0.000	0.000

OK Cancelar

Figura 35 - Modelos A0 e B0: entrada de carregamentos dinâmicos

- Modelo A0

Com a utilização do programa PILAY foram determinados os coeficientes de rigidez e amortecimento para as estacas isoladas. O relatório de saída do programa é apresentado a seguir.

Os dados de entrada mais importantes do programa PILAY são:

TH – Espessura da camada;

VS – Velocidade de propagação da onda de cisalhamento no solo;

GMS – Peso específico do solo;

PR – Coeficiente de Poisson do solo ;

TDL – Amortecimento logarítmico ($2\pi\xi$; ξ é a fração de amortecimento crítico);

RO – Raio da estaca;

PAR – Área da estaca;

PIN – Inércia da estaca;

PTJ – Inércia torcional da estaca;

```
*****
*                               *
* Programa : PILAYP40          *
* Versao   : 1                 *
* Revisao  : 1 (25MAR02)      *
*                               *
*****
```

INPUT DATA PROBLEM NO. 1

NE= 2 TL= 8.00 VST= 302.000

EP= 0.3000E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.25 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 6.00 177.00 18.00 0.300 0.100 0.150 0.7070E-01 0.4000E-03 0.8000E-03
2 2.00 302.00 18.00 0.300 0.100 0.150 0.7070E-01 0.4000E-03 0.8000E-03
SOIL BELOW TIP 302.00 18.00 0.300 0.100

DIMENSIONLESS RATIOS

VST/VC= 0.0872 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.0740 TL/RO= 53.33

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 74.000 AOT= 0.0368

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS

FW1	FT1	FU1	FP1	FC1	FN1
0.36797E-01	0.18764E+00	0.35918E-01	0.40805E+00	-0.82538E-01	0.19281E-01
FW2	FT2	FU2	FP2	FC2	FN2
0.12261E+00	0.89558E-01	0.17024E+00	0.58488E+00	-0.25147E+00	0.92358E-01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1

KWW	KZT	KUU	KPP	KPU	KUN
0.52031E+06	0.12009E+05	0.12771E+06	0.32644E+05	-0.44020E+05	0.68555E+05
CWW	CZT	CUU	CPP	CPU	CUN
0.86111E+03	0.28469E+01	0.30065E+03	0.23240E+02	-0.66614E+02	0.16310E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

INTERNAL FORCES AND DISPLACEMENTS (REAL AND ABSOLUTE VALUES)

VERTICAL AND TORSIONAL VIBRATIONS									
Z	W(Z)		ZT(Z)		N(Z)		T(Z)		
	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	
0.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.52031E+06	0.52420E+06	0.12009E+05	0.12010E+05	
6.0000	0.2028	0.2062	0.0004	0.0004	0.13668E+06	0.13699E+06	0.82737E+01	0.83305E+01	
8.0000	0.1332	0.1369	0.0000	0.0000	0.19279E+05	0.19390E+05	0.29418E-01	0.29519E-01	

HORIZONTAL TRANSLATION OF HEAD									
Z	U(Z)		PSI(Z)		H(Z)		M(Z)		
	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	
0.0000	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.12771E+06	0.12963E+06	-0.44020E+05	0.44295E+05	
6.0000	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	-0.89244E+01	0.14046E+02	0.10777E+02	0.11282E+02	
8.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.33696E+01	0.41327E+01	0.67198E+00	0.70255E+00	

ROTATION OF HEAD									
Z	U(Z)		PSI(Z)		H(Z)		M(Z)		
	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	
0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	1.0000	-0.44020E+05	0.44295E+05	0.32644E+05	0.32689E+05	
6.0000	-0.0001	0.0001	-0.0002	0.0002	-0.60721E+01	0.10565E+02	-0.33350E+01	0.34202E+01	
8.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.19886E+01	0.20594E+01	-0.30352E+00	0.31362E+00	

HORIZONTAL TRANSLATION OF PINNED HEAD									
Z	U(Z)		PSI(Z)		H(Z)		M(Z)		
	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	
0.0000	1.0000	1.0000	1.3527	1.3551	0.68555E+05	0.69610E+05	0.00000E+00	0.00000E+00	
6.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	-0.17828E+02	0.17831E+02	0.63260E+01	0.78405E+01	
8.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.63693E+00	0.19350E+01	0.26770E+00	0.42958E+00	

Os resultados mais importantes obtidos no PILAY são os coeficientes de rigidez e amortecimento condensados na cabeça das estacas, apresentados nas expressões (3-7) a (3-10):

$$K_{WW} = 520\,310 \frac{kN}{m} \quad (3-7)$$

$$K_{UU} = 127\,710 \frac{kN}{m} \quad (3-8)$$

$$C_{WW} = 861,11 \frac{kN \cdot s}{m} \quad (3-9)$$

$$C_{UU} = 300,65 \frac{kN \cdot s}{m} \quad (3-10)$$

Onde:

K_{WW} – Rigidez na direção vertical;

K_{UU} – Rigidez na direção horizontal;

C_{WW} – Amortecimento na direção vertical;

C_{UU} – Amortecimento na direção horizontal;

A avaliação do efeito de grupo do conjunto de estacas no sentido horizontal foi feita conforme o item 2.4.5 e desenvolvido a seguir. A Tabela 6 apresenta os coeficientes de interação considerados.

Tabela 6 - Coeficientes de interação para $K_R = 10^{-5}$

Estacas	d/s	β	L/D	α_{HH}
1-2	0,12	90°	27	0,09
1-3	0,06	90°	27	0,05
1-4	0,11	0°	27	0,16
1-5	0,08	43°	27	0,10
1-6	0,05	62°	27	0,05

Com os coeficientes de interação extraídos da Tabela 6 pode ser montada a matriz dos coeficientes adimensionais de flexibilidade global conforme apresentado em (3-11).

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} 1,00 & 0,09 & 0,05 & 0,16 & 0,10 & 0,05 \\ 0,09 & 1,00 & 0,09 & 0,10 & 0,16 & 0,10 \\ 0,05 & 0,09 & 1,00 & 0,05 & 0,10 & 0,16 \\ 0,16 & 0,10 & 0,05 & 1,00 & 0,09 & 0,05 \\ 0,10 & 0,16 & 0,10 & 0,09 & 1,00 & 0,09 \\ 0,05 & 0,10 & 0,16 & 0,05 & 0,09 & 1,00 \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

A inversão da matriz dos coeficientes de flexibilidade resulta na matriz dos coeficientes adimensionais de rigidez global, apresentada em (3-12).

$$\vec{k} = \begin{bmatrix} 1,04 & -0,06 & -0,03 & -0,15 & -0,08 & -0,03 \\ -0,06 & 1,05 & -0,06 & -0,08 & -0,14 & -0,08 \\ -0,03 & -0,06 & 1,04 & -0,03 & -0,08 & -0,15 \\ -0,15 & -0,08 & -0,03 & 1,04 & -0,06 & -0,03 \\ -0,08 & -0,14 & -0,08 & -0,06 & 1,05 & -0,06 \\ -0,03 & -0,08 & -0,15 & -0,03 & -0,06 & 1,04 \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

Supondo-se o bloco como rígido, o coeficiente adimensional de rigidez para cada estaca é a soma dos coeficientes de sua linha na matriz \vec{k} apresentada em (3-12). Desse modo, temos para as estacas 1, 3, 4 e 6, a rigidez conforme determinado pela expressão (3-13) e para as estacas 2 e 5 conforme a expressão (3-14).

$$K_{H1} = (1,04 - 0,06 - 0,03 - 0,15 - 0,08 - 0,03)K_H = 0,69K_H \quad (3-13)$$

$$K_{H2} = (1,05 - 0,06 - 0,06 - 0,08 - 0,14 - 0,08)K_H = 0,63K_H \quad (3-14)$$

Para o exemplo será considerado um fator de redução médio, no sentido horizontal, de 0,67, simplificadaamente igual para as duas direções e será desprezada a redução no sentido vertical, em que se obtiveram valores de coeficientes de flexibilidade sempre menores do que 0,1.

Desse modo, teremos os coeficientes de impedância corrigidos conforme as expressões (3-15) a (3-18). Esses coeficientes serão os utilizados para cada uma das estacas no modelo B1. Os fatores de redução devidos ao efeito de grupo obtidos para os coeficientes de rigidez serão considerados, por simplificação, como válidos também para a aplicação aos coeficientes de amortecimento.

$$K_{WW} = 520\,310 \frac{kN}{m} \quad (3-15)$$

$$K_{UU} = 0,67 \cdot 127\,710 \frac{kN}{m} = 85\,566 \frac{kN}{m} \quad (3-16)$$

$$C_{WW} = 861 \frac{kN \cdot s}{m} \quad (3-17)$$

$$C_{UU} = 0,67 \cdot 300,65 \frac{kN \cdot s}{m} = 201 \frac{kN \cdot s}{m} \quad (3-18)$$

Os coeficientes de rigidez e amortecimento condensados no centro de gravidade do conjunto das seis estacas consideradas no modelo B0 serão as apresentadas abaixo nas expressões (3-19) a (3-28).

Rigidez nos sentidos X e Y:

$$K_{11} = K_{22} = 6 \cdot K_{UU} = 513\,396 \frac{kN}{m} \quad (3-19)$$

Rigidez no sentido Z:

$$K_{33} = 6 \cdot K_{WW} = 3\,121\,860 \frac{kN}{m} \quad (3-20)$$

Rigidez no sentido rotacional XX:

$$K_{44} = 6 \cdot K_{WW} \cdot (1,35m)^2 = 5\,689\,590 \text{ kN} \cdot m \quad (3-21)$$

Rigidez no sentido rotacional YY:

$$K_{55} = 4 \cdot K_{WW} \cdot (2,70m)^2 = 15\,172\,240 \text{ kN} \cdot m \quad (3-22)$$

Rigidez no sentido rotacional ZZ:

$$K_{66} = K_{UU} \cdot [6(1,35m)^2 + 4(2,70m)^2] = 3\,430\,769 \text{ kN} \cdot m \quad (3-23)$$

Amortecimento nos sentidos X e Y:

$$C_{11} = C_{22} = 6 \cdot C_{UU} = 1\,206 \frac{kN \cdot s}{m} \quad (3-24)$$

Amortecimento no sentido Z:

$$C_{33} = 6 \cdot C_{WW} = 5\,166 \frac{kN \cdot s}{m} \quad (3-25)$$

Amortecimento no sentido rotacional XX:

$$C_{44} = 6 \cdot C_{WW} \cdot (1,35m)^2 = 9\,415 \text{ kN} \cdot s \cdot m \quad (3-26)$$

Amortecimento no sentido rotacional YY:

$$C_{55} = 4 \cdot C_{WW} \cdot (2,70m)^2 = 25\,107 \text{ kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m} \quad (3-27)$$

Amortecimento no sentido rotacional ZZ:

$$C_{66} = C_{UU} \cdot [6(1,35m)^2 + 4(2,70m)^2] = 8\,059 \text{ kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m} \quad (3-28)$$

A alimentação dos dados de rigidez e amortecimento no BLOCKSOLVER é apresentada nas Figuras 36 e 37.

Property	Value
KX (KN/m)	513396
KY (KN/m)	513396
KZ (KN/m)	3121860
KXX (KN.m)	5689590
KYY (KN.m)	15172240
KZZ (KN.m)	3430769

Figura 36 - Modelo A0: entrada das propriedades de rigidez

Property	Value
CX (KN.s/m)	1206
CY (KN.s/m)	1206
CZ (KN.s/m)	5166
CXX (KN.s.m)	9415
CYY (KN.s.m)	25107
CZZ (KN.s.m)	8059

Figura 37 - Modelo A0: entrada das propriedades de amortecimento

Alimentado pelas propriedades de geometria, massas, rigidez, amortecimento e carregamentos, o programa BLOCKSOLVER apresenta determina automaticamente as matrizes de massas, de rigidez e carregamentos. A tela de saída do programa é apresentada na Figura 38 e nas Figuras 39 a 41.

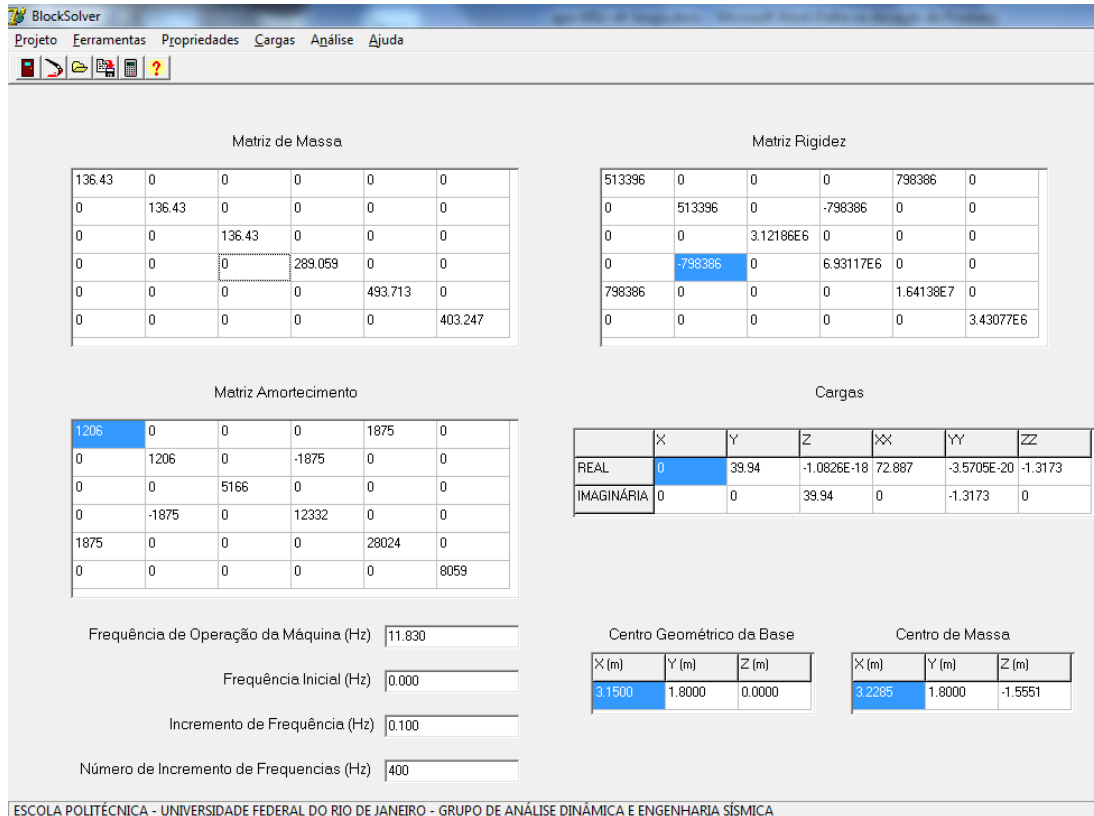


Figura 38 - Modelo A0: tela de saída do BLOCKSOLVER

A matriz de massas determinada para o problema é apresentada na Figura 39.

136.43	0	0	0	0	0
0	136.43	0	0	0	0
0	0	136.43	0	0	0
0	0	0	289.059	0	0
0	0	0	0	493.713	0
0	0	0	0	0	403.247

Figura 39 - Modelos A0 e B0: matriz de massa

A matriz de rigidez e a matriz de amortecimentos utilizadas pelo programa BLOCKSOLVER são montadas com relação ao centro de massa do conjunto máquina-fundação, e apresentadas nas figuras 40 e 41.

513396	0	0	0	798386	0
0	513396	0	-798386	0	0
0	0	3.12186E6	0	0	0
0	-798386	0	6.93117E6	0	0
798386	0	0	0	1.64138E7	0
0	0	0	0	0	3.43077E6

Figura 40 - Modelo A0: Matriz de rigidez

1206	0	0	0	1875	0
0	1206	0	-1875	0	0
0	0	5166	0	0	0
0	-1875	0	12332	0	0
1875	0	0	0	28024	0
0	0	0	0	0	8059

Figura 41 - Modelo A0: Matriz de amortecimento

- Modelo B0

Para o modelo considerando fundação direta, além das propriedades de geometria e carregamentos já apresentadas, são informadas ao programa as propriedades do solo conforme a Figura 42.

Figura 42 - Modelo B0: propriedades do solo

A tela de saída com as propriedades de massas, rigidez, amortecimentos e carregamentos para o Modelo B0 é apresentada abaixo na Figura 43. A matriz de massas do Modelo B0 é a mesma da Modelo A0 apresentada no item anterior.

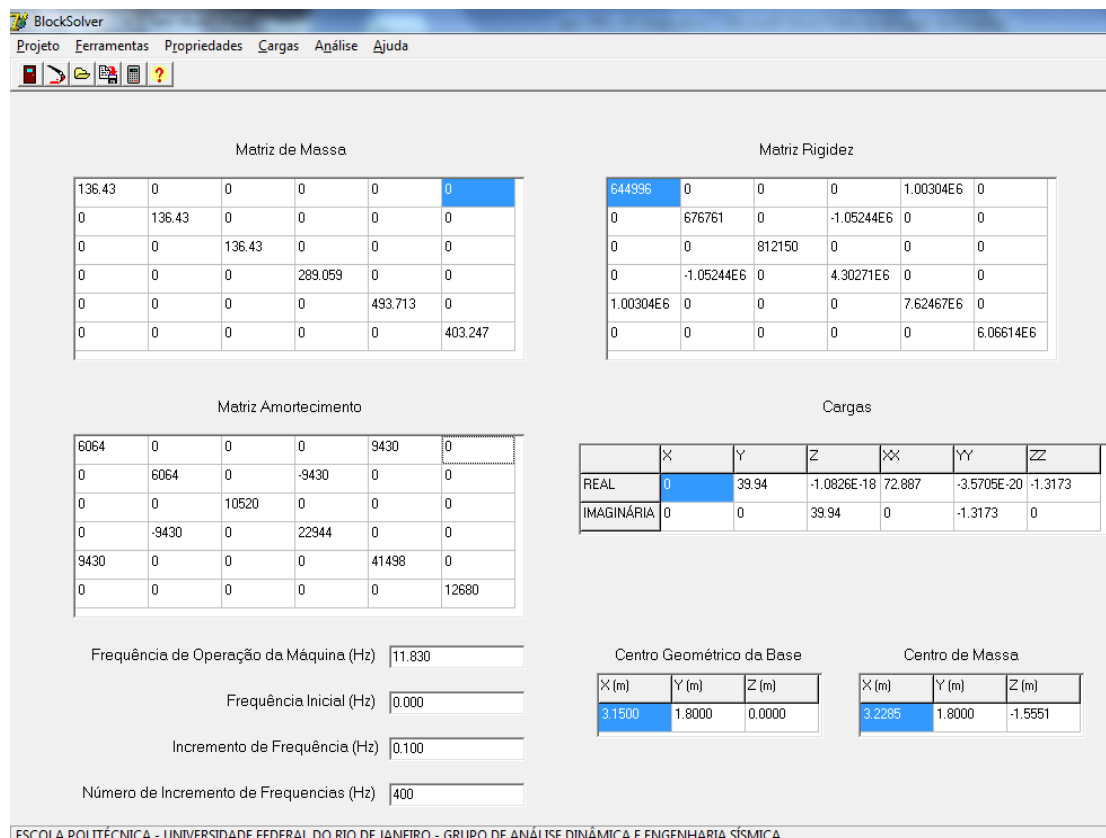


Figura 43 - Modelo B0: tela de saída do BLOCKSOLVER

As propriedades de rigidez da fundação foram determinadas automaticamente pelo programa, conforme a formulação de WOLF (1994) apresentada no item 2.4.2. A matriz de rigidez é apresentada na figura 44, em unidades múltiplas de kilonewtons e metros.

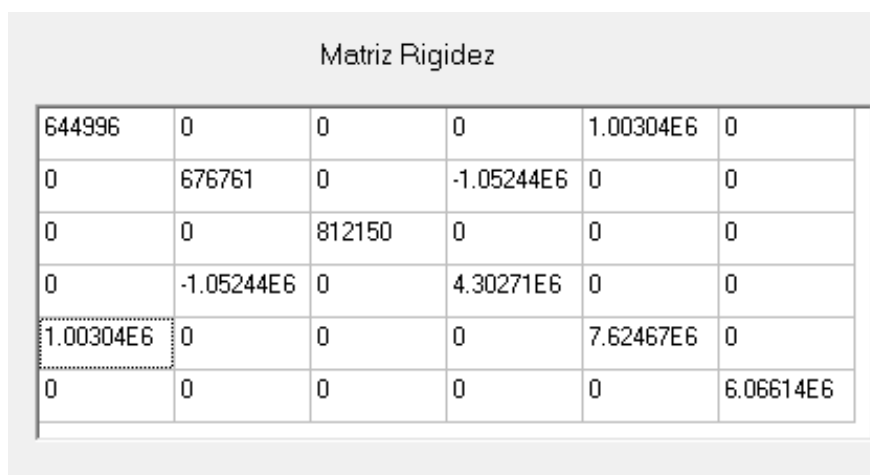


Figura 44 – Modelo B0: Matriz de rigidez

As propriedades de amortecimento da fundação foram determinadas conforme a formulação de RICHART *et al* (1970) apresentada no item 2.4.2. A matriz de amortecimento, determinada automaticamente pelo programa é apresentada na Figura 45.

6064	0	0	0	9430	0
0	6064	0	-9430	0	0
0	0	10520	0	0	0
0	-9430	0	22944	0	0
9430	0	0	0	41498	0
0	0	0	0	0	12680

Figura 45 - Modelo B0: Matriz de amortecimento

3.4 Modelagem Numérica utilizando o SAP2000

Os modelos A1, A2, A3 e A4 foram desenvolvidos com o auxílio do programa de análise SAP2000. As propriedades geométricas e os carregamentos, que são comuns a esses modelos, são apresentados a seguir. No final dessa seção, serão apresentadas as condições de contorno atribuídas a cada modelo.

A Figura 46 apresenta uma vista em perspectiva do modelo.

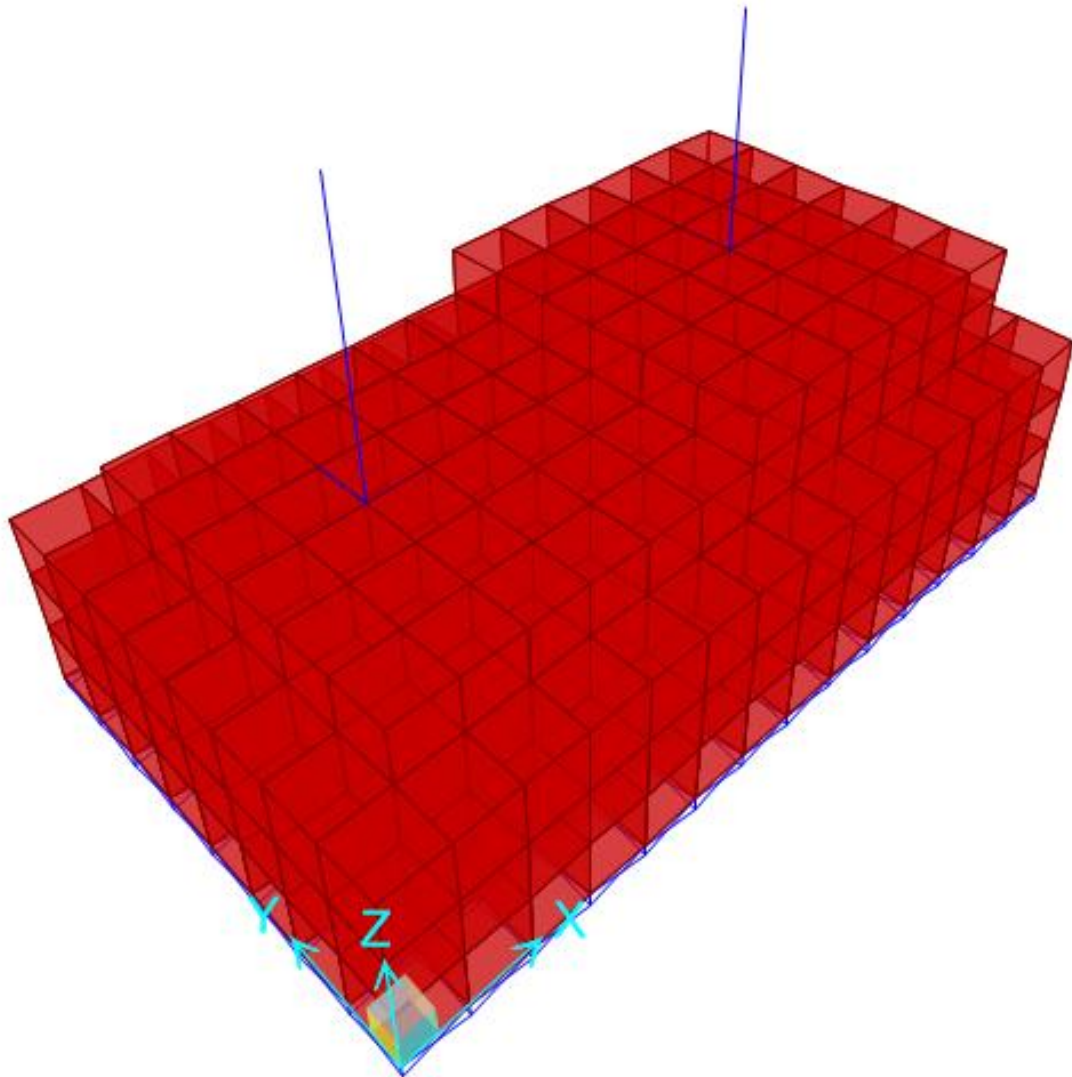


Figura 46 - Perspectiva do Modelo em Elementos Finitos

O modelo foi discretizado de maneira que o centro de gravidade, onde serão medidos os deslocamentos, coincida com uma aresta da malha.

Foram colocados elementos rígidos para conectar as massas dos equipamentos à estrutura e para distribuir em diversos nós as forças reativas dos apoios. Esse artifício é necessário pois os nós dos elementos de sólido não têm restringidos os graus de liberdade de rotação.

Os elementos de barra colocados para conectar as massas à estrutura foram prolongados por dois nós para o interior da estrutura. Em cada encontro de barra com a superfície do bloco foram posicionados dois elementos perpendiculares para reduzir a interferência de um carregamento concentrado.

Os nós do fundo do bloco estão conectados por membros rígidos a pontos em um plano paralelo e a uma pequena distância de seu plano, no qual estão atribuídas as molas - a aplicação dos links com as propriedades de rigidez e amortecimento diretamente nos nós do fundo do bloco apresentou efeitos localizados de concentração de tensões. Essa configuração pode ser observada na Figura 47: cada nó do fundo do bloco se conecta a quatro nós do plano dos links, um com coordenada 45cm maior no eixo X, outro com coordenada 45cm menor no eixo X e outros dois também a mais e menos 45cm de distância no eixo Y.

A Figura 47 apresenta uma vista em perspectiva dos elementos rígidos utilizados nos modelos em fundação direta. Para os modelos em fundação profunda o procedimento foi idêntico, porém as ligações rígidas no nível da fundação foram utilizadas apenas sobre os seis apoios.

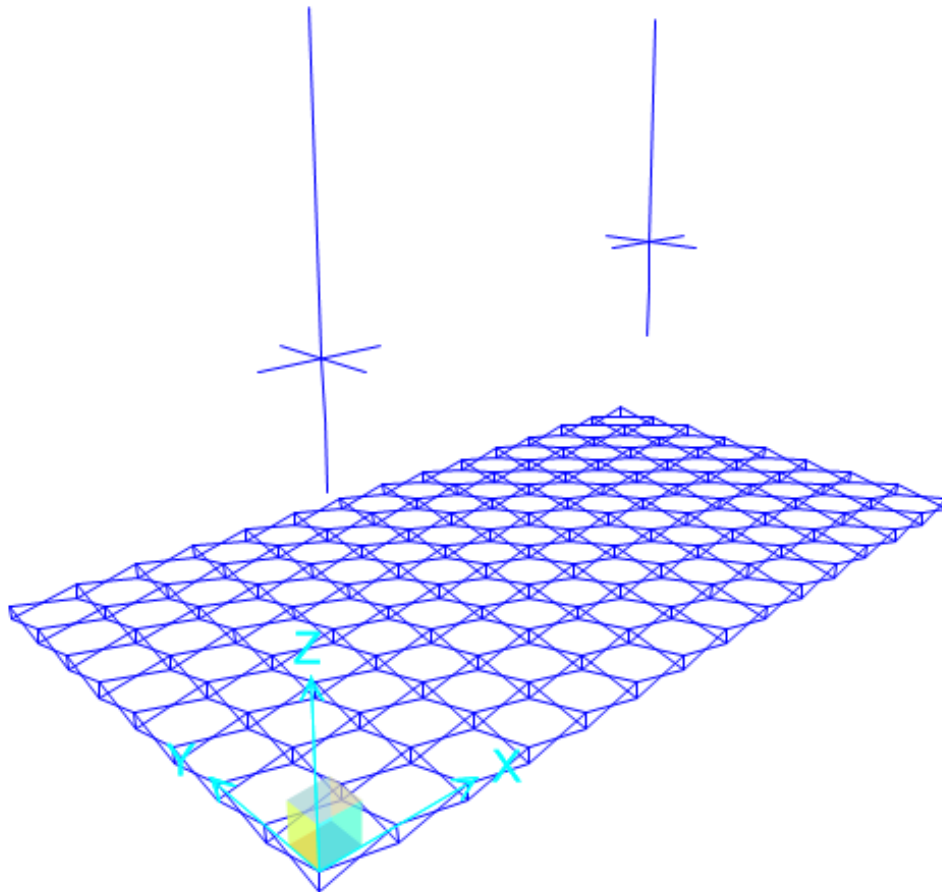


Figura 47 - Membros Rígidos nos Modelos em Elementos Finitos e Fundação Direta

Foram feitos modelos de teste cujos resultados asseguraram que a presença dos elementos de barra não teve influência significativa no peso da estrutura ou em suas propriedades modais.

- Propriedades do Material

As propriedades do material do bloco de fundação em concreto armado foram determinadas em conformidade com a norma NBR6118 (ABNT, 2014) e são descritas a seguir.

Concreto de classe C30 ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$):

$\gamma_{concreto} = 25 \frac{kN}{m^3}$	–	Peso específico;
$E = 27GPa$	–	Módulo de elasticidade;
$\nu = 0,2$	–	Coefficiente de Poisson;

As propriedades do material dos elementos rígidos foram as mesmas dos elementos sólidos, exceto pelo peso específico, que foi atribuído como $10^{-5} \frac{kN}{m^3}$ fazendo a função de um número muito pequeno.

- Propriedades das seções

O bloco foi modelado com elementos de sólido paralelepípedicos de arestas com 45 cm no plano XY. A altura dos elementos das três camadas mais inferiores é de 47 cm, seguidas pela quarta camada com altura de 40 cm e pela camada superior com elementos de altura de 37 cm.

Os elementos rígidos foram modelados como barras prismáticas de seção circular de diâmetro 10m.

- Carregamentos

A atribuição dos carregamentos dinâmicos devidos ao movimento dos equipamentos foi feita conforme descrito a seguir.

As forças aplicadas nos pontos equivalentes às localizações dos equipamentos foram atribuídas a esses nós com a utilização de dois padrões de carregamento (*load pattern*) nas direções Y e Z. Em cada um deles aplicam-se simultaneamente as forças referentes a cada um dos equipamentos.

Dois casos de carga foram criados multiplicando-se as forças em Y por uma função seno e as forças em Z por uma função cosseno para que, ao serem somados, seja obtido o efeito de uma rotação das forças em torno do eixo X, simulando o carregamento rotativo.

A Figura 48 apresenta uma vista em perspectiva do modelo com as forças devidas ao motor e à bomba aplicadas simultaneamente nos nós em que foram atribuídas.

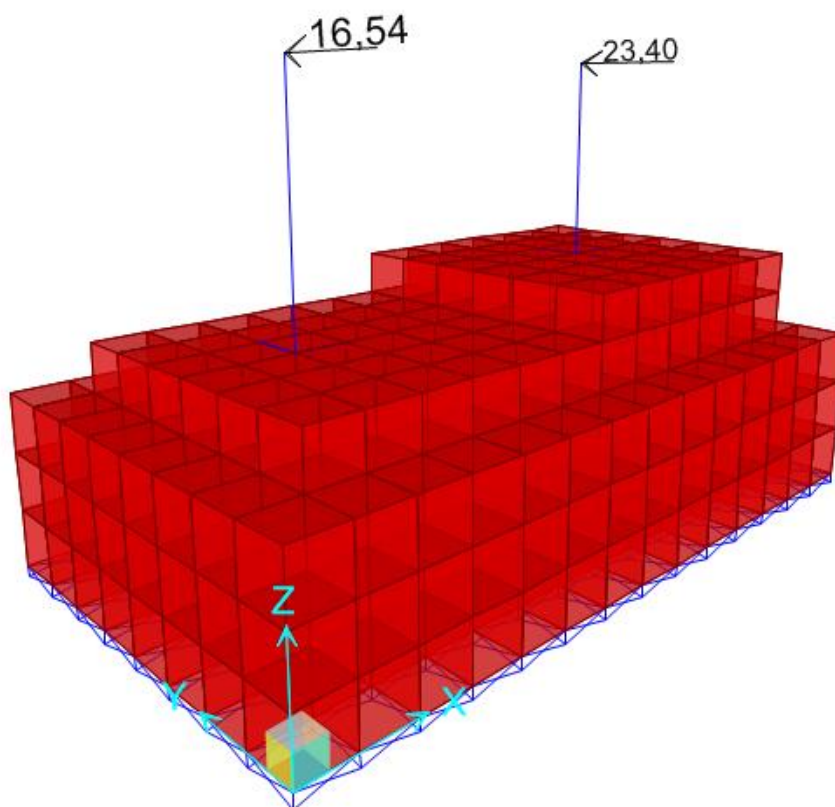


Figura 48 - Forças devidas à bomba e ao motor em seus pontos de aplicação.

Os carregamentos foram analisados utilizando superposição modal, em 24 funções periódicas de frequência variando entre 1Hz e 36Hz e uma função de frequência 0,01Hz utilizada para avaliar a frequência próxima de zero.

3.4.1 Condições de Apoio para o Modelo B1

Para o modelo B1, para simular a fundação em estacas, foram aplicados elementos de ligação nos nós referentes à localização dos apoios, conforme apresentado nas Figuras 49 e 50.

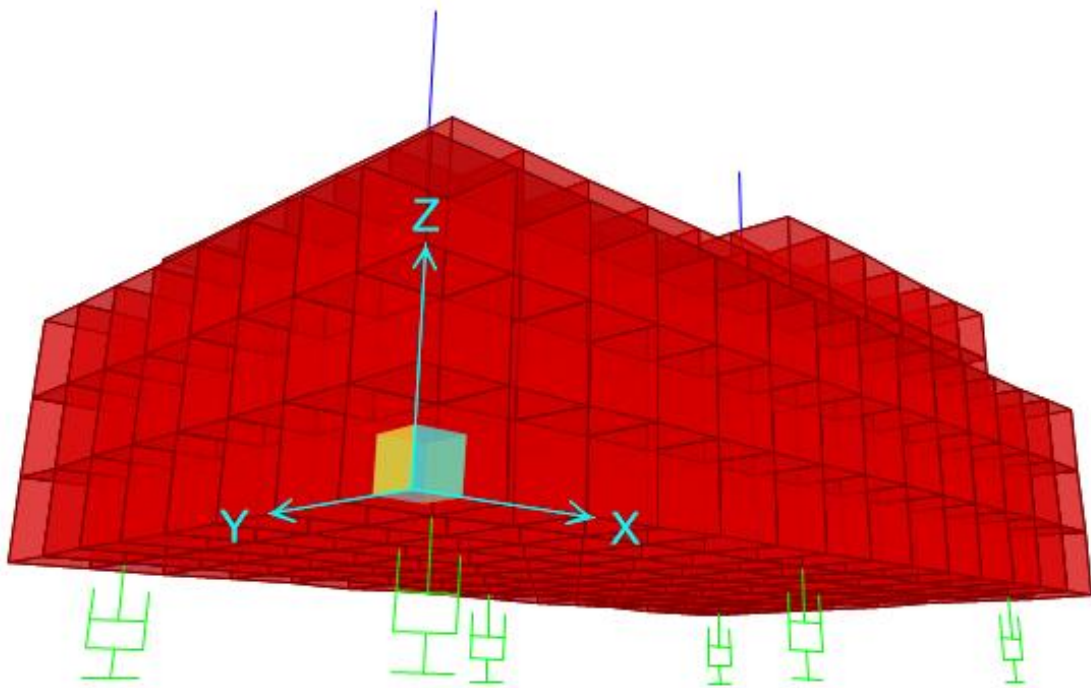


Figura 49: Modelo B1: Perspectiva com vista para os apoios.

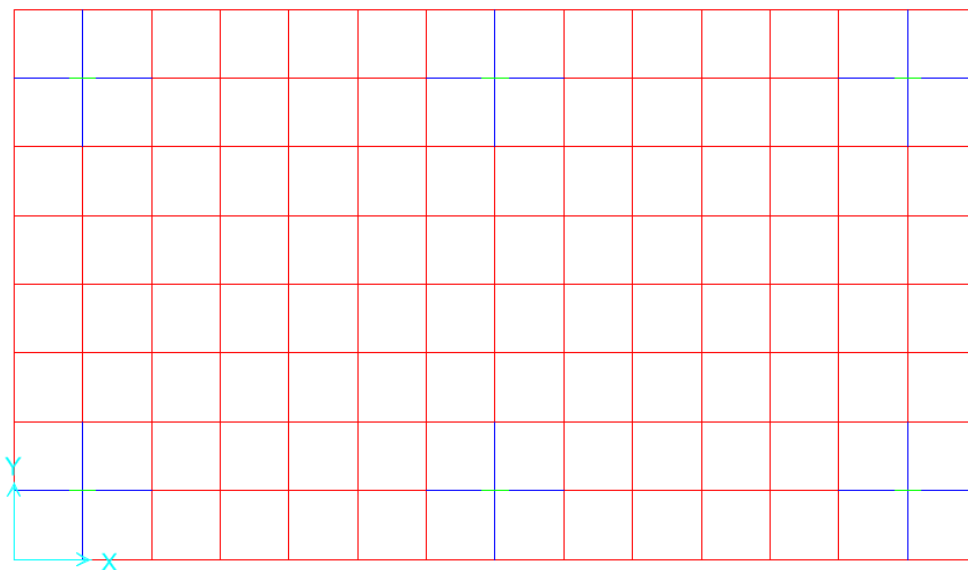


Figura 50 - Modelo B1: corte no plano XY com vista para os apoios.

Os elementos de ligação utilizados são denominados *links* pelo programa de análise. Trata-se de elementos de apoio aplicados em um ponto que têm propriedades de rigidez e amortecimento nos três graus de liberdade translacionais.

Os valores dos coeficientes de rigidez e amortecimento foram os dados em (3-15) a (3-18). As Figuras 51 e 52 apresentam a tela de atribuição das propriedades de impedância ao programa de análise respectivamente para as direções U1 e U2, correspondentes às direções globais Z e X. À direção global Y (U3), foram atribuídos os mesmos valores da direção global X. As duas últimas células de em cada figura representam os valores em unidades do Sistema Internacional (SI) para a rigidez efetiva (*effective stiffness*) e para o amortecimento efetivo (*effective damping*).

Link/Support Directional Properties	
Identification	
Property Name	LIN-11
Direction	U1
Type	Damper
NonLinear	No
Properties Used For All Analysis Cases	
Effective Stiffness	520310.
Effective Damping	861.

Figura 51 - Modelo B1: propriedades de rigidez e amortecimento dos apoios na direção U1 (Z).

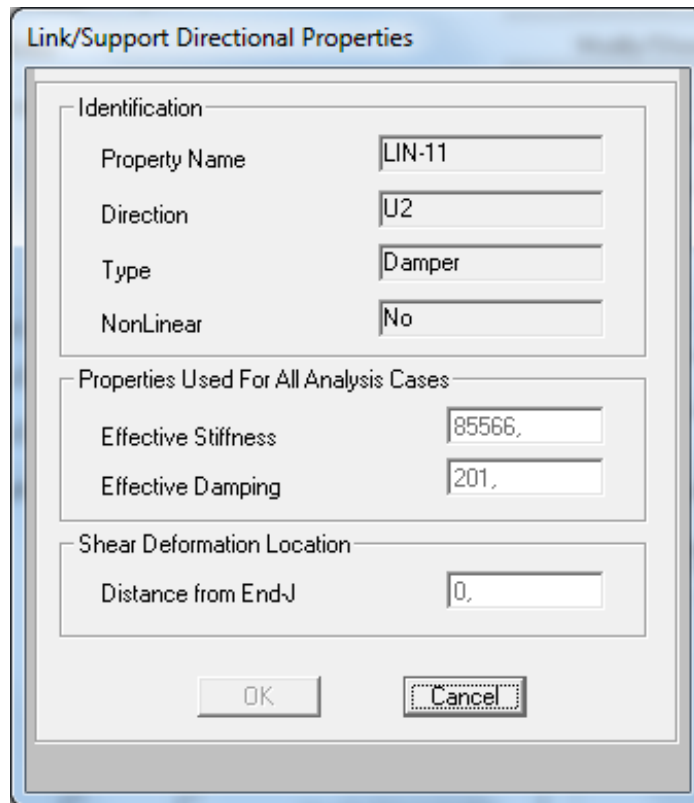


Figura 52 - Modelo B1: propriedades de rigidez e amortecimento dos apoios na direção U2 (X) também utilizadas na direção U3 (Y).

3.4.2 Condições de Apoio para o Modelo A1

Para os modelos simulando fundação direta elaborados para a utilização do SAP2000 foram calculadas as propriedades de rigidez conforme proposto por WOLF (1994) e apresentado nas equações (2-43) a (2-48), e as propriedades de amortecimento conforme proposto por RICHART *et. al.* (1970), e apresentado na Tabela 3.

A Tabela 7 apresenta os valores de rigidez e a Tabela 8 os valores de amortecimento calculados para aplicação nos modelos em fundação direta.

Tabela 7 - Propriedades de Rigidez para Fundação Direta

G	50.000	kPa
a	3,15	m
b	1,8	m
v	0,3	
h	2,18	
a/b	1,75	ok
K_x	644.996	kN/m
K_y	676.761	kN/m
K_z	812.150	kN/m

Tabela 8 - Propriedades de Amortecimento para Fundação Direta

Cálculo do Amortecimento					
β_x	0,71		M	121,24	Mg
β_y			r_{trans}	2,69	
β_z	1,63		r_{rotx}	2,36	
β_{rot}	2,53		r_{roty}	3,13	
β_{yy}			r_{torc}	2,82	
β_{zz}	1,05		$I\psi$	169,27	
			$I\theta$	338,54	
			ρ	1,8	Mg/m ³
C_x	6.064	kN.s/m			
C_y	6.064	kN.s/m			
C_z	10.520	kN.s/m			

No modelo A1, as propriedades de rigidez e amortecimento foram atribuídas de maneira uniforme, levando em consideração apenas a área de influência de cada nó. Desse modo, uma vez que a superfície da fundação é dividida em oito linhas de 14 elementos, as propriedades referentes a cada elemento são os coeficientes K_x, K_y, K_z, C_x, C_y e C_z encontrados nas tabelas 7 e 8 divididos por 112, conforme apresentado nas expressões (3-29) a (3-33).

$$K_X = 5\,759 \frac{kN}{m} \quad (3-29)$$

$$K_Y = 6\,043 \frac{kN}{m} \quad (3-30)$$

$$K_Z = 7\,251 \frac{kN}{m} \quad (3-31)$$

$$C_X = C_Y = 54 \frac{kN \cdot s}{m} \quad (3-32)$$

$$C_Z = 94 \frac{kN \cdot s}{m} \quad (3-33)$$

As propriedades de rigidez e amortecimento foram atribuídas aos nós do modelo no nível da fundação. Para respeitar as áreas de influência, aos nós internos foram atribuídos integralmente os coeficientes dados nas expressões (3-29) a (3-33). Aos nós dos quatro cantos da base foram atribuídos coeficientes com um quarto do valor dos nós internos, enquanto aos demais nós de extremidade, valores equivalentes à metade dos valores integrais.

3.4.3 Condições de Apoio para o Modelo A2

O modelo A2 em fundação direta foi desenvolvido com a utilização do SAP2000, com a distribuição de rigidez na base buscando reproduzir a distribuição real de pressões que ocorre em uma placa rígida submetida a um carregamento uniforme, conforme a equação (2-61) apresentada no item 2.4.5.

Para levar em conta o comportamento em duas direções da placa de fundação, a distribuição de pressões dada pela equação (2-61) foi aplicada de forma multiplicativa nas duas direções. Apesar deste procedimento ser bastante aproximado, existe a expectativa de que possa levar a uma estimativa razoável do comportamento real da distribuição de tensões na base da fundação.

Os coeficientes de impedância foram determinados como proporcionais às pressões obtidas de acordo com a avaliação aproximada acima descrita.

O valor dos coeficientes é ajustado de forma que a soma dos valores de rigidez em todos os apoios seja igual à rigidez vertical $K_z = 812\,150 \frac{kN}{m}$ determinada na Tabela 7.

Para as direções X e Y, a distribuição de rigidez foi feita de forma uniforme de modo que sua somatória seja igual aos valores determinados na Tabela 7. As áreas de influência dos nós também foram consideradas, reduzindo proporcionalmente os coeficientes em nós de extremidade.

As Tabelas 9, 10 e 11 apresentam os valores dos coeficientes de rigidez (em kN/m) nas direções Z, X e Y, respectivamente, aplicados nos nós da fundação em função de sua posição em relação ao centro. As células mais claras representam os nós posicionados sobre eixos horizontais paralelos a X e Y que passam pelo centro da fundação. Os valores apresentados na tabela representam os nós de um quarto da fundação, e foram repetidos nos três demais quadrantes formando uma dupla simetria.

Tabela 9 - Modelo A2: Coeficientes de rigidez dos nós na direção Z

$K_z(kN/m)$	X=0	X= ±0,45	X= ±0,90	X= ±1,35	X= ±1,80	X= ±2,30	X= ±2,80	X=±3,30
Y=0	3.827	3.867	3.997	4.247	4.695	5.577	8.227	5.142
Y= ±0,45	3.961	4.003	4.137	4.396	4.860	5.773	8.516	5.323
Y= ±0,90	4.480	4.527	4.679	4.971	5.496	6.528	9.631	6.019
Y= ±1,35	6.353	6.420	6.636	7.051	7.795	9.258	13.658	8.536
Y= ±1,80	3.921	3.963	4.096	4.352	4.811	5.714	8.430	5.269

Tabela 10 – Modelo A2: Coeficientes de rigidez dos nós na direção X

$K_x(kN/m)$	X=0	X= ±0,45	X= ±0,90	X= ±1,35	X= ±1,80	X= ±2,30	X= ±2,80	X=±3,30
Y=0	5.759	5.759	5.759	5.759	5.759	5.759	5.759	2.879
Y= ±0,45	5.759	5.759	5.759	5.759	5.759	5.759	5.759	2.879
Y= ±0,90	5.759	5.759	5.759	5.759	5.759	5.759	5.759	2.879
Y= ±1,35	5.759	5.759	5.759	5.759	5.759	5.759	5.759	2.879
Y= ±1,80	2.879	2.879	2.879	2.879	2.879	2.879	2.879	1.440

Tabela 11 - Modelo A2: Coeficientes de rigidez dos nós na direção Y

K_y (kN/m)	X=0	X= ±0,45	X= ±0,90	X= ±1,35	X= ±1,80	X= ±2,30	X= ±2,80	X=±3,30
Y=0	6.043	6.043	6.043	6.043	6.043	6.043	6.043	3.021
Y= ±0,45	6.043	6.043	6.043	6.043	6.043	6.043	6.043	3.021
Y= ±0,90	6.043	6.043	6.043	6.043	6.043	6.043	6.043	3.021
Y= ±1,35	6.043	6.043	6.043	6.043	6.043	6.043	6.043	3.021
Y= ±1,80	3.021	3.021	3.021	3.021	3.021	3.021	3.021	1.511

A distribuição do amortecimento no modelo A2 seguiu o mesmo procedimento da distribuição de rigidez nos nós da fundação. A Tabela 12 apresenta os valores dos coeficientes de amortecimento na direção Z e a Tabela 13 os coeficientes nas direções X e Y, aplicados nos nós da fundação, em função de sua posição em relação ao centro.

Tabela 12 - Modelo A2: Coeficientes de amortecimento nos nós na direção Z (kN.s/m)

C_z (kNs/m)	X=0	X= ±0,45	X= ±0,90	X= ±1,35	X= ±1,80	X= ±2,30	X= ±2,80	X=±3,30
Y=0	49,6	50,1	51,8	55,0	60,8	72,2	106,6	66,6
Y= ±0,45	51,3	51,9	53,6	56,9	63,0	74,8	110,3	68,9
Y= ±0,90	58,0	58,6	60,6	64,4	71,2	84,6	124,7	78,0
Y= ±1,35	82,3	83,2	86,0	91,3	101,0	119,9	176,9	110,6
Y= ±1,80	50,8	51,3	53,1	56,4	62,3	74,0	109,2	68,2

Tabela 13 - Modelo A2: Coeficientes de amortecimento nos nós nas direções X e Y (KN.s/m)

$C_x=C_y$ (kNs/m)	X=0	X= ±0,45	X= ±0,90	X= ±1,35	X= ±1,80	X= ±2,30	X= ±2,80	X=±3,30
Y=0	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	27,1
Y= ±0,45	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	27,1
Y= ±0,90	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	27,1
Y= ±1,35	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	54,1	27,1
Y= ±1,80	27,1	27,1	27,1	27,1	27,1	27,1	27,1	13,5

3.4.4 Condições de Apoio para o Modelo A3

O modelo A3 em fundação direta foi desenvolvido com a distribuição de rigidez na base buscando reproduzir a distribuição real de pressões que ocorre em uma placa rígida submetida a um carregamento uniforme, conforme a equação (2-61), enquanto o amortecimento é distribuído pelos nós da fundação de maneira homogênea.

Os coeficientes de rigidez nas direções Z, X e Y são respectivamente os encontrados nas Tabelas 9, 10 e 11 apresentadas no item 3.4.3. Os coeficientes de amortecimento distribuídos de forma homogênea considerando a área de influência dos nós de aplicação. Os valores dos coeficientes de amortecimento atribuídos a serem distribuídos são os apresentados nas equações (3-32) e (3-33).

3.4.5 Condições de Apoio para o Modelo A4

As condições de apoio para o Modelo A4, utilizando o modelo de matriz de rigidez condensada na interface fundação-solo de acordo com o item 2.4.7, foi determinada com a formulação descrita nesse item, implementada em uma planilha eletrônica desenvolvida por RIBEIRO (2014). Os resultados dos coeficientes de rigidez verticais, horizontais na direção X e horizontais na direção Y são respectivamente apresentados nas Tabelas 14, 15 e 16. Os coeficientes de amortecimento do Modelo A4 foram as mesmas adotados para o Modelo A3, apresentados nas expressões (3-32) e (3-33).

Tabela 14 - Modelo A4: Coeficientes de rigidez dos nós na direção Z

$K_z(\text{kN/m})$	X=0	X= ±0,45	X= ±0,90	X= ±1,35	X= ±1,80	X= ±2,30	X= ±2,80	X= ±3,30
Y=0	3.526	3.549	3.624	3.770	4.071	4.415	8.284	6.007
Y= ±0,45	3.663	3.686	3.762	3.909	4.211	4.554	8.461	6.116
Y= ±0,90	3.904	3.927	4.003	4.148	4.446	4.762	8.793	6.356
Y= ±1,35	7.309	7.345	7.460	7.678	8.092	8.592	13.175	8.767
Y= ±1,80	5.305	5.330	5.408	5.554	5.822	6.177	8.701	5.523

Tabela 15 - Modelo A4: Coeficientes de rigidez nos nós na direção X

K_x (kN/m)	X=0	X= ±0,45	X= ±0,90	X= ±1,35	X= ±1,80	X= ±2,30	X= ±2,80	X=±3,30
Y=0	2.761	2.782	2.850	2.977	3.268	3.476	7.091	5.354
Y= ±0,45	2.858	2.879	2.946	3.074	3.364	3.565	7.220	5.443
Y= ±0,90	3.114	3.135	3.202	3.327	3.614	3.780	7.586	5.718
Y= ±1,35	5.561	5.590	5.685	5.857	6.220	6.476	10.668	7.429
Y= ±1,80	3.924	3.943	4.004	4.115	4.335	4.522	6.757	4.477

Tabela 16 - Modelo A4: Coeficientes de rigidez nos nós na direção Y

K_y (kN/m)	X=0	X= ±0,45	X= ±0,90	X= ±1,35	X= ±1,80	X= ±2,30	X= ±2,80	X=±3,30
Y=0	2.789	2.810	2.879	3.007	3.301	3.511	7.163	5.409
Y= ±0,45	2.887	2.908	2.976	3.105	3.398	3.601	7.294	5.498
Y= ±0,90	3.146	3.167	3.235	3.361	3.651	3.819	7.663	5.776
Y= ±1,35	5.618	5.647	5.743	5.917	6.283	6.542	10.777	7.505
Y= ±1,80	3.964	3.983	4.045	4.157	4.379	4.568	6.826	4.523

4 Análise e Resultados

Os principais resultados encontrados com as rodadas do SAP2000 são apresentados nesse capítulo.

4.1 Validação dos Modelos em Elementos Finitos

Para verificar a precisão dos resultados dos modelos elaborados em elementos finitos com a utilização do SAP2000, os resultados obtidos com o modelo B1 (fundações profundas) foram comparados com os verificados no modelo B0, elaborado com o programa BLOCKSOLVER. Esses resultados são apresentados a seguir.

- Períodos e frequências modais

Os resultados dos deslocamentos do centro de massa do modelo B0, considerando uma variação na frequência de operação dos equipamentos são apresentados nas Figuras 53 a 55. Observar que no problema real as frequências de operação são fixas; a variação que é apresentada visa analisar o comportamento dinâmico do sistema em função de diversas possíveis frequências de operação.

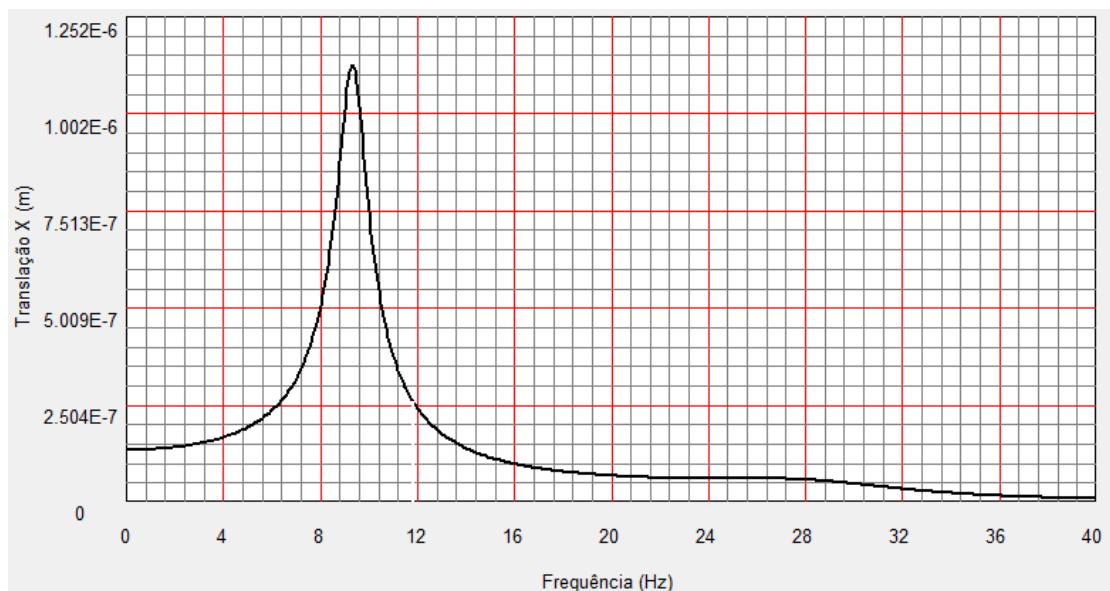


Figura 53 - Modelo B0: translação em X em função da frequência de operação.

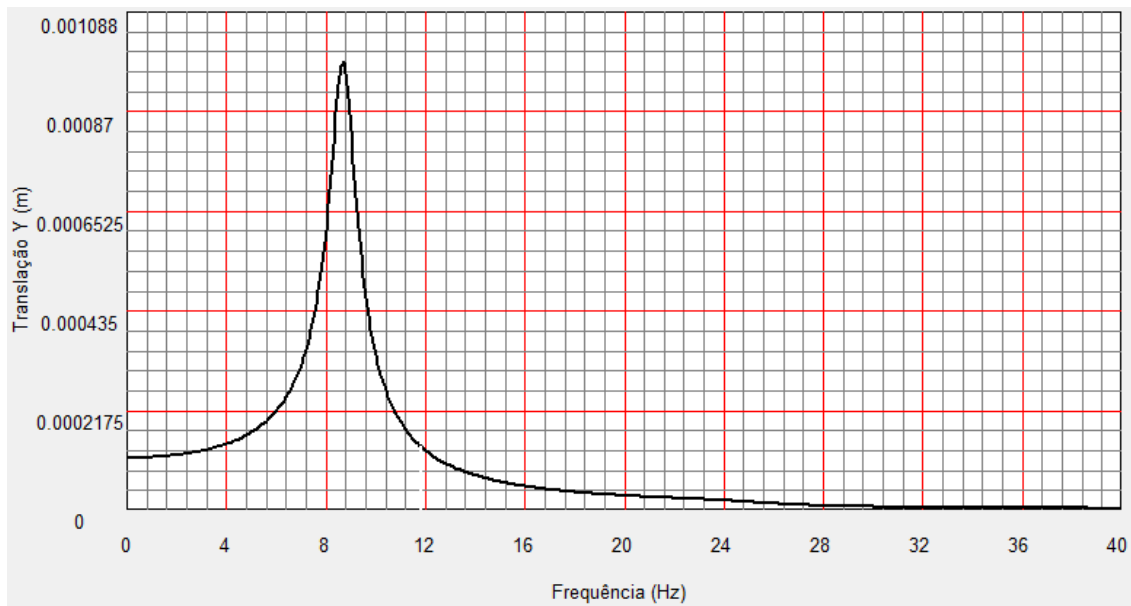


Figura 54 - Modelo B0: translação em Y em função da frequência de operação.

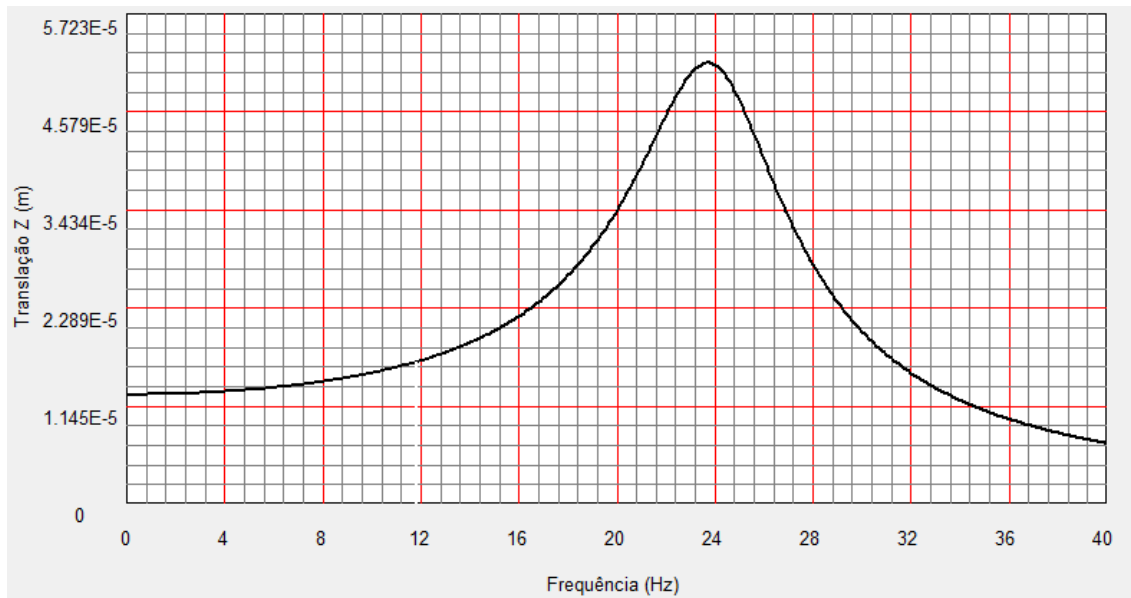


Figura 55 - Modelo B0: translação em Z em função da frequência.

Observando-se as figuras nota-se que as frequências de operação que levam a estrutura aos maiores deslocamentos horizontais estão próximas de 9 Hz, enquanto que para a translação vertical a frequência se aproxima dos 24 Hz. Na prática, as oscilações horizontais são as mais críticas, como aqui ficou indicado.

Com maior precisão, o relatório de resultados do programa aponta os maiores valores de translação em relação aos eixos X, Y e Z nas frequências de 9,3 Hz, 8,7 Hz e 23,7 Hz, respectivamente. Essas frequências estão muito próximas das frequências

modais encontradas pelo modelo B1 elaborado com o SAP2000, que podem ser observados nas Figuras 56 e 57.

	OutputCase Text	StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	Frequency Cyc/sec	CircFreq rad/sec	Eigenvalue rad2/sec2
	MODAL	Mode	1	0,106675	9,3743	58,9	3469,3
	MODAL	Mode	2	0,101053	9,8958	62,177	3866
	MODAL	Mode	3	0,074561	13,412	84,269	7101,2
▶	MODAL	Mode	4	0,040346	24,785	155,73	24252
	MODAL	Mode	5	0,03856	25,934	162,95	26552
	MODAL	Mode	6	0,035945	27,821	174,8	30556
	MODAL	Mode	7	0,014247	70,192	441,03	194510
	MODAL	Mode	8	0,012927	77,359	486,06	236260
	MODAL	Mode	9	0,009484	105,44	662,47	438870
	MODAL	Mode	10	0,007735	129,29	812,34	659900
	MODAL	Mode	11	0,006006	166,5	1046,1	1094400
	MODAL	Mode	12	0,00593	168,62	1059,5	1122500

Figura 56 - Modelo B1: períodos e frequências modais.

	OutputCase Text	StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	UX Unitless	UY Unitless	UZ Unitless
	MODAL	Mode	1	0,106675	0	0,96893	0
	MODAL	Mode	2	0,101053	0,98957	0	0,00002129
	MODAL	Mode	3	0,074561	0	0,00226	0
▶	MODAL	Mode	4	0,040346	0,00041	0	0,97567
	MODAL	Mode	5	0,03856	0	0,02881	0
	MODAL	Mode	6	0,035945	0,01002	0	0,02349
	MODAL	Mode	7	0,014247	0,0000001826	0	0,00059
	MODAL	Mode	8	0,012927	0	0,000000102	0
	MODAL	Mode	9	0,009484	0,000004991	0	0,0000009342
	MODAL	Mode	10	0,007735	3,552E-20	0,000002451	3,802E-19
	MODAL	Mode	11	0,006006	0,000000089	9,691E-20	0,00014
	MODAL	Mode	12	0,00593	0	0,0000004002	6,12E-20

Figura 57 - Modelo B1: fatores de participação modal.

A Figura 57 apresenta um dos relatórios de saída do SAP2000 com os fatores de participação modal. O segundo modo de vibração é o que apresenta maior participação para a direção X, com 99% da massa capturada e frequência de 9,9Hz. Para a direção Y, com 96,9% de massa capturada, o primeiro modo de vibração tem a frequência modal de 9,37Hz.

Finalmente, a direção Z aparece com 97,6% de solicitação de massas no quarto modo de vibração, conforme observado na Figura 57. Esse modo de vibração corresponde à frequência modal de 24,8Hz.

O modelo B1 obteve resultados muito próximos ao modelo B0 em relação às características modais, com as frequências modais que encontram maior participação das massas 6,4% superiores na direção X, 7,7% superiores para a direção Y e 4,6%

superiores observando a direção vertical Z. Desse modo, verificou-se que os modelos em elementos finitos foram capazes de apontar as mesmas frequências naturais encontradas com a análise do modelo de referência.

Observar, para efeito de análise dos resultados acima apresentados, que os deslocamentos teóricos máximos no sistema amortecido não acontecem exatamente nas mesmas frequências próprias do sistema não-amortecido, mas em frequências muito próximas a estas, quando o sistema é fracamente amortecido.

Para se verificar a coerência dos resultados em termos de deslocamentos na fundação, foram verificados os deslocamentos verticais ao longo dos eixos X e Y, considerando o carregamento como estático na direção vertical (no sentido da gravidade). Os resultados, conforme se observa nas Figuras 58 e 59, indicam que os modelos numéricos retornam deslocamentos compatíveis com os esperados. Os deslocamentos ao longo do eixo longitudinal são ligeiramente maiores na extremidade mais próxima à força de maior módulo, enquanto os deslocamentos ao longo do eixo transversal têm o mesmo valor para todos os pontos.

Observar que a linearidade da curva de deslocamentos obtida com o modelo em elementos finitos, assim como a aderência entre os resultados obtidos com esse modelo e os dos modelos elaborados com o BLOCKSOLVER, indica que no caso estudado a hipótese de bloco rígido é perfeitamente aplicável. Caso não houvesse sido encontrado um comportamento linear, a hipótese de bloco rígido não estaria confirmada e, portanto, não seria possível a análise com o programa BLOCKSOLVER, que parte dessa premissa. A análise com o uso de elementos finitos deveria ser comparada com outra solução teórica, ou a geometria do modelo deveria ser adaptada para essa situação.

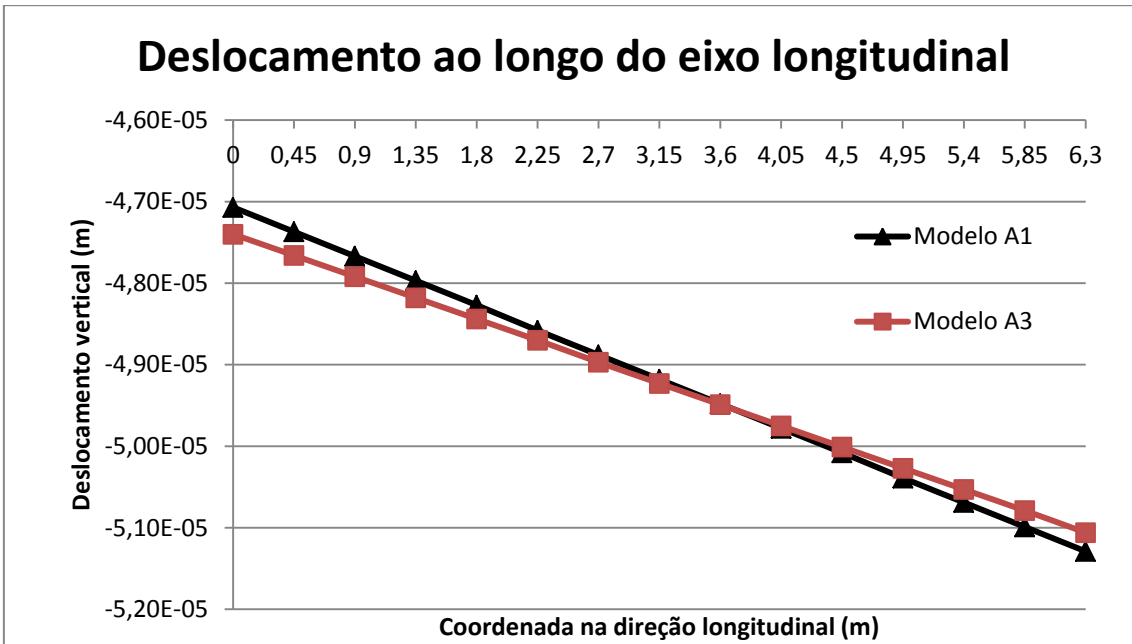


Figura 58 - Deslocamento ao longo do eixo longitudinal para o carregamento estático.

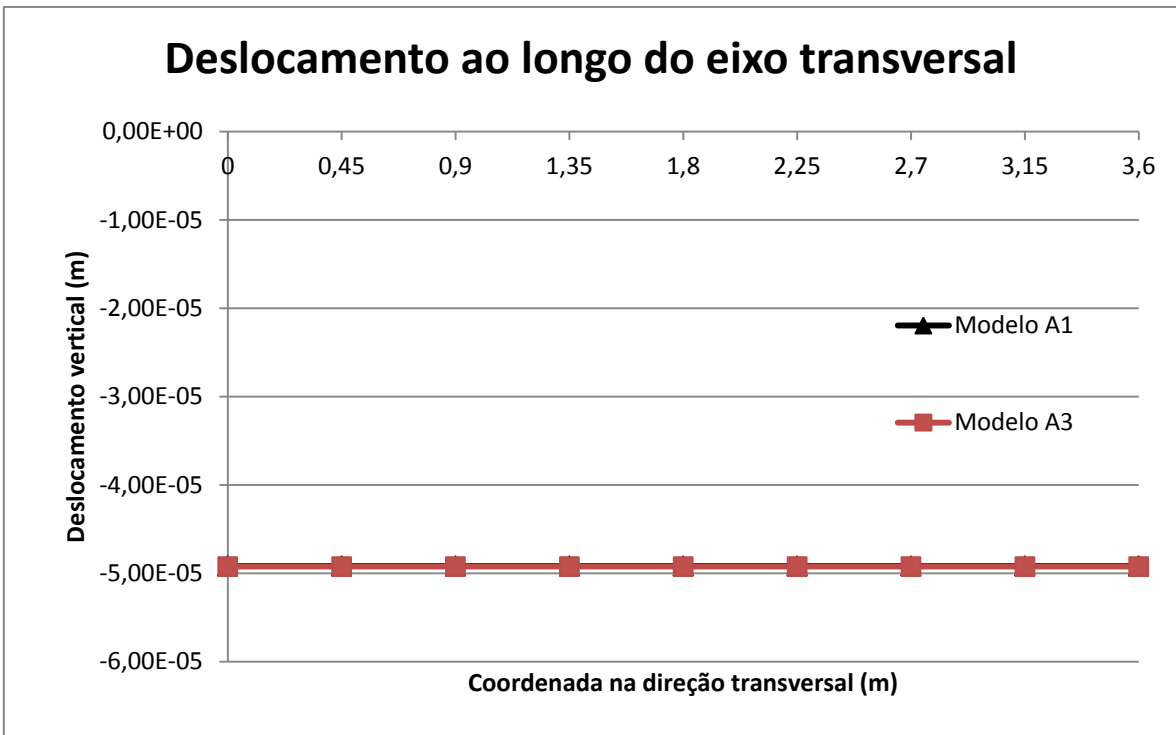


Figura 59 - Deslocamento ao longo do eixo transversal para o carregamento estático

4.2 Resultados para Fundação Direta

Os resultados encontrados nos modelos em fundação direta para os deslocamentos máximos em função da frequência de operação dos equipamentos são apresentados e analisados a seguir.

4.2.1 Deslocamentos Verticais

A Figura 60 apresenta o deslocamento máximo vertical do centro de gravidade do conjunto equipamentos-fundação em função da frequência de operação do motor e da bomba.

Os valores dos deslocamentos verticais, plotados na Figura 60, podem ser também encontrados na Tabela 17.

Tabela 17 - Deslocamento Vertical do Centro de Gravidade (Direção Z) em função da Frequência de Operação para os Modelos A0 a A4.

Modelo:	Deslocamento Vertical do Centro de Gravidade				
	A0	A1	A2	A3	A4
f(Hz)	$u_z(m)$	$u_z(m)$	$u_z(m)$	$u_z(m)$	$u_z(m)$
0	4,92E-05	4,68E-05	4,68E-05	4,70E-05	4,68E-05
1	4,93E-05	4,80E-05	4,81E-05	4,82E-05	4,81E-05
2	4,98E-05	4,90E-05	4,92E-05	4,92E-05	4,92E-05
3	5,06E-05	4,99E-05	5,01E-05	5,01E-05	5,01E-05
4	5,17E-05	5,10E-05	5,13E-05	5,06E-05	5,12E-05
5	5,30E-05	5,06E-05	5,06E-05	5,08E-05	5,08E-05
6	5,44E-05	5,03E-05	5,06E-05	5,05E-05	5,05E-05
7	5,57E-05	5,00E-05	5,03E-05	5,02E-05	5,02E-05
8	5,66E-05	5,16E-05	5,19E-05	5,18E-05	5,18E-05
9	5,68E-05	5,21E-05	5,24E-05	5,23E-05	5,23E-05
10	5,58E-05	5,12E-05	5,12E-05	5,13E-05	5,14E-05
11	5,36E-05	5,13E-05	5,16E-05	5,14E-05	5,14E-05
12	5,03E-05	4,64E-05	4,65E-05	4,64E-05	4,64E-05
13	4,62E-05	4,55E-05	4,58E-05	4,55E-05	4,56E-05
14	4,17E-05	4,26E-05	4,29E-05	4,27E-05	4,27E-05
15	3,74E-05	4,04E-05	3,97E-05	4,04E-05	4,04E-05
16	3,33E-05	3,73E-05	3,60E-05	3,73E-05	3,73E-05
17	2,96E-05	3,27E-05	3,24E-05	3,25E-05	3,39E-05
18	2,64E-05	3,08E-05	3,10E-05	3,08E-05	3,24E-05
19	2,36E-05	2,81E-05	2,80E-05	2,81E-05	2,81E-05
20	2,12E-05	2,52E-05	2,60E-05	2,52E-05	2,63E-05
24	1,43E-05	1,77E-05	1,70E-05	1,76E-05	1,73E-05
28	1,03E-05	1,31E-05	1,30E-05	1,31E-05	1,34E-05
32	7,75E-06	1,04E-05	9,70E-06	9,67E-06	1,03E-05
36	6,04E-06	8,96E-06	7,80E-06	8,02E-06	8,04E-06

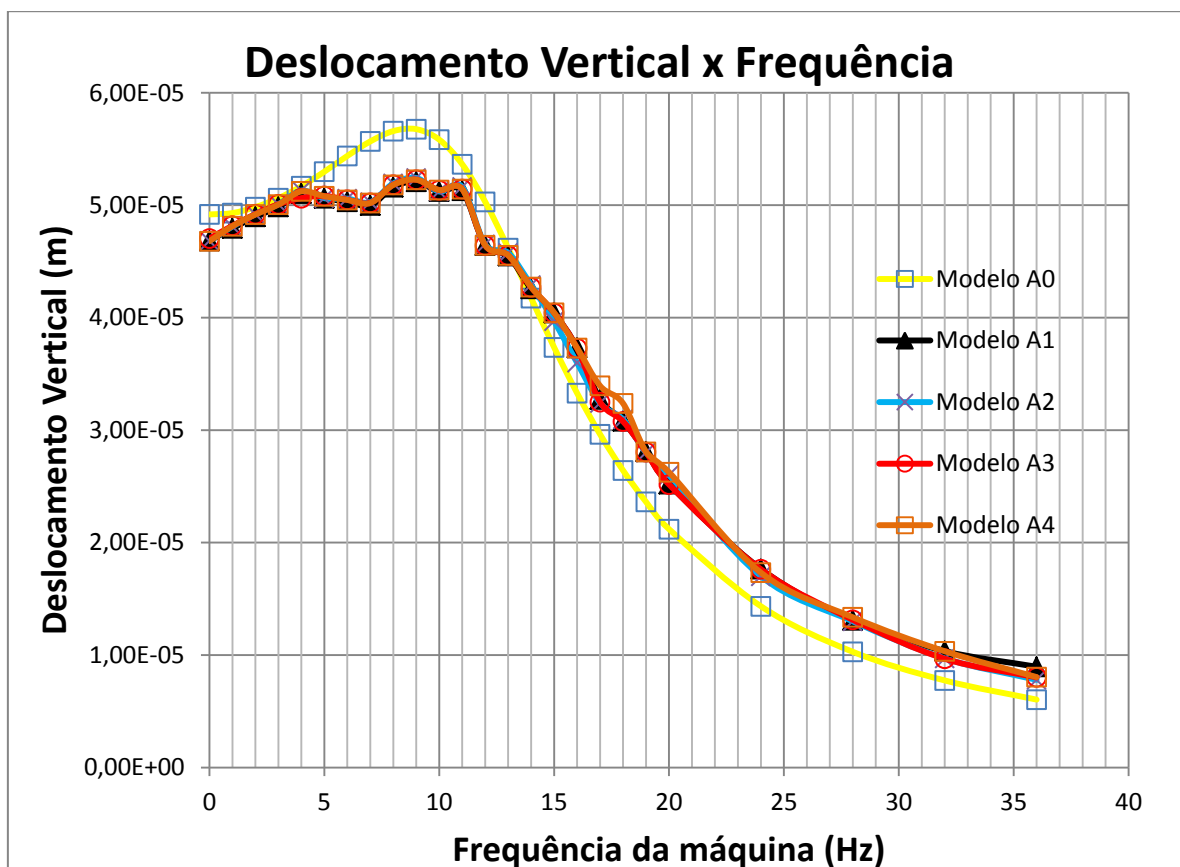


Figura 60 - Deslocamento Máximo Vertical x Frequência de Operação dos Equipamentos.

Os resultados plotados na Figura 60 mostram uma curva suave e contínua formada pelos deslocamentos obtidos com o modelo A0, analisado com o auxílio do programa BLOCKSOLVER. As curvas obtidas com os resultados dos modelos A1 a A4, obtidos com o SAP2000, apresentam uma forma bastante compatível com a esperada, próximas à curva do modelo de referência A0.

A frequência zero, primeiro resultado dos gráficos, representa a situação de aplicação estática do carregamento, uma vez que a aplicação do carregamento dinâmico nos modelos se inicia com o valor máximo da força na direção a ser analisada e varia em uma função cossenoidal na faixa de frequências analisada. Para simular a frequência zero, foi considerado nos modelos A1 a A4 um período de cem segundos.

Para a frequência zero, no modelo A0 foi encontrado o valor de 49,2 μm , conforme verificado na tabela 17. Os modelos A1 a A4 obtiveram deslocamentos verticais entre 46,8 μm e 47,0 μm , muito próximos entre si e do observado no modelo A0.

O modelo de referência A0 mantém uma curva de valores de deslocamentos ascendentes até a frequência própria da estrutura, onde é observado o deslocamento máximo. A taxa de aumento dos valores de deslocamentos em relação à frequência foi baixa entre as frequências de 0,0 Hz e 1,0 Hz, mas mantém-se uniforme no trecho seguinte até se reduzir rapidamente na proximidade do deslocamento máximo.

Conforme pode ser visto na Tabela 17, o maior valor atingido foi de 56,8 μm na frequência de 9,0 Hz. A partir dessa excitação, a curva começa a apresentar uma trajetória descendente e quase uniforme até a frequência de 20,0 Hz, próxima ao ponto de inflexão, a partir do qual a curva tem sua taxa de variação reduzida tendendo a um comportamento de uma assíntota horizontal.

O comportamento das curvas dos demais modelos apresentou características muito próximas entre si, de modo que as curvas plotadas na Figura 60 quase se sobrepõem. As curvas começam com uma taxa de variação positiva e quase constante até a frequência de excitação de 4,0 Hz, quando deixam de seguir a ascensão do Modelo A0 e apresentam uma descontinuidade na proximidade da frequência própria da estrutura, o que indica algum tipo de efeito localizado não identificado no modelo em elementos finitos. Entre as frequências de 5,0 Hz e 10,0 Hz as curvas apresentam valores de deslocamentos inferiores aos encontrados no modelo de referência.

Os valores de deslocamentos máximos verticais encontrados pelos modelos A1 a A4 foram observados na mesma frequência de excitação 9,0 Hz registrada no modelo A0. Os valores de pico, conforme a Tabela 17, foram entre 52,1 μm e 52,4 μm , muito próximos entre si e cerca de 8% inferiores ao pico do Modelo A0, de 56,8 μm .

A partir da frequência de operação 11,0 Hz, as curvas começam a apresentar uma trajetória descendente, depois de apresentar descontinuidade devida a um efeito localizado. Entre as frequências de 13,0 Hz e 14,0 Hz, os valores de deslocamentos máximos passam a descrever uma curva aproximadamente paralela e com valores superiores aos obtidos pelo BLOCKSOLVER.

Os resultados indicam que os modelos em elementos finitos A1 a A4 apresentam resultados praticamente idênticos entre si na direção vertical e próximos dos resultados

obtidos com a hipótese de bloco rígido A0. Isto assegura a validade dos modelos no sentido vertical das forças aplicadas.

4.2.2 Deslocamentos Horizontais

A Figura 61 apresenta o deslocamento máximo horizontal do centro de gravidade do conjunto equipamentos-fundação em função da frequência de operação do motor e da bomba. A Figura 62 apresenta uma parte do gráfico plotado na figura 62 com maior escala, para melhor observação dos resultados. Os valores dos deslocamentos verticais, plotados nas Figura 61 e 62, podem ser também encontrados na Tabela 18.

Tabela 18 - Deslocamento Horizontal do Centro de Gravidade (Direção Y) em função da Frequência de Operação para os Modelos A0 a A4.

Modelo:	Deslocamento Horizontal do Centro de Gravidade				
	A0	A1	A2	A3	A4
f(Hz)	uY(m)	uY(m)	uY(m)	uY(m)	uY(m)
0	1,38E-04	3,09E-04	2,59E-04	2,59E-04	2,48E-04
1	1,40E-04	3,25E-04	2,72E-04	2,66E-04	2,61E-04
2	1,46E-04	3,38E-04	2,80E-04	2,79E-04	2,67E-04
3	1,58E-04	3,59E-04	2,96E-04	2,90E-04	2,85E-04
4	1,78E-04	3,98E-04	3,19E-04	3,25E-04	3,20E-04
5	2,11E-04	4,44E-04	3,54E-04	3,59E-04	3,62E-04
6	2,68E-04	4,97E-04	3,84E-04	3,93E-04	3,89E-04
7	3,70E-04	5,42E-04	4,24E-04	4,70E-04	4,51E-04
8	4,90E-04	5,40E-04	4,20E-04	4,92E-04	4,83E-04
9	4,02E-04	4,60E-04	4,14E-04	4,87E-04	4,82E-04
10	2,57E-04	4,02E-04	3,53E-04	4,03E-04	4,06E-04
11	1,74E-04	3,70E-04	3,59E-04	4,09E-04	4,15E-04
12	1,28E-04	2,20E-04	2,25E-04	2,47E-04	3,00E-04
13	9,89E-05	1,88E-04	1,76E-04	1,95E-04	1,94E-04
14	7,94E-05	1,53E-04	1,45E-04	1,56E-04	1,57E-04
15	6,55E-05	1,37E-04	1,31E-04	1,42E-04	1,42E-04
16	5,50E-05	1,04E-04	1,04E-04	1,25E-04	1,17E-04
17	4,67E-05	8,60E-05	9,00E-05	1,06E-04	1,07E-04
18	4,00E-05	7,30E-05	7,66E-05	8,22E-05	8,29E-05
19	3,45E-05	6,60E-05	6,60E-05	7,40E-05	7,53E-05
20	2,98E-05	6,33E-05	5,63E-05	5,79E-05	5,72E-05
24	1,75E-05	5,19E-05	4,58E-05	4,88E-05	4,85E-05
28	1,14E-05	3,47E-05	3,60E-05	3,93E-05	3,98E-05
32	8,10E-06	2,92E-05	2,66E-05	2,92E-05	2,86E-05
36	6,16E-06	1,95E-05	2,07E-05	2,40E-05	2,44E-05

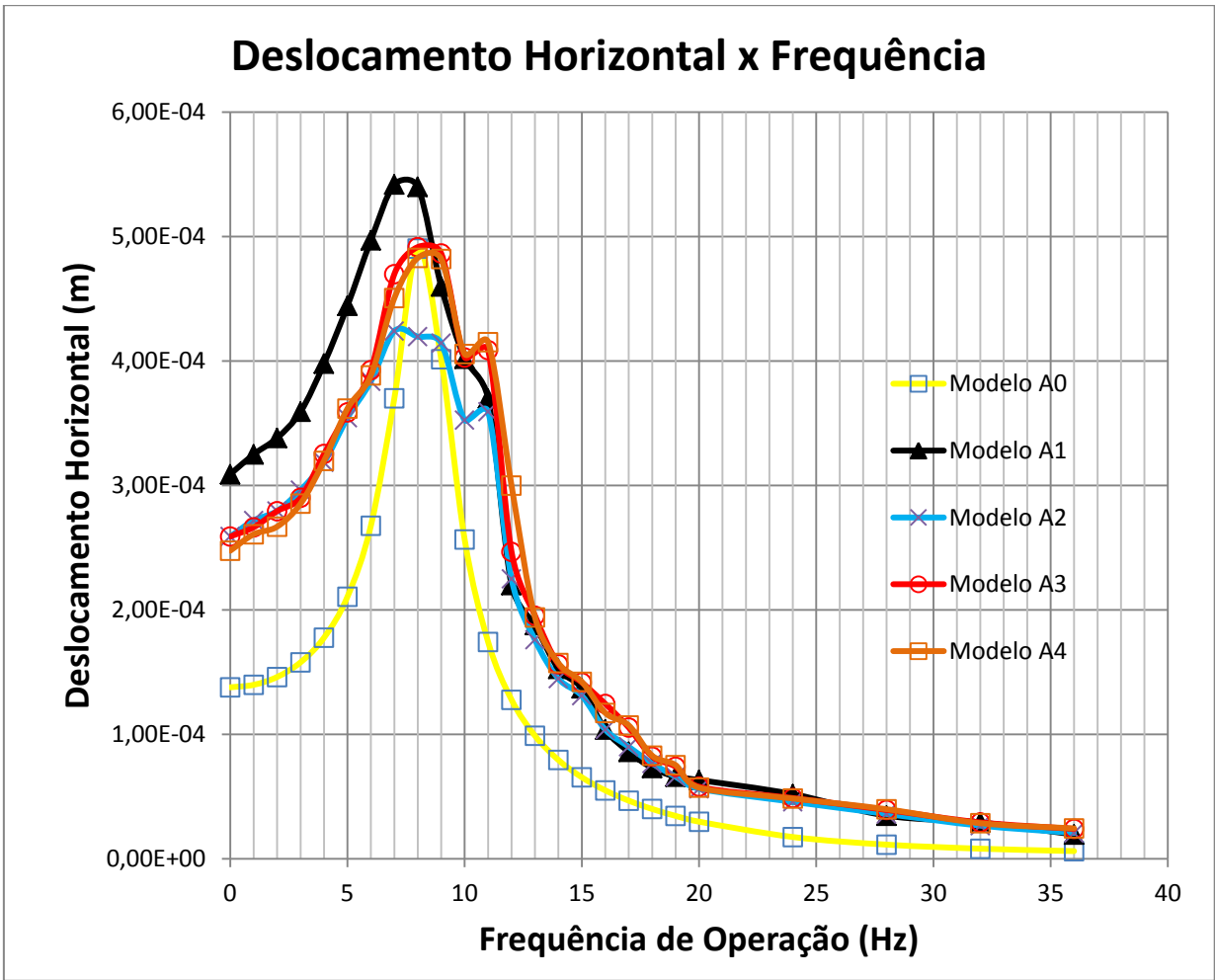


Figura 61 - Deslocamento Máximo Horizontal x Frequência de Operação dos Equipamentos.

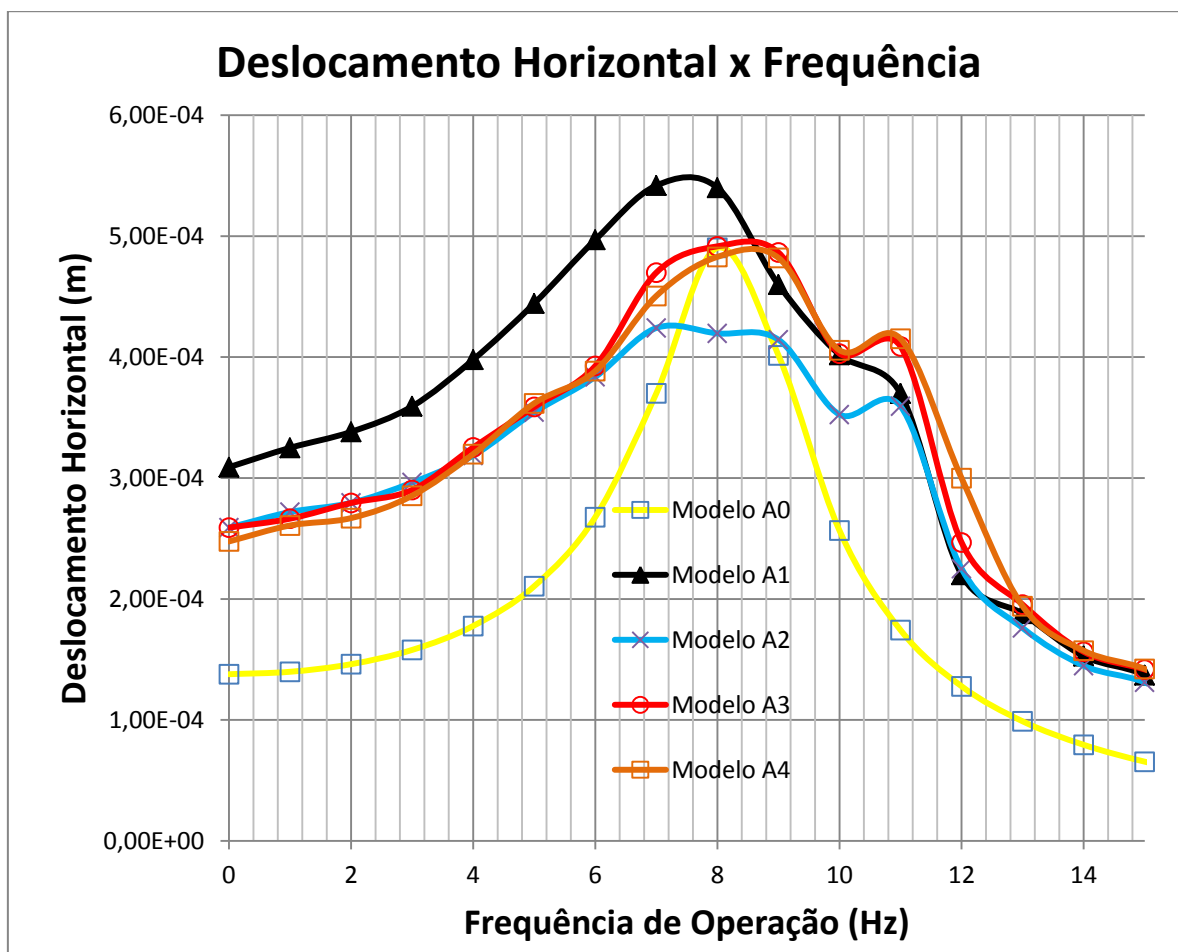


Figura 62 - Deslocamento Máximo Horizontal x Frequência de Operação dos Equipamentos em Escala Ampliada.

A partir do gráfico dos deslocamentos máximos horizontais em função da frequência de operação dos equipamentos, plotado na Figura 62, pode ser observado que o modelo de referência A0, analisado com o auxílio do programa BLOCKSOLVER apresenta uma curva suave e contínua com taxas de variação positivas até a proximidade de um ponto de deslocamento máximo, a partir de onde a curva apresenta uma trajetória descendente até apresentar o formato próximo a uma assíntota horizontal para frequências mais altas.

O deslocamento encontrado no modelo de referência para a frequência nula foi de 138 μm e o deslocamento máximo observado na Tabela 18 foi de 490 μm , para a frequência de excitação de 8,0 Hz.

Em todos os pontos do gráfico os modelos A1 a A4, desenvolvidos pelo SAP2000 apresentaram valores de deslocamentos superiores aos observados no Modelo A0 (à

exceção do deslocamento devido à frequência de excitação 8,0 Hz para o Modelo A4, que encontrou um valor 1,5% inferior).

No trecho anterior à frequência própria da estrutura, os modelos A1 e A2 obtiveram valores de deslocamentos superiores aos demais. Para frequências de excitação superiores a 12,0Hz, entretanto, seus resultados são muito próximos aos encontrados pelos modelos A3 e A4 e suas curvas se sobrepõem.

O Modelo A1 – onde todas as propriedades são distribuídas homogeneamente - obteve valores de deslocamentos inferiores aos do Modelo A2 para as frequências inferiores a 6,0Hz. Encontrou os maiores valores de pico em relação a todos os modelos nas frequências de 7,0Hz e 8,0Hz (542 μ m) e para valores superiores de frequência excitadora passa a apresentar resultados próximos aos dos demais modelos em elementos finitos. Observar que, para altas frequências, as respostas da fundação passam a ser governadas pelas massas, que têm a mesma representação em todos os modelos.

O modelo A2 cujas propriedades de impedância são diferentes das do Modelo A1 apenas na direção vertical – obteve resultados cerca de 11% inferiores aos do modelo A1 no trecho anterior à frequência própria da estrutura para concordar com seus resultados posteriormente, com uma diferença geralmente menor do que 6%. Alguns pontos de descontinuidade, em especial na frequência de 12,0Hz, apresentaram variações maiores.

Os modelos A3 e A4 resultaram em curvas quase sobrepostas, conforme se observa na Figura 62, com diferença de valores de deslocamentos inferior a 5,0% em todos os pontos com exceção da frequência de 12,0Hz.

As frequências inferiores à frequência própria da estrutura são aquelas onde os valores de deslocamentos encontrados pelos modelos em elementos finitos são mais divergentes das encontradas no Modelo A0. Para a frequência zero, conforme a tabela 18, o modelo de referência obtém um deslocamento de 138 μ m, bastante inferior aos valores encontrados pelos modelos A3 e A4, de 259 μ m e 248 μ m respectivamente. Já os modelos A1 e A2 obtiveram valores ainda superiores. O primeiro apresentou o um deslocamento de 309 μ m contra 340 μ m do segundo.

Os valores de pico encontrados na tabela 18 foram obtidos nas frequências de 8,0 Hz nos modelos A0, A3 e A4 e na frequência de 7,0Hz nos modelos A1 e A2. O modelo de referência do BLOCKSOLVER obteve o valor máximo de 490 μm , valor que foi atingido com muito pouca diferença pelos modelos A3 e A4, que obtiveram resultados de 492 μm e 483 μm respectivamente. Os modelos A1 e A2, entretanto, apresentaram um valor de pico superior aos demais: 542 μm no Modelo A1 e 520 μm no modelo A2.

Após o primeiro trecho da curva, no qual os modelos em elementos finitos apresentaram deslocamentos bem maiores do que os encontrados no modelo de referência, e após a proximidade da frequência própria da estrutura que ocorre aproximadamente aos 8,0Hz, onde todas as curvas se aproximam, as curvas dos resultados dos modelos em elementos finitos experimentam uma descontinuidade entre as frequências de 11,0Hz e 12,0Hz. Passada essa descontinuidade, as curvas passam a concordar entre si e a aproximarem-se suavemente da curva de referência.

5 Conclusão

5.1 Conclusões da Análise dos Resultados

A partir das análises realizadas nesse trabalho, pôde-se chegar às conclusões apresentadas a seguir a respeito da modelagem em elementos finitos de fundações sujeitas a carregamentos dinâmicos. Nestes modelos, a interação solo-estrutura foi simulada através de “links” representativos das propriedades de rigidez e amortecimento.

No caso estudado, a utilização de elementos sólidos para simular os blocos de concreto representa bem as características dinâmicas, uma vez que as frequências naturais encontradas foram próximas daquelas indicadas pelas análises auxiliadas pelo programa BLOCKSOLVER, que utiliza abordagem teórica de bloco rígido. No caso de fundações em bloco rígido, essa verificação deve ser sempre realizada, para avaliar a necessidade de se desenvolver um modelo em elementos finitos, que é muito mais trabalhoso e fornece resultados menos precisos que os obtidos com a hipótese do bloco rígido.

No caso estudado, os modelos em elementos finitos forneceram resultados de deslocamentos máximos do centro de gravidade na direção vertical muito próximos. Estes valores de deslocamento vertical também foram próximos aos encontrados pelas análises efetuadas com o programa BLOCKSOLVER, principalmente nas regiões mais afastadas da frequência própria da estrutura. Para valores próximos à frequência própria, os modelos em elementos finitos forneceram resultados de deslocamentos máximos na região vertical cerca de 8% inferiores, quando comparados aos obtidos com o BLOCKSOLVER.

No que diz respeito aos deslocamentos máximos do centro de gravidade da estrutura na direção horizontal, todos os modelos em elementos finitos forneceram resultados conservadores em relação aos encontrados com o BLOCKSOLVER, à exceção do modelo A2 nas frequências de operação de 7 Hz e 8 Hz.

O modelo A1- onde as propriedades de amortecimento e rigidez são distribuídas de forma homogênea - forneceu deslocamentos horizontais excessivamente conservadores

e afastados dos obtidos com o modelo teórico. Os deslocamentos horizontais obtidos após análise deste modelo foram os maiores encontrados para frequências próximas à frequência natural da estrutura. Isto leva à conclusão que esta formulação deva ser descartada.

O modelo A2 - onde as propriedades de rigidez e de amortecimento foram assumidas como não homogêneas - forneceu deslocamentos horizontais menos conservadores do que os encontrados com o Modelo A1. Esse modelo foi o único que apresentou resultados contra a segurança para as frequências de operação de 7Hz e 8Hz, próximas à frequência natural do sistema. Os deslocamentos horizontais encontrados foram menores do que os encontrados com o modelo de referência A0.

Os modelos A3 e A4 foram os que apresentaram resultados mais próximos dos obtidos após análise no BLOCKSOLVER. Pôde-se, portanto, concluir que os modelos que apresentaram resultados mais próximos dos obtidos a partir do modelo teórico foram os de rigidez vertical distribuída de forma variável e amortecimento distribuído de forma homogênea. Ambos os modelos forneceram resultados semelhantes em ambas as direções observadas. O Modelo A4, porém, apresentou resultados um pouco mais próximos do modelo de referência que o Modelo A3.

O Modelo A3, quando submetido a carregamentos de frequências próximas à frequência natural da estrutura, forneceu valores de deslocamentos máximos horizontais do centro de gravidade muito próximos aos obtidos no programa BLOCKSOLVER . Esta diferença não foi superior a 0,2%. Foi o modelo que forneceu resultados mais satisfatórios.

O Modelo A4 forneceu resultados de deslocamento horizontal máximo do centro de gravidade da estrutura bastante próximo ao determinado com o modelo teórico, com diferença não superior a 1,5%. Portanto, pôde-se concluir que o modelo forneceu resultados satisfatórios.

Finalmente, pôde-se afirmar que uma análise dinâmica realizada em um modelo em elementos finitos pode ser eficiente na determinação dos deslocamentos máximos se a interação solo-estrutura for modelada de maneira correta.

A atribuição de propriedades variáveis de rigidez na direção vertical, para ambos os métodos utilizados, mostrou-se eficaz por apresentar resultados de deslocamentos obtidos com o modelo teórico.

A distribuição dos coeficientes de amortecimento de forma homogênea, em ambas as direções, forneceu resultados suficientemente próximos aos obtidos com o modelo teórico. Isto é uma interessante conclusão, já que não fica muito claro em uma formulação teórica se é preferível modelar os amortecedores de forma homogênea, ou se seguindo uma variação similar à adotada para os coeficientes de rigidez.

Em resumo, os melhores resultados encontrados nesse trabalho foram obtidos com o Modelo A4 (determinação das molas pela matriz de rigidez condensada do solo). Caso essa solução não esteja disponível, a distribuição não homogênea da rigidez, como realizada no Modelo A3, já leva a resultados bem mais próximos dos teóricos do que a simples distribuição homogênea da rigidez na base da fundação (como nos modelos A1 e A2).

Apesar de ter fornecido resultados satisfatórios, os modelos em elementos finitos apresentaram pontos de descontinuidade nos gráficos de deslocamentos máximos em função da frequência de excitação. Alguns resultados, como por exemplo, os deslocamentos máximos na direção vertical para frequências de excitação próximas à frequência própria da estrutura, foram inferiores aos encontrados com o modelo teórico.

Desse modo, os modelos de fundações de máquinas em elementos tridimensionais podem ser utilizados, recomendando-se, entretanto, cautela na interpretação dos resultados. A elaboração de modelos simplificados com abordagem teórica, como os que do programa BLOCKSOLVER é recomendada para validação dos modelos em elementos finitos.

Deve ser ressaltada também a grande dificuldade que foi encontrada em se calibrar o modelo em elementos finitos para que este apresentasse resultados compatíveis com os obtidos com o BLOCKSOLVER. Só isso justificaria que sempre que se utilizar uma modelagem em elementos finitos, este modelo seja calibrado confrontando seus resultados com os obtidos com a hipótese do bloco rígido.

5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se citar o estudo da variação da geometria da superfície da estrutura em contato com o solo, com forma retangular ou não.

A elaboração de modelos numéricos de blocos de fundação com diferentes geometrias poderá verificar a influência da relação entre as larguras do bloco nos resultados de deslocamentos máximos encontrados. Uma análise de diversas relações entre dimensões da base seria útil para maior compreensão do comportamento de modelos em elementos finitos tridimensionais na análise dinâmica de fundações de máquinas.

A comparação dos resultados com resultados experimentais seria também um trabalho de grande utilidade.

6 Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA (ABMS) e ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE EMPRESAS DE ENGENHARIA DE FUNDAÇÕES E GEOTECNIA (ABEF), *Fundações, Teoria e Prática*, 2ª ed., Editora Pini, São Paulo, SP, Brasil, 2002.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI), *ACI-351.3R: Foundation for Dynamic Equipment*, Farmington Hills – MI, USA, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), *NBR-6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro – RJ, Brasil, 2014.

ASTM International, *Standard Test Methods for Crosshole Seismic Testing*, West Conshohocken, PA, USA, 2014.

BROWN, P.T., GIBSON, R.E., “Surface Settlement of a Finite Elastic Layer whose Modulus increases with Depth” *Int. Jour. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol. 3, pp. 37-47, 1979.

COUTINHO, Diogo Simões do Amaral e MENDES, Cláudio Henrique Florença, *Projecto Automatizado de Fundações de Máquinas*, Projeto Final de Graduação, UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Rio de Janeiro-RJ, Brasil, 2007.

CSI COMPUTERS & STRUCTURES, INC., *SAP2000, Integrated Software for Structural Analysis & Design*, Versão 16. CSI Inc. Berkeley - CA, USA, 2014.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG (DIN), *DIN 4024: Machine Foundations, Flexible Structures that support machines with rotating elements*, Berlin, Deutschland, 1988.

FIDELES, Helena Maria Reis, *Análise Sísmica de Estruturas de Edifícios considerando Interação Solo-estrutura em Solo Estratificado*, M.Sc. - Dissertação,

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Programa de Projeto de Estruturas, Rio de Janeiro – RJ, Brasil, 2015.

GAZETAS, George, “Static and Dynamic Displacements of Foundations on Heterogeneous Multilayered Soils”, *Geotechnique* v. 30, n°2, p. 159, 1980.

GAZETAS, George, *Analysis of Machine Foundation Vibrations: State of the Art*, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy – NY, USA, 1983.

LUCO, J. E., 1976, “Vibration of a Rigid Disc on a Layered Viscoelastic Medium”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 36 (Jan.), pp. 325-340.

MACABÚ, Larissa Pereira, *Análise Comparativa de Soluções em Fundação Direta e sobre Estacas para um Equipamento em uma Instalação Industrial*, Projeto Final de Graduação, UFRJ - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Rio de Janeiro, 2011.

MACHADO, Flávia Gandra, *Estudo do Comportamento de Fundações submetidas a Vibrações de Máquinas*, M.Sc. – Dissertação, UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil, Rio de Janeiro - RJ, Brasil, 2010.

NOVAK, M., ABOUL-ELLA, F., *PILAY, A Computer Program for Calculation of Stiffness and Damping of Piles in Layered Media, System Analysis Control and Design Activity (SACDA)*, Versão 4, The University of Western Ontario, London, Canada, 1994.

PETROBRAS, *N-1848 - Projeto de Fundações de Máquinas*, Rio de Janeiro, Brasil, 2011.

POULOS, Harry George, DAVIS, Edward H., *Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics*, John Wilies & Sons, Inc. New York, NY, USA, 1974.P

RIBEIRO, Marco Antônio Amâncio, *Análise Comparativa de Métodos Utilizados no Cálculo da Interação Solo-radier*, Projeto Final de Graduação, UFRJ - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Rio de Janeiro, 2010.

RIBEIRO, Marco Antônio Amancio, *Análise de Fadiga em Estruturas de Fundação de Torre de Turbina Eólica*, M.Sc. – Dissertação, UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Programa de Projeto de Estruturas, Rio de Janeiro - RJ, Brasil, 2014.

RICHART Jr., Frank E., WOODS, Richard D., HALL Jr., J.R, *Vibrations of Soils and Foundations*, 1ªed. - Prentice-Hall, Inc., The University of Michigan, Ann Arbor - MI, USA, 1970.

SANTOS, Sérgio Hampshire de Carvalho e GUIMARÃES, José Tadeu Gomes, *Análise de Placas de Fundação considerando a Matriz de Rigidez do Solo Condensada na Superfície*, IX Congresso Latino-Americano e Ibérico sobre Métodos Computacionais para Engenharia, Córdoba, Argentina, 1988.

SANTOS, Sérgio Hampshire de Carvalho, *Fundações de Máquinas*. (apostila), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.

SOUZA LIMA, Sílvio de e SANTOS, Sérgio Hampshire de Carvalho, *Análise Dinâmica das Estruturas*. 1ª ed. – Editora Ciência Moderna, Rio de Janeiro - RJ, Brasil, 2008.

SOUZA LIMA, Sílvio de e SANTOS, Sérgio Hampshire de Carvalho, *Notas de Aula da Disciplina de Análise Sísmica*. Mestrado Profissional PPE, UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Rio de Janeiro, Brasil, 2012.

WOLF, John P., *Foundation Vibration Analysis using Simple Physical Models*. 1ª ed. – PTR Prentice Hall, University of Michigan –MI, USA, 1994.