



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Escola Politécnica
Programa de Projeto de Estruturas

Fabiana Guedes de Oliveira Rocha

**VERIFICAÇÃO DE UMA EDIFICAÇÃO CONSIDERANDO DESVIOS
CONSTRUTIVOS REAIS**



UFRJ

Fabiana Guedes de Oliveira Rocha

VERIFICAÇÃO DE UMA EDIFICAÇÃO CONSIDERANDO DESVIOS
CONSTRUTIVOS REAIS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Orientador:

Sérgio Hampshire de Carvalho Santos

Rio de Janeiro

2015

Rocha, Fabiana Guedes de Oliveira

Verificação de uma Edificação Considerando Desvios Construtivos Reais / Fabiana Guedes de Oliveira Rocha – 2015. 121.: 30 cm.

Dissertação (Mestrado em Projeto de Estruturas) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Programa de Projeto de Estruturas, Rio de Janeiro, 2015.

Orientador: Sérgio Hampshire de Carvalho Santos

1 Concreto Armado, 2. Desvios Construtivos, 3. Pilares, 4. Efeitos Locais de Segunda Ordem. I. Santos, Sergio Hampshire de Carvalho. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Escola Politécnica. III. Título.



UFRJ

VERIFICAÇÃO DE UMA EDIFICAÇÃO CONSIDERANDO DESVIOS
CONSTRUTIVOS REAIS

Fabiana Guedes de Oliveira Rocha

Orientador:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Aprovada pela Banca:

Prof. Sérgio Hampshire de Carvalho Santos, D. Sc., UFRJ

Prof^a. Cláudia Ribeiro Eboli, D. Sc., UFRJ

Prof. Emil de Souza Sánchez Filho, D. Sc., UFF

Rio de Janeiro
2015

“Se eu tivesse o dom da profecia, se conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, se tivesse toda a fé, a ponto de remover montanhas, mas não tivesse amor, eu nada seria”

Coríntios (13:2)

AGRADECIMENTOS

A Deus por ser presença constante em minha vida, sempre guiando meus passos.

Ao Professor Sérgio Hampshire de Carvalho Santos pelos ensinamentos transmitidos, paciência, dedicação e incentivo na orientação deste trabalho.

À minha amada vovó Altair (“in memórium”) que sempre incentivou meus sonhos.

À minha mãe Josina que está ao meu lado em todos os momentos da minha vida, me incentivando e apoiando.

Ao meu marido Cleydson por seu amor e apoio incondicional.

Aos Professores do PPE que além de transmitirem seus conhecimentos me incentivaram e apoiaram durante as disciplinas.

Aos amigos do PPE que dividiram comigo toda esta caminhada.

RESUMO

ROCHA, Fabiana Guedes de Oliveira. **Verificação de uma Edificação Considerando Desvios Construtivos Reais**. Rio de Janeiro. 2015. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2015.

As construções em concreto armado são intrinsecamente imperfeitas, o que indica que desvios construtivos devem ser considerados nos projetos das estruturas. Devido à sua importância o eventual desaprumo dos pilares com a vertical deve ser explicitamente levado em consideração. Devido à dificuldade de se medir esses desvios existem relativamente poucos trabalhos acadêmicos relacionados a esse tema. Entretanto, por se tratar de um efeito de grande importância para a segurança, normas e códigos de projeto de estruturas de concreto, como a NBR 6118 (2014) e o EUROCODE 2 (2010), buscam considerar previamente, na etapa de dimensionamento, possíveis desvios na linearidade e alinhamento dos pilares que possam ocorrer durante a construção. Este trabalho tem como objetivo verificar a segurança de uma edificação em que foi constatado e medido um importante desvio construtivo real. Apresentar também uma metodologia de verificação para outras edificações em que forem constatados desvios construtivos semelhantes. Busca-se assim contribuir para os estudos dos desvios construtivos, incluindo uma comparação entre os diversos métodos de análise dos efeitos locais de segunda ordem em pilares prescritos pelas normas, por meio de um exemplo real.

Palavras-chave: concreto armado; desvios construtivos; pilares; efeitos locais de segunda ordem.

ABSTRACT

ROCHA, Fabiana Guedes de Oliveira. **Verification of a Building Considering deviations Constructive Reais**. Rio de Janeiro. 2015. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2015.

The reinforced concrete buildings are intrinsically imperfect, indicating that constructive deviations shall be considered in the structural design. Due to its importance, the eventual deviation of columns with respect to the vertical shall be explicitly taken into account. Due to the difficulty of measuring these deviations, there are relatively few academic studies on this subject. However, because of the importance of this effect for safety, standards and codes for the design of concrete structures, such as the NBR 6118 and the Eurocode 2, intend to previously consider, in the design phase, possible deviations in the linearity and alignment of columns that could occur during construction. This study intends to check the safety of a building in which an important deviation in the construction was observed and measured. It is also presented a methodology for the verification of buildings in which similar conditions of constructive deviations could occur. Then, this work intends to contribute in the studies of constructive deviations, including a comparison among the several methods of analysis of local second order effects in columns, through a real example.

Keywords: reinforced concrete; constructive deviations; columns; local second order effects.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Objetivo e Metodologia.....	1
1.2. Descrição dos Capítulos	2
2. CRITÉRIOS DE SEGURANÇA	4
2.1. Condições Analíticas de Segurança	4
2.2. Definição dos Estados-Limites.....	5
2.2.1. Estados Limites Últimos (ELU).....	5
2.2.2. Estados Limites de Serviço (ELS)	5
2.2.3. Valores das Resistências	6
2.3. Características dos Materiais.....	7
2.3.1. Concreto	7
2.3.2. Aço	10
2.4. Imperfeições Geométricas Segundo a NBR 6118 (2014)	12
2.4.1. Imperfeições Geométricas Globais	12
2.4.2. Imperfeições Geométricas Locais	13
2.5. Imperfeições Geométricas segundo o EUROCODE 2 (2010)	14
3. EFEITOS LOCAIS DE 2ª ORDEM	15
3.1. Pilar-Padrão	15
3.2. Momento Mínimo.....	16
3.3. Índice de Esbeltez.....	18
3.4. Classificação dos pilares de acordo com o índice de esbeltez	21
3.5. Métodos de avaliação dos efeitos locais de segunda ordem em pilares.....	22
3.5.1. Método do Pilar-Padrão com curvatura aproximada.....	23
3.5.2. Método do Pilar-Padrão com rigidez κ aproximada	24
3.5.3. Método do Pilar-Padrão acoplado aos diagramas M, N e 1/r (Método do Pilar-Padrão Melhorado)	25
3.5.4. Consideração da Fluência.....	27
3.5.5. Método Geral.....	28
3.5.6. Planilha para o cálculo pelo Método Geral	34
3.5.7. P-CALC.....	50

4. DIMENSIONAMENTO DE PILARES À FLEXÃO.....	51
4.1. Estado Limite Último: Hipóteses Básicas de Dimensionamento.....	51
4.2. Dimensionamento à flexão.....	53
4.2.1. Planilhas FCOTools em MATHCAD	55
5. ESTUDO DE CASO.....	56
5.1. Aspectos Técnicos do Projeto de Edifício em Estudo.....	56
5.2. O pilar P7.....	58
5.3. Modelagem da Edificação	60
5.4. Resultados da Análise Estrutural.....	62
5.5. Parâmetros iniciais para as verificações.....	62
5.5.1. Eixos adotados e dimensões do pilar P7	62
5.5.2. Parte do projeto de armadura do pilar P7.....	63
5.5.3. Comprimento equivalente do pilar e índice de esbeltez.....	63
5.6. Verificação para os Momentos Mínimos	64
5.6.1. Cálculo dos Momentos Mínimos de Primeira Ordem.....	64
5.6.2. Verificação do índice de esbeltez limite λ_1	66
5.6.3. Avaliação da curvatura na seção crítica	66
5.6.4. Verificação pelo Método do Pilar Padrão com curvatura aproximada	67
5.6.5. Verificação pelo Método do Pilar-Padrão com rigidez κ aproximada.....	68
5.6.6. Verificação pelo Método do Pilar-Padrão acoplado aos diagramas M, N e $1/r$	69
5.6.7. Verificação pelo Método Geral	72
5.6.8. Verificação do caso “b” pelo Método do Pilar-Padrão acoplado aos diagramas M, N e $1/r$	79
5.6.9. Verificação do caso “b” pelo Método Geral	83
5.7. Verificação para os momentos de engastamento viga-pilar do 1º caso:	89
5.7.1. Verificação do índice de esbeltez limite λ_1	89
5.7.2. Verificação pelo Método do Pilar Padrão com curvatura aproximada	90
5.7.3. Verificação pelo Método do Pilar-Padrão com rigidez κ aproximada.....	90
5.7.4. Verificação pelo Método do Pilar-Padrão acoplado aos diagramas M, N e $1/r$	91
5.7.5. Verificação pelo Método Geral	92
5.8. Verificação para os Momentos de Engastamento viga-pilar do 2º caso:	96

5.8.1. Verificação do índice de esbeltez limite λ_1	96
5.8.2. Verificação pelo Método do Pilar Padrão com curvatura aproximada	96
5.8.3. Verificação pelo Método do Pilar-Padrão com rigidez κ aproximada.....	97
5.8.4. Verificação pelo Método do Pilar-Padrão acoplado aos diagramas M, N e 1/r	98
5.8.5. Verificação pelo Método Geral	101
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES.....	103
6.1. Considerações finais.....	103
6.2. Conclusões.....	112
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	114
8. ANEXO A – VERIFICAÇÃO A FLEXÃO OBLÍQUA COM FCOTolls.....	117

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 – Diagrama tensão-deformação específica idealizado. NBR 6118 (2014).....	9
Figura 2-2 – Diagrama tensão-deformação específica para aços de armadura passiva. NBR 6118 (2014).	11
Figura 2-3 – Imperfeições geométricas globais. NBR 6118 (2014).....	12
Figura 2-4 – Imperfeições geométricas locais. NBR 6118 (2014).....	14
Figura 3-1 – Curva senóide adaptada a linha deformada real do pilar.....	15
Figura 3-2 – Seção transversal e momentos mínimos definidos. NBR6118 (2014).	17
Figura 3-3 – Envoltória de momentos mínimos. NBR6118 (2014).....	18
Figura 3-4 – Definição do comprimento equivalente.....	19
Figura 3-5 – Seção retangular $b \times h$. NBR6118 (2014).....	20
Figura 3-6 – Classificação dos pilares de acordo com o índice de esbeltez e os métodos de análise dos efeitos de segunda ordem.....	23
Figura 3-7 – Curva das relações momento-curvatura para obtenção da rigidez. NBR 6118 (2014).	26
Figura 3-8 – Diagrama Tensão- Deformação corrigido para considerar o efeito da fluência.....	28
Figura 3-9 – Aproximação da deformada por uma parábola do segundo grau.	29
Figura 3-10 – Deformada do pilar.....	30
Figura 3-11 – Parte da deformada do pilar.....	31
Figura 3-12 – Página inicial, Módulo I.	36
Figura 3-13 – Página dois, importação dos arquivos do MK-UFRJ.	37
Figura 3-14 – Página três, visualização da curva Momento-Curvatura.	38
Figura 3-15 – Página quatro, regressão polinomial e início da aplicação do Método Geral.	39
Figura 3-16 – Página cinco, curvaturas iniciais e momentos da primeira iteração.	40
Figura 3-17 – Página seis, início das iterações.....	41
Figura 3-18 – Página sete, terceira e quarta iterações.	42
Figura 3-19 – Página oito, quinta e sexta iterações.....	43
Figura 3-20 – Página nove, verificações e resultados finais.....	44
Figura 3-21 – Comparação da relação Momento-Curvatura com a interpolação polinomial.....	45

Figura 3-22 – Página quatro, regressão polinomial e início da aplicação do Método Geral, Módulo II.	46
Figura 3-23 – Página cinco, curvaturas iniciais e momentos da primeira iteração do Módulo II.	47
Figura 3-24 – Página seis, matrizes, Módulo II.	48
Figura 3-25 – Página sete, iterações, Módulo II.	49
Figura 3-26 – Janela principal do P-CALC	50
Figura 4-1 – Diagrama retangular simplificado para o concreto a compressão. Adaptado, CARDOSO e KIMURA (2013).	52
Figura 4-2 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal. NBR6118 (2014).	53
Figura 5-1 – Planta baixa esquemática da edificação em estudo.	57
Figura 5-2 – Corte esquemático AA da edificação em estudo.	58
Figura 5-3 – Figura esquemática do desvio ocorrido.	59
Figura 5-4 – Foto do pilar em estudo sem o revestimento.	59
Figura 5-5 – Eixos adotados na modelagem.	60
Figura 5-6 – Modelo tridimensional da edificação.	61
Figura 5-7 – Características do concreto no modelo estrutural.	61
Figura 5-8 – Eixos e dimensões.	62
Figura 5-9 – Parte do projeto de armadura do pilar.	63
Figura 5-10 – Verificação do momento mínimo na direção x.	65
Figura 5-11 – Verificação do momento mínimo na direção y.	65
Figura 5-12 – Resultados do programa P-CALC para os momentos mínimos pelo Método do PP com curvatura aproximada.	67
Figura 5-13 – Resultados do programa P-CALC para os momentos mínimos pelo Método do PP com rigidez κ aproximada.	69
Figura 5-14 – Diagrama momento-curvatura na direção x, para $Nsd = -2752,7 \text{ kN}$ e armadura de 12 barras de 16 mm (2 camadas de $12,0 \text{ cm}^2$).	70
Figura 5-15 – Diagrama momento-curvatura na direção y, para $Nsd = -2752,7 \text{ kN}$ e armadura de 12 barras de 16 mm (6 camadas de $4,0 \text{ cm}^2$).	71
Figura 5-16 – Resultados obtidos no programa P-CALC para os momentos mínimos pelo Método do PP acoplado aos diagramas M, N e $1/r$	72
Figura 5-17 – Deslocamentos na direção x.	76

Figura 5-18 – Momentos na direção x.....	76
Figura 5-19 – Deslocamentos da direção y.	78
Figura 5-20 – Momentos da direção y.....	78
Figura 5-21 – Diagrama de iteração para o caso “b”.....	79
Figura 5-22 – Diagrama momento curvatura da direção x, para $Nsd = -2752,7 \text{ kN}$ e armadura de 12 barras de 20 mm (2 camada de $18,84 \text{ cm}^2$).....	80
Figura 5-23 – Diagrama momento-curvatura na direção y, para $Nsd = -2752,7 \text{ kN}$ e armadura de 12 barras de 20 mm (6 camada de $6,28 \text{ cm}^2$).....	82
Figura 5-24 – Resultados obtidos no programa P-CALC para os momentos mínimos pelo Método do PP acoplado aos diagramas M, N e $1/r$	83
Figura 5-25 – Deslocamentos caso “b” da direção x.....	85
Figura 5-26 – Momentos caso “b” da direção x.	85
Figura 5-27 – Deslocamentos caso “b” da direção y.....	87
Figura 5-28 – Momentos caso “b” da direção y.	87
Figura 5-29 – Comparação dos deslocamentos da direção y.....	88
Figura 5-30 – Resultados obtidos no programa P-CALC para os momentos de engastamento no 1º caso pelo Método do PP com curvatura aproximada.....	90
Figura 5-31 – Resultados obtidos no programa P-CALC para os momentos de engastamento 1º caso pelo Método do PP com rigidez κ aproximada.....	91
Figura 5-32 – Resultados obtidos no programa P-CALC para os momentos de engastamento no 1º caso pelo Método do PP acoplado aos diagramas M, N e $1/r$	92
Figura 5-33 – Deslocamentos 1º caso, direção x.....	93
Figura 5-34 – Momentos 1º caso, direção x.	94
Figura 5-35 – Deslocamentos 1º caso, direção y.....	95
Figura 5-36 – Momentos 1º caso, direção y.	95
Figura 5-37 – Resultados obtidos no programa P-CALC para o momento de engastamento no 2º caso pelo Método do PP com curvatura aproximada.....	97
Figura 5-38 – Resultados obtidos no programa P-CALC para o momento de engastamento no 2º caso pelo Método do PP com rigidez κ aproximada.....	98
Figura 5-39 – Diagrama de iteração para o 2º caso.....	98
Figura 5-40 – Diagrama momento-curvatura na direção y, para o 2º caso $Nsd = -2722,4 \text{ kN}$ e armadura de 12 barras de 16 mm (6 camada de $4,0 \text{ cm}^2$).....	99

Figura 5-41 – Resultados obtidos no programa P-CALC para o momento de engastamento 2º caso pelo Método do PP acoplado aos diagramas M, N e 1/r.....	100
Figura 5-42 – Deslocamentos 2º caso, direção y.....	102
Figura 5-43 – Momentos 2º caso, direção y.	102
Figura 6-1 – Comparação dos deslocamentos da direção y.....	105
Figura 6-2 – Comparação dos deslocamentos, direção y.	107
Figura 6-3 – Comparação dos momentos, direção y.	108
Figura 6-4 – Comparação final dos deslocamentos, direção y.....	109
Figura 6-5 – Comparação final dos momentos, direção y.....	110
Figura 6-6 – Verificação à flexão oblíqua do pilar com os máximos momentos	112

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2-1 – Valores dos coeficientes γ_c e γ_s (Tabela 12.1 da NBR 6118, 2014).	7
Tabela 5-1 – Resultados obtidos nos modelos da edificação em estudo.	62
Tabela 5-2 – Momentos e deslocamentos das seis iterações na direção x, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo I).....	73
Tabela 5-3 – Momentos e deslocamentos na direção x, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo I), Deslocamentos (Figura 3-19) e Momentos (Figura 3-20) e também os Deslocamentos da Análise Elástica.....	75
Tabela 5-4 – Momentos e deslocamentos na direção y obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD, Deslocamentos (Figura 3-19) e Momentos (Figura 3-20) e também os Deslocamentos da Análise Elástica.	77
Tabela 5-5 – Resultados obtidos na verificação da seção para os quatro métodos com momentos mínimos.	79
Tabela 5-6 – Momentos e deslocamentos do caso “b” na direção x, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo I), Deslocamentos (Figura 3-19) e Momentos (Figura 3-20).	84
Tabela 5-7 – Momentos e deslocamentos do caso “b” na direção y, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo I), Deslocamentos (Figura 3-19) e Momentos (Figura 3-20).	86
Tabela 5-8 – Resultados obtidos na verificação da seção para os quatro métodos com momentos mínimos comparados ao caso “b”.....	88
Tabela 5-9 – Valores dos máximos deslocamentos obtidos pelo Método Geral, gráfico da Figura 5-29.....	88
Tabela 5-10 – Momentos e deslocamentos do 1º caso na direção x, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo II), Deslocamentos e Momentos (Figura 3-25).....	93
Tabela 5-11 – Momentos e deslocamentos do 1º caso na direção y, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo II), Deslocamentos e Momentos (Figura 3-25).....	94
Tabela 5-12 – Resultados obtidos na verificação da seção para os quatro métodos com os momentos de engastamento do 1º Caso.....	95

Tabela 5-13 – Momentos e deslocamentos do 2º caso na direção y, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo II), Deslocamentos e Momentos (Figura 3-25).....	101
Tabela 5-14 – Resultados obtidos na verificação da seção para os quatro métodos com os momentos de engastamento do 2º Caso.....	102
Tabela 6-1 – Resultados obtidos nos modelos da edificação em estudo.....	103
Tabela 6-2 – Resultados obtidos na verificação da seção para os quatro métodos com momentos mínimos.	104
Tabela 6-3 – Verificação da seção para dois métodos de análise com momentos mínimos comparados ao caso “b”, considerando-se somente os efeitos locais de segunda ordem.....	104
Tabela 6-4 – Valores dos máximos deslocamentos obtidos pelo Método Geral, gráfico da Figura 5-25.....	105
Tabela 6-5 – Comparação dos deslocamentos ao longo da altura do pilar obtidos com o Método Geral.....	106
Tabela 6-6 – Comparação dos momentos ao longo da altura do pilar obtidos pelo Método Geral.....	107
Tabela 6-7 – Comparação final dos deslocamentos ao longo da altura do pilar obtidos pelo Método Geral.....	109
Tabela 6-8 – Comparação final dos momentos ao longo da altura do pilar obtidos pelo Método Geral.....	110

1. INTRODUÇÃO

As construções em concreto armado são intrinsicamente imperfeitas, o que indica que desvios construtivos são comuns durante a construção dessas estruturas. Entretanto, medir esses desvios é uma tarefa difícil, pois requer o uso de equipamentos topográficos de alta precisão. Assim, existem poucos trabalhos acadêmicos relacionados a esse tema.

Por se tratar de um tema de grande importância para a segurança, as normas que prescrevem os requisitos básicos para os projetos de estruturas de concreto buscam considerar previamente, na etapa de dimensionamento, possíveis desvios na linearidade e alinhamento dos pilares que possam ocorrer durante a construção.

Na NBR 6118 (2014) essa consideração é realizada por meio de momentos mínimos. No EUROCODE 2 (2010) os momentos correspondentes a uma excentricidade mínima são somados aos momentos atuantes. O *Probabilistic Model Code* do *Joint Committee on Structural Safety* (JCSS), comitê internacional dedicado a estudar aspectos ligados à segurança estrutural por meio de métodos probabilísticos, em seu capítulo 3.11 (*Excentricities*), define dados para a consideração de excentricidades acidentais com uma abordagem probabilística.

1.1. Objetivo e Metodologia

O objetivo deste trabalho é verificar a segurança de uma edificação em que foi constatado e medido um importante desvio construtivo real, apresentando também uma rotina de cálculos que pode ser aplicada a outras edificações em que forem constatados desvios construtivos semelhantes.

Faz-se a verificação da edificação com um modelo tridimensional utilizando-se o programa computacional SAP2000 (CSI, 2000), com a aplicação do desvio construtivo constatado no pilar.

Com um exemplo real pretende-se, também, comparar os métodos de análise locais dos efeitos de segunda ordem recomendados pela NBR 6118 (2014): Pilar Padrão com Curvatura Aproximada, Pilar Padrão com Rigidez Aproximada, Método Melhorado e Método Geral. Para obtenção das relações momento-curvatura utilizou-se o programa computacional MK-UFRJ, desenvolvido por CASTRO (2008).

Analisaram-se os casos de momentos mínimos e momentos de engastamento viga-pilar, com a armadura projetada e com um possível acréscimo de armadura.

A validação dos resultados para os três primeiros métodos foi feita com o programa computacional P-CALC desenvolvido por CARDOSO e KIMURA (2013). Para o Método Geral foi especificamente desenvolvida uma planilha em MATHCAD para sistematizar sua aplicação.

Ao final é realizada a verificação de estabilidade da edificação utilizando-se os valores das solicitações encontradas, e considerando-se o desvio construtivo. Essa verificação é realizada com o Módulo IV das planilhas FCO desenvolvidas por AVELINO (2012).

Assim, esta dissertação busca contribuir para os estudos dos desvios construtivos e para a comparação entre os diversos métodos de análise dos efeitos locais de segunda ordem, por meio de um exemplo real.

1.2. Descrição dos Capítulos

O presente trabalho está dividido em seis capítulos: Introdução, Critérios de Segurança, Efeitos Locais de 2ª Ordem, Dimensionamento de Pilares à Flexão, Análises do Estudo de Caso e Considerações Finais.

O primeiro capítulo descreve os objetivos do trabalho, a metodologia adotada e a organização do conteúdo.

No Capítulo 2 são apresentados alguns conceitos básicos da Engenharia Estrutural pertinentes a este trabalho, tais como, condições analíticas de segurança, definição dos estados limites, conceitos da NBR 6118 (2014) para a consideração das imperfeições geométricas globais e locais e as características dos materiais envolvidos.

O Capítulo 3 trata, especificamente, dos Métodos de Análise dos Efeitos Locais de Segunda Ordem, conceituando-se cada um dos métodos previstos na NBR 6118 (2014). Apresenta ainda o conceito de Pilar-Padrão e critérios adotados em projeto de pilares: Momento Mínimo e Índice de Esbeltez.

Nesse mesmo capítulo apresenta-se a planilha desenvolvida em MATHCAD para sistematizar o Método Geral, e também é realizada uma breve apresentação do programa computacional P-CALC utilizado para a validação dos resultados.

Os conceitos básicos de flexão composta em pilares são apresentados sucintamente no Capítulo 4.

O Capítulo 5 trata das análises do estudo de caso, suas características e resultados obtidos com uma modelagem computacional. São apresentados também os resultados obtidos por cada método de análise dos efeitos locais de segunda ordem, para cada um dos casos estudados.

No Capítulo 6, Considerações Finais e Conclusões, são apresentadas tabelas comparativas com os resultados de cada um dos métodos de análise dos efeitos locais de segunda ordem, utilizando-se o exemplo real. Ao final do capítulo é apresentada a verificação de segurança da edificação, considerando-se os efeitos locais. São também apresentadas algumas conclusões obtidas a partir da análise dos resultados.

2. CRITÉRIOS DE SEGURANÇA

2.1. Condições Analíticas de Segurança

A NBR 6118 (2014) estabelece que as condições analíticas de segurança são verificadas quando as resistências de cálculo são menores ou iguais que as solicitações de cálculo. Essas condições devem ser avaliadas em relação a todos os estados limites e a todos os carregamentos especificados para o tipo de construção considerado, ou seja, em qualquer caso deve ser respeitada a condição:

$$R_d \geq S_d \quad (2.1)$$

em que

R_d – solicitações resistentes de cálculo obtidos a partir da minoração dos valores característicos das resistências dos materiais por meio de coeficientes de ponderação;

S_d – solicitações a que a estrutura está submetida com seus valores de cálculo.

Nas análises em que é considerado o regime elástico linear, o coeficiente de ponderação das ações γ_f pode ser aplicado tanto à ação característica F_k quanto diretamente à solicitação característica S_k :

$$S_d = S(\gamma_f F_k) \text{ ou } S_d = \gamma_f S_k = \gamma_f S(F_k) \quad (2.2)$$

Caso o cálculo da solicitação atuante for efetuado por meio de um processo não linear, o coeficiente γ_f aplica-se diretamente à ação característica:

$$S_d = S(\gamma_f F_k) \quad (2.3)$$

Algumas análises estruturais podem exigir a consideração da não linearidade geométrica, quando o comportamento estrutural deixa de ser linear em virtude da alteração da geometria do sistema. Nesses casos, às solicitações obtidas com a estrutura em sua configuração inicial devem ser somadas as solicitações resultantes da análise com a configuração deformada.

Buscando-se minimizar a sobreposição dos coeficientes de segurança, a NBR 8681 (2003) prevê que, quando a não linearidade geométrica for considerada, o coeficiente de ponderação γ_f pode ser desdobrado em coeficientes parciais, aplicando-se o coeficiente γ_{f3} à solicitação obtida pela análise não linear para a ação característica multiplicada por $\gamma_{f1}\psi_0$:

$$S_d = \gamma_{f3} \cdot S(\gamma_{f1}\psi_0 F_k) \quad (2.4)$$

em que

γ_{f1} – considera a variabilidade das ações;

γ_{f3} – considera os possíveis erros de avaliação dos efeitos das ações, seja por desvios gerados na construção, seja por imprecisão do método de cálculo empregado;

ψ_0 – fator de combinação aplicado as ações no estado-limite ultimo (simultaneidade).

2.2. Definição dos Estados-Limites

As estruturas atingem um estado limite quando deixam de satisfazer as condições previstas para sua utilização ou se tornam inutilizáveis. Nas estruturas de concreto os estados limites a serem considerados são os Estados Limites Últimos e os Estados Limites de Serviço.

2.2.1. Estados Limites Últimos (ELU)

De acordo com a NBR 6118 (2014) os ELU estão relacionados ao colapso ou qualquer outra forma de ruína estrutural que determine a paralisação, no todo ou em parte, da utilização da estrutura.

2.2.2. Estados Limites de Serviço (ELS)

Os Estados Limites de Serviço estão relacionados à durabilidade, à utilização funcional, à aparência e ao conforto, em relação aos usuários de uma edificação. No caso específico do projeto de pilares não há Estados Limites de Serviço críticos. Dessa forma não serão abordados neste trabalho.

2.2.3. Valores das Resistências

As resistências dos materiais empregados nas estruturas de concreto armado são definidas por meio de seus valores característicos e de cálculo de acordo na NBR 6118 (2014), em seus itens 12.2 e 12.3, respectivamente.

Segundo o item 12.2 da NBR 6118 (2014), os valores característicos das resistências, f_k , são aqueles que dentro de um lote do material têm uma determinada probabilidade de serem ultrapassados, no sentido desfavorável para a segurança. Além dos valores médios das resistências, f_m , existem os valores da resistência característica inferior, $f_{k,inf}$, e superior, $f_{k,sup}$.

A resistência característica inferior, $f_{k,inf}$, é definida como sendo o valor que tem apenas 5% de probabilidade de não ser atingido pelos elementos de um dado lote de material.

Os valores de cálculo das resistências são estabelecidos pela NBR 6118 (2014), a partir dos respectivos valores característicos e dos coeficientes de ponderação das resistências.

Para verificações estruturais realizadas com concreto (de idade igual ou superior a 28 dias) ou aço, respectivamente, são utilizadas as seguintes expressões:

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c \quad (2.5)$$

$$f_{td} = f_{tk} / \gamma_c \quad (2.6)$$

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \quad (2.7)$$

$$f_{ycd} = f_{yck} / \gamma_s \quad (2.8)$$

A Tabela 2-1, extraída da NBR 6118 (2014), apresenta os valores dos coeficientes de ponderação das resistências no estado limite último.

Tabela 2-1 – Valores dos coeficientes γ_c e γ_s (Tabela 12.1 da NBR 6118, 2014).

Combinações	Concreto	Aço
	γ_c	γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

2.3. Características dos Materiais

2.3.1. Concreto

A NBR 6118 (2014) define no seu item 8.2.1 as classes de resistência dos concretos. De acordo com essa classificação os concretos da classe C15 ($f_{ck} = 15$ MPa) só podem ser aplicados em obras provisórias ou em sem fins estruturais. Os concretos da classe C20 ($f_{ck} = 20$ MPa) ou superior, podem ser aplicados no concreto armado de forma geral, com armaduras passivas, sem protensão.

O módulo de elasticidade inicial (tangente à origem) E_{ci} deve ser obtido em ensaio realizado de acordo com a NBR 8522 (1984). Quando não forem realizados ensaios, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial com as expressões que seguem.

- Para concretos com $20 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \text{ (Mpa)} \quad (2.9)$$

- Para concretos com $55 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$:

$$E_{ci} = 21,3 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25\right)^{\frac{1}{3}} \text{ (Mpa)} \quad (2.10)$$

O parâmetro α_E é definido em função da rocha matriz da brita empregada:

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito;

E_{ci} e f_{ck} em MPa.

Na determinação das solicitações atuantes e verificações em geral dos estados limites de serviço e último, deve ser utilizado o módulo de elasticidade secante, que pode ser obtido por meio de ensaio estabelecido pela NBR 8522 (1984) ou estimado pela equação:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (2.11)$$

sendo, para f_{ck} em MPa,

$$\alpha_i = 0,8 + 0,22 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (2.12)$$

Para a determinação do módulo de elasticidade do concreto também podem ser utilizados os valores estimados da Tabela 8.1 da NBR 6118 (2014) ao invés de se aplicar as expressões anteriormente apresentadas.

O coeficiente de Poisson do concreto (ν), assim como o módulo de elasticidade transversal G_c , para tensões de compressão menores que $0,5 f_c$ e tensões de tração menores que f_{ct} podem ser adotados como:

$$\nu = 0,2 \quad (2.13)$$

$$G_c = \frac{E_{cs}}{2,4} \quad (2.14)$$

O diagrama tensão-deformação específica idealizado, a ser usado nas análises no estado limite último para o concreto a compressão, é definido na Figura 2-1, conforme a NBR 6118 (2014).

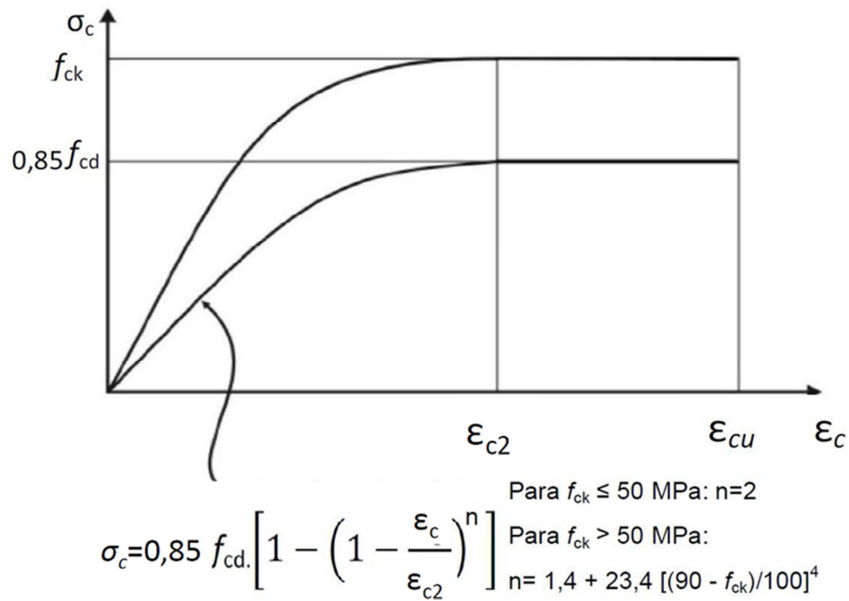


Figura 2-1 – Diagrama tensão-deformação específica idealizado. NBR 6118 (2014).

em que

σ_c – tensão no concreto;

ϵ_c – deformação específica de encurtamento do concreto;

ϵ_{c2} – deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar de escoamento;

ϵ_{cu} – deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura;

f_{ck} – resistência característica à compressão do concreto;

f_{cd} – resistência de cálculo à compressão do concreto.

- Para concretos até a classe C50 ($f_{ck} \leq 50$ MPa):

$$\epsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} \quad (2.15)$$

$$\epsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰} \quad (2.16)$$

- Para concretos da classe C55 ($f_{ck} = 55$ MPa) até C90 ($f_{ck} = 90$ MPa):

$$\epsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} + 0,085 \text{ ‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (2.17)$$

$$\epsilon_{cu} = 2,6 \text{ ‰} + 35 \text{ ‰} \cdot \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \quad (2.18)$$

O multiplicador 0,85 representa a redução da resistência do concreto, submetido a cargas de longa duração (efeito Rüsck). A resistência de cálculo f_{cd} é obtida dividindo-se a resistência característica f_{ck} pelo coeficiente de minoração de resistência do concreto (usualmente $\gamma_c=1,4$).

É importante destacar que o concreto armado não é um material elástico linear, pois os efeitos de fissuração, fluência, escoamento das armaduras, bem como de outros fatores de menor importância, conferem ao mesmo um comportamento de não linear.

2.3.2. Aço

Os aços utilizados nos projetos de estruturas de concreto armado são os classificados na NBR 7480 (1996), de acordo com seu valor característico de resistência de escoamento, nas categorias CA-25, CA-50 e CA-60.

Para os aços de armadura passiva, a NBR 6118 (2014) estabelece que, na ausência de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante, o valor do módulo de elasticidade pode ser admitido como igual a 210 GPa.

O valor de $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ pode ser considerado para o coeficiente de dilatação térmica do aço, para intervalos de temperatura entre -20°C e 150°C .

Para cálculos nos estados limites de serviço e último pode-se utilizar o diagrama simplificado mostrado na Figura 2-2, para aços com ou sem patamar de escoamento.

Nessa figura, tem-se:

σ_s – tensão no aço;

ε_s – deformação específica no aço;

f_{yk} – resistência de escoamento do aço, em seu valor característico;

f_{yd} – resistência de escoamento do aço, em seu valor de cálculo;

E_s – módulo de elasticidade longitudinal do aço.

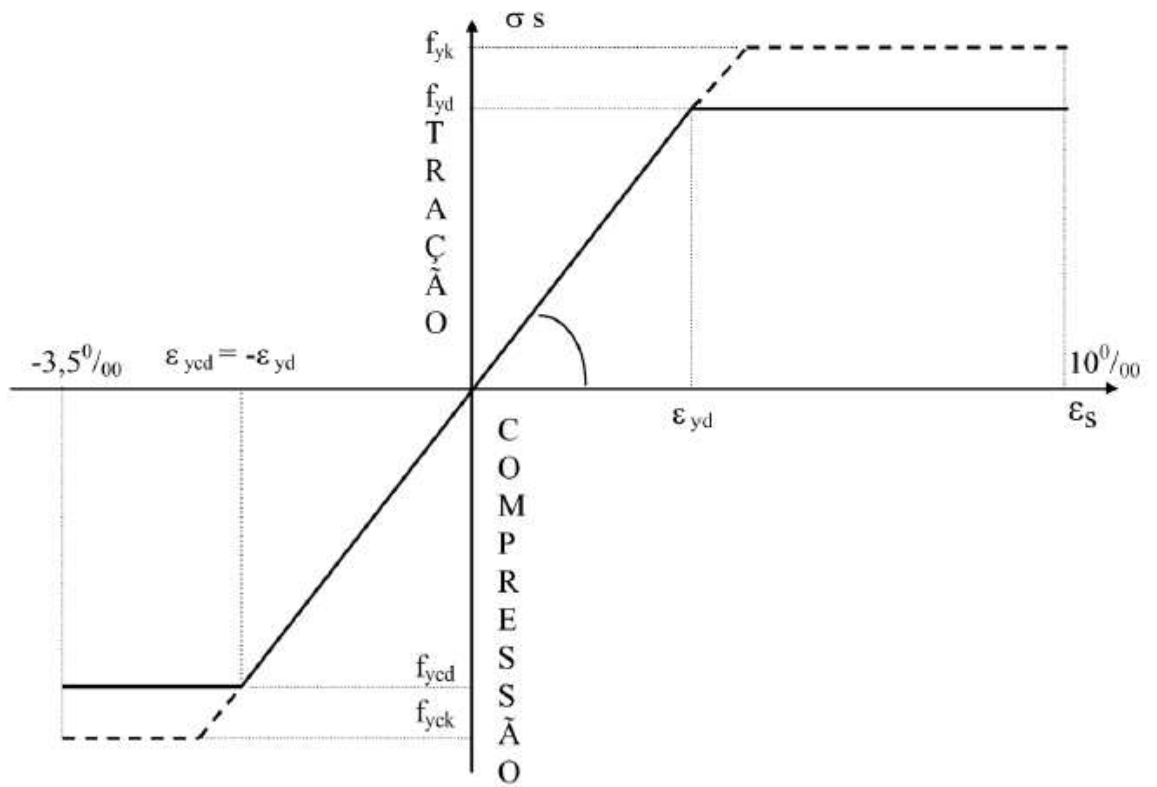


Figura 2-2 – Diagrama tensão-deformação específica para aços de armadura passiva. NBR 6118 (2014).

2.4. Imperfeições Geométricas Segundo a NBR 6118 (2014)

De forma geral as construções de concreto são intrinsicamente imperfeitas. No caso de estruturas reticuladas existem, por exemplo, desvios construtivos na posição e na forma dos elementos estruturais, na forma e nas dimensões das seções transversais e no posicionamento de armaduras.

Os efeitos dessas imperfeições são abordados apenas pelo uso de coeficientes de ponderação, mas as imperfeições dos eixos das peças devem ser explicitamente consideradas nas verificações do estado limite último, pois têm efeitos significativos sobre a segurança da construção.

Por se tratar de uma verificação importante e de muita ocorrência nas construções em concreto, a NBR 6118 (2014), em seu item 11.3.3.4, trata particularmente dessas imperfeições geométricas, dividindo-as em globais e locais.

2.4.1. Imperfeições Geométricas Globais

Em uma análise global da estrutura, o desaprumo dos elementos verticais deve ser considerado, sejam eles contraventados ou não (Figura 2-3).

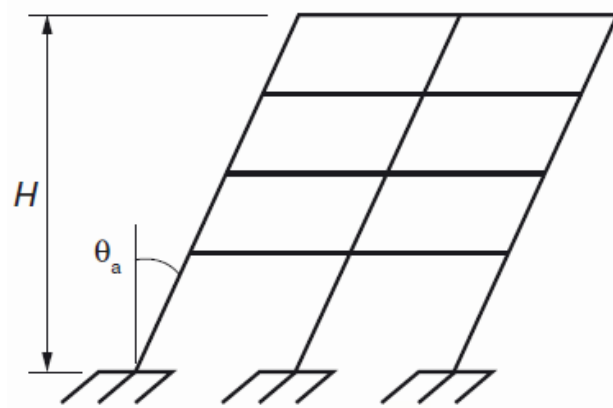


Figura 2-3 – Imperfeições geométricas globais. NBR 6118 (2014).

Na Figura 2-3 tem-se:

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{H}} \quad (2.19)$$

$$\theta_a = \theta_1 \sqrt{\frac{1+\frac{1}{n}}{2}} \quad (2.20)$$

sendo

θ_1 – desaprumo de um elemento vertical contínuo;

$\theta_{1\text{mín}} = 1/300$ para estruturas reticuladas e para imperfeições locais;

$\theta_{1\text{máx}} = 1/200$;

H – altura total da edificação em metros;

n – número de prumadas de pilares.

Os efeitos do desaprumo na análise das edificações podem ser numericamente considerados por meio de cargas horizontais aplicadas a cada piso, iguais ao somatório das cargas verticais do piso vezes θ_a . Entretanto, neste trabalho, não foram considerados os efeitos das imperfeições globais.

2.4.2. Imperfeições Geométricas Locais

Os efeitos locais se referem aos trechos isolados dos pilares. Na sua verificação devem ser considerados os efeitos de desaprumo ou falta de retlineidade do eixo do pilar, conforme mostrado na Figura 2-4.

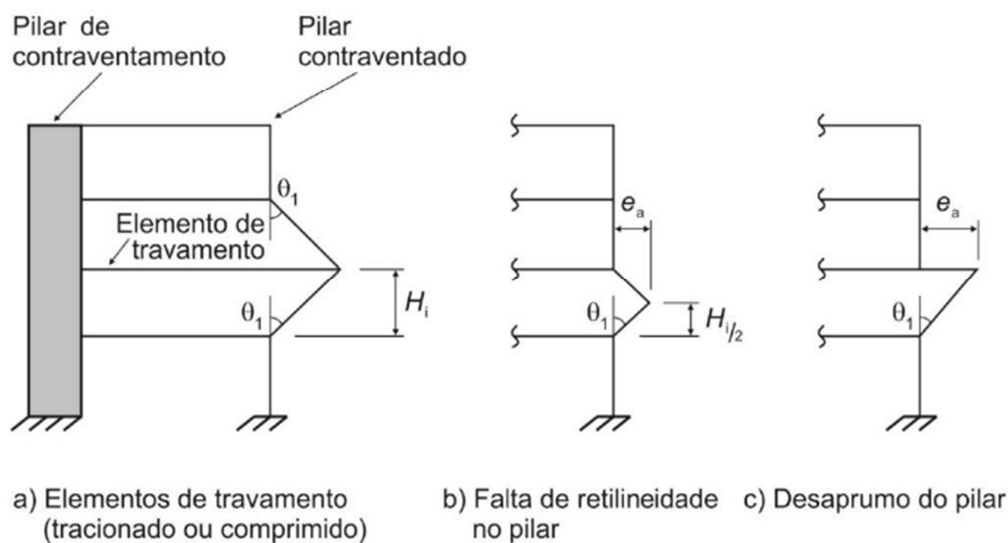


Figura 2-4 – Imperfeições geométricas locais. NBR 6118 (2014)

O efeito das imperfeições locais nos pilares pode ser substituído em estruturas reticuladas pela consideração do momento mínimo de primeira ordem. A esse momento mínimo devem ser acrescidos, se for o caso, os momentos de segunda ordem.

2.5. Imperfeições Geométricas segundo o EUROCODE 2 (2010)

Visando-se a uma comparação com a Norma Brasileira, comentam-se os critérios definidos no EUROCODE 2 (2010).

Esse código, em seu item 5.2, define que os efeitos desfavoráveis de eventuais imperfeições geométricas da estrutura e de desvio na posição das cargas devem ser considerados nas análises.

As imperfeições geométricas das seções transversais são normalmente consideradas nos coeficiente de segurança dos materiais e, portanto não deverão ser incluídas na análise estrutural. Uma excentricidade mínima para o cálculo de seções transversais é indicada no item 6.1 (4) do EUROCODE 2.

A excentricidade mínima para seções com armaduras simétricas, sujeitas a solicitações de compressão, deve ser de $e_0 = h/30$, mas não inferior a 20 mm, em que h é a altura da seção.

3. EFEITOS LOCAIS DE 2ª ORDEM

Os efeitos locais de segunda ordem são resultados da análise do equilíbrio da estrutura em sua configuração deformada. Essas solicitações devem ser somadas aos efeitos de primeira ordem que são obtidos da análise da estrutura em sua configuração geométrica inicial.

Para a determinação dos efeitos de segunda ordem deve-se considerar o comportamento não-linear dos materiais, e esses podem ser desprezados sempre que não apresentem acréscimo superior a 10% às solicitações de primeira ordem relevantes na estrutura.

3.1. Pilar-Padrão

O método do pilar-padrão consiste em substituir a configuração deformada real de um pilar submetido a flexo-compressão por uma senóide (Figura 3-1) definida por meio da expressão (3.1).

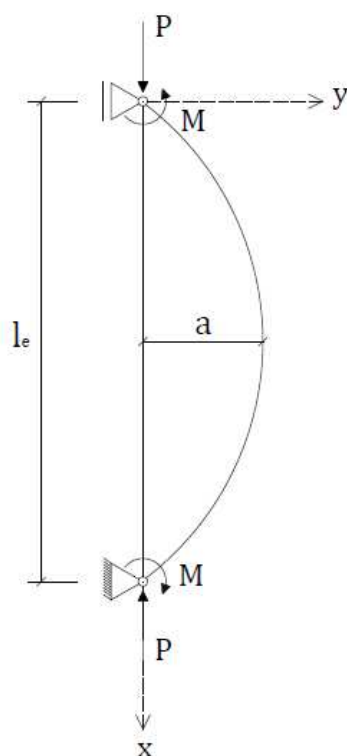


Figura 3-1 – Curva senóide adaptada a linha deformada real do pilar.

$$y = a. \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l_e}\right) \quad (3.1)$$

Para pequenos deslocamentos considera-se a curvatura da seção definida por:

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (3.2)$$

Derivando-se duas vezes a equação (3.1), tem-se:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -a. \left(\frac{\pi}{l_e}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l_e}\right) \quad (3.3)$$

Substituindo-se a equação (3.1) na derivada (3.3) resulta:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\left(\frac{\pi}{l_e}\right)^2 \cdot y \quad (3.4)$$

Substituindo-se a equação (3.2) em (3.4):

$$y = -\left(\frac{l_e}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{r} \quad (3.5)$$

Em $x = l/2$ tem-se a relação entre o deslocamento máximo e a curvatura máxima:

$$|y_{máx}| = \left(\frac{l_e}{\pi}\right)^2 \cdot \left|\frac{1}{r}\right|_{máx} \quad (3.6)$$

3.2. Momento Mínimo

Para o efeito das imperfeições locais, o valor do momento mínimo de primeira ordem a ser considerado no dimensionamento dos pilares é dado pela equação (3.7), definida pela NBR 6118 (2014) em seu item 11.3.3.4.3.

$$M_{1d,mín} = N_d \cdot (0,015 + 0,03 \cdot h) \quad (3.7)$$

em que

N_d – força normal de cálculo;

h – altura total da seção transversal na direção considerada.

Em uma seção retangular os valores dos momentos mínimos devem ser calculados para cada uma das direções, separadamente, como ilustra a Figura 3-2.

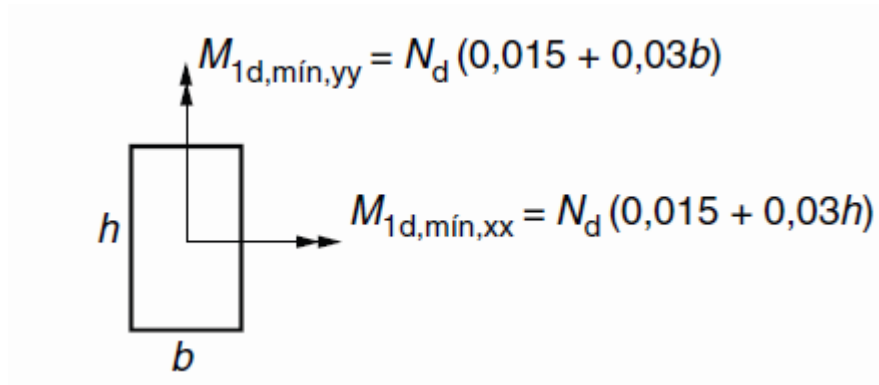


Figura 3-2 – Seção transversal e momentos mínimos definidos. NBR6118 (2014).

É importante ressaltar que os momentos mínimos nas duas direções não devem ser aplicados simultaneamente à seção. Isso é explicitado pela NBR6118 (2014), quando esta define uma envoltória de momentos mínimos de acordo com:

$$\left(\frac{M_{1d,mín,x}}{M_{1d,mín,xx}}\right)^2 + \left(\frac{M_{1d,mín,y}}{M_{1d,mín,yy}}\right)^2 = 1 \quad (3.8)$$

onde

$M_{1d,mín,xx}, M_{1d,mín,yy}$ – componentes da flexão composta normal;

$M_{1d,mín,x}, M_{1d,mín,y}$ – componentes da flexão composta oblíqua.

Assim, a verificação do momento mínimo é considerada atendida quando se obtém uma envoltória resistente que englobe a envoltória de momentos mínimos. A Figura 3-3 ilustra o modelo de envoltória de momentos mínimos.

onde

$M_{1d,mín,xx}, M_{1d,mín,yy}$ – momentos de primeira ordem;

$M_{d,mín,xx}, M_{d,mín,yy}$ – momentos totais, primeira e segunda ordem local;

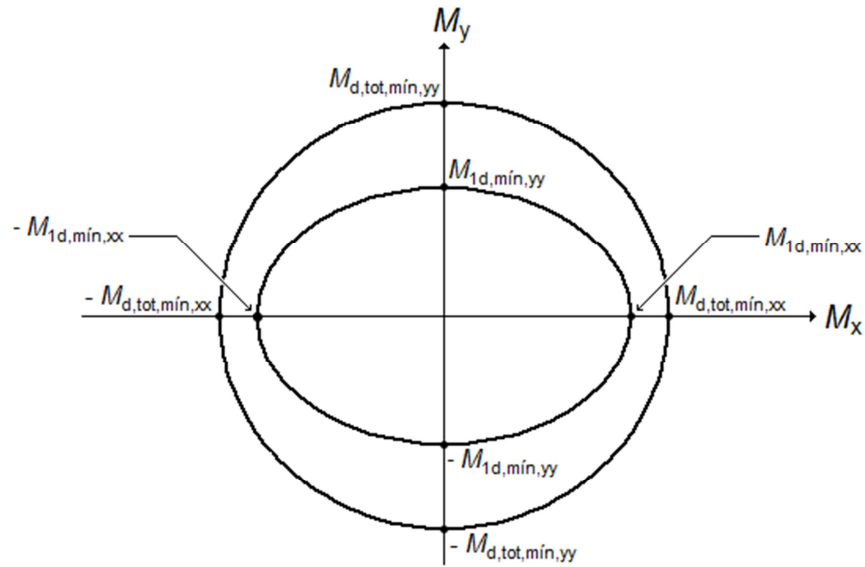


Figura 3-3 – Envoltória de momentos mínimos. NBR6118 (2014).

3.3. Índice de Esbeltez

A análise dos efeitos locais de segunda ordem é norteadada pelo índice de esbeltez λ , definido como a medida relativa entre o comprimento equivalente e raio de giração da seção transversal:

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (3.9)$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (3.10)$$

em que

l_e – comprimento equivalente;

i – raio de giração;

I – inércia da seção transversal em relação ao centro de gravidade;

A – área da seção transversal.

No caso dos pilares o parâmetro l_e é definido como ilustrado na Figura 3-4.

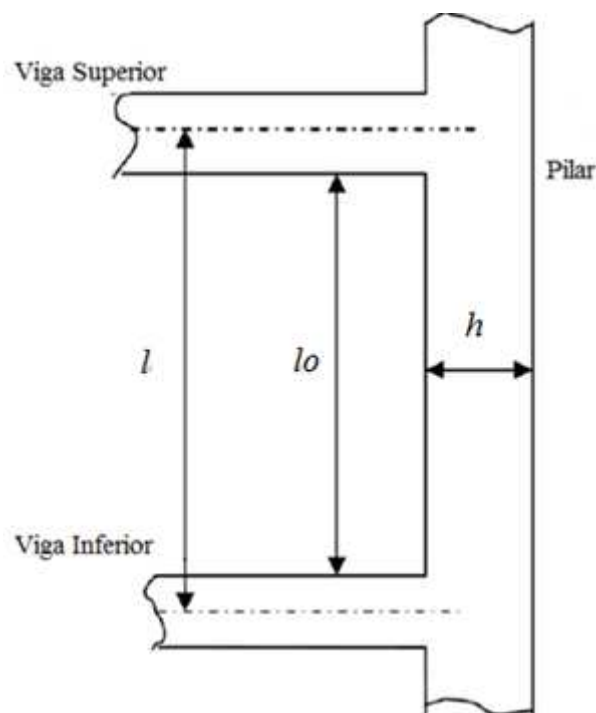


Figura 3-4 – Definição do comprimento equivalente.

Segundo a NBR6118 (2014), em seu item 15.6, o comprimento equivalente de um pilar, suposto vinculado em ambas as extremidades, é o menor valor entre:

$$l_e = l_0 + h_{pilar} \quad (3.11)$$

$$l_e = l_0 + h_{viga} \quad (3.12)$$

No caso de pilares engastados na base e livres no topo o comprimento equivalente é dado por:

$$l_e = 2.l \quad (3.13)$$

Para o caso de pilares retangulares o comprimento equivalente l_e deve ser avaliado nas duas direções, assim como o índice de esbeltez. Para a seção retangular de dimensões $b \times h$ da Figura 3-5, os valores de λ são:

$$\lambda_x = \frac{l_{ex}}{i_x} \quad (3.14)$$

$$\lambda_y = \frac{l_{ey}}{i_y} \quad (3.15)$$

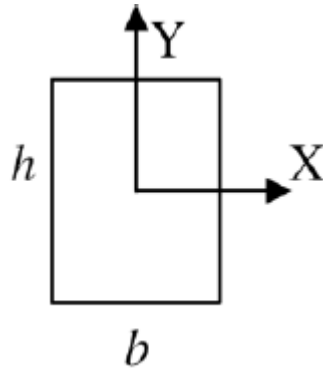


Figura 3-5 – Seção retangular b x h. NBR6118 (2014).

Tem-se que:

$$I_x = \frac{b \times h^3}{12} \quad (3.16)$$

$$I_y = \frac{h \times b^3}{12} \quad (3.17)$$

$$A = b \times h \quad (3.18)$$

Substituindo-se as expressões (3.16) e (3.18) na expressão (3.10) para a direção x, e (3.17) e (3.18) na expressão (3.10) para a direção y tem-se para cada uma das direções, respectivamente:

$$i_x = \sqrt{\frac{b \times h^3}{12 \times b \times h}} = \frac{h}{\sqrt{12}} \quad (3.19)$$

$$i_y = \sqrt{\frac{h \times b^3}{12 \times b \times h}} = \frac{b}{\sqrt{12}} \quad (3.20)$$

Agora, substituindo-se as expressões (3.19) e (3.20) nas expressões (3.14) e (3.15) tem-se, respectivamente:

$$\lambda_x = \sqrt{12} \cdot \frac{l_{ex}}{h} \quad (3.21)$$

$$\lambda_y = \sqrt{12} \cdot \frac{l_{ey}}{b} \quad (3.22)$$

3.4. Classificação dos pilares de acordo com o índice de esbeltez

Os pilares quanto ao índice de esbeltez se classificam da seguinte maneira:

- pilares muito curtos: $\lambda \leq 35$;
- pilares curtos: $35 \leq \lambda \leq \lambda_1$;
- pilares medianamente esbeltos: $\lambda_1 \leq \lambda \leq 90$;
- pilares esbeltos: $90 \leq \lambda \leq 140$;
- pilares muito esbeltos: $140 \leq \lambda \leq 200$.

Os pilares muito curtos dispensam a verificação dos efeitos de segunda ordem.

Para a avaliação de um pilar curto é necessária a avaliação do índice de esbeltez limite λ_1 , definido por:

$$35 \leq \lambda_1 = \frac{25+12,5 \cdot \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \leq 90 \quad (3.23)$$

em que:

e_1 – excentricidade de primeira ordem, obtida como a relação entre o momento de primeira ordem de maior valor absoluto e a força normal.

h – dimensão do lado da seção retangular correspondente à direção em estudo.

Os valores de α_b consideram o tipo de vinculação nos extremos do pilar e a forma do diagrama de momentos fletores no trecho do pilar, avaliados como se segue.

- Para pilares biapoiados sem cargas transversais:

$$0,4 \leq \alpha_b = 0,6 + 0,4 \cdot \frac{M_B}{M_A} \leq 1,0, |M_A| \geq |M_B| \quad (3.24)$$

sendo M_A e M_B os momentos de primeira ordem nos extremos do pilar, obtidos na análise de primeira ordem no caso de estruturas de nós fixos. Deve ser adotado para M_A o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado e para M_B o sinal positivo, se tracionar a mesma face que M_A , e negativo, em caso contrário.

- Para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo de seu comprimento:

$$\alpha_b = 1,0 \quad (3.25)$$

- Para pilares em balanço:

$$0,85 \leq \alpha_b = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{M_B}{M_A} \leq 1,0, |M_A| \geq |M_B| \quad (3.26)$$

- Para pilares em que o momento de primeira ordem é menor que o momento mínimo:

$$\alpha_b = 1,0 \quad (3.27)$$

- Para pilares em balanço:

$$0,85 \leq \alpha_b = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{M_C}{M_A} \leq 1,0 \quad (3.28)$$

sendo M_A é o momento de 1ª ordem no engaste e M_C é o momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

As solicitações locais de segunda ordem em elementos isolados podem ser desprezadas quando o índice de esbeltez em uma direção for inferior ao valor limite λ_1 .

Para os pilares medianamente esbeltos podem-se avaliar as solicitações de segunda ordem por meio de métodos aproximados, não sendo obrigatória a consideração da fluência. Para os pilares esbeltos e muito esbeltos é obrigatória a consideração da fluência e a utilização de métodos mais precisos.

3.5. Métodos de avaliação dos efeitos locais de segunda ordem em pilares

A NBR 6118 (2014) descreve um Método Geral e três Métodos Aproximados, nos seus itens 15.8.3.2 e 15.8.3.3, respectivamente, que podem ser utilizados para a avaliação dos efeitos locais de segunda ordem em pilares. A Figura 3-6 ilustra a relação existente entre os métodos prescritos nessa norma e a classificação dos pilares, de acordo com seu índice de esbeltez.

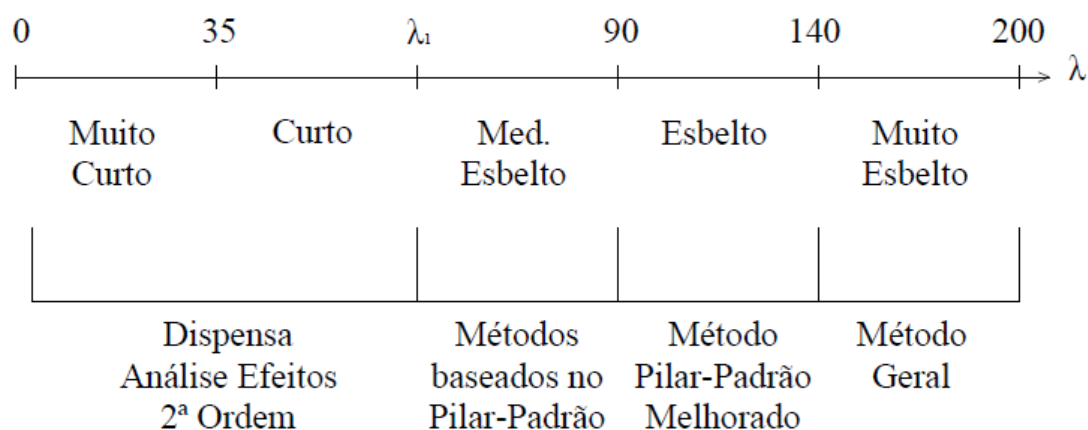


Figura 3-6 – Classificação dos pilares de acordo com o índice de esbeltez e os métodos de análise dos efeitos de segunda ordem.

3.5.1. Método do Pilar-Padrão com curvatura aproximada

Esse método é baseado na hipótese do Pilar-Padrão, pois é suposto que a deformação do pilar em estudo seja descrita por uma curva senoidal. Para a consideração da não-linearidade física do concreto utiliza-se a equação (3.29) para aproximação da curvatura na seção crítica:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(\nu+0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (3.29)$$

$$\nu = \frac{|N_d|}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (3.30)$$

onde

h – altura da seção na direção considerada;

ν – força normal adimensional.

A NBR 6118 (2014) considera, neste método, um momento de segunda ordem igual a $N_d \cdot y_{m\acute{a}x}$. Arredondando-se π^2 para 10 na equação (3.6), tem-se que o momento total máximo no pilar pode ser calculado através da expressão (3.31):

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,MIN} \end{cases} \quad (3.31)$$

em que

$M_{1d,A}$ – valor de cálculo do momento de primeira ordem M_A ;

$M_{1d,MIN}$ – valor de cálculo do momento mínimo de primeira ordem.

A aplicação deste método é permitida apenas para pilares com seção transversal constante e armadura simétrica constante ao longo do seu eixo.

3.5.2. Método do Pilar-Padrão com rigidez κ aproximada

Este método também utiliza a teoria do Pilar-Padrão para considerar a não linearidade geométrica. Entretanto, para a não linearidade física é apresentada uma equação para a definição da rigidez adimensional aproximada.

De acordo com o item 15.3.1 da NBR 6118 (2014), a rigidez secante $(EI)_{sec}$ é definida como a relação entre momento e curvatura, para o nível de força normal $N_{Rd}/1,1$ (Figura 3.7):

$$(EI)_{sec} = \frac{M_{Rd}/1,1}{1/r} \quad (3.32)$$

Onde N_{Rd} e M_{Rd} são, respectivamente, a força normal de cálculo atuante e o momento resistente de cálculo correspondente a essa força normal. A curvatura $1/r$ é avaliada para o momento $M_{Rd} /1,1$ em uma curva momento-curvatura avaliada para $N_{Rd} /1,1$.

A NBR 6118 (2014) define a rigidez secante adimensional κ como:

$$\kappa = \frac{(EI)_{sec}}{A_c \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad (3.33)$$

O momento total máximo no pilar pode ser calculado por:

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b \cdot M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \cdot \frac{k}{v}}} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,MIN} \end{cases} \quad (3.34)$$

O valor aproximado da rigidez adimensional κ é dado por:

$$\kappa = 32. \left(1 + 5. \frac{M_{d,tot}}{h.N_d} \right). \nu \quad (3.35)$$

A formulação utilizada neste método foi proposta por FRANÇA (1991).

Em um processo de dimensionamento, toma-se $M_{Rd,tot} = M_{Sd,tot}$. Em um processo de verificação, onde a armadura é conhecida, $M_{Rd,tot}$ é o momento resistente calculado com essa armadura e com $N_d = N_{Sd} = N_{Rd}$.

As variáveis h , ν , $M_{1d,A}$ e α_b são as mesmas já definidas. Usualmente, duas ou três iterações são suficientes quando se optar por um cálculo iterativo.

Substituindo-se a equação (3.35) em (3.34), para a obtenção de uma formulação direta para o dimensionamento, tem-se uma equação do segundo grau do tipo:

$$A(M_{d,tot})^2 + B(M_{d,tot}) + C = 0 \quad (3.36)$$

cujos coeficientes ficam definidos por

$$A = 5. h \quad (3.37)$$

$$B = h^2. |N_d| - \frac{|N_d|.l_e^2}{320} - 5. h. \alpha_b. M_{1d} \quad (3.38)$$

$$C = -|N_d|. h^2. \alpha_b. M_{1d} \quad (3.39)$$

Esse método é mais restritivo que o anterior, pois só se aplica a pilares de seção retangular com armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

3.5.3. Método do Pilar-Padrão acoplado aos diagramas M , N e $1/r$ (Método do Pilar-Padrão Melhorado)

Este método se aplica a pilares esbeltos, em que, segundo a NBR 6118 (2014) é também obrigatória a consideração do efeito de fluência. A principal diferença em relação aos métodos anteriores é que se busca calcular a rigidez ao invés de estimá-la por meio de equações aproximadas, como nos anteriores.

Para se obter a rigidez e considerar a não-linearidade física do concreto é necessário construir a relação momento-curvatura da seção, com armadura e valor da

força normal conhecidos. A NBR 6118 (2014), em seu item 15.3.1, prevê que o gráfico das relações momento-curvatura seja construído como mostrado na Figura 3-7.

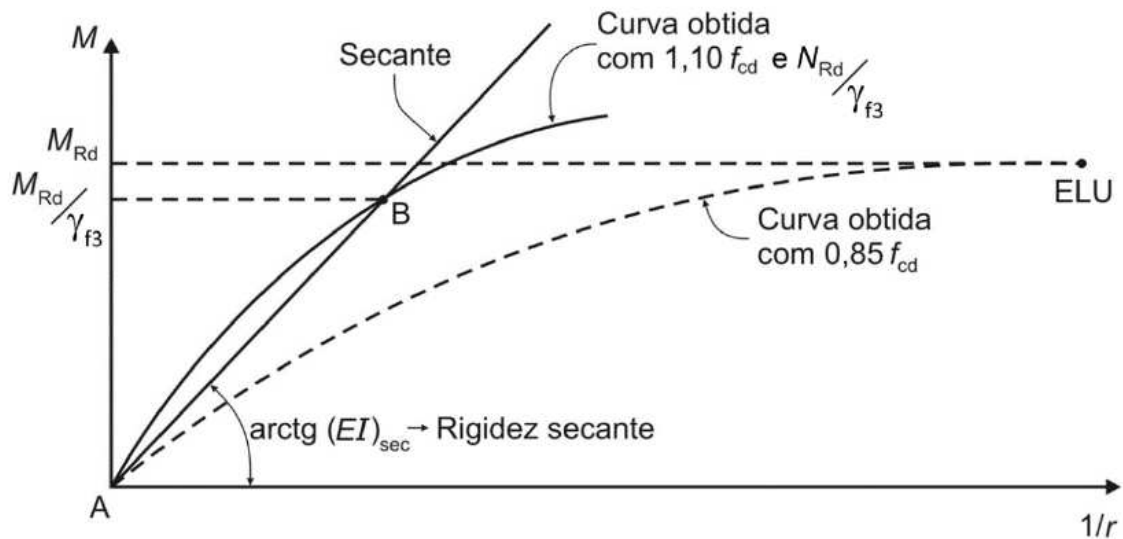


Figura 3-7 – Curva das relações momento-curvatura para obtenção da rigidez.
NBR 6118 (2014).

A curva tracejada é obtida com os valores de cálculo das resistências do concreto e do aço, e é utilizada somente para definir o momento fletor resistente M_{Rd} em função do N_{sd} conhecido. A curva cheia é obtida substituindo-se a resistência do concreto de $0,85 f_{cd}$ por $1,1 f_{cd}$ para a força normal de cálculo igual a $N_{sd}/1,1$. A rigidez secante é obtida na segunda curva para o momento de cálculo igual a $M_{Rd}/1,1$. A curva cheia é, neste método, linearizada pela reta AB.

O coeficiente $\gamma_{f3} = 1,1$ é sugerido na NBR 6118 (2014) em uma formulação de segurança em que os efeitos locais de segunda ordem são calculados divididos por este coeficiente e posteriormente, as solicitações finais são majoradas por 1,1. Neste trabalho foi adotada esta definição da NBR 6118 (2014).

A ideia é que os deslocamentos laterais sejam calculados com valores de normal e momentos de cálculo divididos por 1,1 e após a obtenção dos momentos finais eles sejam multiplicados por 1,1. Com esse processo obtém-se uma pequena redução do momento final.

As relações momento-curvatura, neste trabalho, são obtidas com o programa MK-UFRJ, desenvolvido por CASTRO (2008). Como neste caso a relação momento-curvatura deve ser calculada para a resistência de concreto igual a $1,1 f_{cd}$, para a entrada no programa MK-UFRJ o valor de f_{cd} deve ser multiplicado pelo fator 1,294 (1,1/0,85).

O programa MK-UFRJ utiliza as relações tensão-deformação do diagrama de resistência da NBR 6118 (2014) e considera o efeito da fluência explicado no item 3.5.4.

3.5.4. Consideração da Fluência

Segundo o item 15.8.4 da NBR 6118 (2014), a consideração da fluência deve obrigatoriamente ser feita em pilares com índice de esbeltez $\lambda > 90$. Essa consideração pode ser feita de forma aproximada, através de uma excentricidade adicional e_{cc} , dada pela expressão a seguir:

$$e_{cc} = e_1 \left(2,718^{\left(\frac{\varphi N_{sg}}{N_e - N_{sg}} \right)} - 1 \right) \quad (3.40)$$

onde

$$e_1 = \left(\frac{M_{sg}}{N_{sg}} + e_a \right) \quad (3.41)$$

$$N_e = \frac{10 E_{ci} I_c}{l_e^2} \quad (3.42)$$

e_a – excentricidade devida a imperfeições locais (representada na Figura 2-4);

M_{sg} e N_{sg} – esforços solicitantes obtidos na combinação quase permanente de cargas;

φ – o coeficiente de fluência.

A consideração do efeito de segunda ordem deve ser feita como se fosse um efeito imediato, que se soma à excentricidade de primeira ordem e_1 .

A consideração da fluência no concreto também pode ser feita de forma aproximada, corrigindo o diagrama tensão-deformação conforme a Figura 3-8, onde o coeficiente φ pode ser obtido da Tabela 8.2 da NBR 6118 (2014).

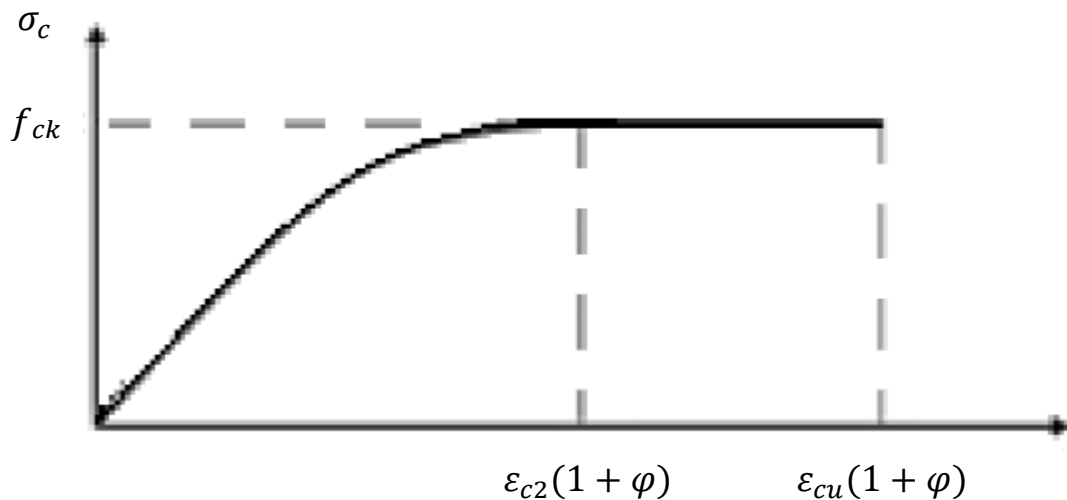


Figura 3-8 – Diagrama Tensão- Deformação corrigido para considerar o efeito da fluência.

3.5.5. Método Geral

De acordo com a NBR 6118 (2014), o método geral consiste em uma análise não linear de segunda ordem efetuada com uma discretização adequada da barra, considerando uma relação real momento-curvatura e a não linearidade geométrica de forma numérica. Nos pilares muito esbeltos é obrigatória a verificação por este método, com a consideração da fluência.

Neste trabalho a formulação numérica seguida consiste em se obter a curvatura em um ponto com a consideração de uma equação do segundo grau, passando pelo ponto e pelos dois pontos a ele vizinhos na discretização considerada, e por dupla derivação dessa equação.

Considere-se a parábola apresentada na Figura 3-9 descrita conforme a equação: $y = Ax^2 + Bx + C$, passando em três pontos consecutivos, em uma discretização ao longo do eixo, com intervalo igual a ΔL em que a coordenada y representa as deformações transversais ao eixo x .

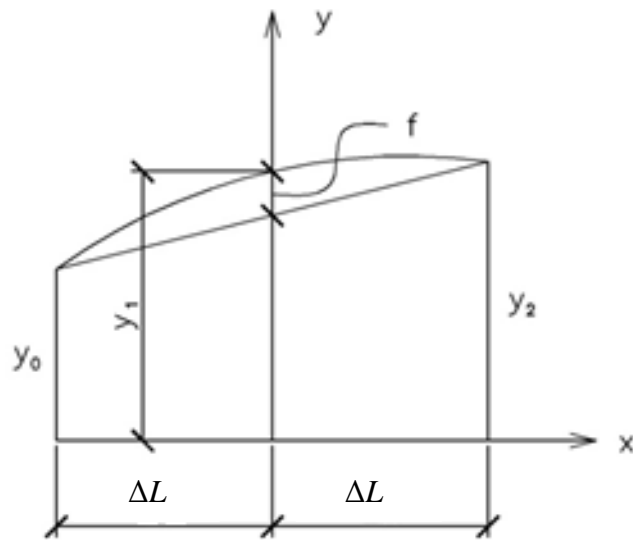


Figura 3-9 – Aproximação da deformada por uma parábola do segundo grau.

Na Figura 3-9 têm-se os seguintes pontos conhecidos:

$$\begin{cases} x = 0, y_1 = C \\ x = \Delta L, y_2 = A\Delta L^2 + B\Delta L + C \\ x = -\Delta L e y_0 = A\Delta L^2 - B\Delta L + C \end{cases} \quad (3.43)$$

Somando-se $y_0 + y_2$ tem-se:

$$y_0 + y_2 = 2.A\Delta L^2 + 2.C \quad (3.44)$$

Substituindo-se $y_1 = C$:

$$\frac{y_0 + y_2}{2} = A\Delta L^2 + y_1 \quad (3.45)$$

Da Figura 3-9, tem-se que:

$$y_1 = f + \frac{y_0 + y_2}{2} \quad (3.46)$$

Substituindo-se a expressão (3.46) na expressão (3.45):

$$\frac{y_0 + y_2}{2} = A\Delta L^2 + f + \frac{y_0 + y_2}{2} \quad (3.47)$$

donde

$$A = -\frac{f}{\Delta L^2} \quad (3.45)$$

Derivando-se a equação da parábola $y = Ax^2 + Bx + C$ duas vezes resulta em:

$$y' = 2Ax + B \quad (3.46)$$

$$y'' = 2A \quad (3.47)$$

A equação da curvatura corresponde então à segunda derivada da equação da parábola. Assim, substituindo-se a expressão (3.45) na expressão (3.47):

$$y'' = 2 \left(-\frac{f}{\Delta L^2} \right) \quad (3.48)$$

Como a curvatura é considerada como positiva, tem-se:

$$\frac{1}{r} = 2 \frac{f}{\Delta L^2} \quad (3.49)$$

Com a equação da curvatura definida para qualquer ponto da deformada, aproximada em trechos por parábolas do segundo grau, pode-se considerar a deformada do pilar como uma curva dividida em vários segmentos, e assim definir o f correspondente (em função dos deslocamentos) para cada ponto do trecho considerado.

A dedução será realizada para o caso da aplicação do momento mínimo. Nesse caso, em particular, pode-se trabalhar com metade do comprimento efetivo do pilar devido à simetria da sua deformada.

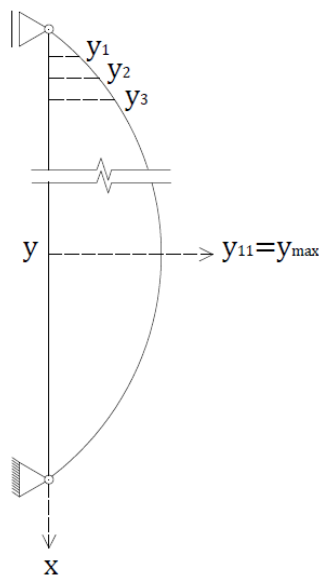


Figura 3-10 – Deformada do pilar.

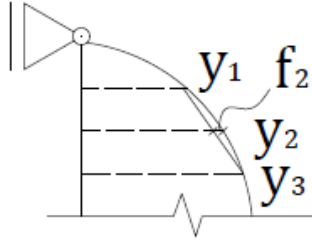


Figura 3-11 – Parte da deformada do pilar.

Considera-se então a metade do pilar dividida em dez segmentos. Conforme a Figura 3-10, os valores de f_i são:

$$f_0 = 0 \quad (3.50)$$

$$f_1 = y_1 - \frac{0+y_2}{2} \rightarrow \frac{2f_1}{\Delta L^2} = \frac{2y_1-y_2}{\Delta L^2} = \left(\frac{1}{r}\right)_1 \quad (3.51)$$

$$f_2 = y_2 - \frac{y_1+y_3}{2} \rightarrow \frac{2f_2}{\Delta L^2} = \frac{2y_2}{\Delta L^2} - \left(\frac{y_1+y_3}{\Delta L^2}\right) = \left(\frac{1}{r}\right)_2 \quad (3.52)$$

$$f_3 = y_3 - \frac{y_2+y_4}{2} \rightarrow \frac{2f_3}{\Delta L^2} = \frac{2y_3}{\Delta L^2} - \left(\frac{y_2+y_4}{\Delta L^2}\right) = \left(\frac{1}{r}\right)_3 \quad (3.53)$$

$$f_4 = y_4 - \frac{y_3+y_5}{2} \rightarrow \frac{2f_4}{\Delta L^2} = \frac{2y_4}{\Delta L^2} - \left(\frac{y_3+y_5}{\Delta L^2}\right) = \left(\frac{1}{r}\right)_4 \quad (3.54)$$

$$f_5 = y_5 - \frac{y_4+y_6}{2} \rightarrow \frac{2f_5}{\Delta L^2} = \frac{2y_5}{\Delta L^2} - \left(\frac{y_4+y_6}{\Delta L^2}\right) = \left(\frac{1}{r}\right)_5 \quad (3.55)$$

$$f_6 = y_6 - \frac{y_5+y_7}{2} \rightarrow \frac{2f_6}{\Delta L^2} = \frac{2y_6}{\Delta L^2} - \left(\frac{y_5+y_7}{\Delta L^2}\right) = \left(\frac{1}{r}\right)_6 \quad (3.56)$$

$$f_7 = y_7 - \frac{y_6+y_8}{2} \rightarrow \frac{2f_7}{\Delta L^2} = \frac{2y_7}{\Delta L^2} - \left(\frac{y_6+y_8}{\Delta L^2}\right) = \left(\frac{1}{r}\right)_7 \quad (3.57)$$

$$f_8 = y_8 - \frac{y_7+y_9}{2} \rightarrow \frac{2f_8}{\Delta L^2} = \frac{2y_8}{\Delta L^2} - \left(\frac{y_7+y_9}{\Delta L^2}\right) = \left(\frac{1}{r}\right)_8 \quad (3.58)$$

$$f_9 = y_9 - \frac{y_8+y_{10}}{2} \rightarrow \frac{2f_9}{\Delta L^2} = \frac{2y_9}{\Delta L^2} - \left(\frac{y_8+y_{10}}{\Delta L^2}\right) = \left(\frac{1}{r}\right)_9 \quad (3.59)$$

$$f_{10} = y_{10} - y_9 \rightarrow \frac{2f_{10}}{\Delta L^2} = 2 \left(\frac{y_{10}-y_9}{\Delta L^2}\right) = \left(\frac{1}{r}\right)_{10} \quad (3.60)$$

Pode-se transformar essas equações das curvaturas deduzidas na equação $\Delta y = \frac{1}{r}$,

onde a matriz e os vetores são:

$$\Delta = \begin{pmatrix} \frac{2}{\Delta L^2} & -\frac{1}{\Delta L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\Delta L^2} & \frac{2}{\Delta L^2} & -\frac{1}{\Delta L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\Delta L^2} & \frac{2}{\Delta L^2} & -\frac{1}{\Delta L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\Delta L^2} & \frac{2}{\Delta L^2} & -\frac{1}{\Delta L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\Delta L^2} & \frac{2}{\Delta L^2} & -\frac{1}{\Delta L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\Delta L^2} & \frac{2}{\Delta L^2} & -\frac{1}{\Delta L^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\Delta L^2} & \frac{2}{\Delta L^2} & -\frac{1}{\Delta L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\Delta L^2} & \frac{2}{\Delta L^2} & -\frac{1}{\Delta L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\Delta L^2} & \frac{2}{\Delta L^2} & -\frac{1}{\Delta L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\Delta L^2} & \frac{2}{\Delta L^2} \end{pmatrix} \quad (3.61)$$

$$\frac{1}{r} = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{r}\right)_0 \\ \left(\frac{1}{r}\right)_1 \\ \left(\frac{1}{r}\right)_2 \\ \left(\frac{1}{r}\right)_3 \\ \left(\frac{1}{r}\right)_4 \\ \left(\frac{1}{r}\right)_5 \\ \left(\frac{1}{r}\right)_6 \\ \left(\frac{1}{r}\right)_7 \\ \left(\frac{1}{r}\right)_8 \\ \left(\frac{1}{r}\right)_9 \\ \left(\frac{1}{r}\right)_{10} \end{pmatrix} \quad (\text{Vetor das curvaturas}) \quad (3.62)$$

$$y = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ y_9 \\ y_{10} \end{pmatrix} \quad (\text{Vetor dos deslocamentos}) \quad (3.63)$$

A equação $\Delta^{-1} \frac{1}{r} = y$ será usada em um processo iterativo.

Essa transformação da equação utilizando-se a matriz inversa conduz a melhores resultados em termos de convergência, tanto para os momentos quanto para as curvaturas.

Definida as equações a sequência de cálculo do Método Geral utilizada consiste em primeiro arbitrar uma linha deformada para primeira iteração.

Nessa primeira etapa, com a força normal de compressão no pilar N_d , as dimensões da seção e a resistência à compressão do concreto, define-se o valor da deformada $y_{m\acute{a}x}$ por meio do método do pilar padrão com curvatura aproximada. Conhecendo-se esse ponto da linha deformada $y_{m\acute{a}x}$ e sabendo-se que nas extremidades dos pilar a deformada é igual a zero, aproximam-se os demais pontos por meio de uma senóide dada por:

$$y(x) = y_{m\acute{a}x} \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L_e} \right) \quad (3.64)$$

Conhecida a linha deformada da primeira iteração definem-se os momentos fletores em cada ponto por meio da equação (3.65) no caso da aplicação de momento mínimo:

$$M_{di} = N_d \cdot e + N_d \cdot y(x) \quad (3.65)$$

em que

$$e = 0,015 + 0,03h \quad (3.66)$$

Nesse caso a parcela $N_d \cdot e$ é constante em todas as iterações.

Calculados os momentos para a primeira iteração, a próxima etapa é obter às respectivas curvaturas. Com o programa MK-UFRJ traça-se a relação momento-curvatura para a seção em estudo e assim, é possível obter as curvaturas correspondentes aos momentos da primeira iteração.

Determinadas as curvaturas pode-se utilizar a equação $\Delta^{-1} \times \frac{1}{r} = y$, e assim definir novos deslocamentos e com esses obter os momentos para a segunda iteração com a equação (3.65).

Com os momentos da segunda iteração definidos entra-se novamente na curva momento-curvatura, e obtêm-se novas curvaturas e novos deslocamentos. O procedimento continua até que haja convergência tanto nos momentos quanto nas curvaturas.

3.5.6. Planilha para o cálculo pelo Método Geral

Neste trabalho foram desenvolvidas duas planilhas no programa MATHCAD (versão 14.0), com as sequências de cálculos do Método Geral, para os casos de momentos mínimos (Módulo I) e momentos de engastamento viga-pilar (Módulo II).

Os dados principais de entrada para a planilha são pontos da curva momento-curvatura, obtidos com o do programa MK-UFRJ desenvolvido por CASTRO (2008). Esses pontos são salvos em um arquivo do tipo *txt*.

Com o comando *import*, o MATHCAD faz a leitura do arquivo *txt* e salva em dois vetores independentes os valores respectivos de momentos e curvaturas. Em seguida interpola-se uma curva polinomial de grau oito para se obter continuamente os valores de momentos e curvaturas em cada iteração.

O processo pelo qual se ajusta uma equação a duas variáveis é chamado regressão. Especificamente, quando é utilizada uma curva polinomial para a regressão, pode-se denominar o processo de regressão ou interpolação polinomial.

Para medir qual o nível de precisão de um processo de regressão polinomial utiliza-se o parâmetro da correlação, em que a maior precisão possível é encontrada quando a correlação é próxima à unidade.

Esse ajuste de uma função polinomial de duas variáveis independentes é possível com a função *regress*; a avaliação da precisão da regressão é realizada com o comando *corr*, ambos pertencentes à biblioteca do MATHCAD.

No Módulo I é efetuada a interpolação de um único polinômio, considerando todos os valores positivos. No Módulo II são interpolados dois polinômios: um para momentos positivos e outro para negativos, sendo esses polinômios iguais em módulo.

Com a equação polinomial de momentos em função das curvaturas e a matriz delta (Δ) definidas, aplica-se a equação matricial $\Delta^{-1} \times \frac{1}{r} = y$ que será usada para todas as iterações. Os deslocamentos iniciais, em ambos os módulos, são os obtidos com a interpolação de uma senóide, pelo processo descrito no item 3.1.

A planilha do Módulo I foi inicialmente desenvolvida para realizar seis iterações e a do Módulo II para três, o que geralmente é suficiente para garantir a convergência. Entretanto, pode-se aumentar o número de iterações caso haja necessidade.

Para se validar os resultados ao final das iterações, são efetuadas três verificações: a primeira consiste em multiplicar a força normal de compressão pelo deslocamento obtido verificando se o valor do momento é igual ao encontrado na última iteração. A segunda é por meio dos valores de y_{i-1} e y_{i+1} encontrar o y_i intermediário. A terceira é conferir se a curvatura e o momento encontrados fazem parte da curva momento-curvatura inicial.

A Figuras 3.12 a 3.20 mostram as páginas da planilha MATHCAD do Módulo I com as orientações para cada etapa da aplicação do Método Geral. Os itens em amarelo representam os dados de entrada na planilha.



Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ
Escola Politécnica
Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas
Mestrado Profissional
Programa de Pós Graduação em Projeto de Estruturas

Método Geral de Análise do Efeitos Locais de 2ª Ordem em Pilares

Aluna: Fabiana Guedes de Oliveira Rocha

Orientador: Professor Sérgio Hampshire

Objetivo:

Sistematizar a sequência de cálculo pelo Método Geral para avaliação do Efeitos Locais de 2ª Ordem em Pilares.

Módulo I: Momentos Mínimos

ORIGIN := 1

1. Dados iniciais:

Força de Compressão	Características Geométricas	Excentricidade
$Nd0 := 3028$	$d := 0.4$	$e0 := 0.015 + 0.03 \cdot d$
$Nd := \frac{Nd0}{1.1}$	$le := 4.9$	$e0 = 0.027$
$Nd = 2.75273 \times 10^3$		

2. O arquivo de entrada para a planilha é um arquivo com extensão .txt obtido pelo programa MK-UFRJ:



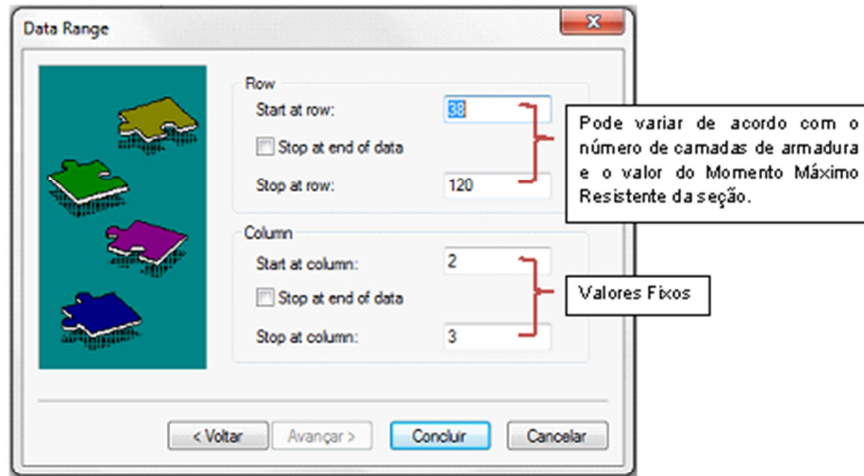
Figura 3-12 – Página inicial, Módulo I.

3. Importando o arquivo:

Após obter o arquivo .txt no programa MK-UFRJ, clicar com o botão direito do mouse sobre a Matrix A abaixo - **Import**;

No botão Browse indicar onde está salvo o arquivo .txt gerado pelo MK-UFRJ;

Clicar em **Avançar...** Aparecerá a seguinte janela:



Mrd := 500

Após clicar em **Concluir** os dados serão importados para o Mathcad.

A :=

	1	2
1	1.17	0.026
2	2.34	0.053
3	3.48	0.079
4	4.62	0.105
5	5.73	0.131
6	6.84	0.158
7	7.93	0.184
8	9.01	0.21
9	10.07	0.236
10	11.12	0.263

$$x := A^{(1)}$$

$$y := A^{(2)} \div 1000$$

Figura 3-13 – Página dois, importação dos arquivos do MK-UFRJ.

	1
1	$2.625 \cdot 10^{-5}$
2	$5.25 \cdot 10^{-5}$
3	$7.875 \cdot 10^{-5}$
4	$1.05 \cdot 10^{-4}$
5	$1.3125 \cdot 10^{-4}$
6	$1.575 \cdot 10^{-4}$
7	$1.8375 \cdot 10^{-4}$
8	$2.1 \cdot 10^{-4}$
9	$2.3625 \cdot 10^{-4}$
10	$2.625 \cdot 10^{-4}$
11	$2.8875 \cdot 10^{-4}$
12	$3.15 \cdot 10^{-4}$
13	$3.4125 \cdot 10^{-4}$
14	$3.675 \cdot 10^{-4}$
15	$3.9375 \cdot 10^{-4}$
16	...

y =

	1
1	1.17
2	2.34
3	3.48
4	4.62
5	5.73
6	6.84
7	7.93
8	9.01
9	10.07
10	11.12
11	12.16
12	13.18
13	14.19
14	15.18
15	16.16
16	17.12
17	18.08
18	...

x =

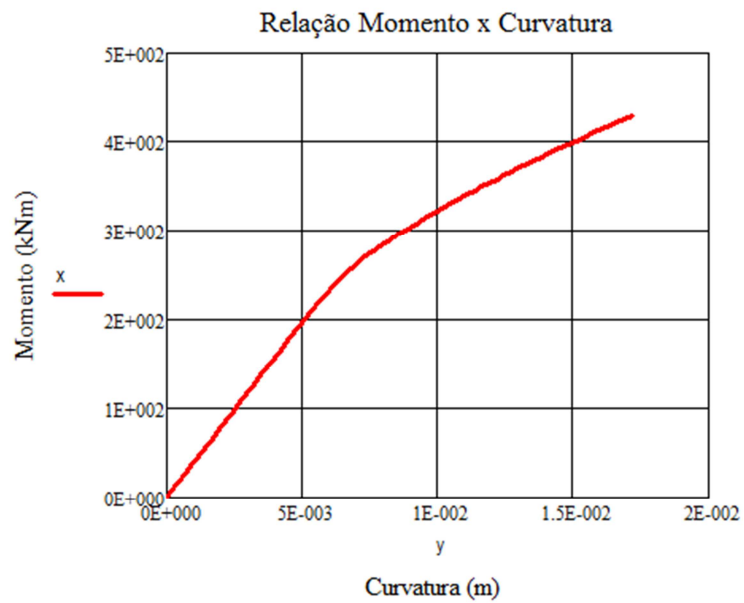


Figura 3-14 – Página três, visualização da curva Momento-Curvatura.

4. Regressão:

Com os dados da relação Momento Curvatura é possível interpolar um polinômio de grau 8 através do comando regress do Mathcad.

$$k := 8$$

$$s := \text{regress}(x, y, k)$$

$$f(z) := \text{interp}(s, x, y, z)$$

	1
1	3
2	3
3	8
4	$-2.442 \cdot 10^{-5}$
5	$2.746 \cdot 10^{-5}$
6	$-9.009 \cdot 10^{-8}$
7	$1.411 \cdot 10^{-9}$
8	$-8.627 \cdot 10^{-12}$
9	$1.26 \cdot 10^{-14}$
10	0
11	0
12	0

O polinômio obtido é do tipo:

$$f(a) := s_{12} \cdot a^8 + s_{11} \cdot a^7 + s_{10} \cdot a^6 + s_9 \cdot a^5 + s_8 \cdot a^4 + s_7 \cdot a^3 + s_6 \cdot a^2 + s_5 \cdot a^1 + s_4 \cdot a^0$$

Verificação de um ponto:

$$f(378.18) = 0.013542$$

Avaliação da Correlação:

$$\text{corr}(f(x), y) = 0.999996$$

5. Aplicação do Método Geral para Análise dos Efeitos Locais de 2ª Ordem: Curvatura Inicial (obtida através do Momento Resistente Máximo)

$$\text{curv} := 0.0125$$

Cálculo do Valor da Curvatura Máxima

$$y_{\text{max}} := \left(\frac{l_e^2}{10} \right) \cdot \text{curv}$$

$$y_{\text{max}} = 0.03$$

$$\text{deltaL} := \frac{l_e}{20} \quad \text{deltaL} = 0.245$$

Figura 3-15 – Página quatro, regressão polinomial e início da aplicação do Método Geral.

Curvaturas Iniciais:

$$y_{inic} := \begin{pmatrix} y_{max} \cdot \sin\left(0 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \\ y_{max} \cdot \sin\left(0.1 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \\ y_{max} \cdot \sin\left(0.2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \\ y_{max} \cdot \sin\left(0.3 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \\ y_{max} \cdot \sin\left(0.4 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \\ y_{max} \cdot \sin\left(0.5 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \\ y_{max} \cdot \sin\left(0.6 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \\ y_{max} \cdot \sin\left(0.7 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \\ y_{max} \cdot \sin\left(0.8 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \\ y_{max} \cdot \sin\left(0.9 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \\ y_{max} \cdot \sin\left(1 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \end{pmatrix}$$

Momentos da Primeira Iteração:

$$M_{1iteração} := (y_{inic} + e_0) \cdot Nd$$

	1
1	74.324
2	87.248
3	99.853
4	111.831
5	122.884
6	132.742
7	141.162
8	147.935
9	...

Figura 3-16 – Página cinco, curvaturas iniciais e momentos da primeira iteração.

Matriz A = Matriz Δ

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B := A^{-1}$$

Vetor das Curvaturas

$$R1 := f(M1iteração^{(1)})$$

Vetor dos Deslocamentos

+

$$\Delta L^2 \text{ deltaL}^2$$

$$y1 := B \cdot (\text{deltaL}^2) \cdot \text{submatrix}(R1, 2, 11, 1, 1)$$

Segunda Iteração:

$$M2 := Nd \cdot e0 + Nd \cdot y1$$

$$R2 := f(M2)$$

$$y2 := B \cdot (\text{deltaL}^2) \cdot R2$$

M2 =

	1
1	79.49
2	84.292
3	88.675
4	92.587
5	95.983
6	98.821
7	101.065
8	102.689
9	103.671
10	104

R2 =

	1
1	$2.006 \cdot 10^{-3}$
2	$2.13 \cdot 10^{-3}$
3	$2.244 \cdot 10^{-3}$
4	$2.346 \cdot 10^{-3}$
5	$2.434 \cdot 10^{-3}$
6	$2.508 \cdot 10^{-3}$
7	$2.566 \cdot 10^{-3}$
8	$2.609 \cdot 10^{-3}$
9	$2.634 \cdot 10^{-3}$
10	$2.643 \cdot 10^{-3}$

y2 =

	1
1	$1.369 \cdot 10^{-3}$
2	$2.617 \cdot 10^{-3}$
3	$3.737 \cdot 10^{-3}$
4	$4.722 \cdot 10^{-3}$
5	$5.567 \cdot 10^{-3}$
6	$6.266 \cdot 10^{-3}$
7	$6.814 \cdot 10^{-3}$
8	$7.208 \cdot 10^{-3}$
9	$7.445 \cdot 10^{-3}$
10	$7.524 \cdot 10^{-3}$

Figura 3-17 – Página seis, início das iterações.

Terceira Iteração:

$$M3 := Nd \cdot e0 + Nd \cdot y2$$

$$R3 := f(M3)$$

$$y3 := B \cdot (\text{delta}L^2) \cdot R3$$

M3 =

	1
1	78.091
2	81.526
3	84.61
4	87.323
5	89.648
6	91.571
7	93.08
8	94.164
9	94.818
10	95.036

R3 =

	1
1	$1.969 \cdot 10^{-3}$
2	$2.059 \cdot 10^{-3}$
3	$2.139 \cdot 10^{-3}$
4	$2.209 \cdot 10^{-3}$
5	$2.27 \cdot 10^{-3}$
6	$2.32 \cdot 10^{-3}$
7	$2.359 \cdot 10^{-3}$
8	$2.387 \cdot 10^{-3}$
9	$2.404 \cdot 10^{-3}$
10	$2.41 \cdot 10^{-3}$

y3 =

	1
1	$1.28 \cdot 10^{-3}$
2	$2.441 \cdot 10^{-3}$
3	$3.479 \cdot 10^{-3}$
4	$4.389 \cdot 10^{-3}$
5	$5.166 \cdot 10^{-3}$
6	$5.806 \cdot 10^{-3}$
7	$6.308 \cdot 10^{-3}$
8	$6.668 \cdot 10^{-3}$
9	$6.884 \cdot 10^{-3}$
10	$6.957 \cdot 10^{-3}$

Momentos da Quarta Iteração:

$$M4 := Nd \cdot e0 + Nd \cdot y3$$

$$R4 := f(M4)$$

$$y4 := B \cdot \text{delta}L^2 \cdot R4$$

M4 =

	1
1	77.846
2	81.044
3	83.901
4	86.405
5	88.543
6	90.307
7	91.688
8	92.678
9	93.275
10	93.474

R4 =

	1
1	$1.963 \cdot 10^{-3}$
2	$2.046 \cdot 10^{-3}$
3	$2.12 \cdot 10^{-3}$
4	$2.185 \cdot 10^{-3}$
5	$2.241 \cdot 10^{-3}$
6	$2.287 \cdot 10^{-3}$
7	$2.323 \cdot 10^{-3}$
8	$2.348 \cdot 10^{-3}$
9	$2.364 \cdot 10^{-3}$
10	$2.369 \cdot 10^{-3}$

y4 =

	1
1	$1.264 \cdot 10^{-3}$
2	$2.411 \cdot 10^{-3}$
3	$3.434 \cdot 10^{-3}$
4	$4.33 \cdot 10^{-3}$
5	$5.096 \cdot 10^{-3}$
6	$5.726 \cdot 10^{-3}$
7	$6.22 \cdot 10^{-3}$
8	$6.574 \cdot 10^{-3}$
9	$6.787 \cdot 10^{-3}$
10	$6.858 \cdot 10^{-3}$

Figura 3-18 – Página sete, terceira e quarta iterações.

Momentos da Quinta Iteração:

$$M5 := Nd \cdot e0 + Nd \cdot y4$$

$$R5 := f(M5)$$

$$y5 := B \cdot \text{delta}L^2 \cdot R5$$

M5 =

	1
1	77.804
2	80.959
3	83.777
4	86.244
5	88.35
6	90.086
7	91.445
8	92.419
9	93.005
10	93.201

R5 =

	1
1	$1.962 \cdot 10^{-3}$
2	$2.044 \cdot 10^{-3}$
3	$2.117 \cdot 10^{-3}$
4	$2.181 \cdot 10^{-3}$
5	$2.236 \cdot 10^{-3}$
6	$2.281 \cdot 10^{-3}$
7	$2.316 \cdot 10^{-3}$
8	$2.342 \cdot 10^{-3}$
9	$2.357 \cdot 10^{-3}$
10	$2.362 \cdot 10^{-3}$

y5 =

	1
1	$1.262 \cdot 10^{-3}$
2	$2.405 \cdot 10^{-3}$
3	$3.426 \cdot 10^{-3}$
4	$4.32 \cdot 10^{-3}$
5	$5.083 \cdot 10^{-3}$
6	$5.712 \cdot 10^{-3}$
7	$6.204 \cdot 10^{-3}$
8	$6.557 \cdot 10^{-3}$
9	$6.769 \cdot 10^{-3}$
10	$6.84 \cdot 10^{-3}$

Momentos da Sexta Iteração:

$$M6 := Nd \cdot e0 + Nd \cdot y5$$

$$R6 := f(M6)$$

$$y6 := B \cdot \text{delta}L^2 \cdot R6$$

M6 =

	1
1	77.796
2	80.945
3	83.755
4	86.216
5	88.317
6	90.048
7	91.402
8	92.374
9	92.958
10	93.153

R6 =

	1
1	$1.962 \cdot 10^{-3}$
2	$2.043 \cdot 10^{-3}$
3	$2.116 \cdot 10^{-3}$
4	$2.18 \cdot 10^{-3}$
5	$2.235 \cdot 10^{-3}$
6	$2.28 \cdot 10^{-3}$
7	$2.315 \cdot 10^{-3}$
8	$2.34 \cdot 10^{-3}$
9	$2.356 \cdot 10^{-3}$
10	$2.361 \cdot 10^{-3}$

y6 =

	1
1	$1.261 \cdot 10^{-3}$
2	$2.404 \cdot 10^{-3}$
3	$3.425 \cdot 10^{-3}$
4	$4.319 \cdot 10^{-3}$
5	$5.081 \cdot 10^{-3}$
6	$5.71 \cdot 10^{-3}$
7	$6.202 \cdot 10^{-3}$
8	$6.554 \cdot 10^{-3}$
9	$6.767 \cdot 10^{-3}$
10	$6.837 \cdot 10^{-3}$

Figura 3-19 – Página oito, quinta e sexta iterações.

Verificações

1) Força x Deslocamento = Momento

$$V1 := Nd \cdot e0 + Nd \cdot y6g$$

$$V1 = 92.366$$

$$\text{Erro1} := V1 \div M6g$$

$$\text{Erro1} = 0.994$$

2)

$$V2 := [2 \cdot (y6g - y6g)] \div \text{delta}L^2$$

$$V2 = 7.072 \times 10^{-3}$$

$$\text{Erro2} := V2 \div y6g$$

$$\text{Erro2} = 1.045$$

3) Verificar se a curvatura encontrada no item 2 resulta no momento correto

Momentos Finais:

$$M_{fin} := M6 \cdot 1.1$$

	1
1	85.576
2	89.039
3	92.131
4	94.838
Mfin = 5	97.149
6	99.053
7	100.542
8	101.611
9	102.254
10	102.469

Figura 3-20 – Página nove, verificações e resultados finais.

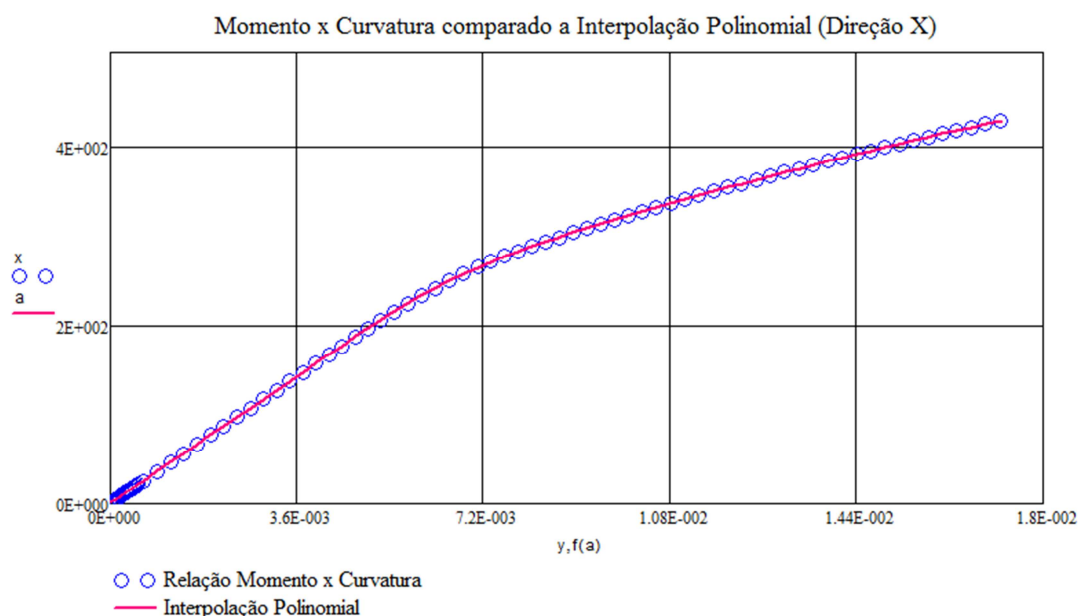


Figura 3-21 – Comparação da relação Momento-Curvatura com a interpolação polinomial.

Como é possível observar no gráfico da Figura 3-21, a interpolação polinomial para a relação Momento-Curvatura apresenta bons resultados quando considerados apenas os valores de curvaturas até o máximo valor resistente da seção.

No Módulo II da planilha, como diferença em relação ao Módulo I, são considerados de dois polinômios de sinais contrários para as relações momento-curvatura. Em seguida é necessário inserir na planilha os momentos de engastamento no topo e na base do pilar, que foram obtidos por meio da análise estrutural.

Os momentos de engastamento do pilar podem ter sinais contrários. Com essa informação e com o cálculo da excentricidade inicial de cada momento de engastamento, obtém-se a excentricidade em cada ponto discretizado e somando-a aos deslocamentos iniciais obtidos pela interpolação de uma senóide.

A sequência das iterações é a mesma do Módulo I. As Figuras 3-22 a 3-25 apresentam as páginas que foram modificadas na planilha MATHCAD para o Módulo II.

4. Regressão:

Com os dados da relação Momento Curvatura é possível interpolar um polinômio de grau 8 através do comando *regress* do Mathcad.

$$k := 8$$

$$s := \text{regress}(x, y, k)$$

$$f(z) := \text{interp}(s, x, y, z)$$

$$k := 8$$

$$t := \text{regress}(h, g, k)$$

$$f(z) := \text{interp}(t, h, g, z)$$

	1		1
1	3	1	3
2	3	2	3
3	8	3	8
4	$-1.823 \cdot 10^{-5}$	4	$1.823 \cdot 10^{-5}$
5	$1.416 \cdot 10^{-5}$	5	$1.416 \cdot 10^{-5}$
6	$-5.199 \cdot 10^{-8}$	6	$5.199 \cdot 10^{-8}$
7	$7.878 \cdot 10^{-10}$	7	$7.878 \cdot 10^{-10}$
8	$-5.463 \cdot 10^{-12}$	8	$5.463 \cdot 10^{-12}$
9	$1.895 \cdot 10^{-14}$	9	$1.895 \cdot 10^{-14}$
10	0	10	0
11	0	11	0
12	0	12	0

O polinômio obtido é do tipo:

$$f(a) := s_{12} \cdot a^8 + s_{11} \cdot a^7 + s_{10} \cdot a^6 + s_9 \cdot a^5 + s_8 \cdot a^4 + s_7 \cdot a^3 + s_6 \cdot a^2 + s_5 \cdot a^1 + s_4 \cdot a^0$$

$$\text{func}(a) := \begin{cases} (s_{12} \cdot a^8 + s_{11} \cdot a^7 + s_{10} \cdot a^6 + s_9 \cdot a^5 + s_8 \cdot a^4 + s_7 \cdot a^3 + s_6 \cdot a^2 + s_5 \cdot a^1 + s_4 \cdot a^0) & \text{if } a \geq 0 \\ (t_{12} \cdot a^8 + t_{11} \cdot a^7 + t_{10} \cdot a^6 + t_9 \cdot a^5 + t_8 \cdot a^4 + t_7 \cdot a^3 + t_6 \cdot a^2 + t_5 \cdot a^1 + t_4 \cdot a^0) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação de um ponto:

Avaliação da Correlação:

$$\text{func}(-14) = -1.717856 \times 10^{-4}$$

$$\text{corr}(f(x), y) = 0.999998$$

5. Aplicação do Método Geral para Análise dos Efeitos Locais de 2ª Ordem: Curvatura Inicial (obtida através do Momento Resistente Máximo)

$$\text{curv} := 0.0083$$

Cálculo do Valor da Curvatura Máxima

$$y_{\text{max}} := \left(\frac{l e^2}{10} \right) \cdot \text{curv}$$

$$y_{\text{max}} = 0.019928$$

$$\text{deltaL} := \frac{l e}{10} \quad \text{deltaL} = 0.49$$

Figura 3-22 – Página quatro, regressão polinomial e início da aplicação do Método Geral, Módulo II.

Curvaturas Iniciais:

$$y_{inic} := \begin{pmatrix} y_{max} \cdot \sin(0.1 \cdot \pi) \\ y_{max} \cdot \sin(0.2 \cdot \pi) \\ y_{max} \cdot \sin(0.3 \cdot \pi) \\ y_{max} \cdot \sin(0.4 \cdot \pi) \\ y_{max} \cdot \sin(0.5 \cdot \pi) \\ y_{max} \cdot \sin(0.6 \cdot \pi) \\ y_{max} \cdot \sin(0.7 \cdot \pi) \\ y_{max} \cdot \sin(0.8 \cdot \pi) \\ y_{max} \cdot \sin(0.9 \cdot \pi) \end{pmatrix}$$

Momentos de Engastamento:

$$Ma := 434.4$$

$$Mb := 461.8$$

$$ea := \frac{Ma}{Nd} \quad ea = 0.15781$$

$$eb := \frac{-Mb}{Nd} \quad eb = -0.16776$$

$$ec := \begin{pmatrix} 0.9 \cdot ea + 0.1 \cdot eb \\ 0.8 \cdot ea + 0.2 \cdot eb \\ 0.7 \cdot ea + 0.3 \cdot eb \\ 0.6 \cdot ea + 0.4 \cdot eb \\ 0.5 \cdot ea + 0.5 \cdot eb \\ 0.4 \cdot ea + 0.6 \cdot eb \\ 0.3 \cdot ea + 0.7 \cdot eb \\ 0.2 \cdot ea + 0.8 \cdot eb \\ 0.1 \cdot ea + 0.9 \cdot eb \end{pmatrix}$$

$$M_{tot} := (y_{inic} + ec) \cdot Nd$$

Figura 3-23 – Página cinco, curvaturas iniciais e momentos da primeira iteração do Módulo II.

Matriz A = Matriz Δ

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B := A^{-1}$$

Vetor das Curvaturas

$$R1 := \begin{pmatrix} \text{func}(Mtot_1) \\ \text{func}(Mtot_2) \\ \text{func}(Mtot_3) \\ \text{func}(Mtot_4) \\ \text{func}(Mtot_5) \\ \text{func}(Mtot_6) \\ \text{func}(Mtot_7) \\ \text{func}(Mtot_8) \\ \text{func}(Mtot_9) \end{pmatrix}$$

+

Vetor dos Deslocamentos

ΔL^2 deltaL²

$$y1 := B \cdot (\text{deltaL}^2) \cdot R1$$

Figura 3-24 – Página seis, matrizes, Módulo II.

Momentos da Segunda Iteração:

$$M2 := (y1 + ec) \cdot Nd$$

$$M2 = \begin{pmatrix} 350.558 \\ 263.335 \\ 173.651 \\ 82.192 \\ -10.357 \\ -103.249 \\ -195.714 \\ -286.914 \\ -375.999 \end{pmatrix} \quad R2 := \begin{pmatrix} \text{func}(M2_1) \\ \text{func}(M2_2) \\ \text{func}(M2_3) \\ \text{func}(M2_4) \\ \text{func}(M2_5) \\ \text{func}(M2_6) \\ \text{func}(M2_7) \\ \text{func}(M2_8) \\ \text{func}(M2_9) \end{pmatrix}$$

Momentos da Terceira Iteração:

$$y2 := B \cdot (\text{delta}L^2) \cdot R2$$

$$M3 := (y2 + ec) \cdot Nd$$

$$M3 = \begin{pmatrix} 349.169 \\ 260.721 \\ 170.041 \\ 77.885 \\ -14.961 \\ -107.726 \\ -199.617 \\ -289.85 \\ -377.625 \end{pmatrix} \quad R3 := \begin{pmatrix} \text{func}(M3_1) \\ \text{func}(M3_2) \\ \text{func}(M3_3) \\ \text{func}(M3_4) \\ \text{func}(M3_5) \\ \text{func}(M3_6) \\ \text{func}(M3_7) \\ \text{func}(M3_8) \\ \text{func}(M3_9) \end{pmatrix}$$

$$M_{\text{final}} := M3 \cdot 1.1$$

$$y3 := B \cdot (\text{delta}L^2) \cdot R3$$

$$y3 = \begin{pmatrix} 0.00155 \\ 0.00193 \\ 0.00151 \\ 0.00057 \\ -0.00061 \\ -0.00175 \\ -0.00255 \\ -0.00274 \\ -0.00203 \end{pmatrix} \quad M_{\text{final}} = \begin{pmatrix} 384.086 \\ 286.793 \\ 187.045 \\ 85.674 \\ -16.457 \\ -118.498 \\ -219.579 \\ -318.835 \\ -415.388 \end{pmatrix}$$

Figura 3-25 – Página sete, iterações, Módulo II.

3.5.7. P-CALC

Desenvolvido por CARDOSO e KIMURA (2013), o P-CALC é um programa computacional que resolve numericamente o problema da flexão oblíqua e explora todos os quatro métodos de análise dos efeitos locais de segunda ordem previstos na NBR 6118 (2014), considerando-se a não-linearidade física e a geométrica.

Uma das grandes vantagens desse programa, desenvolvido em linguagem JAVA, é permitir a utilização de concretos com resistência característica a compressão superior a 50 MPa, de acordo com a NBR 6118 (2014). O programa está disponibilizado na página da internet www.pcalc.com.br. As principais funcionalidades do programa e alguns exemplos de aplicação e de validação podem ser encontrados em REGALLA (2015).

Os resultados desse trabalho obtidos em cada método de análise dos efeitos locais de segunda ordem foram verificados neste trabalho por meio desse programa.

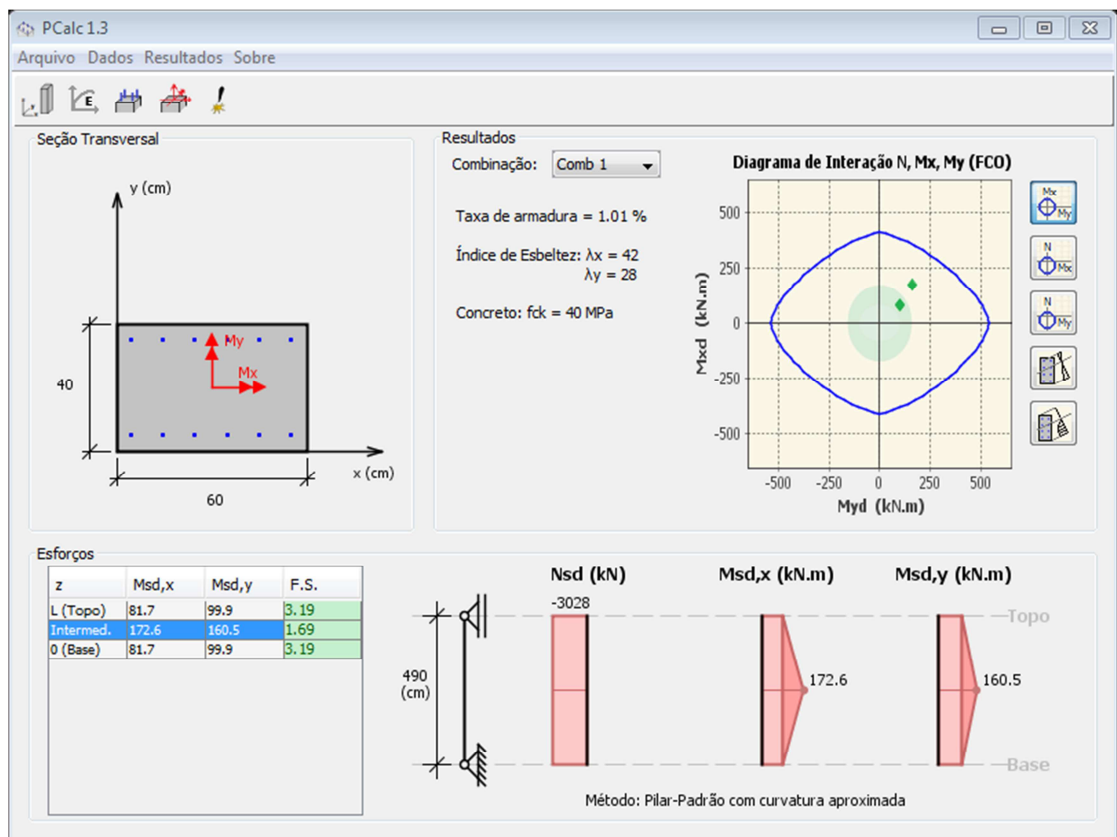


Figura 3-26 – Janela principal do P-CALC

4. DIMENSIONAMENTO DE PILARES À FLEXÃO

4.1. Estado Limite Último: Hipóteses Básicas de Dimensionamento

Segundo a NBR 6118 (2014) em seu item 17.2.2, as hipóteses básicas para o dimensionamento das seções de concreto no Estado Limite Último, para solicitações normais, são relacionadas a seguir.

- A seção transversal das peças permanece plana após as deformações.
- A deformação das barras de aço é igual à deformação do concreto em seu entorno, constituindo uma aderência perfeita.
- A resistência à tração do concreto é desprezada.
- Admite-se que o diagrama de tensão-deformação específica do concreto seja substituído por um retângulo de profundidade $y = \lambda x$ (Figura 4-1), com tensão máxima igual a $\alpha_c f_{cd}$, no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida e $0,9\alpha_c f_{cd}$ caso contrario. Os valores dos parâmetros λ e α_c podem ser tomados iguais a:

Para $f_{ck} \leq 50$ MPa:

$$\lambda = 0,8 \quad (4.1)$$

$$\alpha_c = 0,85 \quad (4.2)$$

Para $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$:

$$\lambda = 0,8 - \left(\frac{f_{ck} - 50}{400} \right) \quad (4.3)$$

$$\alpha_c = 0,85 \left[1,0 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \right] \quad (4.4)$$

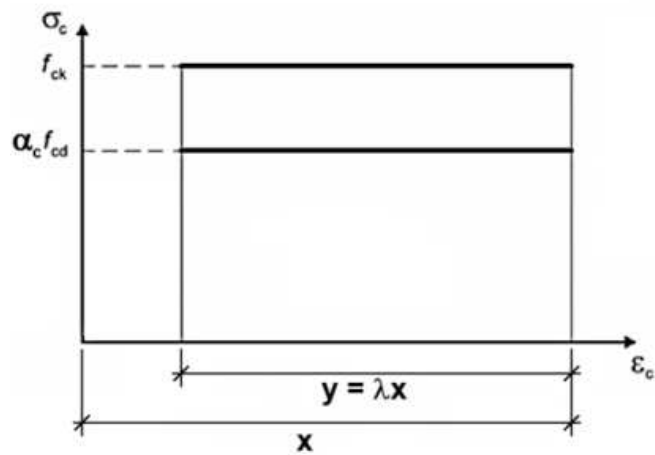


Figura 4-1 – Diagrama retangular simplificado para o concreto a compressão.

Adaptado, CARDOSO e KIMURA (2013).

Segundo CERRUTTI (2014), mesmo sendo permitida pela NBR 6118 (2014) a utilização do diagrama retangular simplificado para o cálculo de pilares, quando o concreto utilizado tiver $f_{ck} \geq 50$ MPa, as curvas de iteração entre momentos e normais resistentes apresentam descontinuidades no Domínio 5, devido à consideração de $\alpha_c \leq 0,85$. Assim esta regularização deve ser evitada nesses casos.

- Os estados limites últimos são caracterizados, quando a variação de deformações específicas na seção transversal atinge uma das configurações definidas nos diversos domínios de dimensionamento à compressão, tração e flexão simples ou composta, normal ou oblíqua, estabelecidos na Figura 4-2.

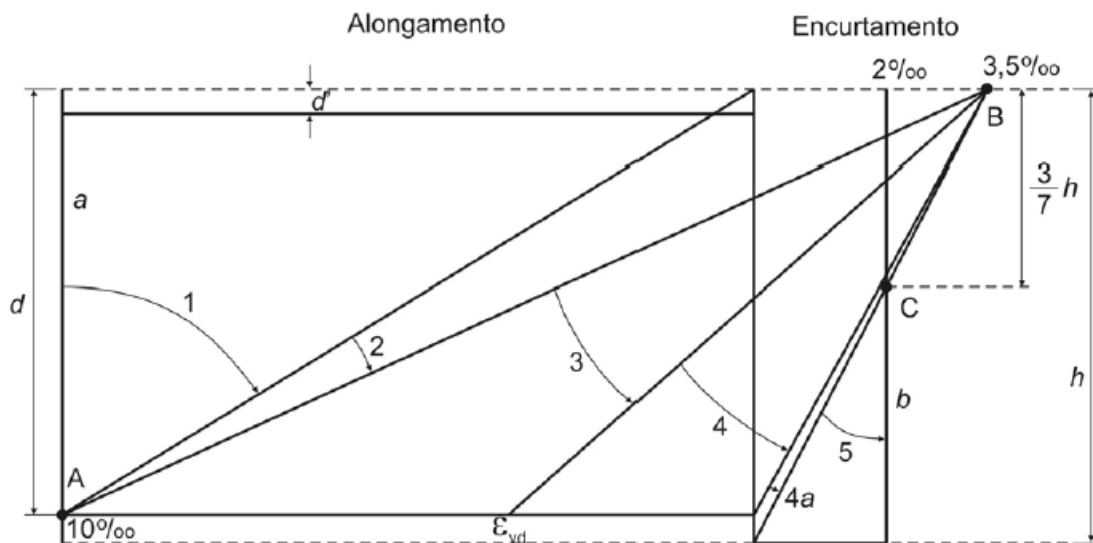


Figura 4-2 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal.
NBR6118 (2014).

➤ Ruptura convencional por deformação específica plástica excessiva:

- Reta a: tração uniforme.
- Domínio 1: alongamento não uniforme, sem compressão.
- Domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c < \epsilon_{cu}$ e com o máximo alongamento permitido).

➤ Ruptura convencional por encurtamento limite do concreto:

- Domínio 3: flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ($\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$).
- Domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\epsilon_s < \epsilon_{yd}$).
- Domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas.
- Domínio 5: compressão não uniforme, sem tração.
- Reta b: encurtamento uniforme.

4.2. Dimensionamento à flexão

Com as equações que definem o equilíbrio das seções em cada um dos domínios de deformação específica do estado limite último e com o auxílio de planilhas é possível sistematizar os procedimentos de verificação da flexão com a atuação de momento fletor em uma das direções dos eixos principais de inércia (flexão composta reta).

Fixados alguns parâmetros da seção em estudo, como dimensões da seção transversal, quantidade e disposição das armaduras e propriedades dos materiais, pode-se obter os pares de valores resistentes para essa seção e traçar uma curva de interação $N_d \times M_d$.

Com as solicitações de momento fletor e normal determinados é possível verificar se esses se encontram dentro da curva de interação determinada, sendo assim garantida a segurança da seção.

Uma forma clássica de dimensionamento são os ábacos de interação para flexão composta reta e oblíqua que existem na literatura para várias situações de geometria de seção e distribuição de armaduras, como os ábacos de MONTROYA (1979).

No caso da flexão composta oblíqua, quando a peça está sendo solicitada simultaneamente por carregamento axial e momentos fletores nas duas direções dos eixos principais de inércia, a NBR 6118 (2014) permite que a verificação da flexão oblíqua seja realizada utilizando-se dados obtidos no estudo da flexão composta reta, considerando-se a seguinte expressão de interação aproximada:

$$\left(\frac{M_{Rd,x}}{M_{Rd,xx}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_{Rd,y}}{M_{Rd,yy}}\right)^\alpha = 1 \quad (4.5)$$

onde

$M_{Rd,x}$, $M_{Rd,y}$ – são as componentes do momento resistente de cálculo em flexão oblíqua composta, segundo os dois eixos principais de inércia x e y, da seção bruta, com um esforço normal resistente de cálculo N_{Rd} igual à normal solicitante N_{Sd} . Esses são os valores que se deseja obter;

$M_{Rd,xx}$, $M_{Rd,yy}$ – são os momentos resistentes de cálculo segundo cada um dos referidos eixos em flexão composta normal, com o mesmo valor de N_{Rd} . Esses valores são calculados a partir do arranjo e da quantidade de armadura em estudo;

α – expoente cujo valor depende de vários fatores, entre eles o valor da força normal, a forma da seção, o arranjo da armadura e de suas porcentagens. Em geral pode ser adotado $\alpha = 1$, a favor da segurança. No caso de seções retangulares, pode-se adotar $\alpha = 1,2$.

A solução exata é possível por meio de processos iterativos, com programas de computador. Nestes processos busca-se a posição e o ângulo que a linha neutra forma com os eixos principais de inércia em que as solicitações se equilibram com os resistentes. É possível também resolver o dimensionamento à flexão por meio dos ábacos de iteração, como os de MONTROYA (1979). Entretanto, a utilização destes ábacos é um procedimento simplificado, pois eles não foram elaborados para o aço brasileiro CA-50.

Neste trabalho serão utilizados o programa OBLIQUA (2001) da Universidade Federal do Paraná, e a planilha FCOTools desenvolvida por AVELINO (2012), para a verificação da flexão composta oblíqua.

4.2.1. Planilhas FCOTools em MATHCAD

Buscando-se aprimorar as ferramentas que auxiliem o Engenheiro Civil no dimensionamento de seções de concreto submetidas à Flexão Composta Oblíqua, AVELINO (2012) desenvolveu um pacote de planilhas MathCAD denominado FCOTools.

As planilhas são divididas em cinco módulos:

- Módulo I: Geração da superfície de resistência para uma taxa de armadura específica.
- Módulo II: Geração de curvas de iteração $N_d - M_{xd}$ e $N - M_{yd}$ para uma inclinação de linha neutra fixa e taxas de armadura mecânicas específicas.
- Módulo III: Geração de curvas de iteração $M_{xd} - M_{yd}$ para um determinado valor da força normal N_d e taxa de armadura específica.
- Módulo IV: Verificação quanto à resistência da seção sujeita às solicitações M_{xSd} , M_{ySd} e N_{Sd} , apresentando o traçado da linha neutra correspondente.
- Módulo V: Dimensionamento de seção sujeita às solicitações M_{xSd} , M_{ySd} e N_{Sd} , apresentando o traçado da linha neutra correspondente.

5. ESTUDO DE CASO

5.1. Aspectos Técnicos do Projeto de Edifício em Estudo

A edificação em estudo tem quatro pisos projetados em lajes nervuradas, executados com formas plásticas, com nervuras espaçadas a cada 80 cm nas duas direções. A laje nervurada tem altura total de 50 cm dos quais 10 cm representam a capa de concreto e os outros 40 cm são preenchidos somente na região das nervuras.

A altura total da edificação é de 18,90 m com o pé direito estrutural, entre as lajes nervuradas, de 4,90 m e a distância do piso ao teto é de 4,40 m. As fundações foram feitas em estacas escavadas do tipo hélice contínua.

Sobre os pilares existem faixas maciças de concreto com dimensões de 90 cm x 50 cm na direção transversal, e de 60 cm x 50 cm na direção longitudinal. Buscando-se dar flexibilidade ao “layout” de utilização, a estrutura em concreto armado foi concebida com vãos livres de aproximadamente 7,50 m e 10,45 m.

A faixa central do edifício e as extremidades foram projetadas em estrutura convencional com lajes maciças de 10 cm de espessura de concreto armado, que se apoiam sobre vigas que, por sua vez apoiam-se nos pilares.

Os pilares têm dimensões de 40 cm x 60 cm, exceto nas extremidades em que as dimensões variam entre 20 cm x 60 cm e 20 cm x 80 cm.

As Figuras 5-1 e 5-2 mostram, respectivamente, a planta esquemática da seção de interesse da edificação e o corte AA.

Os carregamentos adotados para a edificação, em conformidade com a NBR 6120 (1980) foram cargas permanentes incluindo-se 1,0 kN/m² de revestimento e 2,0 kN/m² referente a paredes e/ou divisórias a serem construídas e/ou modificadas, de acordo com o “layout” de utilização, e cargas acidentais de 3,0 kN/m² em todas as lajes.

Quanto a resistência à compressão do concreto foi previsto em projeto concreto de 40 MPa para toda a superestrutura.

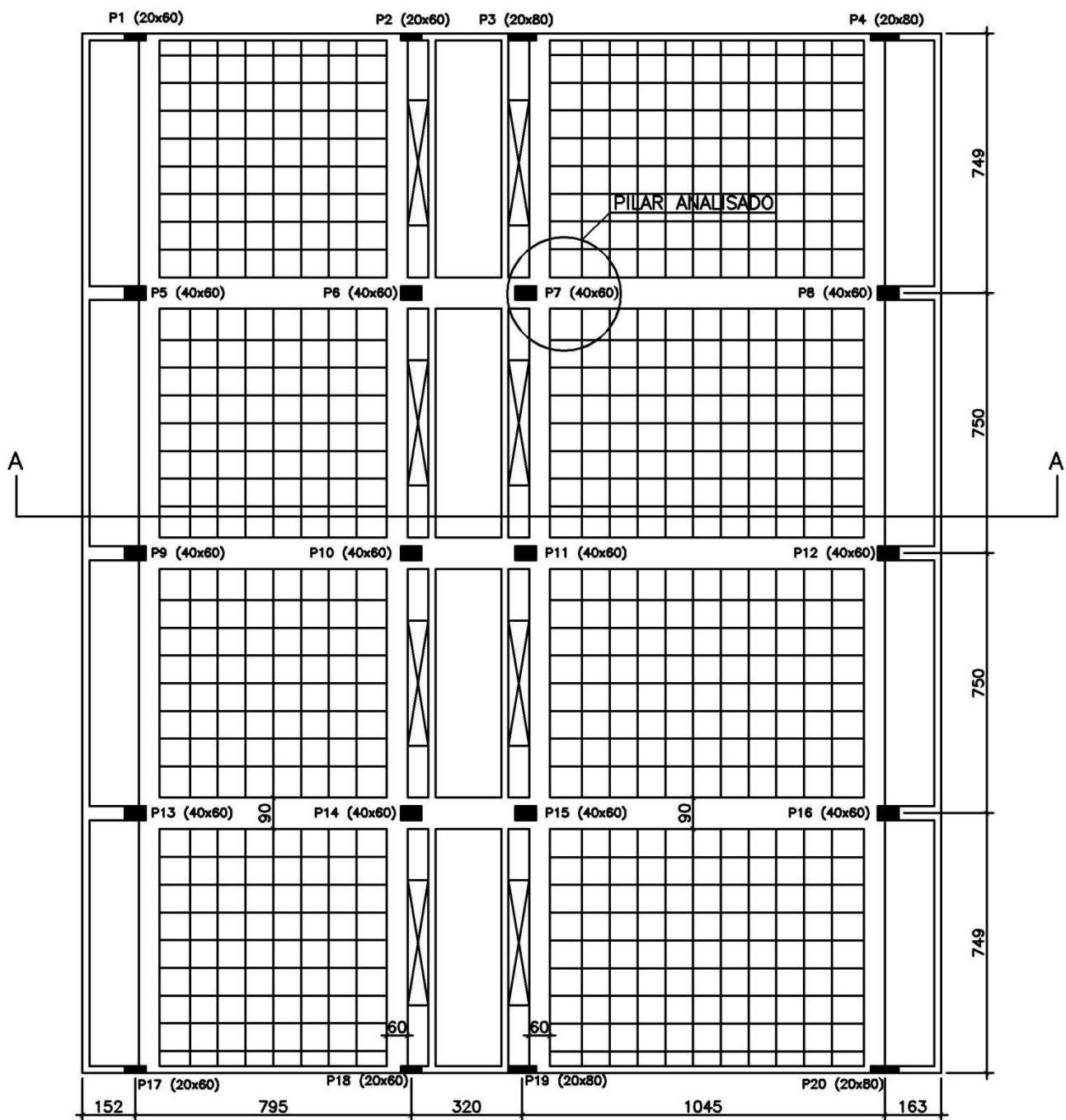


Figura 5-1 – Planta baixa esquemática da edificação em estudo.

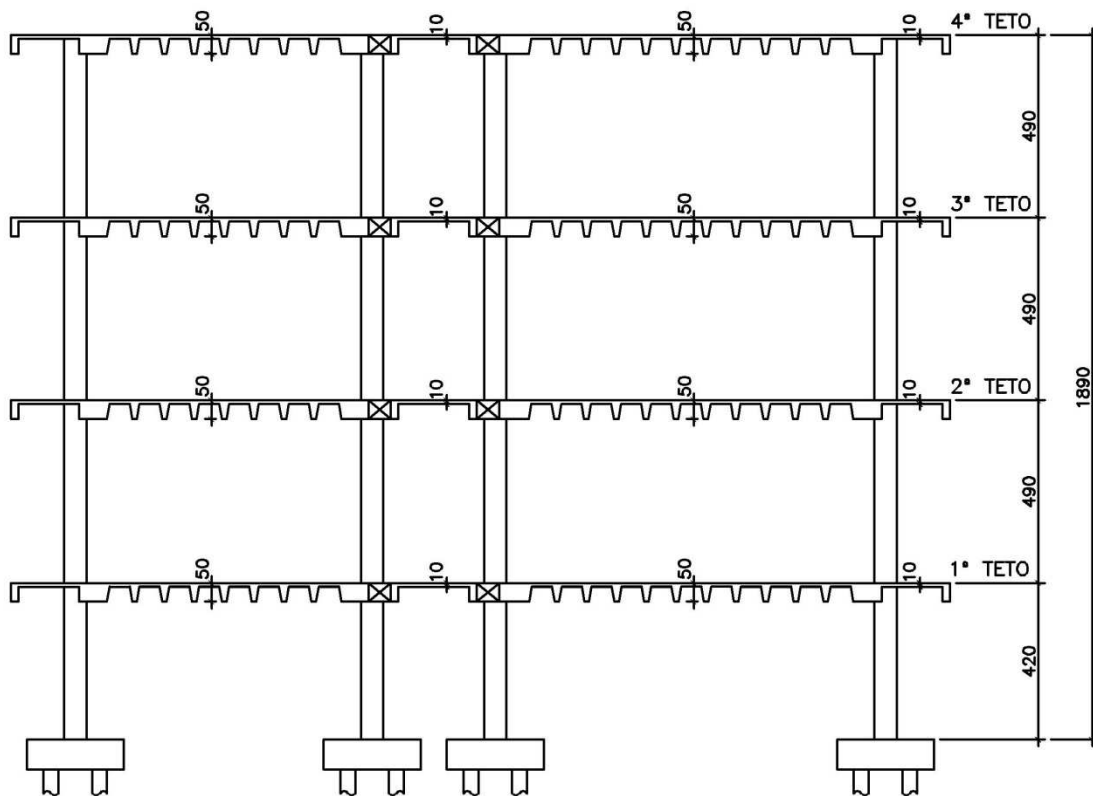


Figura 5-2 – Corte esquemático AA da edificação em estudo.

5.2. O pilar P7

Em qualquer processo produtivo podem ocorrer desvios construtivos, que podem alterar geometricamente os elementos fabricados.

Durante a execução da estrutura em estudo foi constatado um desvio construtivo de 6 cm no pilar P7 da edificação (Figura 5-1). O desvio ocorreu na base do pilar entre dois pisos de laje nervurada, conforme ilustram as Figura 5-3 e 5-4.

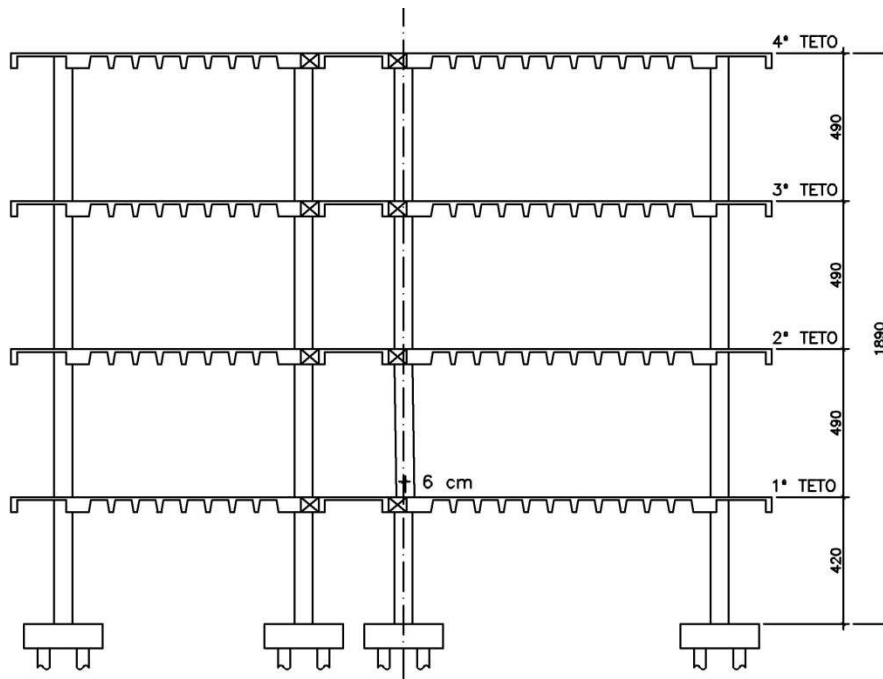


Figura 5-3 – Figura esquemática do desvio ocorrido.



Figura 5-4 – Foto do pilar em estudo sem o revestimento.

5.3. Modelagem da Edificação

Para estudar os efeitos do desvio construtivo do pilar no comportamento da edificação, foram desenvolvidos dois modelos: o primeiro considerando-se a inexistência de desvio construtivo no pilar P7 (1º caso) e o segundo com a consideração do desvio construtivo constatado na base do pilar P7 (2º caso). A análise estrutural foi desenvolvida utilizando-se o programa computacional SAP2000 (CSI, 2010).

As fundações da edificação foram modeladas com apoios de segundo gênero, com restrição de translação nas direções x e y. Os eixos adotados para a modelagem estão apresentados na Figura 5-5.

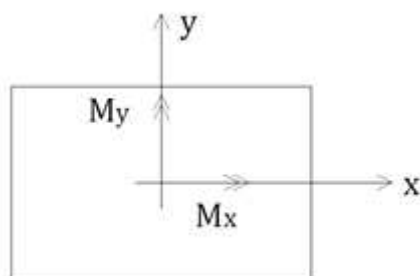


Figura 5-5 – Eixos adotados na modelagem.

O edifício foi modelado de acordo com a teoria dos elementos finitos, disponível no programa de análise estrutural SAP2000 (CSI, 2010). No modelo estrutural foram utilizados elementos de barra (“frames”) para representar os pilares e as faixas. As lajes foram modeladas como placas (“shell”) sendo as lajes maciças com altura de 10 cm e as nervuradas com espessura média de 22 cm. O eixo das vigas foi modelado coincidindo com o plano médio das lajes e os pilares foram considerados bi rotulados (Figura 5-6).

O concreto da edificação tem resistência característica $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$, coeficiente de poisson $\nu = 0,2$, módulo de elasticidade secante igual a 32 GPa e coeficiente de dilatação térmica igual a $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$. A Figura 5-7 apresenta a entrada de dados para as propriedades do material no SAP (CSI, 2010).

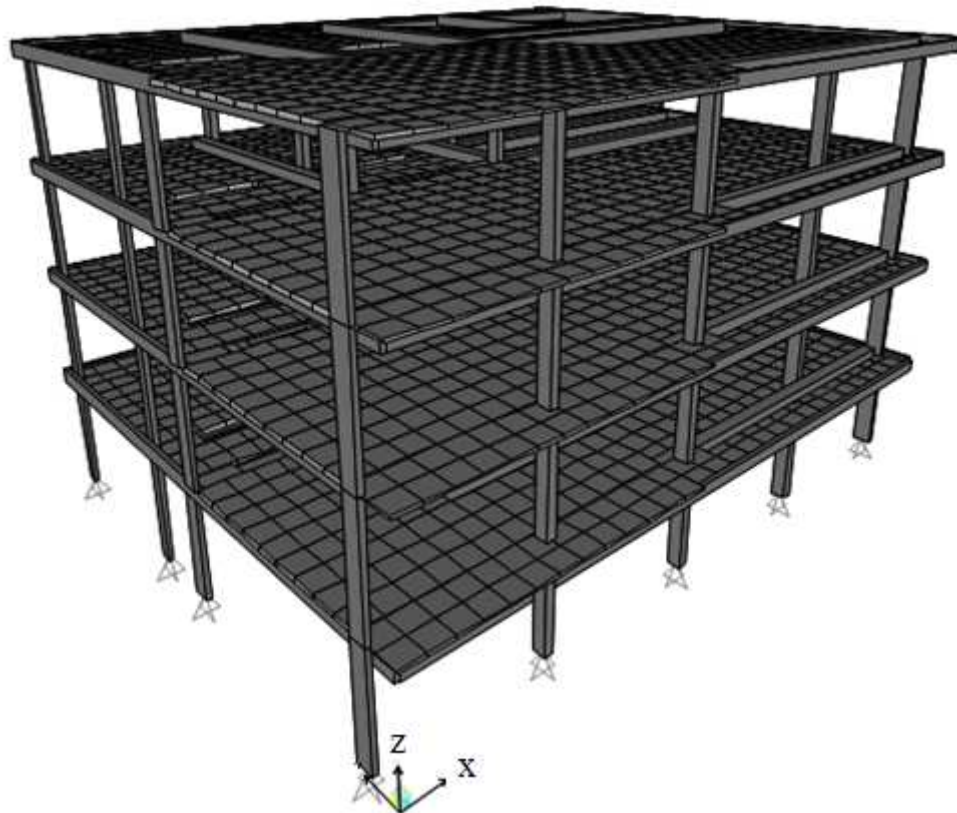


Figura 5-6 – Modelo tridimensional da edificação.

Material Property Data

General Data

Material Name and Display Color: C40 ■

Material Type: Concrete

Material Notes: [Modify/Show Notes...](#)

Weight and Mass

Weight per Unit Volume: 25,

Mass per Unit Volume: 2,55

Units: KN, m, C

Isotropic Property Data

Modulus of Elasticity, E: 32000000

Poisson's Ratio, U: 0,2

Coefficient of Thermal Expansion, A: 1,000E-05

Shear Modulus, G: 13333333

Figura 5-7 – Características do concreto no modelo estrutural.

5.4. Resultados da Análise Estrutural

Aplicando-se ao modelo estrutural, dos dois casos analisados, as mesmas combinações de carregamentos previstas em projeto, as solicitações locais mais desfavoráveis obtidos no pilar P7 estão mostradas na Tabela 5-1.

Tabela 5-1 – Resultados obtidos nos modelos da edificação em estudo.

		1º Caso	2º Caso
		Pilar sem desvio	Pilar com desvio
N_d (kN)		-3027,6	-2994,7
$M_{sd,x}$ (kNm)	Topo	-25,1	-25,1
	Base	27,6	27,9
$M_{sd,y}$ (kNm)	Topo	434,4	468,2
	Base	-461,8	-538,1

Observa-se na Tabela 5-1 que o valor da força normal de compressão teve uma redução em torno de 1,1% devido a uma pequena perda de rigidez a que o pilar foi submetido. O momento fletor M_y , onde foi constatado o desvio, teve um acréscimo de 16,6% na base e 7,8% no topo. Já o momento fletor M_x , praticamente, não teve variação, como previsto.

5.5. Parâmetros iniciais para as verificações

5.5.1. Eixos adotados e dimensões do pilar P7

Considere-se os eixos e as dimensões da Figura 5-8 para o pilar P7. Para a força normal N_d o sinal negativo significa compressão.

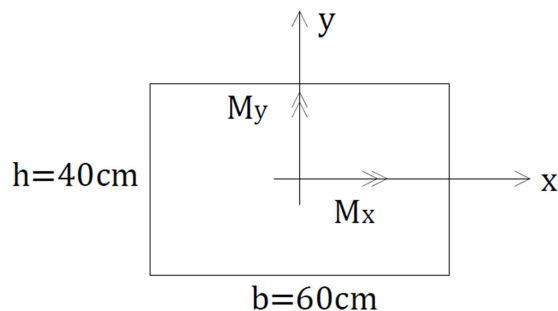


Figura 5-8 – Eixos e dimensões.

5.5.2. Parte do projeto de armadura do pilar P7

A Figura 5-9 mostra um lance do projeto de armadura do pilar P7. O cobrimento adotado no projeto estrutural foi de 3 cm.

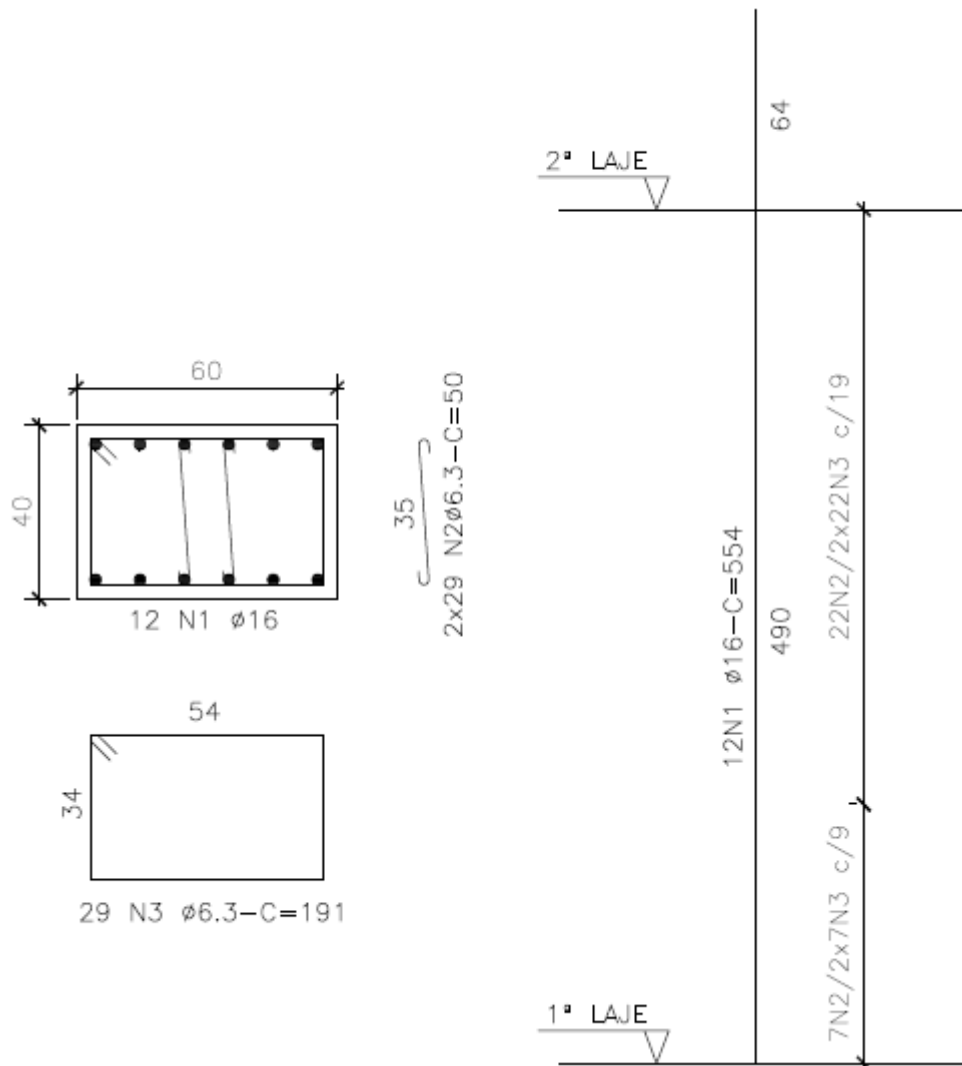


Figura 5-9 – Parte do projeto de armadura do pilar.

5.5.3. Comprimento equivalente do pilar e índice de esbeltez

- Para M_x :

$$\text{Mínimo} \begin{cases} l = 4,4 + 0,4 = 4,8 \text{ m} \\ l = 4,4 + 0,5 = 4,9 \text{ m} \end{cases} \quad (5.1)$$

$$l_{ex} = 4,8 \text{ m} \quad (5.2)$$

$$\lambda_x = \sqrt{12} \times \frac{4,8}{0,4} = 41,6 \quad (5.3)$$

- Para M_y :

$$\text{Mínimo} \begin{cases} l = 4,4 + 0,6 = 5,0 \text{ m} \\ l = 4,4 + 0,5 = 4,9 \text{ m} \end{cases} \quad (5.4)$$

$$l_{ey} = 4,9 \text{ m} \quad (5.5)$$

$$\lambda_y = \sqrt{12} \cdot \frac{4,9}{0,6} = 28,2 \quad (5.6)$$

Para simplificar os cálculos, a favor da segurança, será adotado para ambas as direções o comprimento $l_{e\text{adotado}} = 4,9 \text{ m}$.

5.6. Verificação para os Momentos Mínimos

Na verificação dos momentos mínimos será considerado para a força normal de compressão, a favor da segurança, o resultado obtido na primeira análise.

5.6.1. Cálculo dos Momentos Mínimos de Primeira Ordem

- Direção x:

$$M_{1dx,min} = 3028 (0,015 + 0,03 \times 0,4) = 3028 \times 0,027 = 81,7 \text{ kNm} \quad (5.7)$$

- Direção y:

$$M_{1dy,min} = 3028 (0,015 + 0,03 \times 0,6) = 3028 \times 0,033 = 99,9 \text{ kNm} \quad (5.8)$$

Para obter-se os momentos resistentes do pilar P7 na flexão composta reta nas duas direções (x e y) foi utilizado o programa OBLIQUA (2011), as Figuras 5-10 e 5-11, mostram as curvas de iteração obtidas.

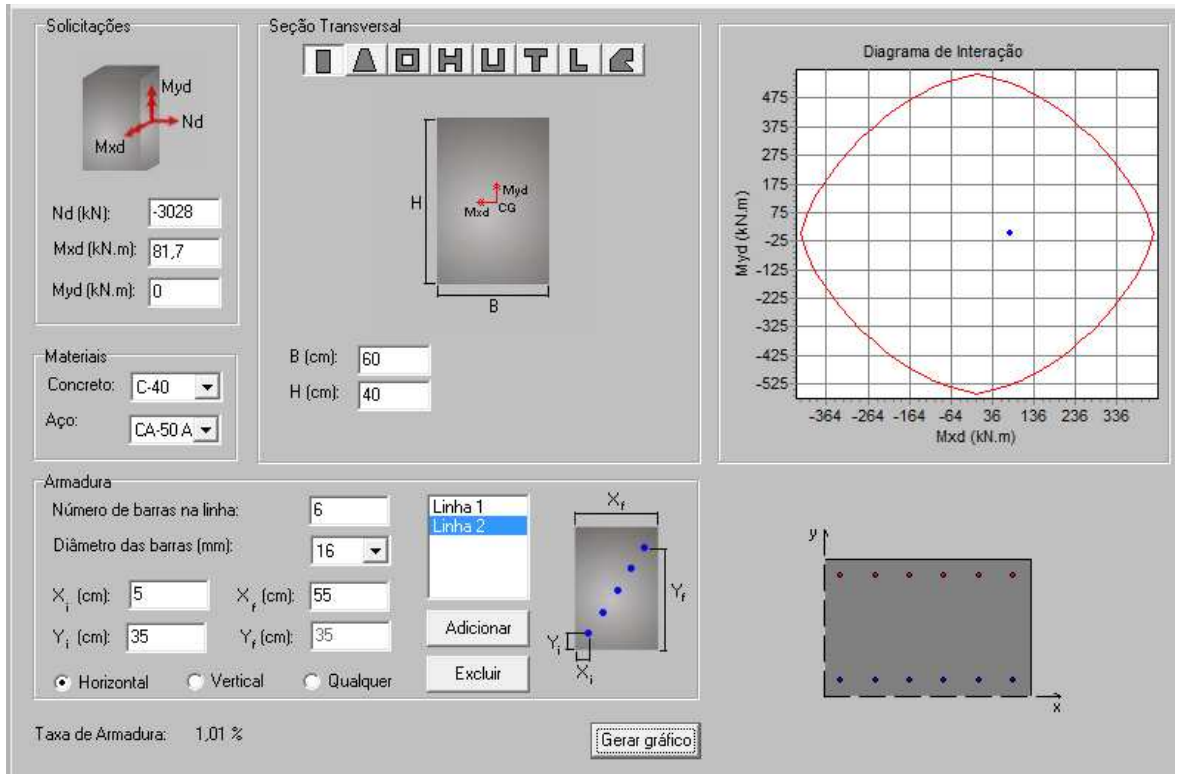


Figura 5-10 – Verificação do momento mínimo na direção x.

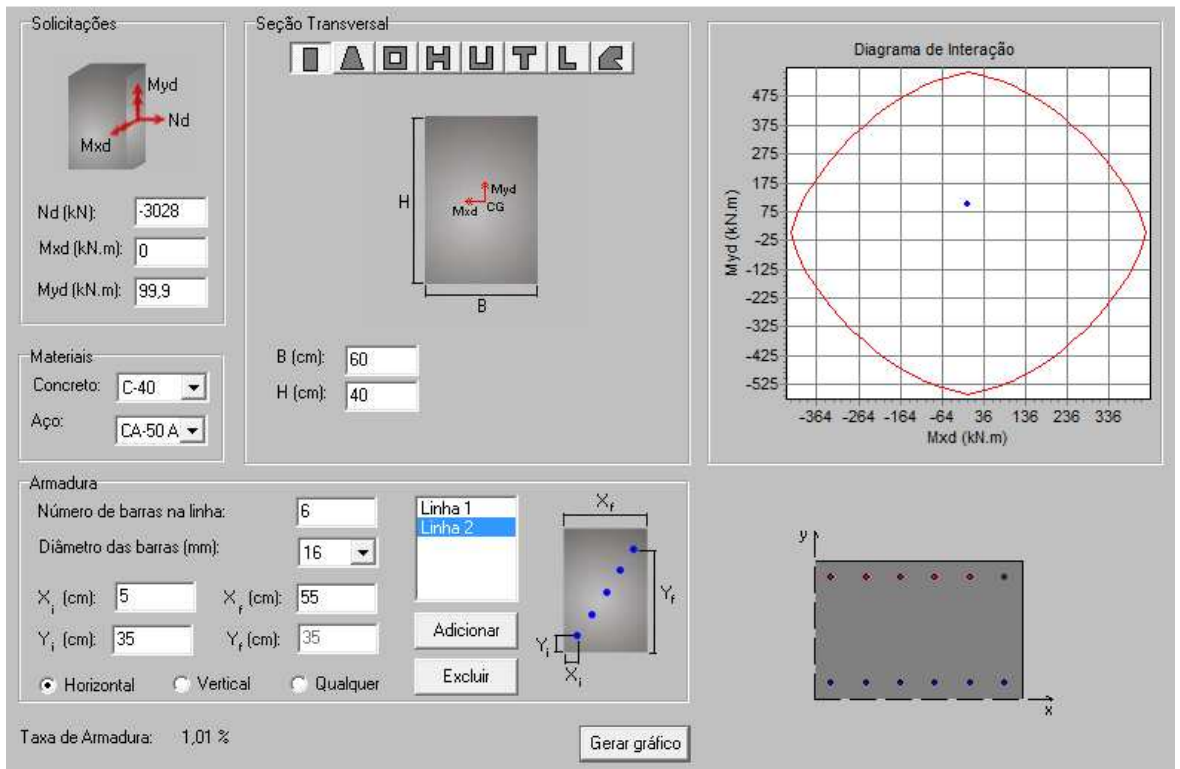


Figura 5-11 – Verificação do momento mínimo na direção y.

Com os diagramas de iteração obtidos para $N_d = -3028 \text{ kN}$ é possível definir os momentos resistentes nas duas direções, que são:

$$M_{Rd,x} = 416 \text{ kNm} \quad (5.9)$$

$$M_{Rd,y} = 555 \text{ kNm} \quad (5.10)$$

5.6.2. Verificação do índice de esbeltez limite λ_1

Para o caso de momentos mínimos $\alpha_b = 1,0$.

- Direção x:

$$e_{1x} = \frac{81,7}{3028} = 0,027 \text{ m} \quad (5.11)$$

$$\lambda_{1x} = \frac{25+12,5 \frac{0,027}{0,4}}{1,0} = 25,84 \quad (5.12)$$

$$\lambda_{1x} = \text{máx} (25,84; 35) \therefore \lambda_{1x} = 35 \quad (5.13)$$

Como $\lambda_x = 41,6 > \lambda_{1x}$ devem ser considerados os efeitos de segunda ordem.

- Direção y:

$$e_{1y} = \frac{99,9}{3028} = 0,033 \text{ m} \quad (5.14)$$

$$\lambda_{1y} = \frac{25+12,5 \frac{0,033}{0,6}}{1,0} = 25,58 \therefore \lambda_{1y} = 35 \quad (5.15)$$

$$\lambda_{1y} = \text{máx} (25,58; 35) \therefore \lambda_{1y} = 35 \quad (5.16)$$

Como $\lambda_y = 28,2 < \lambda_{1y}$ não é necessário considerar os efeitos de segunda ordem.

Como $\lambda_y \leq \lambda_{1y}$ os efeitos locais de segunda ordem poderiam ser desprezados, entretanto, para efeito de uma análise comparativa completa dos diversos métodos de análise dos efeitos de segunda ordem, esses efeitos serão considerados nas duas direções.

5.6.3. Avaliação da curvatura na seção crítica

$$\nu = \frac{3028}{(0,4 \times 0,6) \frac{40000}{1,4}} = 0,442 \quad (5.17)$$

- Direção x:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{0,4(0,442+0,5)} \leq \frac{0,005}{0,4} \therefore \frac{1}{r} = 0,0125 \text{ m}^{-1} \quad (5.18)$$

- Direção y:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{0,6(0,442+0,5)} \leq \frac{0,005}{0,6} \therefore \frac{1}{r} = 0,00833 \text{ m}^{-1} \quad (5.19)$$

5.6.4. Verificação pelo Método do Pilar Padrão com curvatura aproximada

- Direção x:

$$M_{d,tot} = 1,0 \times 81,7 + 3028 \frac{4,9^2}{10} 0,0125 = 172,6 \text{ kNm} \quad (5.20)$$

- Direção y:

$$M_{d,tot} = 1,0 \times 99,9 + 3028 \frac{4,9^2}{10} 0,00833 = 160,5 \text{ kNm} \quad (5.21)$$

Os resultados obtidos com o programa P-CALC para as duas direções são apresentados na Figura 5-12. A verificação está realizada, já que os momentos atuantes são menores que os momentos resistentes.

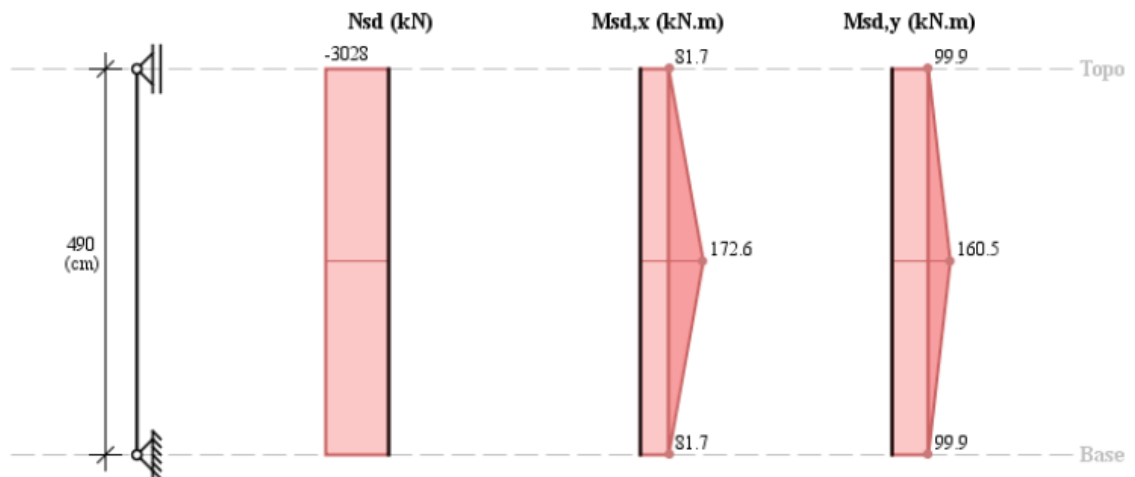


Figura 5-12 – Resultados do programa P-CALC para os momentos mínimos pelo Método do PP com curvatura aproximada.

5.6.5. Verificação pelo Método do Pilar-Padrão com rigidez κ aproximada

- Direção x:

$$A = 5 \times 0,4 = 2,0 \quad (5.22)$$

$$B = 0,4^2 \times 3028 - \frac{3028,4,9^2}{320} - 5 \times 0,4 \times 1,0 \times 81,7 = 93,9 \quad (5.23)$$

$$C = -3028 \times 0,4^2 \times 1,0 \times 81,7 = -39582,1 \quad (5.24)$$

$$2,0(M_{d,tot})^2 + 93,9(M_{d,tot}) - 39582,1 = 0 \quad (5.25)$$

O resultado positivo é:

$$M_{d,tot} = 119,2 \text{ kNm} \quad (5.26)$$

- Direção y:

$$A = 5 \times 0,6 = 3,0 \quad (5.27)$$

$$B = 0,6^2 \times 3028 - \frac{3028,4,9^2}{320} - 5 \times 0,6 \times 1,0 \times 99,9 = 563,2 \quad (5.28)$$

$$C = -3028 \times 0,6^2 \times 1,0 \times 99,9 = -108898,9 \quad (5.29)$$

$$3,0(M_{d,tot})^2 + 563,2(M_{d,tot}) - 108898,9 = 0 \quad (5.30)$$

O resultado positivo é:

$$M_{d,tot} = 118,5 \text{ kNm} \quad (5.31)$$

Os resultados obtidos com o programa P-CALC para as duas direções são apresentados na Figura 5-13. A verificação está realizada, já que os momentos atuantes são menores que os momentos resistentes.

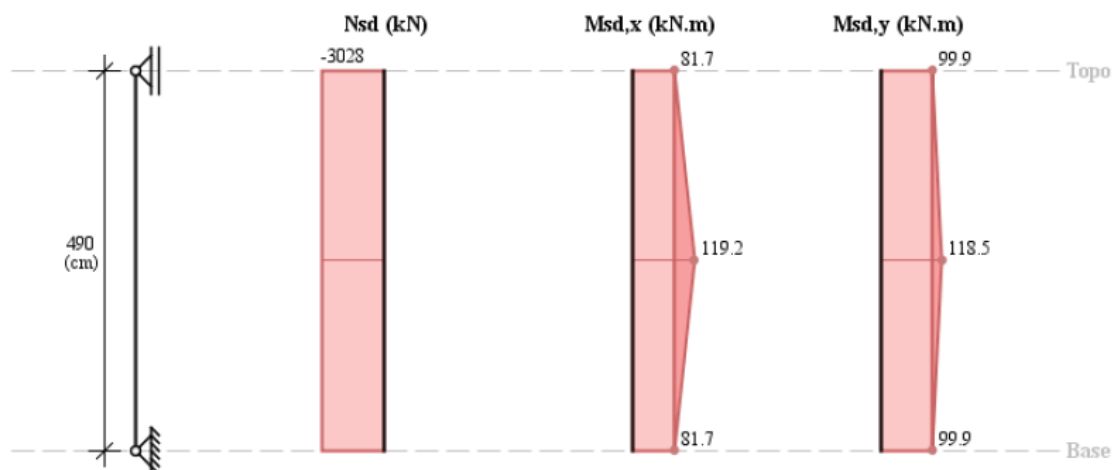


Figura 5-13 – Resultados do programa P-CALC para os momentos mínimos pelo Método do PP com rigidez κ aproximada.

5.6.6. Verificação pelo Método do Pilar-Padrão acoplado aos diagramas M , N e $1/r$

- Direção x:

Cálculo dos parâmetros para obtenção dos pontos da curva momento curvatura, com o programa MK-UFRJ, com a consideração do coeficiente de fluência $\varphi = 2,0$:

$$f_{cd} = 1,294 \times \frac{40}{1,4} = 36,97 \text{ MPa} \quad (5.32)$$

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa} \quad (5.33)$$

$$N_{sd} = \frac{3028}{1,1} = 2752,7 \text{ kN} \quad (5.34)$$

Conforme o projeto estrutural apresentado no item 5.5.2, para a direção x, a armadura é de 2 camadas de $12,0 \text{ cm}^2$.

A Figura 5-14 apresenta a relação momento-curvatura obtida para a direção x.

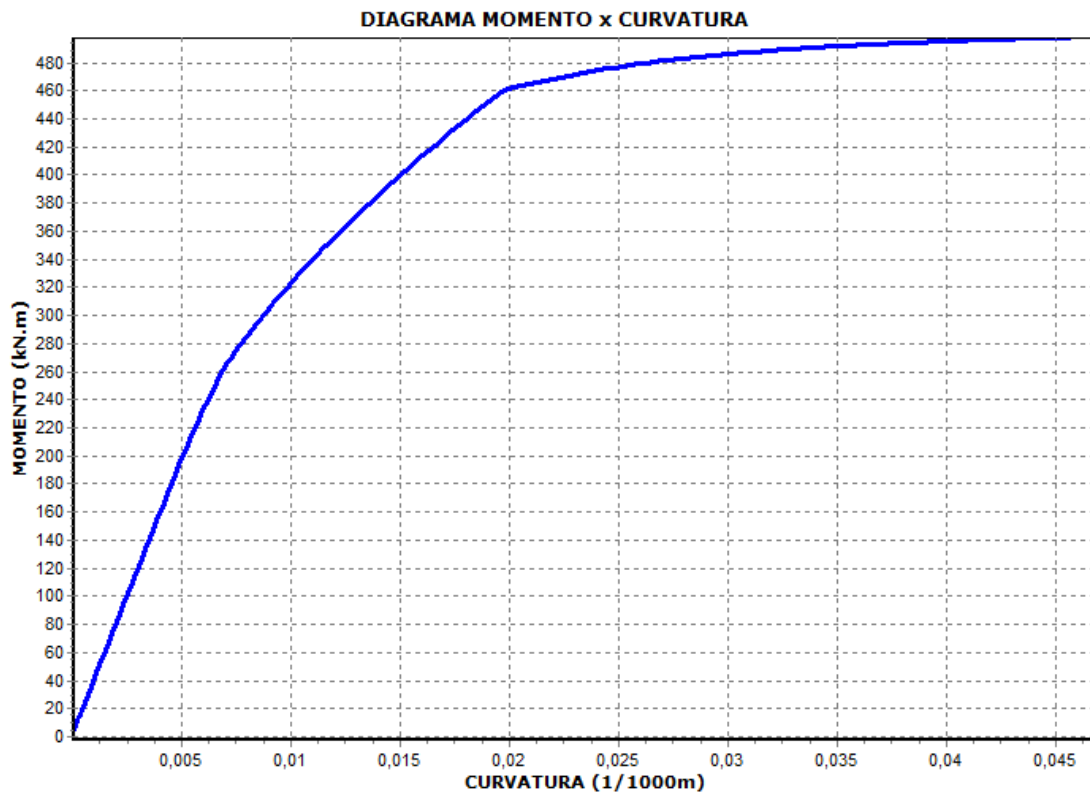


Figura 5-14 – Diagrama momento-curvatura na direção x, para $N_{sd} = -2752,7 \text{ kN}$ e armadura de 12 barras de 16 mm (2 camadas de $12,0 \text{ cm}^2$).

Para:

$$M_{Rd,x} = \frac{416}{1,1} = 378,2 \text{ kNm} \quad (5.35)$$

Por interpolação no diagrama tem-se:

$$\frac{1}{r} = 0,0135667 \text{ m}^{-1} \quad (5.36)$$

Rigidez secante e κ :

$$(EI)_{sec} = \frac{378,2}{0,0135667} = 27877,1 \text{ kNm}^2 \quad (5.37)$$

$$k = \frac{27877,1}{0,6 \times 0,4^3 \frac{40000}{1,4}} = 25,40 \quad (5.38)$$

O momento total na direção x é:

$$M_{d,tot} = \frac{1,0 \times 81,7}{1 - \frac{42,4^2}{120 \frac{25,40}{0,442}}} = 108,9 \text{ kNm} \quad (5.39)$$

- Direção y:

Conforme o projeto estrutural apresentado no item 5.5.2, para a direção y, a armadura é de 6 camadas de 4,0 cm². E o coeficiente de fluência adotado é de $\varphi = 2,0$.

O diagrama momento-curvatura para a direção y é apresentado na Figura 5-15.

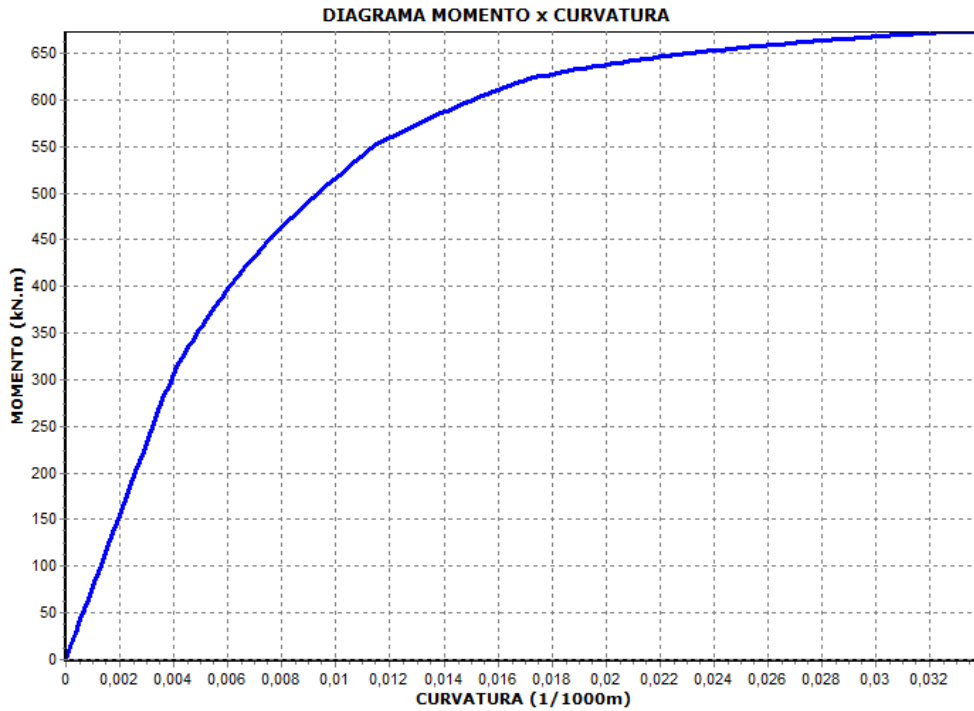


Figura 5-15 – Diagrama momento-curvatura na direção y, para $N_{sd} = -2752,7 \text{ kN}$ e armadura de 12 barras de 16 mm (6 camadas de 4,0 cm²).

Para:

$$M_{Rd,y} = \frac{555}{1,1} = 504,5 \text{ kNm} \quad (5.40)$$

Por interpolação no diagrama tem-se:

$$\frac{1}{r} = 0,009530 \text{ m}^{-1} \quad (5.41)$$

Rigidez secante e k

$$(EI)_{sec} = \frac{504,5}{0,009530} = 52938,1 \text{ kNm}^2 \quad (5.42)$$

$$k = \frac{52938,1}{0,4 \times 0,6^3 \frac{40000}{1,4}} = 21,44 \quad (5.43)$$

O momento total na direção y é:

$$M_{d,tot} = \frac{1,0 \times 99,9}{1 - \frac{28,2^2}{120 \cdot \frac{21,44}{0,442}}} = 115,7 \text{ kNm} \quad (5.44)$$

Os Resultados obtidos com o programa P-CALC para as duas direções são apresentados na Figura 5-16.

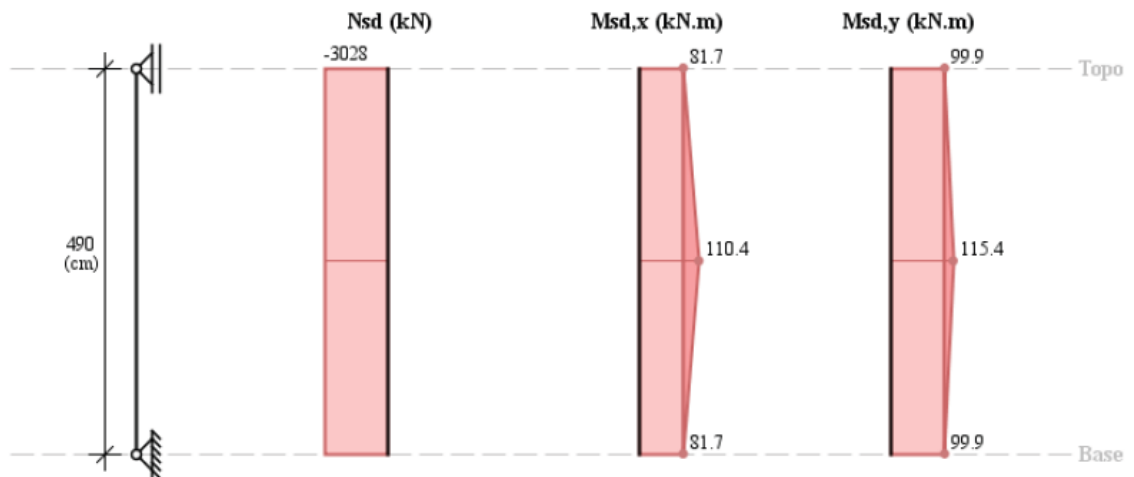


Figura 5-16 – Resultados obtidos no programa P-CALC para os momentos mínimos pelo Método do PP acoplado aos diagramas M, N e 1/r.

Observa-se uma diferença em torno de 1% entre os valores de momentos totais na direção x obtidos por meio das equações e pelo programa P-CALC. Essa diferença está relacionada as aproximações de cálculo.

5.6.7. Verificação pelo Método Geral

Para esta verificação foi utilizado para as duas direções (x e y) o procedimento apresentado no item 3.5.5 sistematizado através do Módulo I da planilha desenvolvida em MATHCAD.

Nessa seção também são apresentados os resultados de deslocamentos ao longo da altura do pilar obtidos pela análise elástica. Para essa análise, foi feito um modelo local do pilar, mantendo todas as características originais, no programa SAP 2000 (CSI, 2010).

A altura do pilar foi discretizado em 20 partes, mesma utilizada no método geral e em seguida foram aplicados nas extremidades as solicitações força normal de $N_{sd} = 3028 \text{ kN}$ e momentos de $M_{1dx,min} = 81,7 \text{ kNm}$ e $M_{1dy,min} = 99,9 \text{ kNm}$, que são os valores dos momentos mínimos de primeira ordem .

- Direção x:

Para exemplificar a aplicação do método geral, nessa primeira verificação serão apresentadas as iterações calculadas. A Tabela 5-2 são apresentados os resultados de momentos e deslocamentos para cada uma das iterações das seis iterações.

Tabela 5-2 – Momentos e deslocamentos das seis iterações na direção x, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo I).

Alt. Pilar (m)	1ª iteração		2ª iteração	
	Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)	Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)
0,00	0	0	81,7	0
0,25	81,8	0,00187683	87,4	0,001369
0,49	96,0	0,00362117	92,7	0,002617
0,74	109,8	0,00521335	97,5	0,003737
0,98	123,0	0,00663476	101,8	0,004722
1,23	135,2	0,00786839	105,6	0,005567
1,47	146,0	0,00889923	108,7	0,006266
1,72	155,3	0,00971461	111,2	0,006814
1,96	162,7	0,0103	113,0	0,007208
2,21	168,2	0,01066	114,0	0,007445
2,45	171,5	0,01078	114,4	0,007524

Alt. Pilar (m)	3ª iteração		4ª iteração	
	Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)	Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)
0,00	81,7	0	0	0
0,25	85,9	0,00128	85,6	0,001264
0,49	89,7	0,002441	89,1	0,002411
0,74	93,1	0,003479	92,3	0,003434
0,98	96,1	0,004389	95,0	0,00433
1,23	98,6	0,005166	97,4	0,005096
1,47	100,7	0,005806	99,3	0,005726
1,72	102,4	0,006308	100,9	0,00622
1,96	103,6	0,006668	101,9	0,006574
2,21	104,3	0,006884	102,6	0,006787
2,45	104,5	0,006957	102,8	0,006858

Alt. Pilar (m)	5ª iteração		6ª iteração	
	Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)	Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)
0,00	81,7	0	81,7	0
0,25	85,6	0,001262	85,6	0,001261
0,49	89,1	0,002405	89,0	0,002404
0,74	92,2	0,003426	92,1	0,003425
0,98	94,9	0,00432	94,8	0,004319
1,23	97,2	0,005083	97,1	0,005081
1,47	99,1	0,005712	99,1	0,00571
1,72	100,6	0,006204	100,5	0,006202
1,96	101,7	0,006557	101,6	0,006554
2,21	102,3	0,006769	102,3	0,006767
2,45	102,5	0,00684	102,5	0,006837

A Tabela 5-3 mostra os momentos e os deslocamentos finais (sexta iteração), que geram os gráficos das Figuras 5-17 e 5-18.

Tabela 5-3 – Momentos e deslocamentos na direção x, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo I), Deslocamentos (Figura 3-19) e Momentos (Figura 3-20) e também os Deslocamentos da Análise Elástica.

Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)	
	Análise Elástica	Método Geral
81,7	0	0
85,6	0,000243	0,001261
89,0	0,000461	0,002404
92,1	0,000653	0,003425
94,8	0,00082	0,004319
97,1	0,000961	0,005081
99,1	0,001076	0,00571
100,5	0,001166	0,006202
101,6	0,00123	0,006554
102,3	0,001268	0,006767
102,5	0,001281	0,006837
102,3	0,001268	0,006767
101,6	0,00123	0,006554
100,5	0,001166	0,006202
99,1	0,001076	0,00571
97,1	0,000961	0,005081
94,8	0,00082	0,004319
92,1	0,000653	0,003425
89,0	0,000461	0,002404
85,6	0,000243	0,001261
81,7	0	0

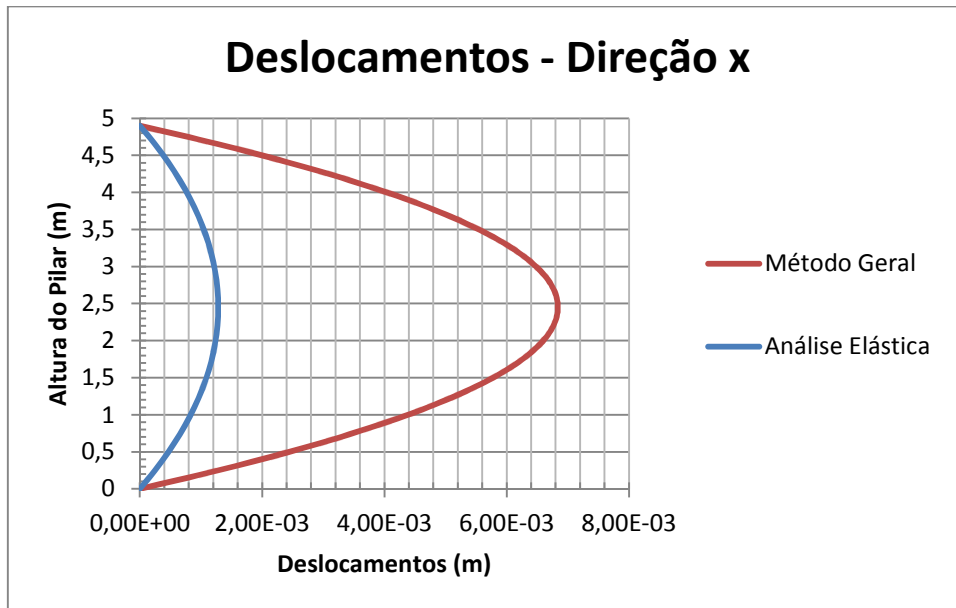


Figura 5-17 – Deslocamentos na direção x.

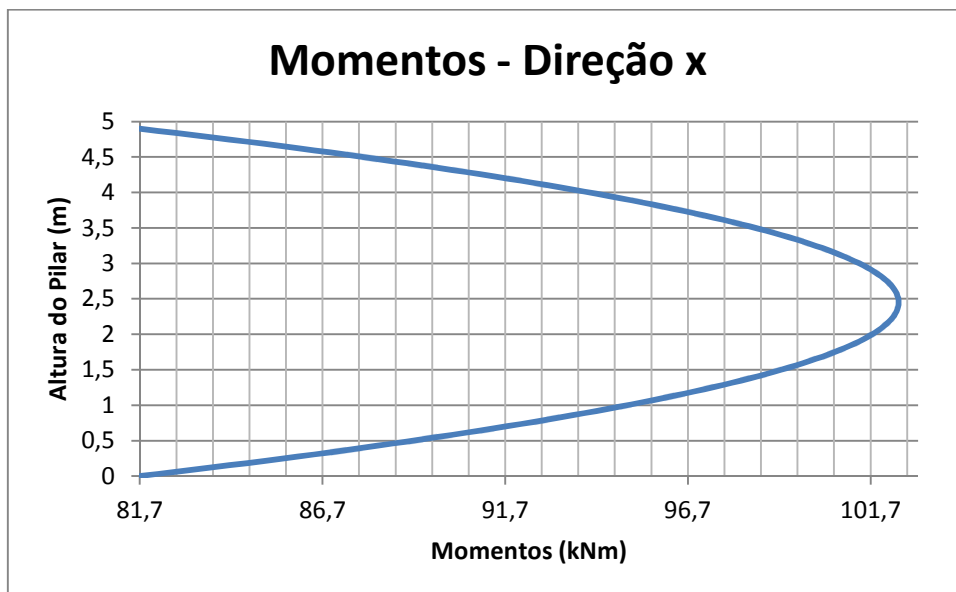


Figura 5-18 – Momentos na direção x.

- Direção y:

A Tabela 5-4 mostra os momentos e os deslocamentos, que geram os gráficos das Figuras 5-19 e 5-20.

Tabela 5-4 – Momentos e deslocamentos na direção y obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD, Deslocamentos (Figura 3-19) e Momentos (Figura 3-20) e também os Deslocamentos da Análise Elástica.

Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)	
	Análise Elástica	Método Geral
99,9	0	0
102,1	0,000243	0,0007152
104,0	0,000461	0,001359
105,8	0,000653	0,001931
107,3	0,00082	0,002429
108,6	0,000961	0,002852
109,6	0,001076	0,0032
110,4	0,001166	0,003471
111,0	0,00123	0,003665
111,4	0,001268	0,003782
111,5	0,001281	0,003821
111,4	0,001268	0,003782
111,0	0,00123	0,003665
110,4	0,001166	0,003471
109,6	0,001076	0,0032
108,6	0,000961	0,002852
107,3	0,00082	0,002429
105,8	0,000653	0,001931
104,0	0,000461	0,001359
102,1	0,000243	0,0007152
99,9	0	0

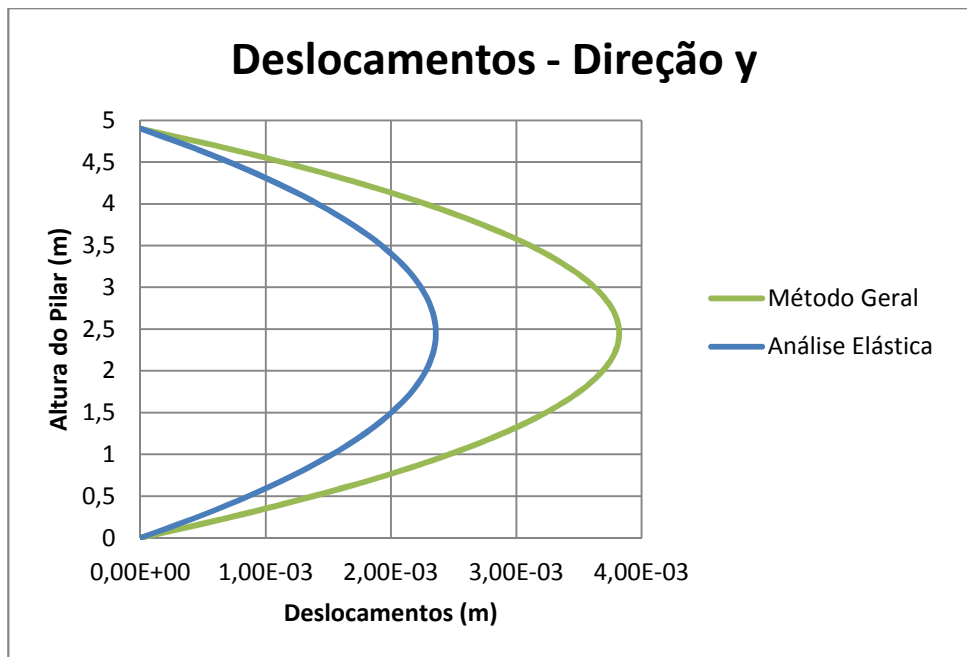


Figura 5-19 – Deslocamentos da direção y.

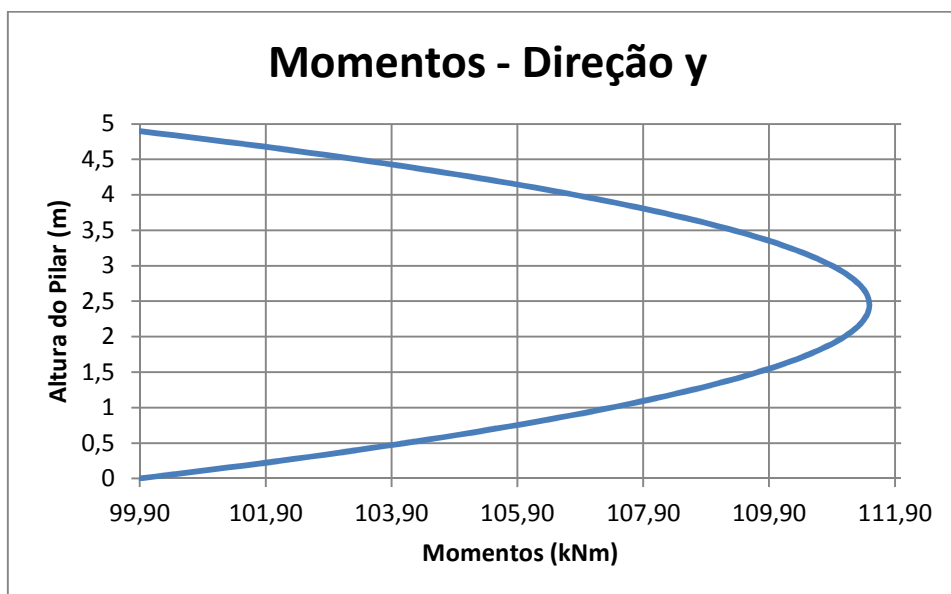


Figura 5-20 – Momentos da direção y.

A Tabela 5-5 apresenta todos os resultados dos momentos máximos obtidos em cada método.

Tabela 5-5 – Resultados obtidos na verificação da seção para os quatro métodos com momentos mínimos.

Métodos	M_x (kNm)	M_y (kNm)
PP curvatura aproximada	172,6	160,5
PP rigidez aproximada	119,2	118,5
PP acoplado aos diagramas N, M e 1/r	108,9	115,7
Geral	102,5	115,5

Considera-se agora o mesmo pilar anterior variando-se apenas a armadura para 12 barras de 20 mm, nomeado caso “b”.

5.6.8. Verificação do caso “b” pelo Método do Pilar-Padrão acoplado aos diagramas M, N e 1/r

A primeira etapa da verificação do caso “b” consiste em avaliar os momentos resistentes nas duas direções. Com auxílio do programa OBLIQUA 1.0 obtém-se o diagrama de interação da Figura 5-21.

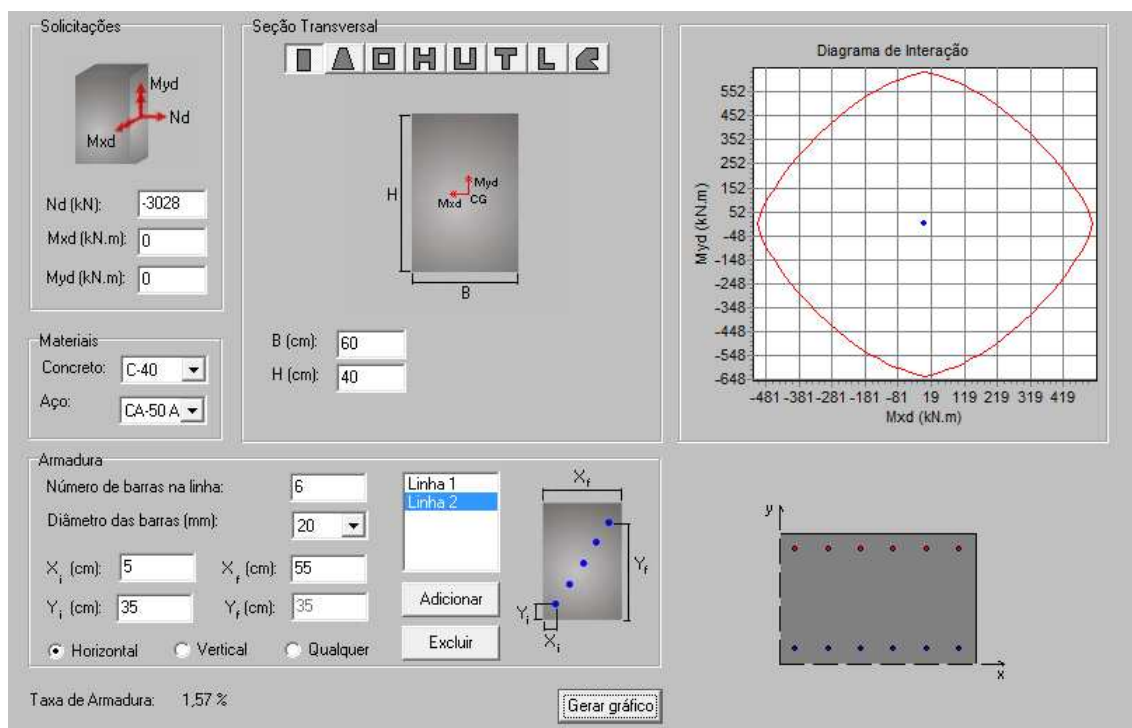


Figura 5-21 – Diagrama de interação para o caso “b”.

Com o diagrama de iteração obtido é possível definir os momentos resistentes nas duas direções para $N_d = -3028 \text{ kN}$, que são:

$$M_{Rd,x} = 505 \text{ kNm}. \quad (5.45)$$

$$M_{Rd,y} = 620 \text{ kNm} \quad (5.46)$$

- Direção x:

Os parâmetros para obtenção dos pontos da curva momento-curvatura, com o programa MK-UFRJ são os mesmos considerados no item 5.6.6, modificando-se apenas a área das seções de aço.

A Figura 5-22 apresenta a curva momento-curvatura obtida para a direção x.

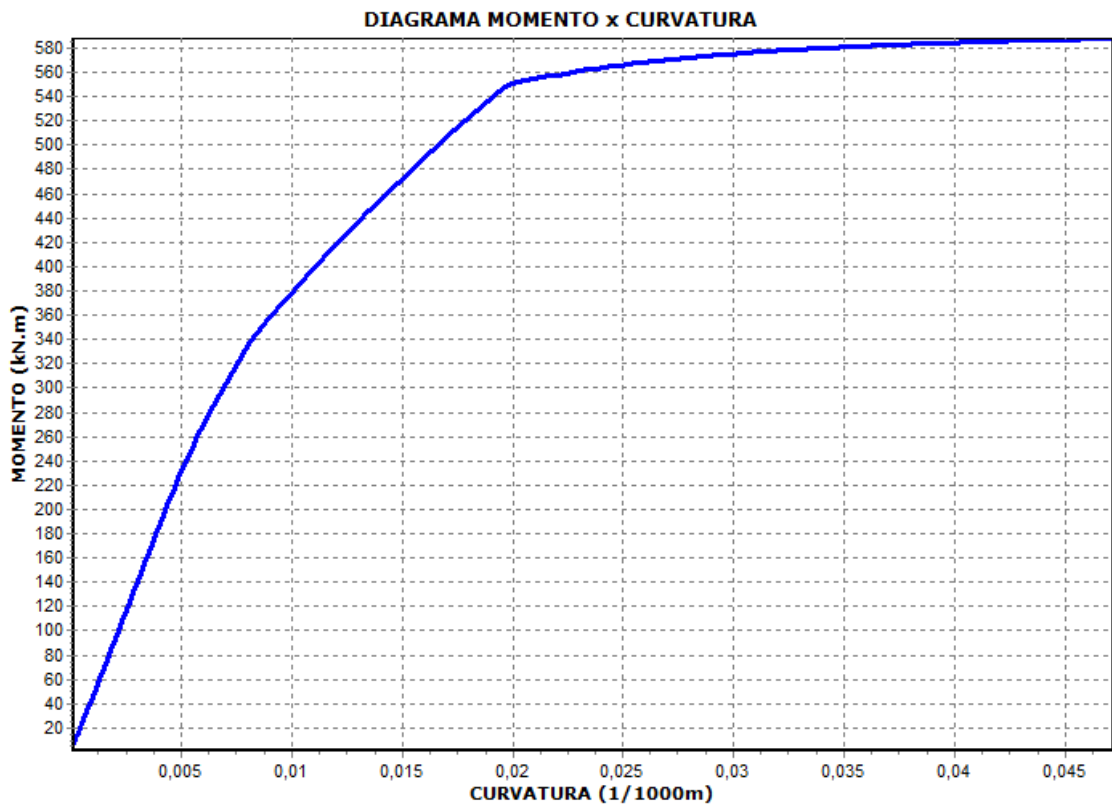


Figura 5-22 – Diagrama momento curvatura da direção x, para $N_{sd} = -2752,7 \text{ kN}$ e armadura de 12 barras de 20 mm (2 camada de $18,84 \text{ cm}^2$).

Para:

$$M_{Rd,x} = \frac{505}{1,1} = 459,0 \text{ kNm} \quad (5.47)$$

Por interpolação no diagrama tem-se:

$$\frac{1}{r} = 0,0137587 \text{ m}^{-1} \quad (5.48)$$

Rigidez secante e κ :

$$(EI)_{sec} = \frac{459,0}{0,0137587} = 33360,7 \text{ kNm}^2 \quad (5.49)$$

$$k = \frac{33360,7}{0,6 \times 0,4^3 \frac{40000}{1,4}} = 30,40 \quad (5.50)$$

O momento total na direção x é:

$$M_{d,tot} = \frac{1,0 \times 81,7}{1 - \frac{42,4^2}{120 \frac{30,40}{0,442}}} = 104,5 \text{ kNm} \quad (5.51)$$

- Direção y:

Nessa direção a armadura é de 6 camadas de $6,28 \text{ cm}^2$.

O diagrama momento-curvatura para a direção y é apresentado na Figura 5-23.

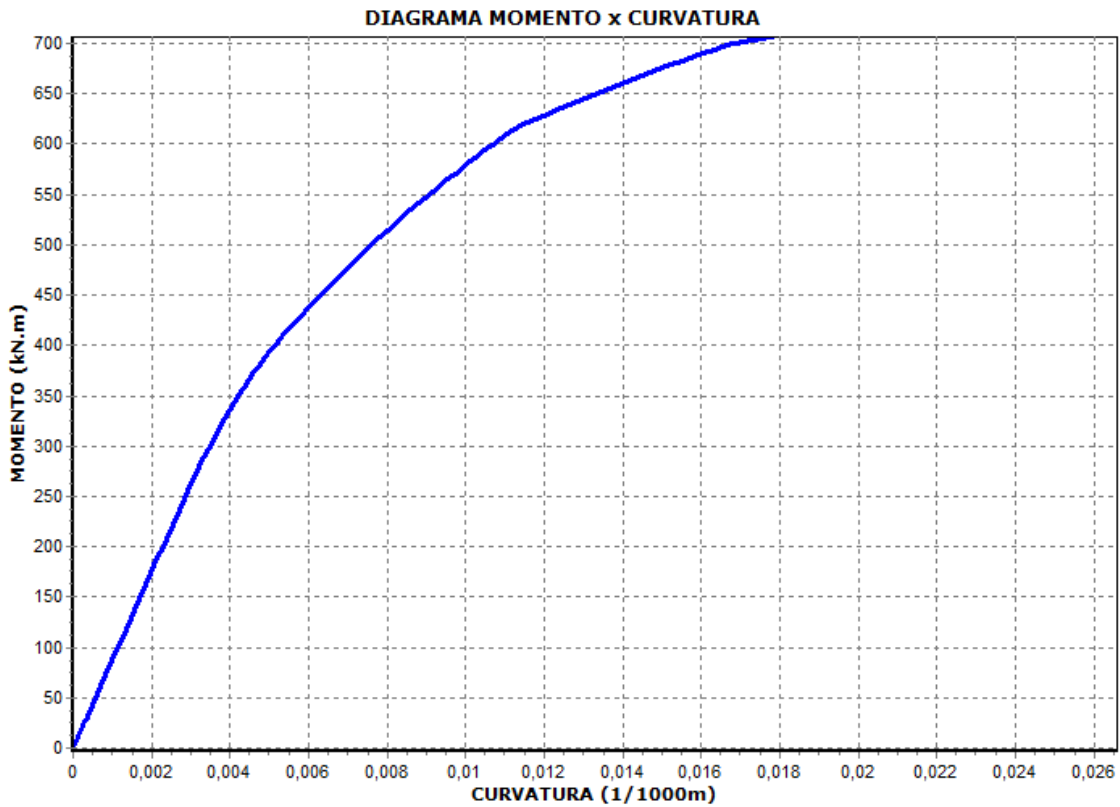


Figura 5-23 – Diagrama momento-curvatura na direção y, para $N_{sd} = -2752,7 \text{ kN}$ e armadura de 12 barras de 20 mm (6 camada de $6,28 \text{ cm}^2$).

Para:

$$M_{Rd,y} = \frac{620}{1,1} = 504,5 \text{ kNm} \quad (5.52)$$

Por interpolação no diagrama tem-se:

$$\frac{1}{r} = 0,007812 \text{ m}^{-1} \quad (5.53)$$

Rigidez secante e k

$$(EI)_{sec} = \frac{504,5}{0,007812} = 64580,1 \text{ kNm}^2 \quad (5.54)$$

$$k = \frac{64580,1}{0,4 \times 0,6^3 \frac{40000}{1,4}} = 26,16 \quad (5.55)$$

O momento total na direção y é:

$$M_{d,tot} = \frac{1,0 \times 99,9}{1 - \frac{28,2^2}{120 \cdot \frac{26,16}{0,442}}} = 112,5 \text{ kNm} \quad (5.56)$$

Os resultados obtidos com o programa P-CALC para as duas direções são apresentados na Figura 5-24.

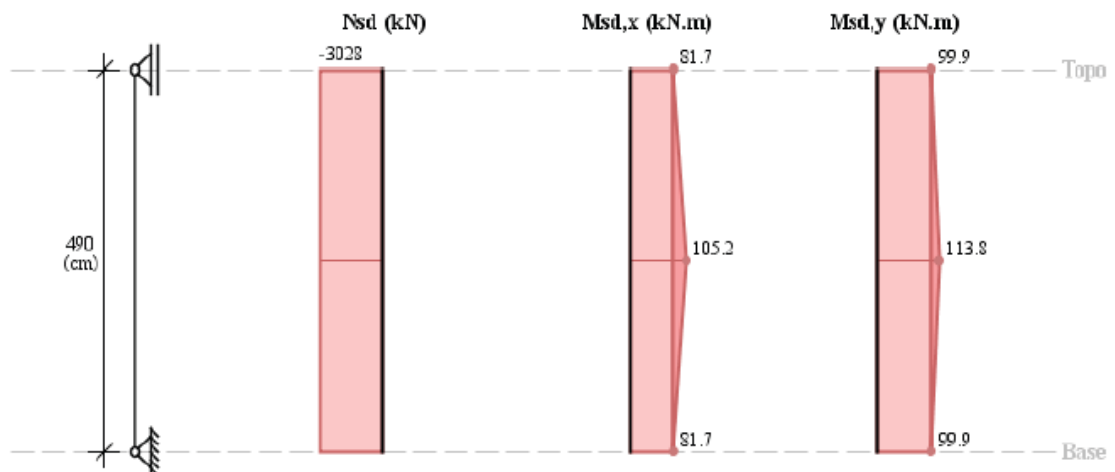


Figura 5-24 – Resultados obtidos no programa P-CALC para os momentos mínimos pelo Método do PP acoplado aos diagramas M, N e 1/r.

5.6.9. Verificação do caso “b” pelo Método Geral

Para esta verificação foi utilizado também o procedimento apresentado no item 3.5.5 sistematizado através do Módulo I da planilha desenvolvida em MATHCAD.

- Direção x:

A Tabela 5-6 mostra os momentos e os deslocamentos do caso “b”, que geram os gráficos das Figuras 5-25 e 5-26.

Tabela 5-6 – Momentos e deslocamentos do caso “b” na direção x, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo I), Deslocamentos (Figura 3-19) e Momentos (Figura 3-20).

Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)
81,7	0
84,9	0,00104
87,8	0,00199
90,3	0,00283
92,5	0,00356
94,4	0,00419
96,0	0,0047
97,2	0,00511
98,1	0,0054
98,6	0,00557
98,8	0,00563
98,6	0,00557
98,1	0,0054
97,2	0,00511
96,0	0,0047
94,4	0,00419
92,5	0,00356
90,3	0,00283
87,8	0,00199
84,9	0,00104
81,7	0

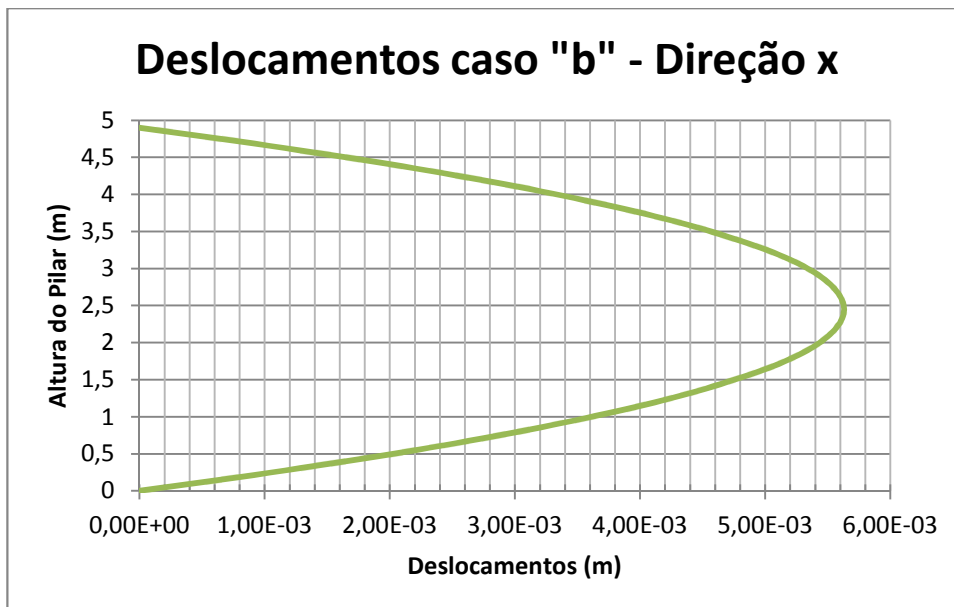


Figura 5-25 – Deslocamentos caso “b” da direção x.

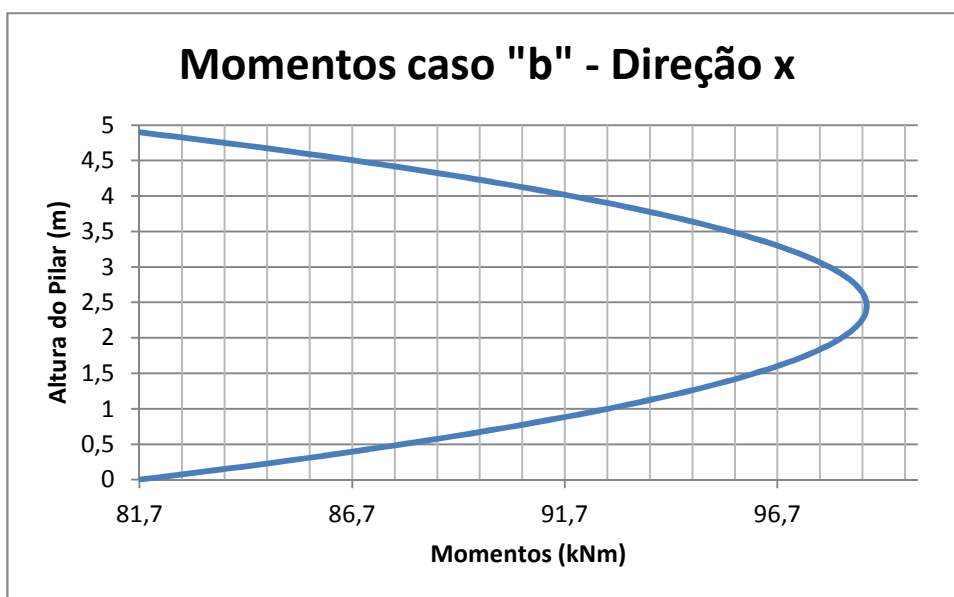


Figura 5-26 – Momentos caso “b” da direção x.

- Direção y:

A Tabela 5-7 mostra os momentos e os deslocamentos do caso “b”, que geram os gráficos das Figuras 5-27 e 5-28.

Tabela 5-7 – Momentos e deslocamentos do caso “b” na direção y, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo I), Deslocamentos (Figura 3-19) e Momentos (Figura 3-20).

Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)
99,9	0
101,8	0,00063
103,6	0,0012
105,1	0,0017
106,4	0,00214
107,5	0,00251
108,5	0,00282
109,2	0,00305
109,7	0,00322
110,0	0,00333
110,1	0,00336
110,0	0,00333
109,7	0,00322
109,2	0,00305
108,5	0,00282
107,5	0,00251
106,4	0,00214
105,1	0,0017
103,6	0,0012
101,8	0,00063
99,9	0

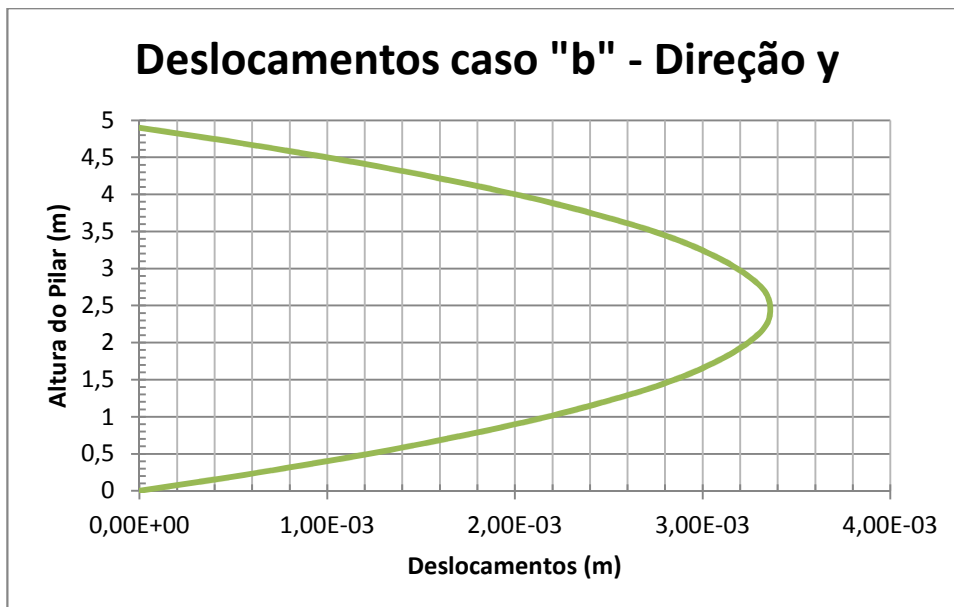


Figura 5-27 – Deslocamentos caso “b” da direção y.

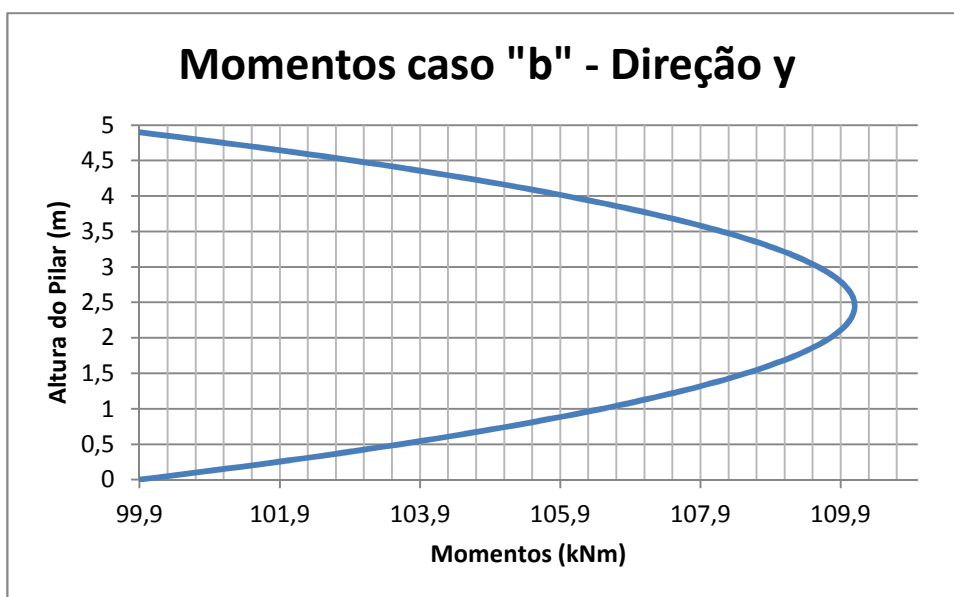


Figura 5-28 – Momentos caso “b” da direção y.

A Tabela 5-8 apresenta todos os resultados dos momentos máximos obtidos em cada método comparados no caso “b”.

A Figura 5-29 compara as curvas de deslocamentos obtidas no Método Geral, na direção y, para a análise elástica, os momentos mínimos e o caso “b”.

Tabela 5-8 – Resultados obtidos na verificação da seção para os quatro métodos com momentos mínimos comparados ao caso “b”.

Métodos	Momentos Mínimos		Caso “b”	
	M_x (kNm)	M_y (kNm)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
PP curvatura aproximada	172,6	160,5	–	
PP rigidez aproximada	119,2	118,5	–	
PP acoplado aos diagramas N, M e 1/r	108,9	115,7	104,5	112,5
Geral	102,5	115,5	98,8	110,1

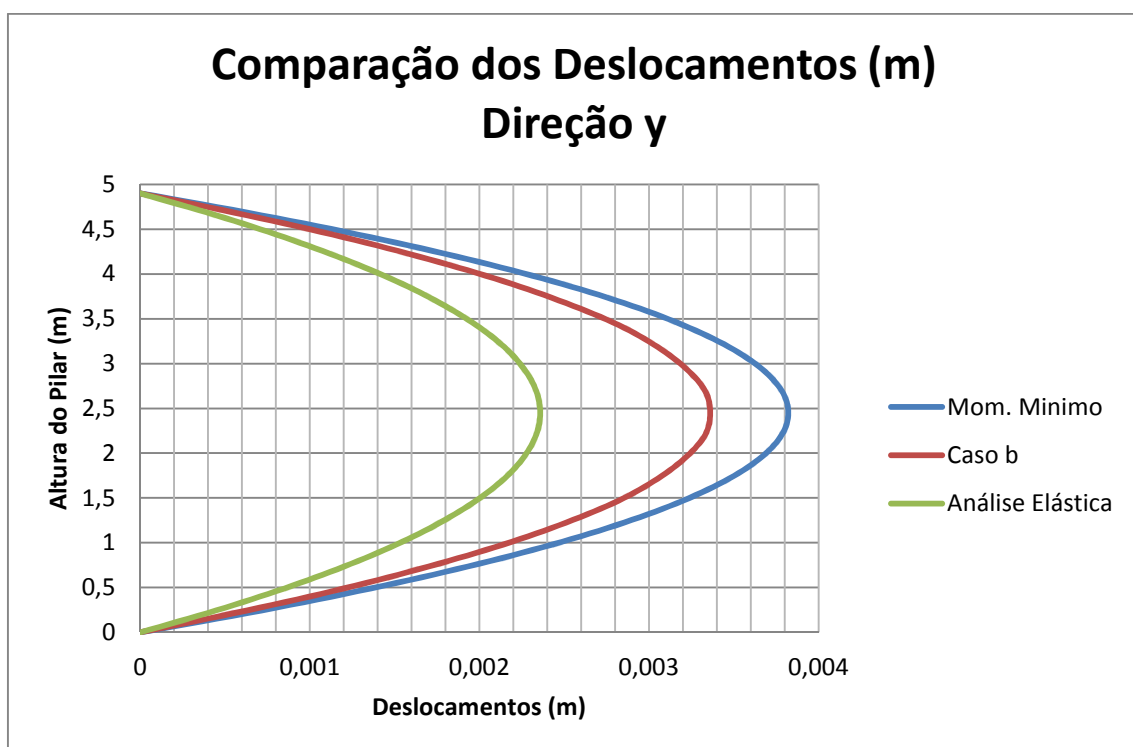


Figura 5-29 – Comparação dos deslocamentos da direção y.

Tabela 5-9 – Valores dos máximos deslocamentos obtidos pelo Método Geral, gráfico da Figura 5-29.

Alt. Pilar (m)	Deslocamento (m)		
	A. Elástica	Mom. Mínimo	Caso "b"
2,45	0,002358	0,003821	0,003360

5.7. Verificação para os momentos de engastamento viga-pilar do 1º caso:

$$N_{sd} = -3028 \text{ kN} \quad (5.57)$$

$$M_{sd,xm\acute{a}x} = 27,6 \text{ kNm} \quad (5.58)$$

$$M_{sd,ym\acute{a}x} = -461,8 \text{ kNm} \quad (5.59)$$

5.7.1. Verificação do índice de esbeltez limite λ_1

- Direção x:

$$\alpha_{bx} = 0,6 + 0,4 \frac{-25,1}{27,6} = 0,23 \rightarrow \alpha_{bx} = 0,4 \quad (5.60)$$

$$e_{1x} = \frac{27,6}{3028} = 0,0091 \text{ m} \quad (5.61)$$

$$\lambda_{1x} = \frac{25+12,5 \frac{0,0091}{0,4}}{0,4} = 63,21 \quad (5.62)$$

$$\lambda_{1x} = \text{m\acute{a}x} (63,21; 35) \therefore \lambda_{1x} = 63,21 \quad (5.63)$$

Como $\lambda_x = 41,6 < \lambda_{1x}$ não é necessário considerar os efeitos de segunda ordem.

- Direção y:

$$\alpha_{by} = 0,6 + 0,4 \frac{434,4}{-461,8} = 0,22 \rightarrow \alpha_{by} = 0,4 \quad (5.64)$$

$$e_{1y} = \frac{461,8}{3028} = 0,1525 \text{ m} \quad (5.65)$$

$$\lambda_{1y} = \frac{25+12,5 \frac{0,1525}{0,6}}{0,4} = 70,44 \quad (5.66)$$

$$\lambda_{1y} = \text{m\acute{a}x} (70,44; 35) \therefore \lambda_{1y} = 70,44 \quad (5.67)$$

Como $\lambda_y = 28,2 < \lambda_{1y}$ não é necessário considerar os efeitos de segunda ordem.

Nas duas direções os valores têm-se que $\lambda \leq \lambda_1$, o que indica que os efeitos locais de segunda ordem poderiam ser desprezados. Entretanto, para verificar a segurança estrutural do pilar em estudo e estudar quais são os efeitos do desvio construtivo, os momentos de segunda ordem serão considerados nas duas direções.

5.7.2. Verificação pelo Método do Pilar Padrão com curvatura aproximada

- Direção x:

$$M_{d,tot} = 0,4 \times 27,6 + 3028 \frac{4,9^2}{10} 0,0125 = 101,9 \text{ kNm} \quad (5.68)$$

- Direção y:

$$M_{d,tot} = 0,4 \times 461,8 + 3028 \frac{4,9^2}{10} 0,00833 = 245,3 \text{ kNm} \quad (5.69)$$

Os resultados obtidos com o programa P-CALC para as duas direções são apresentados na Figura 5-30.

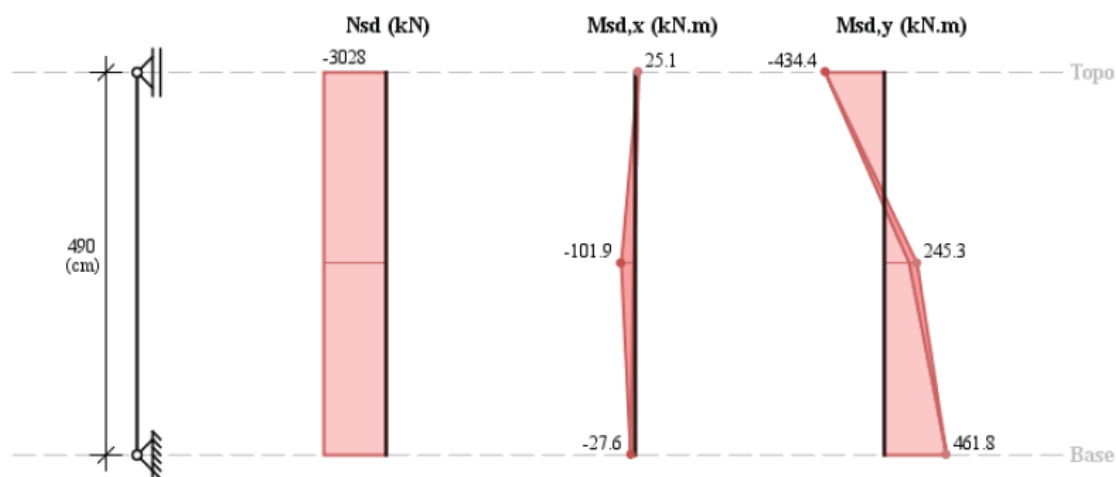


Figura 5-30 – Resultados obtidos no programa P-CALC para os momentos de engastamento no 1º caso pelo Método do PP com curvatura aproximada.

5.7.3. Verificação pelo Método do Pilar-Padrão com rigidez κ aproximada

- Direção x:

$$A = 5 \times 0,4 = 2,0 \quad (5.70)$$

$$B = 0,4^2 \times 3028 - \frac{3028 \cdot 4,9^2}{320} - 5 \times 0,4 \times 0,4 \times 27,6 = 235,2 \quad (5.71)$$

$$C = -3028 \times 0,4^2 \times 0,4 \times 27,6 = -5348,6 \quad (5.72)$$

$$2,0(M_{d,tot})^2 + 235,2(M_{d,tot}) - 5348,6 = 0 \quad (5.73)$$

O resultado positivo é:

$$M_{d,tot} = 19,5 \text{ kNm} \quad (5.74)$$

- Direção y:

$$A = 5 \times 0,6 = 3,0 \quad (5.75)$$

$$B = 0,6^2 \times 3028 - \frac{3028,4,9^2}{320} - 5 \times 0,6 \times 0,4 \times 461,8 = 308,7 \quad (5.70)$$

$$C = -3028 \times 0,6^2 \times 0,4 \times 461,8 = -201359,6 \quad (5.76)$$

$$3,0(M_{d,tot})^2 + 308,7(M_{d,tot}) - 201359,6 = 0 \quad (5.77)$$

O resultado positivo é:

$$M_{d,tot} = 212,7 \text{ kNm} \quad (5.78)$$

Os resultados obtidos com o programa P-CALC para as duas direções são apresentados na Figura 5-31.

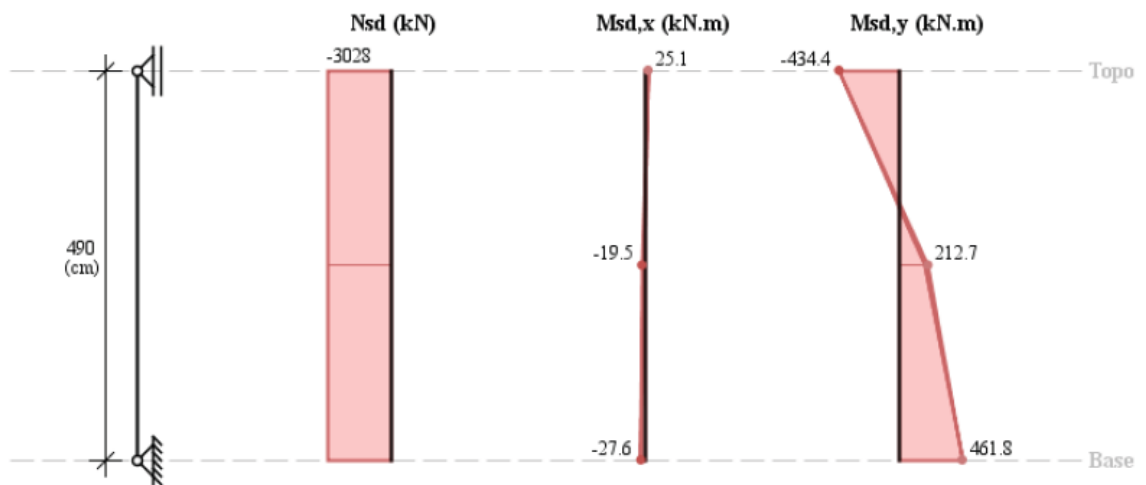


Figura 5-31 – Resultados obtidos no programa P-CALC para os momentos de engastamento 1º caso pelo Método do PP com rigidez κ aproximada.

5.7.4. Verificação pelo Método do Pilar-Padrão acoplado aos diagramas M, N e 1/r

Foram utilizadas as curvas momento-curvatura obtidas pelo MK-UFRJ já apresentados nas Figuras 5-14 e 5-15 para as direções x e y, respectivamente.

- Direção x:

$$M_{d,tot} = \frac{0,4 \times 27,6}{1 - \frac{42,4^2}{120 \frac{25,40}{0,442}}} = 14,7 \text{ kNm} \quad (5.79)$$

- Direção y:

$$M_{d,tot} = \frac{0,4 \times 461,8}{1 - \frac{28,2^2}{120 \frac{21,44}{0,442}}} = 213,9 \text{ kNm} \quad (5.80)$$

Os resultados obtidos com o programa P-CALC para as duas direções são apresentados na Figura 5-32.

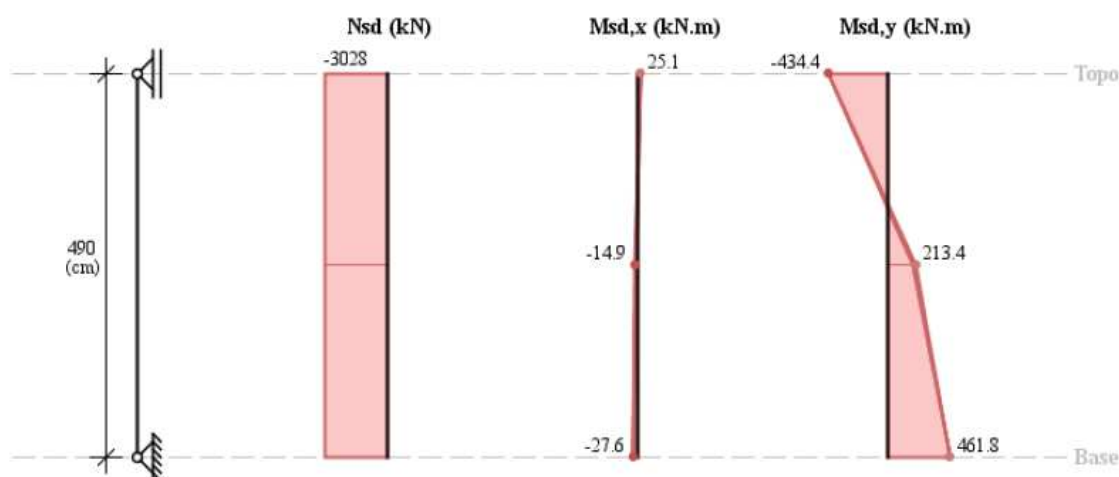


Figura 5-32 – Resultados obtidos no programa P-CALC para os momentos de engastamento no 1º caso pelo Método do PP acoplado aos diagramas M, N e 1/r.

5.7.5. Verificação pelo Método Geral

Para esta verificação foi utilizado também o procedimento apresentado no item 3.5.5 sistematizado através do Módulo II da planilha desenvolvida em MATHCAD.

As relações momento-curvatura utilizadas foram às obtidas pelo MK-UFRJ que já foram apresentadas nas Figuras 5-14 e 5-15 para as direções x e y, respectivamente.

- Direção x:

A Tabela 5-10 mostra os momentos e os deslocamentos do 1º caso, que geram os gráficos das Figuras 5-33 e 5-34.

Tabela 5-10 – Momentos e deslocamentos do 1º caso na direção x, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo II), Deslocamentos e Momentos (Figura 3-25).

Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)
25,1	0
23,4	0,0002103
18,7	0,0002915
13,5	0,0002707
7,8	0,0001785
1,7	0,00005026
-4,8	-0,00007393
-11,3	-0,0001815
-17,9	-0,0002306
-24,0	-0,0001823
-27,6	0

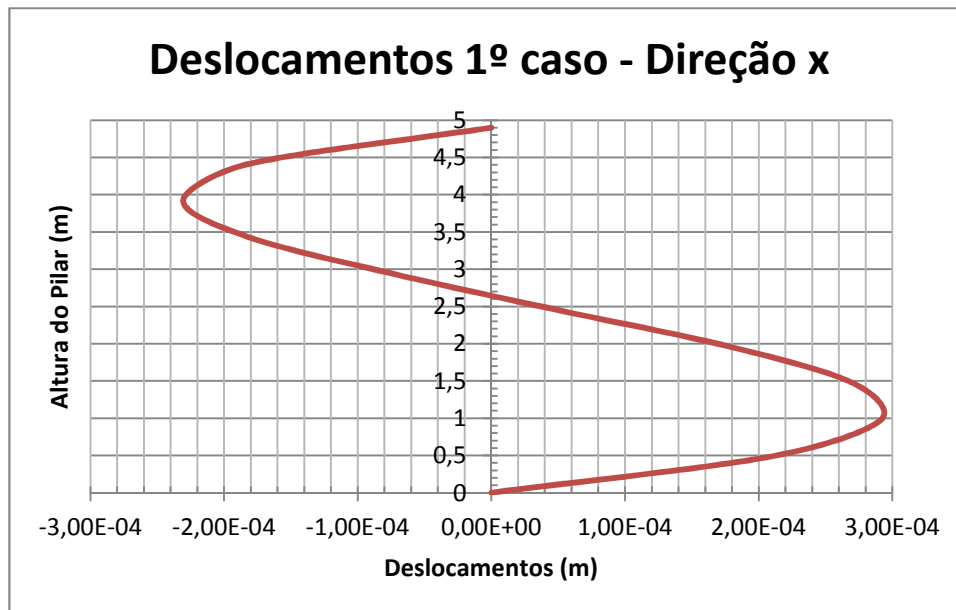


Figura 5-33 – Deslocamentos 1º caso, direção x.

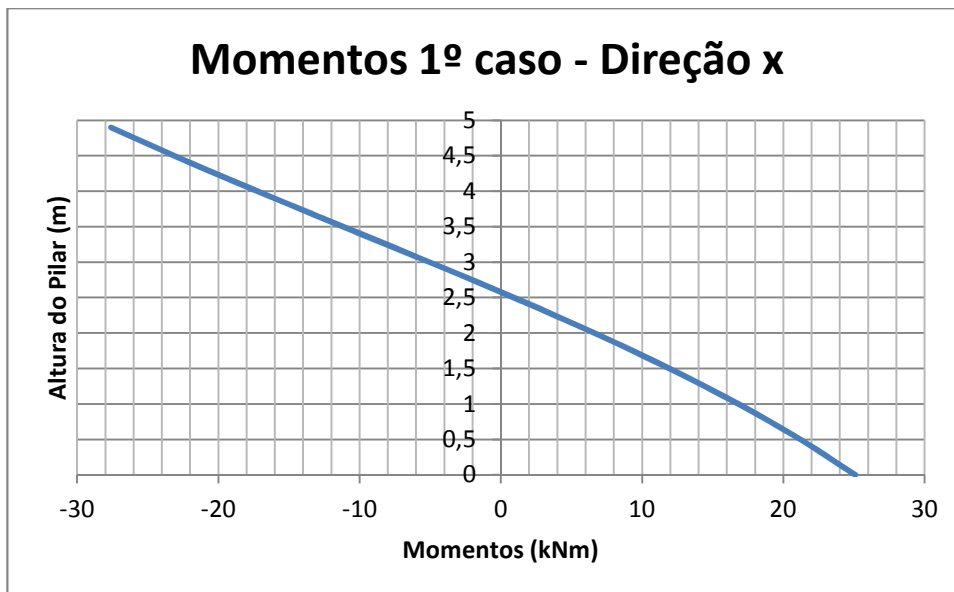


Figura 5-34 – Momentos 1º caso, direção x.

- Direção y:

A Tabela 5-11 mostra os momentos e os deslocamentos do 1º caso, que geram os gráficos das Figuras 5-35 e 5-36.

Tabela 5-11 – Momentos e deslocamentos do 1º caso na direção y, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo II), Deslocamentos e Momentos (Figura 3-25).

Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)
434,4	0
384,6	0,00155
287,5	0,001935
187,6	0,001516
86,0	0,0005703
-16,5	-0,0006136
-118,9	-0,001753
-220,3	-0,00256
-319,6	-0,002751
-416,0	-0,002036
-461,8	0

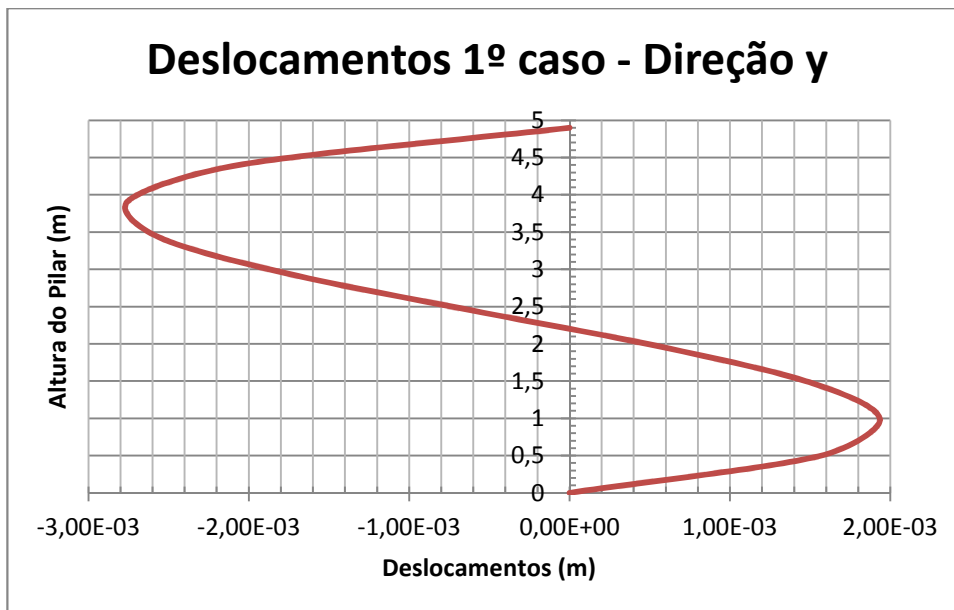


Figura 5-35 – Deslocamentos 1º caso, direção y.

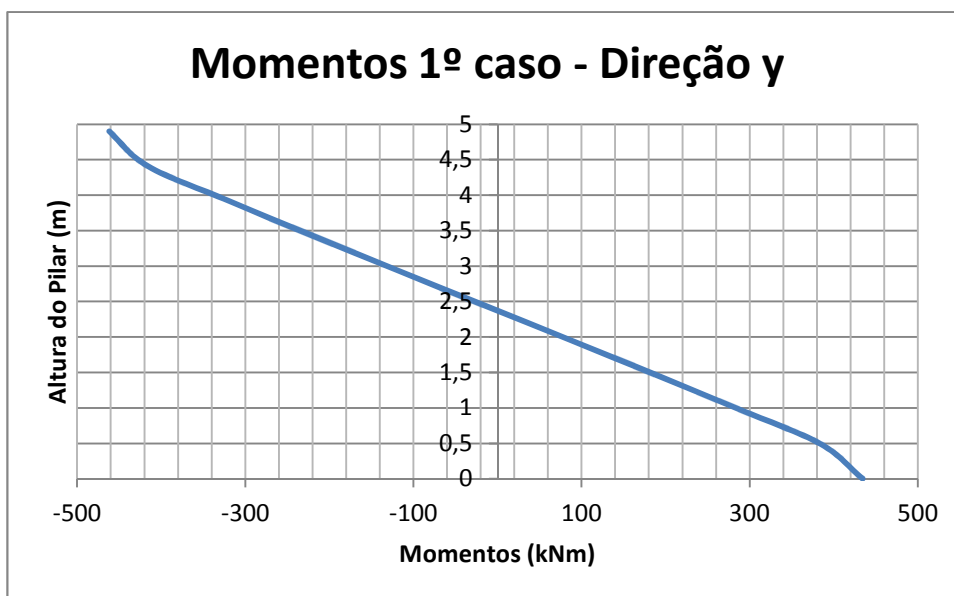


Figura 5-36 – Momentos 1º caso, direção y.

Tabela 5-12 – Resultados obtidos na verificação da seção para os quatro métodos com os momentos de engastamento do 1º Caso.

1º Caso		
Métodos	M_x (kNm)	M_y (kNm)
PP curvatura aproximada	101,9	245,3
PP rigidez aproximada	19,5	212,7
PP acoplado aos diagramas N, M e 1/r	14,7	213,9
Geral	Ver gráficos	

5.8. Verificação para os Momentos de Engastamento viga-pilar do 2º caso:

$$N_{sd} = -2994,7 \text{ kN} \quad (5.81)$$

$$M_{sd,xmax} = 27,6 \text{ kNm} \quad (5.82)$$

$$M_{sd,ymax} = -538,1 \text{ kNm} \quad (5.83)$$

Como o valor dos momentos na direção x não teve alteração só serão verificados as solicitações na direção y.

5.8.1. Verificação do índice de esbeltez limite λ_1

- Direção y:

$$\alpha_{by} = 0,6 + 0,4 \cdot \frac{468,2}{-538,1} = 0,25 \rightarrow \alpha_{bx} = 0,4 \quad (5.84)$$

$$e_{1y} = \frac{538,1}{2994,7} = 0,1796 \text{ m} \quad (5.85)$$

$$\lambda_{1y} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{0,1796}{0,6}}{0,4} = 71,85 \quad (5.86)$$

$$\lambda_{1y} = \text{máx} (71,85; 35) \therefore \lambda_{1y} = 71,85 \quad (5.87)$$

Como $\lambda_y = 28,2 < \lambda_{1y}$ não é necessário considerar os efeitos de segunda ordem.

O valor $\lambda_y \leq \lambda_{1y}$ que indica que os efeitos locais de segunda ordem poderiam ser desprezados. Entretanto, para verificar a segurança estrutural do pilar em análise e estudar quais os efeitos do desvio construtivo, os momentos de segunda ordem serão considerados na direção y.

5.8.2. Verificação pelo Método do Pilar Padrão com curvatura aproximada

- Direção y:

$$M_{d,tot} = 0,4 \times 538,1 + 2994,7 \frac{4,9^2}{10} 0,00833 = 275,1 \text{ kNm} \quad (5.88)$$

Os resultados obtidos com o programa P-CALC para as duas direções são apresentados na Figura 5-37.

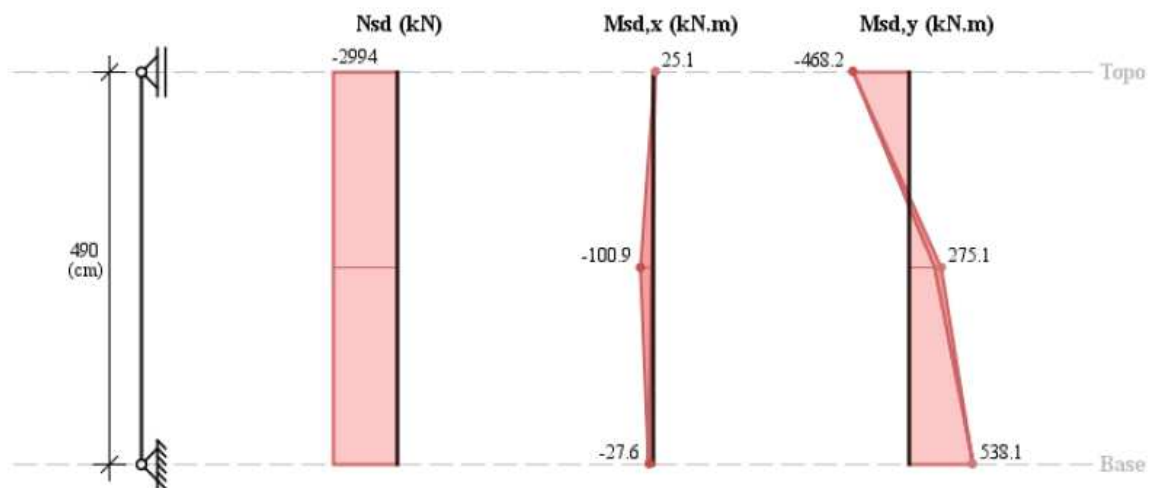


Figura 5-37 – Resultados obtidos no programa P-CALC para o momento de engastamento no 2º caso pelo Método do PP com curvatura aproximada.

5.8.3. Verificação pelo Método do Pilar-Padrão com rigidez κ aproximada

- Direção y:

$$A = 5 \times 0,6 = 3,0 \quad (5.89)$$

$$B = 0,6^2 \times 2994,7 - \frac{2994,7 \cdot 4,9^2}{320} - 5 \times 0,6 \times 0,4 \times 538,1 = 207,6 \quad (5.90)$$

$$C = -2994,7 \times 0,6^2 \times 0,4 \times 538,1 = -232048,5 \quad (5.91)$$

$$3,0(M_{d,tot})^2 + 207,6(M_{d,tot}) - 232048,5 = 0 \quad (5.92)$$

O resultado positivo é:

$$M_{d,tot} = 245,6 \text{ kNm} \quad (5.93)$$

Os resultados obtidos com o programa P-CALC para as duas direções são apresentados na Figura 5-38.

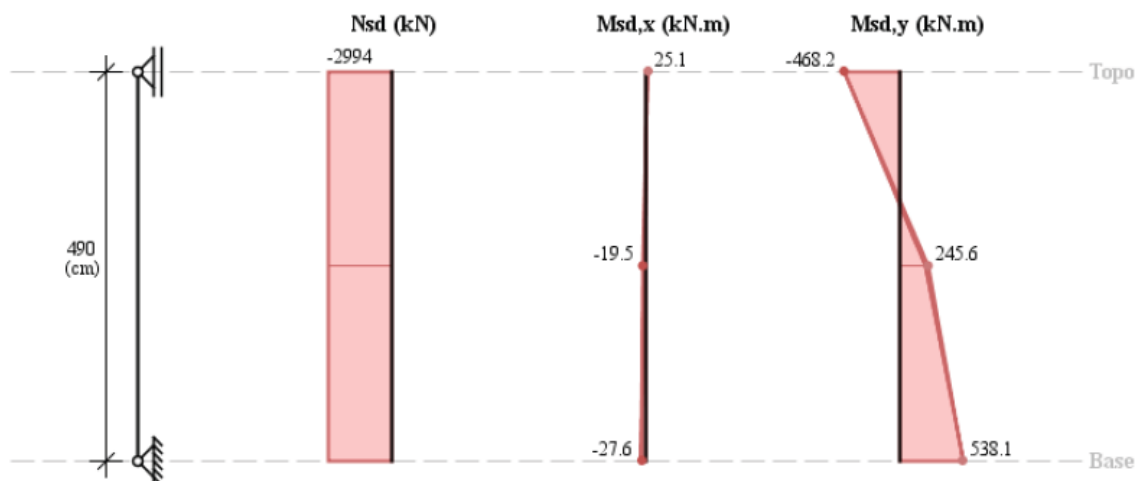


Figura 5-38 – Resultados obtidos no programa P-CALC para o momento de engastamento no 2º caso pelo Método do PP com rigidez κ aproximada.

5.8.4. Verificação pelo Método do Pilar-Padrão acoplado aos diagramas M, N e 1/r

A primeira etapa da verificação consiste em avaliar os momentos resistentes na direção y. Com auxílio do programa OBLIQUA 1.0 obtém-se o diagrama de iteração da Figura 5-39.

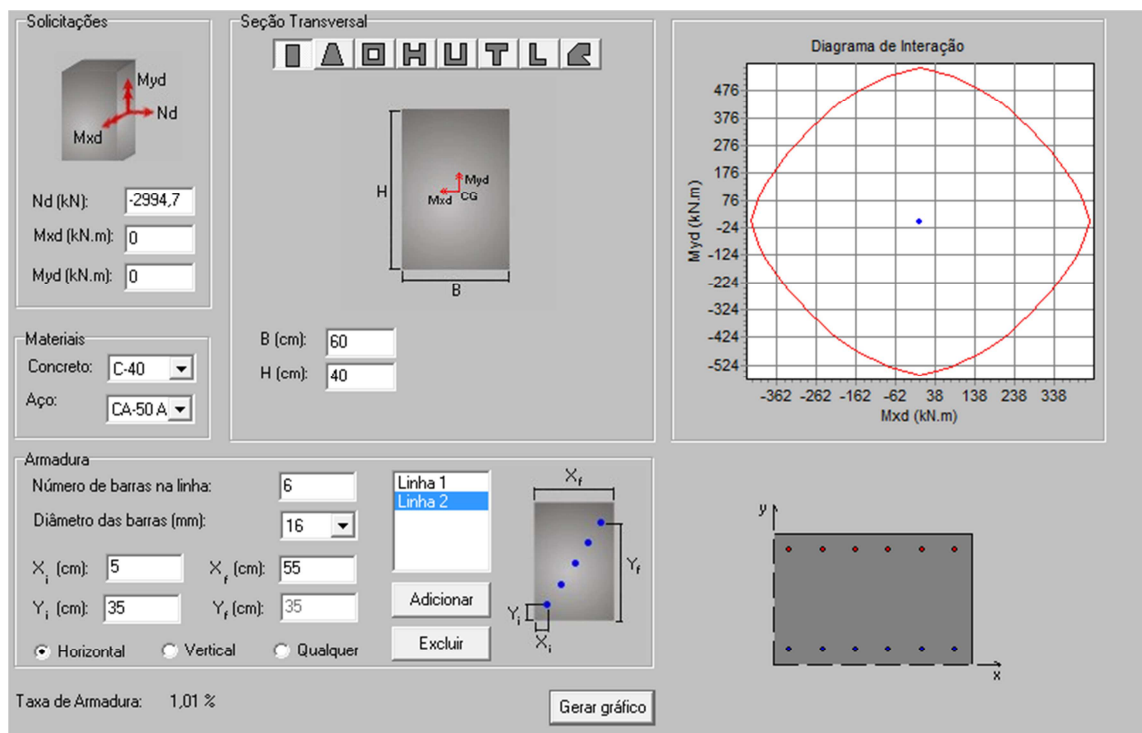


Figura 5-39 – Diagrama de iteração para o 2º caso.

Com o diagrama de iteração obtido é possível definir o momento resistente na direção y para $N_d = -2994,7 \text{ kN}$, que é:

$$M_{Rd,y} = 556 \text{ kNm} \quad (5.94)$$

Para obtenção dos pontos da curva momento curvatura, foram utilizados os mesmo parâmetros calculados no item 5.6.6, variando somente a força normal de compressão para o valor do 2º caso:

$$N_{sd} = \frac{2994,7}{1,1} = 2722,4 \text{ kN} \quad (5.95)$$

A Figura 5-40 apresenta a relação momento-curvatura obtida para o 2º caso, a direção y.

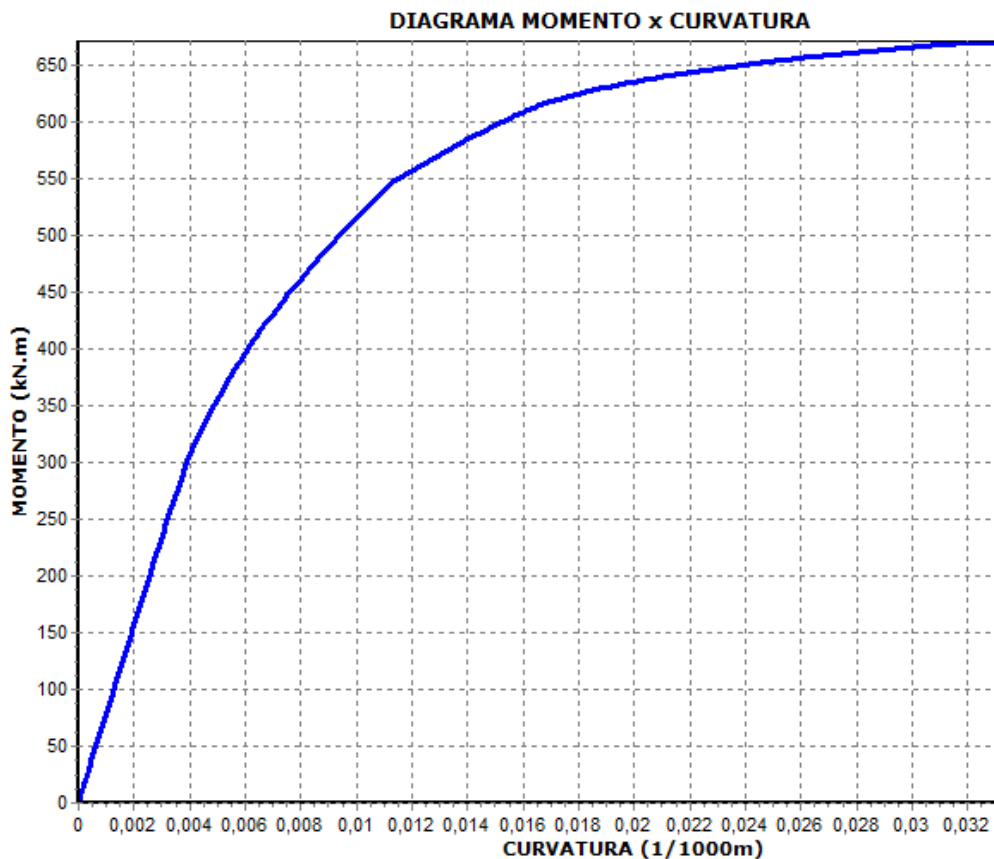


Figura 5-40 – Diagrama momento-curvatura na direção y, para o 2º caso $N_{sd} = -2722,4 \text{ kN}$ e armadura de 12 barras de 16 mm (6 camada de $4,0 \text{ cm}^2$).

Para:

$$M_{Rd,y} = \frac{556}{1,1} = 505,4 \text{ kNm} \quad (5.96)$$

Por interpolação no diagrama tem-se:

$$\frac{1}{r} = 0,009607 \text{ m}^{-1} \quad (5.97)$$

Rigidez secante e k

$$(EI)_{sec} = \frac{505,4}{0,009607} = 52613,1 \text{ kNm}^2 \quad (5.98)$$

$$k = \frac{52613,1}{0,4 \times 0,6^3 \frac{40000}{1,4}} = 21,31 \quad (5.99)$$

$$v = \frac{2994,7}{(0,4 \times 0,6) \frac{40000}{1,4}} = 0,436 \quad (5.100)$$

- Direção y:

$$M_{d,tot} = \frac{0,4 \times 538,1}{1 - \frac{28,2^2}{120 \frac{21,31}{0,436}}} = 249,0 \text{ kNm} \quad (5.101)$$

Os resultados obtidos com o programa P-CALC para as duas direções são apresentados na Figura 5-41.

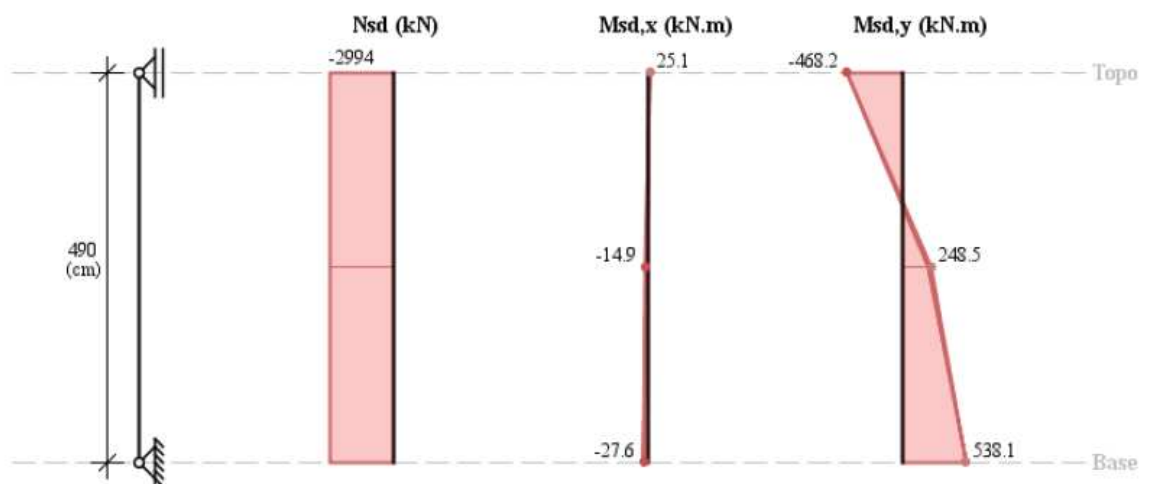


Figura 5-41 – Resultados obtidos no programa P-CALC para o momento de engastamento 2º caso pelo Método do PP acoplado aos diagramas M, N e 1/r.

5.8.5. Verificação pelo Método Geral

Para esta verificação foi utilizado também o procedimento apresentado no item 3.55 sistematizado através do Módulo II da planilha desenvolvida em MATHCAD.

- Direção y:

A Tabela 5-13 mostra os momentos e os deslocamentos do 2º caso, que geram os gráficos das Figuras 5-42 e 5-43.

Tabela 5-13 – Momentos e deslocamentos do 2º caso na direção y, obtidos pelo Método Geral, extraídos da planilha desenvolvida em MATHCAD (Módulo II), Deslocamentos e Momentos (Figura 3-25).

Momentos (kNm)	Deslocamentos (m)
468,2	0
417,4	0,003411
308,8	0,003551
193,8	0,00181
75,0	-0,001
-45,3	-0,004221
-165,1	-0,007194
-282,1	-0,009251
-394,1	-0,009671
-496,9	-0,007157
-531,8	0

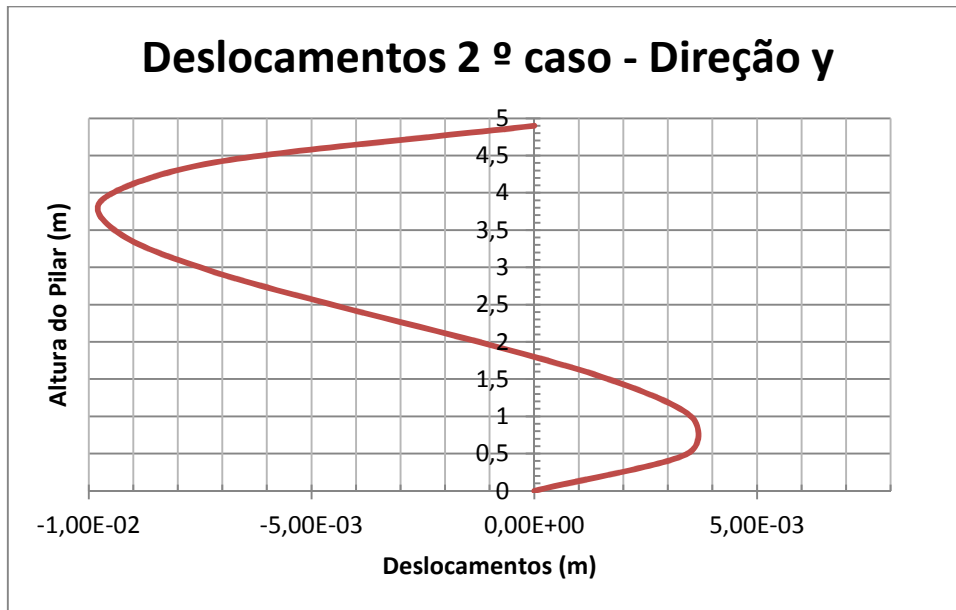


Figura 5-42 – Deslocamentos 2º caso, direção y.

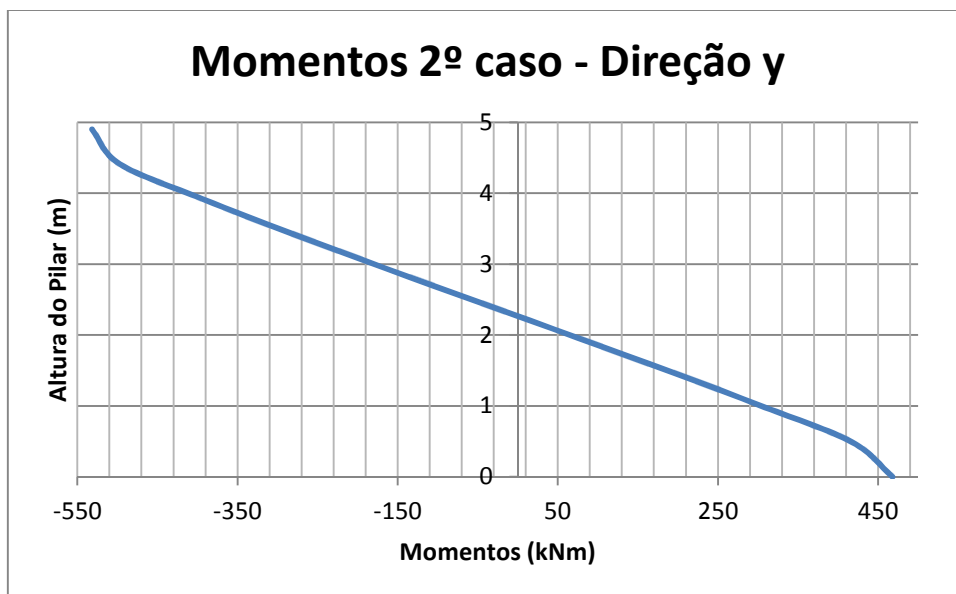


Figura 5-43 – Momentos 2º caso, direção y.

Tabela 5-14 – Resultados obtidos na verificação da seção para os quatro métodos com os momentos de engastamento do 2º Caso.

2º Caso	
Métodos	M _y (kNm)
PP curvatura aproximada	275,1
PP rigidez aproximada	245,6
PP acoplado aos diagramas N, M e 1/r	249,2
Geral	Ver gráficos

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

6.1. Considerações finais

Com base nos resultados apresentados no Capítulo 5, pode-se tecer alguns comentários com relação aos resultados obtidos da análise do pilar P7, no qual foi constatado o desvio construtivo.

Com relação à análise estrutural conclui-se que o desvio construtivo do pilar P7 gerou uma redução em torno de 1,1% na força normal, devido à perda de rigidez a que o pilar foi submetido, e um acréscimo do momento fletor na direção y, onde foi constatado o desvio, de 16,6% na base e 7,8% no topo. Já o momento fletor na direção x não teve variação, como previsto.

Tabela 6-1 – Resultados obtidos nos modelos da edificação em estudo.

		1º Caso	2º Caso
		Pilar sem desvio	Pilar com desvio
N_d (kN)		-3027,6	-2994,7
Msd,x (kNm)	Topo	-25,1	-25,1
	Base	27,6	27,9
Msd,y (kNm)	Topo	434,4	468,2
	Base	-461,8	-538,1

Conclui-se que o desvio construtivo provocou alterações no comportamento estrutural da edificação e, portanto, fez-se necessária a verificação desse novo comportamento buscando garantir a segurança do edifício.

Em uma primeira análise foi realizada a verificação dos efeitos locais de segunda ordem no pilar P7 para os momentos mínimos de primeira ordem previstos na NBR 6118 (2014). Observa-se nas duas primeiras colunas da Tabela 6.2 que entre o primeiro (PP com curvatura aproximada) e o último (Geral) existe uma redução de 40,6 % para o momento em x e 28,0 % para o momento em y.

Tabela 6-2 – Resultados obtidos na verificação da seção para os quatro métodos com momentos mínimos.

Métodos	M _x (kNm)	M _y (kNm)
PP curvatura aproximada	172,6	160,5
PP rigidez aproximada	119,2	118,5
PP acoplado aos diagramas N, M e 1/r	108,9	115,7
Geral	102,5	115,5

A segunda análise (caso “b”) considera as mesmas características do pilar P7 variando apenas a armadura para 12 barras de 20 mm. Observa-se nas duas últimas colunas da Tabela 5.7 que houve uma variação nos momentos finais nas duas direções.

O acréscimo de armadura no pilar P7, analisado no caso “b”, provoca um aumento de rigidez, principalmente na direção y, por se tratar da direção em que está distribuída a maior parte da armadura. Em uma seção mais rígida os efeitos locais de segunda ordem são menos expressivos nos efeitos finais. Na Tabela 6-3 estão apresentados somente os momentos locais de segunda ordem.

Tabela 6-3 – Verificação da seção para dois métodos de análise com momentos mínimos comparados ao caso “b”, considerando-se somente os efeitos locais de segunda ordem.

Métodos	Momentos de 2ª Ordem					
	Momentos Mínimos		Caso “b”		Diferença (%)	
	M _x (kNm)	M _y (kNm)	M _x (kNm)	M _y (kNm)	M _x (kNm)	M _y (kNm)
PP acoplado aos diagramas N, M e 1/r	27,2	15,8	22,8	12,6	-16,2%	-20,3%
Geral	20,8	15,6	17,1	10,2	-17,8%	-34,6%

Observa-se que realmente em uma seção mais rígida os momentos locais de segunda ordem são menores, apresentando uma redução máxima de 34,6% na direção y, quando calculado pelo Método Geral e 20,3% pelo Método do Pilar Padrão acoplado aos diagramas N, M e 1/r. O aumento de rigidez também provoca redução nos deslocamentos, principalmente na direção y conforme Figura 6-1 e Tabela 6-4.

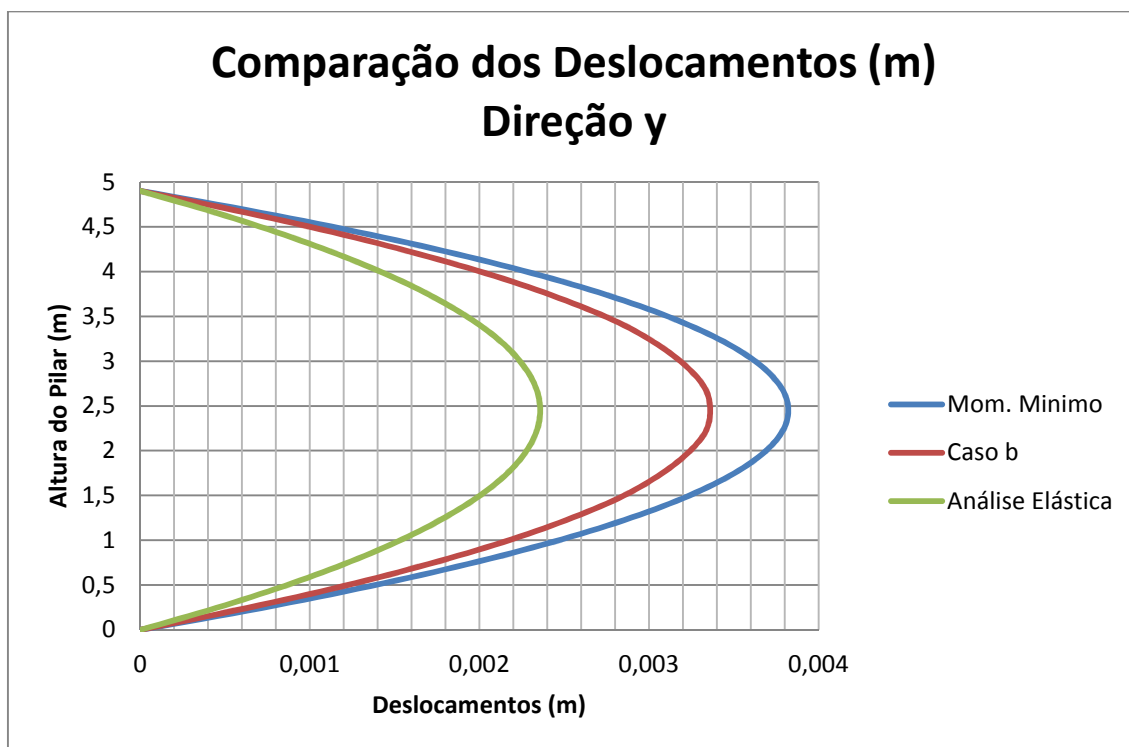


Figura 6-1 – Comparação dos deslocamentos da direção y.

Tabela 6-4 – Valores dos máximos deslocamentos obtidos pelo Método Geral, gráfico da Figura 5-25.

Alt. Pilar (m)	Deslocamento (m)		
	A. Elástica	Mom. Mínimo	Caso "b"
2,45	0,002358	0,003821	0,003360

Em uma situação de projeto se fosse analisado o aumento da taxa de armadura do pilar de 24 cm² (12 barras de 16 mm) para 37,7 cm² (12 barras de 20 mm, caso “b”), buscando-se a redução dos efeitos de segunda ordem e essa análise fosse realizada pelo Método do Pilar Padrão acoplado aos digramas N, M e 1/r, a conclusão seria que haveria uma redução de 20,3% nesses efeitos. Entretanto, se a mesma análise fosse realizada pelo Método Geral a redução seria de 34,6%. Assim, pode-se concluir que a aplicação do Método Geral deve ser priorizada, pois conduz a resultados mais precisos, podendo conduzir a soluções mais econômicas.

Outra situação analisada foi a consideração dos efeitos de segunda ordem somados aos momentos de primeira ordem do engastamento viga-pilar obtidos no

modelo estrutural feitos no programa SAP 2000 (CSI, 2000). Foram obtidos os resultados de momentos fletores e deslocamentos nas direções x e y para o 1º caso, sem a consideração do desvio construtivo, e na direção y com a consideração do desvio, 2º caso.

Os gráficos das Figuras 6-2 e 6-3 comparam os deslocamentos e momentos da direção y dos 1º e 2º casos obtidos pelo Método Geral. Esses gráficos foram gerados a partir dos dados das Tabelas 6-5 e 6-6, respectivamente.

Tabela 6-5 – Comparação dos deslocamentos ao longo da altura do pilar obtidos com o Método Geral.

Comparação dos Deslocamentos (m)			
Alt. Pilar (m)	1º Caso	2º Caso	Variação (%)
0,00	0,000000	0,000000	0,0%
0,49	0,001550	0,003411	120,1%
0,98	0,001935	0,003551	83,5%
1,47	0,001516	0,001810	19,4%
1,96	0,000570	-0,001000	75,3%
2,45	-0,000614	-0,004221	587,9%
2,94	-0,001753	-0,007194	310,4%
3,43	-0,002560	-0,009251	261,4%
3,92	-0,002751	-0,009671	251,5%
4,41	-0,002036	-0,007157	251,5%
4,90	0,000000	0,000000	0,0%

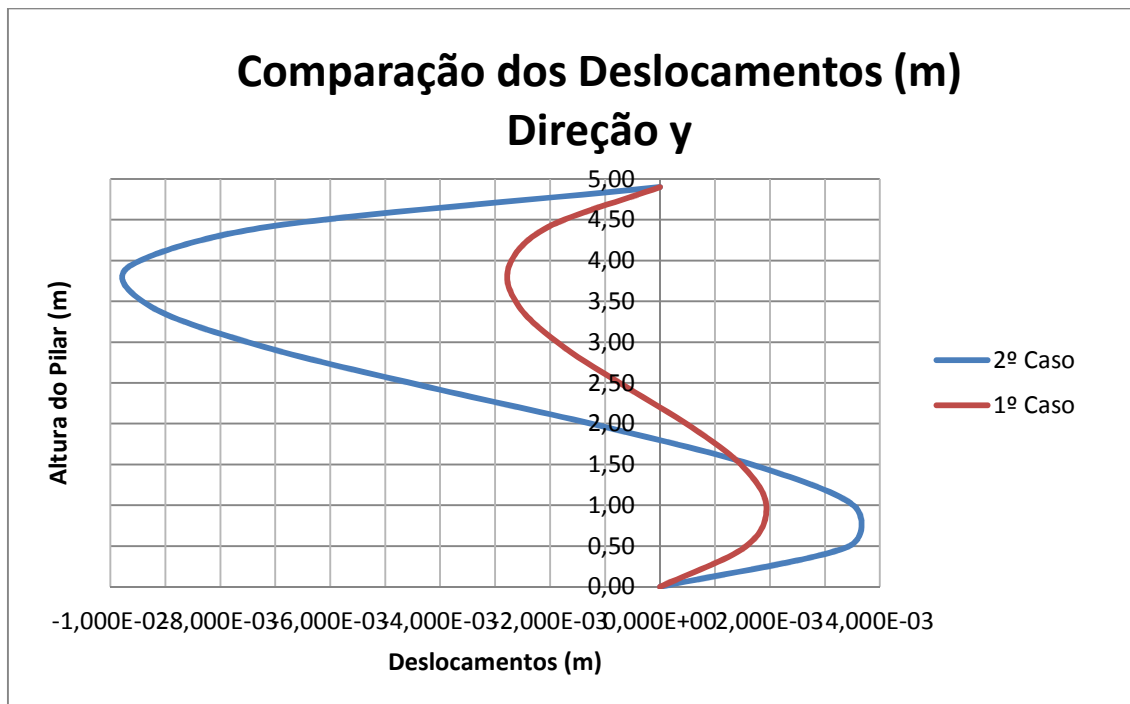


Figura 6-2 – Comparação dos deslocamentos, direção y.

Com relação aos deslocamentos o desvio construtivo levou a um acréscimo máximo de 587,9% nos deslocamentos finais do pilar P7 a meia altura do pilar ($h = 2,45\text{ m}$).

Tabela 6-6 – Comparação dos momentos ao longo da altura do pilar obtidos pelo Método Geral.

Comparação dos Momentos (m)			
Alt. Pilar (m)	1º Caso	2º Caso	Variação (%)
0,00	434,40	468,20	7,78%
0,49	384,61	417,40	8,52%
0,98	287,48	308,81	7,42%
1,47	187,64	193,78	3,28%
1,96	85,99	75,04	-12,74%
2,45	-16,50	-45,30	174,52%
2,94	-118,90	-165,07	38,83%
3,43	-220,25	-282,09	28,08%
3,92	-319,60	-394,08	23,30%
4,41	-415,97	-496,93	19,46%
4,90	-461,80	-531,80	15,16%

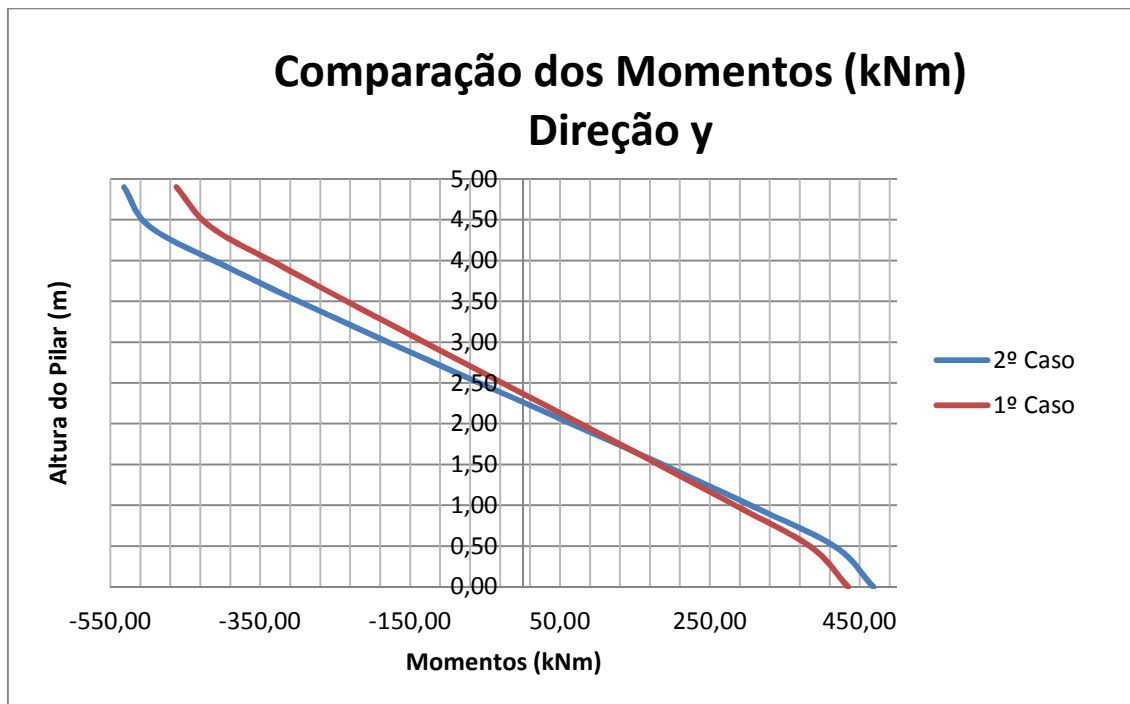


Figura 6-3 – Comparação dos momentos, direção y.

Com relação aos momentos o desvio construtivo levou a um acréscimo máximo de 63,57% no valor do momento também a meia altura do pilar ($h = 2,45\text{ m}$).

A partir da análise da Tabela 6-6 e do gráfico da Figura 6-3 conclui-se que o desvio construtivo não gerou momentos locais de segunda ordem críticos ao longo da altura do pilar. Entretanto analisando a Tabela 6-5 e o gráfico da Figura 6-2 nota-se que houve um importante aumento nos valores de deslocamentos.

Com base nas análises dos 1º e 2º casos conclui-se que o valor crítico de momento ocorre na base da seção do pilar P7, onde houve o desvio construtivo. Portanto é necessária a verificação dessa seção para garantir a segurança estrutural da edificação.

Antes da verificação final da seção do pilar P7 foi realizada uma última análise. Foram verificados pelo Método Geral qual seriam os momentos e deslocamentos finais no pilar P7 para o 1º e 2º casos se o projeto de armadura do pilar tivesse sido com 12 barras de 20 mm (caso “b”) ao invés de 12 barras de 16mm (Capítulo 5, item 5.5.2).

Os resultados estão apresentados nos gráficos das Figuras 6-4 e 6-5 e nas Tabelas 6-7 e 6-8, respectivamente.

Tabela 6-7 – Comparação final dos deslocamentos ao longo da altura do pilar obtidos pelo Método Geral.

Comparação dos Deslocamentos (m)						
Alt. Pilar (m)	1º Caso	1º 20mm	(%)	2º Caso	2º 20mm	(%)
0,00	0,000000	0,000000	0	0,000000	0,000000	0
0,49	0,001550	0,001358	-12,4%	0,003411	0,001298	-61,95%
0,98	0,001935	0,001708	-11,7%	0,003551	0,001490	-58,04%
1,47	0,001516	0,001344	-11,3%	0,001810	0,000933	-48,47%
1,96	0,000570	0,000514	-9,9%	-0,001000	-0,000095	-90,49%
2,45	-0,000614	-0,000529	-13,8%	-0,004221	-0,001309	-68,99%
2,94	-0,001753	-0,001532	-12,6%	-0,007194	-0,002427	-66,26%
3,43	-0,002560	-0,002241	-12,5%	-0,009251	-0,003165	-65,79%
3,92	-0,002751	-0,002404	-12,6%	-0,009671	-0,003243	-66,47%
4,41	-0,002036	-0,001766	-13,3%	-0,007157	-0,002344	-67,25%
4,90	0,000000	0,000000	0	0,000000	0,000000	0

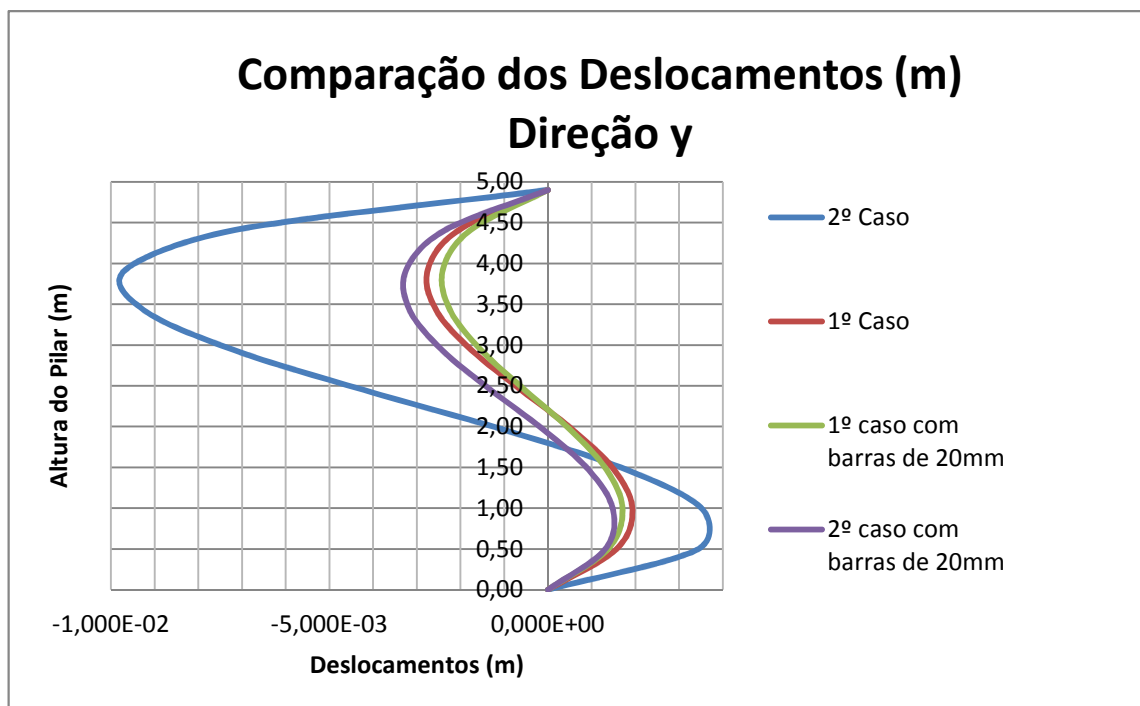


Figura 6-4 – Comparação final dos deslocamentos, direção y.

Na análise dos deslocamentos nota-se que para o caso do pilar P7 sem desvio construtivo (1º caso) foi pequena a redução quando comparada ao caso com barras de 20 mm. Entretanto, considerando-se o desvio construtivo constatado (2º caso) os

deslocamentos teriam sido bem menores se o pilar P7 tivesse sido dimensionado com barras de 20 mm.

Tabela 6-8 – Comparação final dos momentos ao longo da altura do pilar obtidos pelo Método Geral.

Comparação dos Momentos (m)						
Alt. Pilar (m)	1º Caso	1º 20mm	(%)	2º Caso	2º 20mm	(%)
0,00	434,40	434,40	0,0%	468,20	468,20	0,0%
0,49	384,61	383,92	0,2%	417,40	409,45	1,9%
0,98	287,48	286,63	0,3%	308,81	300,21	2,8%
1,47	187,64	186,93	0,4%	193,78	188,47	2,7%
1,96	85,99	85,65	0,4%	75,04	75,16	-0,2%
2,45	-16,50	-16,38	0,7%	-45,30	-38,82	14,3%
2,94	-118,90	-118,33	0,5%	-165,07	-152,52	7,6%
3,43	-220,25	-219,33	0,4%	-282,09	-265,00	6,1%
3,92	-319,60	-318,55	0,3%	-394,08	-375,36	4,8%
4,41	-415,97	-415,13	0,2%	-496,93	-482,53	2,9%
4,90	-461,80	-461,80	0,0%	-531,80	-531,80	0,0%

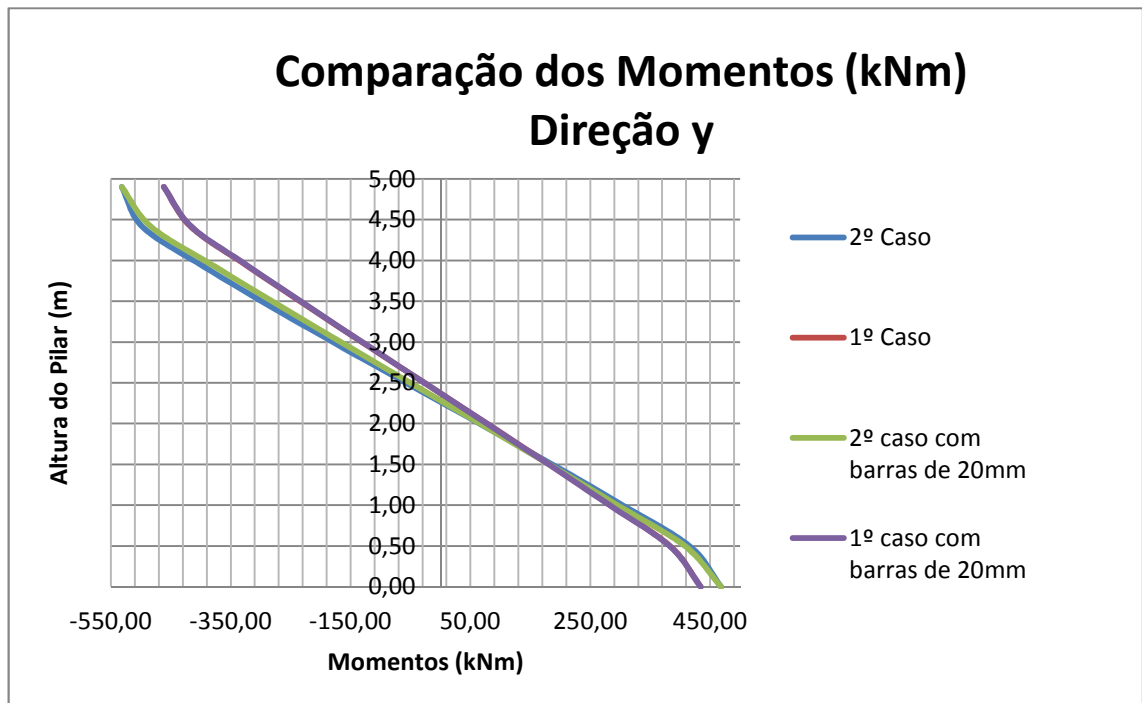


Figura 6-5 – Comparação final dos momentos, direção y.

Para os momentos nota-se que para os dois casos do pilar foi pequena a redução quando a armadura é aumentada para barras de 20 mm. Houve apenas reduções significativas no meio da altura do pilar.

Conforme mencionado, a NBR 6118 (2014) estabelece que as condições analíticas de segurança são verificadas quando as resistências de cálculo são menores que as solicitações de cálculo. As solicitações finais mais críticas são os momentos máximos solicitantes do 2º caso na base do pilar P7 com a armadura de 12 barras de 16 mm:

$$N_{sd} = -2994,7 \text{ kN} \quad (6.1)$$

$$M_{sd,xm\acute{a}x} = 27,6 \text{ kNm} \quad (6.2)$$

$$M_{sd,ym\acute{a}x} = -538,1 \text{ kNm} \quad (6.3)$$

Portanto, a verificação estrutural de segurança da edificação é ser realizada com esses valores. Essa verificação foi realizada utilizando-se o Módulo IV do pacote FCOTools desenvolvido por AVELINO (2012). A Figura 6-6 mostra o resultado obtido da verificação da seção e a planilha completa encontra-se no Anexo A.

Resultados:

Resultados - Verificação

- Fator Global de Segurança: $\lambda = 1.015$

- Esforços obtidos:

- Solicitantes:

$$M_{xSd} = 27.6 \quad (\text{kNm})$$

$$M_{ySd} = 538 \quad (\text{kNm})$$

$$N_{Sd} = -2.994 \times 10^3 \quad (\text{kN})$$

- Resistentes:

$$M_{xRd} = 28.007 \quad (\text{kNm})$$

$$M_{yRd} = 545.941 \quad (\text{kNm})$$

$$N_{Rd} = -3.038 \times 10^3 \quad (\text{kN})$$

- Detalhes do processo:

- Valores finais:

- Inclinação da Linha Neutra: $\alpha = 82.783$ (graus)

- Domínio do ELU: DELU = "Domínios 3 e 4 - Flexão simples / composta"

- Parâmetro de deformação correspondente: $D = -11.032$

- Deformação na fibra superior: $\epsilon_s = 1.935$ (por mil)

- Deformação na fibra inferior: $\epsilon_i = -3.5$ (por mil)

Figura 6-6 – Verificação à flexão oblíqua do pilar com os máximos momentos .

6.2. Conclusões

Como conclusão final do trabalho, com base nos resultados obtidos da verificação à flexão oblíqua do pilar, a segurança estrutural da edificação, com relação aos efeitos locais no pilar, não foi comprometida pelo desvio construtivo constatado.

Os métodos aproximados aplicados ao estudo de caso levaram a soluções conservadoras, no que se refere à segurança. Entretanto pode ser visto no trabalho de REGALLA (2015), em que foi feito um estudo paramétrico comparando os métodos de análise dos efeitos locais de segunda ordem previstos na NBR 6118 (2014), observa-se que dependendo do índice de esbeltez do pilar os métodos aproximados podem conduzir a soluções não seguras.

Portanto, com o aumento da disponibilidade de recursos computacionais, não existe atualmente nenhuma restrição a que se aplique correntemente o Método Geral ao dimensionamento de todos os pilares de uma edificação.

Fica sugestão para futuros trabalhos realizar a análise comparativa com métodos de análise de efeitos locais de segunda ordem em outras edificações reais. E também a verificação de outros pilares variando o índice de esbeltez, taxa de armadura e coeficiente de fluência.

Outra sugestão é a análise não linear dos efeitos locais de segunda ordem em pilares submetidos a flexão composta oblíqua considerando as duas direções acopladas.

E ainda a sistematização do Método Geral com a utilização do Método dos Elementos Finitos utilizando a matriz de rigidez de vigas.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), **NBR 6118**, *Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6120**: *Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*. Rio de Janeiro. 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 7480**: *Barras e fios de aço para armadura de concreto*. Rio de Janeiro. 1996.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8522**: *Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação – Método de ensaio*. Rio de Janeiro. 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8681**: *Ações e segurança nas estruturas - Procedimento*. Rio de Janeiro. 2003.

AVELINO, V. S. L, *Flexão Composta Obliqua: Superfície de Resistência, Curvas de Iteração, Verificação e Dimensionamento de Seção Qualquer*. Trabalho Final de Graduação, DME/POLI/FRJ, Rio de Janeiro, 2012.

CARDOSO, S. D. Jr.; KIMURA, A. E. *Sistema computacional para análise não linear de pilares de concreto armado*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CONCRETO, 55, 2013, Gramado, RS.

CARVALHO, Roberto Chust; PINHEIRO, Libânio Miranda. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado*. Volume 2. São Paulo. Pini, 2009.

CASTRO, F. M. O, *Análise plástica de pórticos de concreto armado submetidos a ações sísmicas segundo critérios de ductilidade*. Trabalho Final de Graduação, DME/POLI/FRJ, Rio de Janeiro, 2008

CERUTTI, R. M. B, *Uma análise do comportamento do concreto de alta resistência na flexão composta com base na NBR 6118:2014*. Trabalho Final de Graduação, DES/POLI/UFRJ, Rio de Janeiro, 2014.

CSI COMPUTERS & STRUCTURES, INC., *SAP2000*, Integrated Software for Structural Analysis & Design, Version 14. CSI Inc, Berkeley, California, USA, 2010.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, *EN 1998-1:2010 – Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings*, London, BSI, 1998.

FRANÇA, R. L. S., *Relações momento-curvatura em peças de concreto-armado submetidas à flexão oblíqua composta*, Dissertação de Mestrado, São Paulo, 1984.

FRANÇA, R. L. S., *Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto-armado*. Tese de Doutorado, São Paulo, 1991.

KIMURA, A. E., *EE05 – Pilares*, Notas de aula do curso de pós-graduação da Faculdade de Engenharia de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2010.

LONGO, H. I. *Carregamentos Atuantes em Estruturas de Edificações*. Apostila, Escola Politécnica da UFRJ, 2008.

MATHCAD, version 14.0.0.163, Parametric Technology Corporation, 140 Kendrick Street, Needham, MA 02494 USA.

MONTOYA, P. J. , *Hormigón Armado: abacos para el cálculo de secciones em el estado último de agotamiento*. Barcelona. 1979.

OBLÍQUA, versão 1.0, ZANDONÁ, C. A. W., DE OLIVEIRA, M. F. F., MARINO, , M. A., Universidade Federal do Paraná, Brasil, Março, 2001.

PFEIL, W. – *Dimensionamento do concreto armado à flexão composta*. Rio de Janeiro. 1976.

REGALLA, D. A. P, *Análise comparativa entre os diversos métodos de consideração dos efeitos locais de segunda ordem*. Trabalho Final de Graduação, DES/POLI/FRJ, Rio de Janeiro, 2015.

RIBEIRO, K. *Diagramas para verificação de pilares retangulares em concreto armado submetidos à flexão composta normal*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2011.

SANTOS, S. H. C. *Concreto Armado I – Apostila*. Rio de Janeiro. 2014.

SANTOS, S. H. C. *Concreto Armado III – Apostila*. Rio de Janeiro. 2014.

SCADELAI, M. A., *Dimensionamento de pilares de acordo com a NBR 6118:2003*.
Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São
Paulo, 2004.

8. ANEXO A – VERIFICAÇÃO A FLEXÃO OBLÍQUA COM FCOTolls



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Escola Politécnica
Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas

Projeto de Graduação:
Flexão Composta Oblíqua em Seção Qualquer (Estado Limite Último)

Aluno: Vinício da Silva Lopes Avelino

Orientador: Professora Cláudia Ribeiro Éboli

Módulo Verificação:

Esta rotina apresenta uma ferramenta de verificação para o problema de Flexão composta oblíqua.

Observações:

1. Para um melhor funcionamento da rotina, desabilitar o cálculo automático: **(Tools > Calculate > Automatic Calculation)**
Após a inserção dos dados de entrada, **Ctrl+F9** para a geração dos resultados, a operação pode levar alguns segundos, dependendo das configurações da seção analisada.
2. Para o correto funcionamento da seleção do tipo de seção, alguns scripts precisam ser habilitados: **(Botão direito do mouse sobre o botão > Enable Evaluation)**
3. Para o correto funcionamento da rotina, as comparações das funções booleanas não podem ser avaliadas de maneira exata (devido aos pequenos erros dos métodos numéricos), para desabilitar a avaliação exata: **(Tools > Worksheet Options > Calculation > Use exact equality for comparisons and truncation)**

Materiais:

Materials

- Concreto:

- Resistência à compressão característica: $f_{ck} := 40 \times 10^3$ (kPa)

- Coeficiente de ponderação da resistência: $\gamma_c := 1.4$

- Coeficiente de Rüsçh: $\eta := 0.85$

- Aço (CA):

- Resistência característica: $f_{yk} := 500 \times 10^3$ (kPa)

- Coeficiente de ponderação da resistência: $\gamma_s := 1.15$

- Módulo de Elasticidade: $E_s := 210 \times 10^6$ (kPa)

Materials

ORIGIN := 1

Seção:

Escolha o tipo de seção desejada:

Seção:

Escolha o tipo de seção desejada:

- 1.Retangular
- 2.Retangular Vazada
- 3.Circular
- 4.Coroa Circular
- 5. Seção L
- 6. Seção T
- 7. Seção I
- 8.Genérica

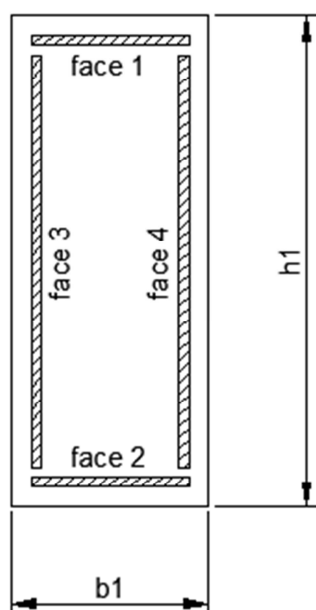
Expanda a aba da seção correspondente para configuração da seção:

Seção Retangular

$$b_1 := 0.6 \quad (\text{m})$$

$$h_1 := 0.4 \quad (\text{m})$$

$$n_{1f} := \begin{pmatrix} 6 & 0.5 \\ 6 & 0.5 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$



matriz n_{1f}
(exemplo):

face 1	→	2	0.25
face 2	→	2	0.25
face 3	→	0	0
face 4	→	0	0

↑ percentagem de armadura de cada barra da face.

↑ quantidade de barras em cada face.

Seção Retangular

Características Gerais:

- Rotação da Seção (em torno do C.G.): $\theta := 0$ (graus)
- Distância entre a face e o eixo das armaduras: $d_s := 0.04$ (m)

Armadura Personalizada

Entre com os vetores de armadura:

Vetor de coordenadas X (m):

$$X_{SP} := \begin{pmatrix} 0.03 \\ 0.97 \\ 0.03 \\ 0.97 \end{pmatrix}$$

Vetor de coordenadas Y (m):

$$Y_{SP} := \begin{pmatrix} 0.97 \\ 0.97 \\ 0.03 \\ 0.03 \end{pmatrix}$$

Vetor da distribuição percentual:

$$P_{SP} := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Verificação:

- Área de armadura total: $A_S := 24 \times 10^{-4}$ (m²)
- Esforços solicitantes (vetoriais, valores de cálculo):
 - Momento em torno de X: $M_{xSd} := 27.6$ (kNm)
 - Momento em torno de Y: $M_{ySd} := 538$ (kNm)
 - Esforço normal: $N_{Sd} := -2994$ (kN)

- Inicialização das variáveis:

- Inclinação da L.N.: $\alpha_i := 0$ (graus) Automático

(A opção automática utiliza como valor inicial a inclinação da L.N. elástica)

$$(-90 \leq \alpha_i \leq 90)$$

- Domínio do ELU:
 - Automático
 - Reta a - Alongamento uniforme
 - Domínio 1 - Flexo-tração
 - Domínios 2, 3 e 4 - Flexão simples ou composta
 - Domínios 4a e 5 - Flexo-compressão
 - Reta b - Encurtamento uniforme
- Fator de segurança global: $\lambda_i = 1$

Ctrl+F9 para geração dos resultados
(a operação pode levar alguns segundos)

Interna - Determinação do Fator Global de Segurança - Thu Apr 18 17:05:58 2013

Inicialização das variáveis:

- Inclinação da Linha Neutra: $\alpha_i = 83.416$ (graus)
- Parâmetro de deformação: $D_i = -7$
- Fator Global de Segurança: $\lambda_i = 1$

Resultados:

Resultados - Verificação

- Fator Global de Segurança: $\lambda = 1.015$

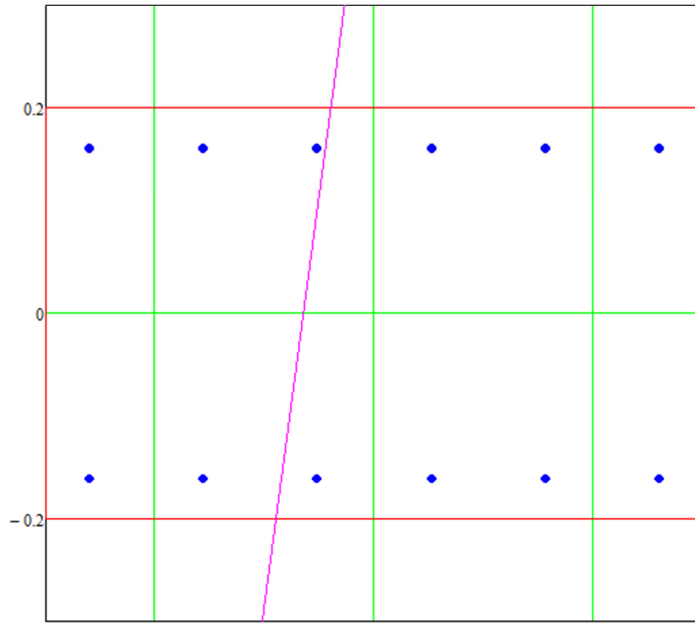
- Esforços obtidos:

- Solicitantes:	- Resistentes:
$M_{xSd} = 27.6$ (kNm)	$M_{xRd} = 28.007$ (kNm)
$M_{ySd} = 538$ (kNm)	$M_{yRd} = 545.941$ (kNm)
$N_{Sd} = -2.994 \times 10^3$ (kN)	$N_{Rd} = -3.038 \times 10^3$ (kN)

- Detalhes do processo:

- Valores finais:
 - Inclinação da Linha Neutra: $\alpha = 82.783$ (graus)
 - Domínio do ELU: DELU = "Domínios 3 e 4 - Flexão simples / composta"
 - Parâmetro de deformação correspondente: $D = -11.032$
 - Deformação na fibra superior: $\epsilon_s = 1.935$ (por mil)
 - Deformação na fibra inferior: $\epsilon_i = -3.5$ (por mil)

Seção = "Retangular"



$$A_c = 0.24 \quad (\text{m}^2)$$

$$I_x = 3.2 \times 10^{-3} \quad (\text{m}^4)$$

$$I_y = 7.2 \times 10^{-3} \quad (\text{m}^4)$$

$$I_{xy} = 0 \quad (\text{m}^4)$$