







# Universidade Federal do Rio de Janeiro Escola Politécnica Programa de Projeto de Estruturas

Helena Maria Reis Fideles

## ANÁLISE SÍSMICA DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS CONSIDERANDO INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA EM SOLO ESTRATIFICADO



UFRJ

Helena Maria Reis Fideles

### ANÁLISE SÍSMICA DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS CONSIDERANDO INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA EM SOLO ESTRATIFICADO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Orientadores: Sergio Hampshire de Carvalho Santos Silvio de Souza Lima

> Rio de Janeiro 2015

Fideles, Helena Maria Reis

Análise Sísmica de Estruturas de Edifícios Considerando Interação Solo-Estrutura em Solo Estratificado / Helena Maria Reis Fideles – 2015.

104.: 30 cm.

Dissertação (Mestrado em Projeto de Estruturas) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Programa de Projeto de Estruturas, Rio de Janeiro, 2015.

Orientadores: Sergio Hampshire de Carvalho Santos e Silvio de Souza Lima

1. Análise Sísmica, 2. Interação Solo-Estrutura, 3. Solo Estratificado. I. Santos, Sergio Hampshire de Carvalho e Lima, Silvio de Souza. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Escola Politécnica. III. Título.



UFRJ

### ANÁLISE SÍSMICA DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS CONSIDERANDO INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA EM SOLO ESTRATIFICADO

Helena Maria Reis Fideles

Orientadores: Sergio Hampshire de Carvalho Santos Silvio de Souza Lima

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Aprovada pela Banca:

Prof. Sergio Hampshire de Carvalho Santos, D.Sc., UFRJ

Silvidas

Prof. Silvio de Souza Lima, D.Sc., UFRJ

maria Casa falio

Profa. Maria Cascão Ferreira de Almeida, D.Sc., UFRJ

Prof. Anderson Pereira, D.Sc., PUC-RJ

Mudiesus

Prof. Webe João Mansur, Ph.D., COPPE/UFRJ

Rio de Janeiro 2015

#### AGRADECIMENTOS

Ao professor e orientador Sergio Hampshire de Carvalho Santos e ao coorientador Silvio de Souza Lima, pela dedicação, paciência e boa vontade.

À minha família, pelo amor, apoio e incentivo.

Aos meus amigos, pelo interesse, alegria e torcida.

A Deus, acima de tudo, pela luz, sabedoria e ânimo.

#### RESUMO

FIDELES, Helena Maria Reis Fideles. Análise Sísmica de Estruturas de Edifícios
Considerando Interação Solo-Estrutura em Solo Estratificado. Rio de Janeiro.
2015. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica,
Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2015.

Este trabalho apresenta um estudo sobre a aplicação da interação solo-estrutura à análise sísmica de estruturas de edifícios assentes em solos estratificados. No Brasil o projeto de edifícios sismo-resistentes é regido pela Norma Brasileira NBR 15421:2006. No entanto, esta Norma não contempla os efeitos, usualmente favoráveis, da interação solo-estrutura. Estes efeitos favoráveis se traduzem através de um aumento do período efetivo da estrutura, devido à flexibilidade da fundação e pela consideração do amortecimento do solo, sempre maior que o amortecimento estrutural. Estas considerações podem ser encontradas na Norma Americana, ASCE 7-10, mas de forma muito simplificada. O principal efeito não considerado nesta Norma é o da estratificação do solo, que leva a alterações nos coeficientes de rigidez e a uma redução dos coeficientes de amortecimento do solo. Todos estes efeitos são aqui estudados através da aplicação de modelos do solo em elementos finitos, sujeitos a solicitações dinâmicas. As conclusões deste estudo foram aplicadas a exemplos da análise sísmica de estruturas típicas de edifícios.

Palavras-chave: análise sísmica; interação solo-estrutura; solo estratificado.

#### ABSTRACT

FIDELES, Helena Maria Reis. Seismic Analysis of Building Structures Considering Soil-Structure Interaction in Layered Medium. Rio de Janeiro. 2015. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2015.

This thesis presents a study on the application of the soil-structure interaction to the seismic analysis of building structures supported in layered soils. In Brazil, the design of seismic-resistant buildings is regulated by the Brazilian Standard NBR 15421:2006. Nevertheless, this Standard does not consider the effects, generally favorable, of the soil-structure interaction. These favorable effects are consequent of the increase on the effective period of the structure, due to the foundation flexibility and of the consideration of the soil damping, always superior to the structural damping. These considerations can be found in the American Standard ASCE 7-10, but in a very simplified way. The main effect not considered in this Standard is of the soil layering, that leads to modifications in the stiffness coefficients and to a reduction in the damping coefficients of the soil. All these effects are herein studied through the application of this study were applied to examples of seismic analyses of typical building structures.

Key-words: seismic analysis, soil-structure interaction and layered soil.

## SUMÁRIO

1.	INTF	RODUÇÃO	1
2.	PRO	PAGAÇÃO DE ONDAS EM SOLOS ESTRATIFICADOS	4
	2.1.	Tipos de ondas sísmicas	4
	2.2.	Parâmetros do solo e velocidades de propagação das ondas	6
	2.3.	Reflexão e refração de ondas em meios heterogêneos	10
	2.4.	Rigidez e amortecimento das fundações	12
	2.5.	Massa do sistema dinâmico	14
	2.6.	Formulação de Luco	15
	2.7.	Formulação da 1ª Hipótese	25
	2.8.	Formulação da 2ª Hipótese	28
3.	MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS		
	3.1.	Descrição dos modelos	30
	3.2.	Amplificação dinâmica vs. frequência adimensional	37
	3.3.	Exemplo – Verificação dos modelos	38
	3.4.	Resultados – Verificação dos modelos	41
4.	ANÁ 44	LISE DE EDIFÍCIOS CONSIDERANDO INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTUI	RA
	4.1.	Método de análise	44
	4.2.	Aplicação da NBR 15421	47
	4.3.	Aplicação da ASCE 7-10	51
	4.4.	Modelos de "shear-building"	54
	4.5.	Resultados das análises dos modelos de "shear-building"	70
5.	EXE	MPLOS DE APLICAÇÃO	76
6.	6. CONCLUSÕES		
7.	7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 87		
8.	SÍTIO	OS DA INTERNET	90

### ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 - Mapa de sismicidade brasileira. (http://www.obsis.unb.br/sismologia/			
sismicidade-natural-e-antropogenica/sismicidade-brasileira)1			
Figura 2-1 – Onda primária. (http://www.obsis.unb.br/sismologia/o-que-e-um-			
terremoto/ondas-sismicas)			
Figura 2-2 – Onda secundária. (http://www.obsis.unb.br/sismologia/o-que-e-um-			
terremoto/ondas-sismicas)			
Figura 2-3 - Onda de Rayleigh. (http://www.obsis.unb.br/sismologia/o-que-e-um-			
terremoto/ondas-sismicas)			
Figura 2-4 – Onda de Love. (http://www.obsis.unb.br/sismologia/o-que-e-um-			
terremoto/ondas-sismicas)			
Figura 2-5 - Relação do módulo de elasticidade transversal com o número de golpes N			
do ensaio SPT, conforme Oshaki e Iwasaki (1973)7			
Figura 2-6 – Ensaio "cross-hole" (adaptado de ABMS/ ABEF, 1996)			
Figura 2-7 – Relação entre velocidades de onda primária e secundária com o coeficiente			
de Poisson			
Figura 2-8 - Reflexão e refração de ondas em meios heterogêneos (adaptado de WOLF			
e DEEKS, 2004)			
Figura 2-9 – Sistema de um grau de liberdade equivalente			
Figura 2-10 – Descrição do modelo de LUCO (1976) 16			
Figura 2-11 – Coeficiente de rigidez vertical ( $k_{VV}$ ) – Caso 2. (LUCO, 1974) 21			
Figura 2-12 – Coeficiente de amortecimento vertical ( $c_{VV}$ ) – Caso 2. (LUCO, 1974) 21			
Figura 2-13 – Coeficiente de rigidez vertical ( $k_{VV}$ ) – Caso 3. (LUCO, 1974)			
Figura 2-16 – Coeficiente de amortecimento horizontal ( $c_{HH}$ ) – Caso 2. (LUCO, 1974)			
Figura 2-17 – Coeficiente de rigidez horizontal ( $k_{HH}$ ) – Caso 3. (LUCO, 1974)			
Figura 2-18 – Coeficiente de amortecimento horizontal ( $c_{HH}$ ) – Caso 3. (LUCO, 1974)			
Figura 2-19 – Rigidez estática de uma fundação circular assente em uma camada sobre			
o semi-espaço. (GAZETAS, 1983)			

Figura 3-1 - Modelos em elementos finitos desenvolvidos no programa SAP2000:			
(a) Modelo axissimétrico; (b) Modelo em 3 dimensões			
Figura 3-2 – Esquema com as dimensões utilizadas no modelo em elementos finitos 33			
Figura 3-3 – Pequeno buraco no eixo do modelo em 3 dimensões, devido à sua geração			
a partir do modelo axissimétrico			
Figura 3-4 – "Links" (mola e amortecedor discreto) inseridos no nó do modelo no SAP.			
Figura 3-5 – Exemplo a ser analisado			
Figura 3-6 - Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional para a			
fundação pesada no Caso 2 com $h/a = 2,0$ , para excitação vertical na fundação			
Figura 3-7 - Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional para a			
fundação pesada no Caso 2 com $h/a = 2,0$ , para excitação horizontal na fundação 42			
Figura 3-8 - Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional para a			
fundação pesada no Caso 3 com $h/a = 2,0$ , para excitação vertical na fundação			
Figura 4-1 - (a) Modelo usual - prédio com base fixa; (b) Modelo considerando a			
interação solo-estrutura – prédio com molas e amortecedores associados à base 44			
Figura 4-2 – (a) Pórtico plano com 3 andares; (b) Diagrama de corpo livre da massa $m_1$ .			
(SOUZA LIMA E SANTOS, 2008)			
Figura 4-3 – Prédio do tipo "shear-building": (a) não deformado; (b) deformado a partir			
de cargas horizontais aplicadas nos níveis dos andares			
Figura 4-4 – Mapeamento da aceleração sísmica horizontal característica no Brasil para			
terrenos da classe B ("Rocha"). (NBR 15421:2006)			
Figura 4-5 – Variação do espectro de resposta de projeto $(S_a/a_{gS0})$ em função do			
período (T). (NBR 15421:2006)			
Figura 4-6 – Fator de amortecimento da fundação. (ASCE 7-10)			
Figura 4-7 – Redução do espectro de resposta. (CARVALHO, 2009) 54			
Figura 4-8 – Mapeamento de aceleração sísmica horizontal característica no Brasil para			
terrenos da Classe B ("Rocha"), com a indicação da cidade de Rio Branco 55			
Figura 4-9 – Espectro de resposta			
Figura 4-10 – Modelo da fundação em elementos finitos			
Figura 4-11 – Esquema genérico do Modelo 1 (modelo com base engastada) 60			
Figura 4-12 – Esquema genérico do Modelo 2 (modelo com base com mola horizontal).			

Figura 4-13 – Esquema genérico dos Modelos 3.1 e 3.2 (modelos com base com mola e
amortecedor horizontais)
Figura 4-14 - Esquema genérico do Modelo 4 (modelo com fundação e solo em
elementos finitos)
Figura 4-15 – Forças aplicadas no Modelo 1 do prédio de 2 andares
Figura 4-16 - Vista em 3 dimensões do modo de vibração 133 do Modelo 4 para o
prédio de 2 andares (estrutura preponderante em relação ao solo)
Figura 4-17 – Vista no plano XZ do modo de vibração 133 do modelo para o prédio de
2 andares (estrutura preponderante em relação ao solo)
Figura 4-18 – Vista em 3 dimensões do modo de vibração 10 do Modelo 4 para o prédio
de 5 andares (estrutura preponderante em relação ao solo)
Figura 4-19 – Vista no plano XZ do modo de vibração 10 do Modelo 4 para o prédio de
5 andares (estrutura preponderante em relação ao solo)
Figura 4-20 – Vista em 3 dimensões do modo de vibração 3 do Modelo 4 para o prédio
de 8 andares (estrutura preponderante em relação ao solo)
Figura 4-21 – Vista no plano XZ do modo de vibração 3 do Modelo 4 para o prédio de 8
andares (estrutura preponderante em relação ao solo)
Figura 4-22 – Fatores de amplificação dinâmica obtidos para o prédio com 2 andares. 70
Figura 4-23 - Fatores de amplificação dinâmica do prédio com 2 andares (detalhe da
região de ressonância)
Figura 4-24 – Fatores de amplificação dinâmica obtidos para o prédio com 5 andares. 72
Figura 4-25 - Fatores de amplificação dinâmica do prédio com 5 andares (detalhe da
região de ressonância)
Figura 4-26 – Fatores de amplificação dinâmica obtidos para o prédio com 8 andares. 74
Figura 4-27 - Fatores de amplificação dinâmica do prédio com 8 andares (detalhe da
região de ressonância)
Figura 5-1 – Espectro de resposta aplicado aos modelos
Figura 5-2 – Deslocamentos dos pavimentos e da base, prédio com 2 andares
Figura 5-3 – Deslocamentos relativos à base, prédio com 2 andares
Figura 5-4 – Diagramas de esforço cortante para o prédio com 2 andares: Modelos 1, 2 e
4, respectivamente
Figura 5-5 – Deslocamentos dos pavimentos e da base, prédio com 5 andares
Figura 5-6 – Deslocamentos relativos à base, prédio com 5 andares

Figura 5-7 – Diagramas de esforço cortante para o prédio com 5 andares: Modelos 1,	2 e
4, respectivamente	81
Figura 5-8 – Deslocamentos dos pavimentos e da base, prédio com 8 andares	82
Figura 5-9 – Deslocamentos relativos à base, prédio com 8 andares	82
Figura 5-10 – Diagramas de esforço cortante para o prédio com 8 andares: Modelos 1	1,2
e 4, respectivamente	84

### ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2-1 – Estimativa de parâmetros de solos. (SANTOS, 2014)
Tabela 3-1 – Dados da 1ª camada
Tabela 3-2 - Dados dos Casos 2 e 3, que representam médio e grande contraste entre
camada e semi-espaço
Tabela 3-3 – Razões entre a espessura da camada e o raio da fundação para situações de
vibrações vertical e horizontal, para os Casos 2 e 3 40
Tabela 3-4 - Dados complementares do modelo com fundação pesada para o Caso 2
com h/a = 2,0, para excitações vertical e horizontal na fundação
Tabela 3-5 - Dados complementares do modelo com fundação pesada para o Caso 3
com h/a = 2,0, para excitação vertical na fundação
Tabela 4-1 – Zonas sísmicas. (NBR 15421:2006)
Tabela 4-2 – Classes do terreno (NBR 15421:2006)
Tabela 4-3 – Fatores de amplificação sísmica no solo. (NBR 15421:2006) 49
Tabela 4-4 – Valores de G/G <sub>0</sub> e $v_s/v_{s0}$ . (ASCE 7-10)
Tabela 4-5 – Dados da fundação 57
Tabela 4-6 – Dados dos prédios
Tabela 4-7 – Dados do solo
Tabela 4-8 – Dados da rigidez da fundação 58
Tabela 4-9 – Dados do amortecimento da fundação.59
Tabela 4-10 – Período natural obtido no Modelo 1 (modelo com base engastada) 59
Tabela 4-11 – Período natural alongado calculado através da ASCE 7-10 59
Tabela 4-12 – Valores de amortecimento calculados através da ASCE 7-10 60
Tabela 4-13 - Período natural obtido nos Modelos 2, 3.1 e 3.2 (modelos com mola
horizontal associada à fundação)
Tabela 4-14 – Participação modal no prédio de 2 andares do Modelo 4 64
Tabela 4-15 – Participação modal no prédio de 5 andares do Modelo 4 66
Tabela 4-16 – Participação modal no prédio de 8 andares do Modelo 4
Tabela 4-17 – Maiores amplificações dinâmicas no topo do prédio de 2 andares 72
Tabela 4-18 – Maiores amplificações dinâmicas no topo do prédio de 5 andares 73
Tabela 4-19 – Maiores amplificações dinâmicas no topo do prédio de 8 andares 75
Tabela 5-1 – Valores de reação na base para o prédio de 2 andares

Tabela 5-2 – Valores de reação na base para o prédio de 5 andares	. 81
Tabela 5-3 – Valores de reação na base para o prédio de 8 andares	. 83

# 1. INTRODUÇÃO

As ocorrências de sismos no Brasil podem ser consideradas raras e de baixa magnitude, porém não são desprezíveis. Em algumas regiões do país a atividade sísmica é mais significativa, como pode ser observado na Figura 1-1, que é um mapa de sismicidade brasileira, produzido pelo Observatório de Brasília. Em especial na região no entorno do estado do Acre, já nas proximidades da Cordilheira dos Andes, a ocorrência de sismos de maior magnitude pode ser observada.



Figura 1-1 – Mapa de sismicidade brasileira. (<u>http://www.obsis.unb.br/sismologia/</u> sismicidade-natural-e-antropogenica/sismicidade-brasileira)

No Brasil, o projeto de edifícios sismo-resistentes é regido pela Norma Brasileira NBR 15421 (ABNT, 2006). No entanto, esta Norma não contempla os efeitos, usualmente favoráveis, da interação solo-estrutura. Os processos aproximados previstos permitem a consideração da estrutura engastada na base. Estes efeitos favoráveis se traduzem através de um aumento no período efetivo da estrutura, devido à flexibilidade da fundação e pela consideração do amortecimento do solo, sempre maior que o amortecimento estrutural.

Estas considerações podem ser encontradas na Norma Americana, ASCE 7-10 (ASCE, 2010), mas de uma forma muito simplificada. Essa norma define critérios para consideração de cargas, combinações de cargas e análise. O principal efeito não considerado nesta Norma é o da estratificação do solo, que leva a alterações nos coeficientes de rigidez e a uma redução dos coeficientes de amortecimento do solo. Esta redução nos coeficientes de amortecimento, relativamente ao caso do solo homogêneo em que toda a energia gerada no movimento dinâmico é dissipada por radiação, é devida a que, no caso do solo estratificado, parte da energia retorna ao ponto de origem da vibração por reflexão na interface de camadas de diferentes propriedades.

Este trabalho é composto por duas partes principais. A primeira é a verificação da adequação da modelagem do solo, sujeito a ações dinâmicas, por modelos tridimensionais em elementos finitos, incluindo a modelagem dos solos estratificados. Na segunda se apresentam exemplos de análise de edifícios considerando os conceitos previamente estudados de interação solo-estrutura.

Na primeira parte do trabalho é apresentado inicialmente um estudo sobre propagação de ondas elásticas nos solos. São apresentadas soluções clássicas para o problema de interação solo-estrutura, obtidas por RICHART et al. (1970) para solo homogêneo, por LUCO (1974 e 1976) para solo estratificado horizontalmente e GAZETAS (1991 e 1983) para situações mais gerais. Diversas soluções obtidas por Gazetas foram reproduzidas por WOLF (1994).

O objetivo da apresentação destas soluções clássicas é o de compará-las com soluções numéricas obtidas com modelos de elementos finitos desenvolvidos para o solo, de forma a verificar e validar estas soluções numéricas.

Na segunda parte do trabalho, considerando como validado o modelo de elementos finitos para o solo, ele é acoplado a modelos de prédios com características de "shear-building".

São estudados prédios de diversos números de pavimentos. Resultados obtidos com o modelo de elementos finitos para o solo são comparados com os obtidos considerando diversas situações previstas na ASCE 7-10. A formulação aproximada

prevista nesta norma parte dos resultados de um modelo de prédio engastado na base, considerando então um alongamento do período natural do prédio em função da flexibilidade do conjunto solo-fundação e um aumento no amortecimento do conjunto estrutura-fundação, relativamente ao amortecimento usual de 5% considerado para as superestruturas.

Esta Dissertação está inserida na linha de pesquisa de Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos desenvolvida no Departamento de Estruturas da Escola Politécnica da UFRJ, dando continuidade os Projetos de Graduação de CARVALHO (2009), FIDELES (2010) e SANTOS (2011).

# 2. PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM SOLOS ESTRATIFICADOS

#### 2.1. Tipos de ondas sísmicas

Quando um evento sísmico é gerado, a energia potencial acumulada na deformação das rochas é liberada através de ondas sísmicas.

As ondas partem do hipocentro do sismo e se propagam em todas as direções com velocidades e características dependentes das propriedades do meio onde passam, podendo ser classificadas como ondas de volume ou ondas de superfície.

Estas ondas podem também ser geradas, em uma escala de magnitude muito menor, por exemplo, associadas à operação de uma fundação de máquinas que irá gerar as mesmas ondas sísmicas a partir de um ponto da superfície.

As ondas de volume podem ser de dois tipos: primárias (ou de compressão) e secundárias (ou de cisalhamento). Nas primárias, as partículas do solo se movimentam na mesma linha da propagação da onda, com compressões e dilatações sucessivas, conforme a Figura 2-1. Nas secundárias, as partículas do solo se movimentam perpendicularmente à linha de propagação da onda, conforme a Figura 2-2.

As ondas primárias possuem velocidade de propagação maior que as secundárias. Por outro lado, as secundárias possuem usualmente amplitude maior que as primárias.



Figura 2-1 – Onda primária. (<u>http://www.obsis.unb.br/sismologia/o-que-e-um-</u> terremoto/ondas-sismicas)



Figura 2-2 – Onda secundária. (<u>http://www.obsis.unb.br/sismologia/o-que-e-um-</u> terremoto/ondas-sismicas)

As ondas de superfície podem ser de dois tipos: ondas de Rayleigh e ondas de Love. As ondas de Rayleigh surgem na superfície livre de uma camada e as partículas de solo se deslocam em trajetórias elípticas dentro do plano vertical que contém o eixo horizontal de propagação da onda, conforme a Figura 2-3. As ondas de Love surgem nos limites entre camadas e as partículas de solo se deslocam perpendicularmente ao eixo horizontal de propagação da onda, em um plano horizontal, conforme a Figura 2-4.

As ondas de Rayleigh têm uma diminuição rápida da amplitude com a profundidade. Por outro lado, as ondas de Love são ondas cisalhantes altamente destrutivas e um pouco mais rápidas que as ondas de Rayleigh.



Figura 2-3 – Onda de Rayleigh. (<u>http://www.obsis.unb.br/sismologia/o-que-e-um-</u> terremoto/ondas-sismicas)



Figura 2-4 – Onda de Love. (<u>http://www.obsis.unb.br/sismologia/o-que-e-um-</u> terremoto/ondas-sismicas)

#### 2.2. Parâmetros do solo e velocidades de propagação das ondas

A análise de um problema de propagação de ondas deve partir da quantificação dos parâmetros elásticos a serem adotados para a caracterização do solo.

O parâmetro do solo de avaliação mais importante é o módulo de elasticidade transversal (G). Observa-se inicialmente que este parâmetro apresenta um valor muito maior quando se trata de uma análise dinâmica que para uma análise estática, devido à própria natureza da solicitação.

Uma avaliação aproximada e empírica do módulo de elasticidade transversal G é dada na Equação (2.1) e ilustrada graficamente na Figura 2-5. Essa formulação é de Oshaki e Iwasaki (1973), apud ABMS/ABEF (1996), relacionando G ao número de golpes  $N_{SPT}$  do ensaio SPT.

$$G = 11.5 \times (N_{SPT})^{0.8} \tag{2.1}$$



Figura 2-5 – Relação do módulo de elasticidade transversal com o número de golpes N do ensaio SPT, conforme Oshaki e Iwasaki (1973).

Em projetos de maior responsabilidade, em que seja necessária uma maior precisão da avaliação do módulo de elasticidade transversal, é indicado o ensaio de "cross-hole", que é realizado em campo e está ilustrado na Figura 2-6.



Figura 2-6 – Ensaio "cross-hole" (adaptado de ABMS/ ABEF, 1996).

Segue a descrição de como é realizado o ensaio, segundo a ABMS/ ABEF (1996).

São utilizados três furos no subsolo, alinhados, revestidos com calda de cimento. São realizados ao longo da profundidade, consistindo em gerar, no primeiro dos furos, ondas sísmicas a partir de uma fonte (martelo). Na mesma profundidade, nos dois outros furos, são medidos, em geofones, os tempos de chegada das ondas de compressão/primárias (P) e de cisalhamento/secundárias (S). Com a diferença dos tempos de chegada aos dois geofones e com a distância entre os furos, são medidas as velocidades  $V_P$  e  $V_S$  das ondas P e S.

A partir da velocidade de propagação da onda secundária, obtida no ensaio, e da massa específica do solo, encontra-se o módulo de elasticidade transversal (G):

$$G = \rho \times V_S^2 \tag{2.2}$$

G: módulo de elasticidade transversal

V<sub>S</sub>: velocidade de propagação da onda secundária

 $\rho$ : massa específica

Relacionando as velocidades das ondas primária e secundária, é possível avaliar o coeficiente de Poisson do solo com a equação a seguir.

$$v = \frac{1}{2} \times \frac{V_P^2 - 2 \times V_S^2}{V_P^2 - V_S^2}$$
(2.3)

v: coeficiente de Poisson

 $V_P$ : velocidade da onda primária

 $V_S$ : velocidade da onda secundária

A relação entre as velocidades das ondas primária e secundária pode ser reescrita conforme a Equação (2.4). Essa relação varia de  $\sqrt{2}$  a  $\infty$  e está graficamente apresentada na Figura 2-7.

$$\frac{V_P}{V_S} = \sqrt{\frac{2 - 2 \times v}{1 - 2 \times v}} \tag{2.4}$$



Figura 2-7 – Relação entre velocidades de onda primária e secundária com o coeficiente de Poisson.

Na Tabela 2-1 apresentam-se valores estimados para alguns parâmetros do solo, para uma primeira aproximação, na ausência de valores experimentais.

Tabela 2-1 – Estimativa de parâmetros de solos. (SANTOS, 2014)

Tipo de solo	$\rho$ (t/m <sup>3</sup> )	v (Poisson)	ε (amortecimento) %
Areia	1,70 a 2,10	0,30 a 0,40	2,0
Argila	1,40 a 2,00	0,40 a 0,50	2,0
Rocha	2,50 a 2,70	0,15 a 0,30	2,0

Os valores de massa específica ( $\rho$ ) variam do material menos denso para o mais denso/compacto; os valores de coeficiente de Poisson (v) variam do material menos saturado para o mais saturado; os valores de amortecimento são correspondentes a uma deformação distorcional de 10<sup>-4</sup>%, o que corresponde a uma situação convencionada como sendo de solo não deformado.

#### 2.3. Reflexão e refração de ondas em meios heterogêneos

A velocidade de propagação da onda de cisalhamento é expressa por:

$$V_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \tag{2.5}$$

V<sub>S</sub>: velocidade de propagação da onda secundária

- G: módulo de elasticidade transversal do meio
- $\rho$ : massa específica

Será apresentada uma expressão de avaliação das amplitudes das ondas refletidas e refratadas em uma fronteira de meios estratificados, em função da amplitude da onda incidente. Esta expressão, adaptada de WOLF e DEEKS (2004) é aplicável supondo-se duas simplificações: a onda é plana (a propagação é unidimensional); o coeficiente de Poisson é o mesmo nos dois materiais.

A expressão se aplica quando as ondas se propagam de um meio menos rígido  $(V_{S1}, \rho_1)$  para um meio mais rígido  $(V_{S2}, \rho_2)$ , conforme ilustrado na Figura 2-8. As variáveis A<sub>I</sub>, A<sub>T</sub> e A<sub>R</sub>, representam as amplitudes de onda: parcela incidente, parcela refratada e parcela refletida, respectivamente.



Figura 2-8 – Reflexão e refração de ondas em meios heterogêneos (adaptado de WOLF e DEEKS, 2004).

Se a onda se propagar de um meio mais rígido para um meio menos rígido, a tendência é que a onda seja toda refratada.

A variável  $\alpha$ , apresentada na Equação (2.6), é usada para a obtenção das amplitudes das ondas secundárias refratadas e refletidas, conforme as Equações (2.7) e (2.8).

$$\alpha = \frac{\rho_2 \times V_{S_2}}{\rho_1 \times V_{S_1}} = \sqrt{\frac{G_2 \times \rho_2}{G_1 \times \rho_1}} \qquad (\alpha \ge 1, v_1 = v_2)$$
(2.6)

 $\rho_1$ : massa específica do meio 1

 $\rho_1$ : massa específica do meio 2

 $V_{S1}$ : velocidade de propagação da onda de cisalhamento no meio 1 (menos rígido)

 $V_{S2}$ : velocidade de propagação da onda de cisalhamento no meio 2 (mais rígido)

 $G_1$ : módulo de elasticidade transversal do meio 1

G<sub>2</sub>: módulo de elasticidade transversal do meio 2

$$A_T = \frac{2}{\alpha + 1} \times A_I \tag{2.7}$$

$$A_R = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \times A_I \tag{2.8}$$

 $A_T$ : amplitude de onda refratada

 $A_R$ : amplitude de onda refletida

 $A_I$ : amplitude de onda incidente inicial

 $\alpha$ : variável definida na Equação (2.6)

#### 2.4. Rigidez e amortecimento das fundações

Em todas as situações em que são apresentadas soluções para fundações rígidas, se aplicam as considerações a seguir, feitas, sem perda de generalidade, para o sentido vertical.

O sistema estrutura-fundação-solo é relegado a um sistema dinâmico de um grau de liberdade em que a posição da massa M, apresentada na Figura 2-9 (bloco rígido com vibração no sentido vertical), pode ser definida em qualquer instante de tempo através de apenas uma coordenada.

A massa M condensa toda a massa do sistema estrutura-fundação e K e C são os coeficientes de rigidez e de amortecimento (genericamente coeficientes de impedância), que expressam as forças reativas na interface fundação-solo, quando da imposição, respectivamente, de um deslocamento ou uma velocidade unitários.



Figura 2-9 – Sistema de um grau de liberdade equivalente.

As soluções do problema podem ser encontradas expressando as excitações em termos de variáveis complexas, soluções essas que encontram equivalência a soluções em variáveis trigonométricas. A amplitude de excitações e respostas em variáveis complexas possuem uma parte real, que correspondem a amplitudes em cosseno, e uma parte imaginária, que correspondem a amplitudes em seno.

As funções deslocamento possuem a mesma frequência circular excitadora  $\omega$  das forças aplicadas.

A Equação (2.9) descreve o movimento e a Equação (2.10) descreve a força aplicada no sistema de um grau de liberdade dinâmico representado na Figura 2-9, em termos de variáveis complexas.

$$M \times \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + C \times \frac{du(t)}{dt} + K \times u(t) = F(t)$$
(2.9)

$$F(t) = F_0 \times e^{i\omega t} \tag{2.10}$$

u(t): deslocamento em função do tempo

$$\frac{du(t)}{dt}$$
: velocidade em função do tempo

 $\frac{d^2u(t)}{dt^2}$ : aceleração em função do tempo

F(t): força excitadora em função do tempo

M: massa do sistema

*C*: constante de amortecimento que representa o mecanismo de dissipação de energia

*K*: constante de rigidez da mola que representa as propriedades elásticas do sistema

 $F_0$ : amplitude da força excitadora

 $e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \times sen(\omega t)$  (fórmula de Euler)

 $\omega$ : frequência circular excitadora

O deslocamento em função do tempo é obtido através da equação a seguir.

$$u(t) = \frac{F_0 \times e^{i\omega t}}{-\omega^2 \times M + i \times \omega \times C + K}$$
(2.11)

Para um solo homogêneo, seguem as expressões clássicas para os parâmetros de rigidez e amortecimento para fundações rígidas, segundo RICHART e GAZETAS.

Rigidez vertical segundo RICHART e GAZETAS:

$$K_V = \frac{4 \times G \times R}{1 - \upsilon} \tag{2.12}$$

Rigidez horizontal segundo RICHART:

$$K_H = \frac{32 \times (1-\upsilon) \times G \times R}{7-8 \times \upsilon}$$
(2.13)

Rigidez horizontal segundo GAZETAS:

$$K_H = \frac{8 \times G \times R}{2 - \nu} \tag{2.14}$$

Amortecedor de radiação vertical segundo RICHART:

$$C_V = \frac{3.4 \times R^2}{1 - \upsilon} \times \sqrt{\rho \times G} \tag{2.15}$$

Amortecedor de radiação horizontal segundo RICHART:

$$C_H = \frac{18,4 \times (1-v) \times R^2}{7-8 \times v} \times \sqrt{\rho \times G}$$
(2.16)

Sendo:

G: módulo de elasticidade transversal do solo

R: raio da fundação

v: coeficiente de Poisson do solo

 $\rho$ : massa específica do solo

#### 2.5. Massa do sistema dinâmico

Nos estudos que serão apresentados, buscar-se-á soluções com variáveis adimensionais, de forma a tornar mais gerais as conclusões. Será considerada a

adimensionalização de massas definida por RICHART, correspondendo à relação (2.17) a seguir, em que BZ = 1 corresponde a uma "fundação leve" e BZ = 5 a uma "fundação pesada".

$$BZ = \frac{(1-\nu) \times M}{4 \times \rho \times a} \tag{2.17}$$

BZ: massa adimensionalizada

v: coeficiente de Poisson

M: massa da fundação

 $\rho$ : massa específica

a: raio da fundação

#### 2.6. Formulação de Luco

É aqui apresentada a formulação de LUCO (1974 e 1976) em algum nível de detalhe, considerando que os resultados obtidos com esta formulação serão bastante importantes para as conclusões que serão apresentadas. Analisando-se estes resultados, será possível encontrar um paralelo entre as soluções analíticas, apresentadas no item 2.3 para a propagação plana de ondas em meio heterogêneo, e soluções para a propagação tridimensional de ondas, que é o caso que interessa aos problemas de Engenharia.

A formulação aborda a análise de uma fundação rígida circular de raio *a* assente na superfície de um meio viscoelástico estratificado e sujeita a vibrações harmônicas forçadas. Luco desenvolveu as equações integrais associadas ao problema, transformando-as numericamente em um sistema de equações simultâneas, a ser resolvido algebricamente.

O meio estratificado é formado por N-1 camadas horizontais sobrejacentes a um semi-espaço viscoelástico, como mostrado na Figura 2-10. As camadas e o semi-espaço são considerados como homogêneos e isotrópicos (as propriedades são as mesmas independentemente da direção considerada), possuem massa específica  $\rho_i$ , módulo de cisalhamento  $G_i$  e coeficiente de Poisson  $v_i$ ; *i* varia de 1 a N.



Figura 2-10 – Descrição do modelo de LUCO (1976).

#### VIBRAÇÕES FORÇADAS HARMÔNICAS

Excitações harmônicas em três direções são analisadas: força vertical, momento e força horizontal.

LUCO (1976) definiu as forças excitadoras mostradas na Figura 2-10 e apresentadas nas equações a seguir.

$V(t) = V \times e^{i\omega t}$	(2.18)
---------------------------------	--------

 $M(t) = M \times e^{i\omega t} \tag{2.19}$ 

 $H(t) = H \times e^{i\omega t} \tag{2.20}$ 

V(t): força vertical

M(t): momento

H(t): força horizontal

*V*: amplitude da força vertical

*M*: amplitude do momento

- *H*: amplitude da força horizontal
- $\omega$ : frequência excitadora

 $e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \times sen(\omega t)$  (fórmula de Euler)

#### CONDIÇÕES DE CONTORNO

O contato entre a fundação e a superfície da primeira camada é considerado "aliviado", não havendo atrito para as vibrações devidas à força vertical e ao momento. Para a vibração devida à força horizontal, a tensão normal na face inferior da fundação (z=0) é assumida igual a zero.

A consideração do contato como "aliviado" tem por objetivo evitar condições de contorno mais complexas, que seriam resultantes de uma ligação perfeita entre a fundação e a superfície da camada. Segundo Luco, essas aproximações fornecem resultados suficientemente precisos para os efeitos práticos.

As condições de contorno para z=0 são expressas em termos de deslocamentos (u) e tensões ( $\sigma \in \tau$ ) em coordenadas cilíndricas (LUCO, 1976).

#### FORÇA HARMÔNICA VERTICAL

$$u_Z(r,\theta,0) = \Delta_V \times e^{i\omega t} \qquad 0 \le r \le a \qquad (2.21)$$

$$\sigma_Z(r,\theta,0) = 0 \qquad r > a \qquad (2.22)$$

$$\tau_{Zr}(r,\theta,0) = \tau_{Z\theta}(r,\theta,0) = 0 \qquad 0 < r < \infty$$
(2.23)

 $\Delta_V$ : amplitude do deslocamento vertical no centro da fundação rígida

#### MOMENTO HARMÔNICO

 $u_{Z}(r,\theta,0) = \alpha \times r \times \cos\theta \times e^{i\omega t} \quad 0 \le r \le a$ (2.24)

$$\sigma_Z(r,\theta,0) = 0 \qquad r > a \qquad (2.25)$$

$$\tau_{Zr}(r,\theta,0) = \tau_{Z\theta}(r,\theta,0) = 0 \qquad 0 < r < \infty$$
(2.26)

 $\alpha$ : amplitude do ângulo de rotação em relação ao eixo Y ( $\theta = \pi/2$ )

#### FORÇA HARMÔNICA HORIZONTAL

$u_r(r,\theta,0) = \Delta_H \times \cos\theta \times e^{i\omega t}$	$0 \le r \le a$	(2.27)
---	-----------------	--------

$$u_{\theta}(r,\theta,0) = -\Delta_H \times sen\theta \times e^{i\omega t} \qquad 0 \le r \le a$$
(2.28)

$$\tau_{Zr}(r,\theta,0) = \tau_{Z\theta}(r,\theta,0) = 0 \qquad r > a \tag{2.29}$$

$$\sigma_Z(r,\theta,0) = 0 \qquad \qquad 0 < r < \infty \tag{2.30}$$

 $\Delta_H$ : amplitude do deslocamento horizontal da fundação na direção do eixo X ( $\theta = 0$ )

#### CONDIÇÕES DE CONTINUIDADE

As camadas adjacentes são consideradas como perfeitamente ligadas, de forma que as tensões e os deslocamentos sejam contínuos ao longo de cada interface.

#### FUNÇÕES DE IMPEDÂNCIA

Desenvolvendo as equações em termos de coordenadas cilíndricas, de forma a satisfazer as condições nas interfaces das camadas, bem como as condições no infinito, Luco obteve equações integrais de Fredholm.

A solução numérica dessas integrais resultou em equações expressando a força vertical total V, o momento M em torno do eixo Y e a força horizontal total H na direção X, apresentadas nas Equações (2.31), (2.32) e (2.33), respectivamente.

$$V = \frac{4 \times G_1 \times a}{1 - v_1} \times \left[ k_{VV}(a_0) + i \times a_0 \times c_{VV}(a_0) \right] \times \Delta_V \times e^{i\omega t}$$
(2.31)

$$M = \frac{8 \times G_1 \times a^3}{3 \times (1 - v_1)} \times \left[ k_{MM}(a_0) + i \times a_0 \times c_{MM}(a_0) \right] \times \alpha \times e^{i\omega t}$$
(2.32)

$$H = \frac{8 \times G_1 \times a}{1 - v_1} \times [k_{HH}(a_0) + i \times a_0 \times c_{HH}(a_0)] \times \Delta_H \times e^{i\omega t}$$
(2.33)

Sendo:

$$a_0 = \frac{\omega \times a}{V_{S1}} \tag{2.34}$$

$$V_{S1} = \sqrt{\frac{G_1}{\rho_1}}$$
(2.35)

 $a_0$ : frequência excitadora adimensional

a: raio da fundação

 $V_{S1}$ : velocidade de propagação da onda de cisalhamento da 1ª camada

- $G_1$ : módulo de cisalhamento da 1ª camada
- $\rho_1$ : massa específica da 1ª camada
- $v_1$ : coeficiente de Poisson da 1<sup>a</sup> camada

Nas Equações (2.31), (2.32) e (2.33), os termos dentro dos colchetes são as funções de impedância normalizadas: vertical, rotacional e horizontal, respectivamente. Os fatores fora dos colchetes correspondem aos valores estáticos das funções de impedância, quando  $a_0 = 0$  e para um solo homogêneo com as propriedades da primeira camada.

As funções  $k_{VV}(a_0)$ ,  $k_{MM}(a_0)$  e  $k_{HH}(a_0)$  correspondem à parte real das funções de impedância denominadas de coeficientes adimensionais de rigidez. As funções  $c_{VV}(a_0)$ ,  $c_{MM}(a_0)$  e  $c_{HH}(a_0)$  correspondem à parte imaginária das funções de impedância denominadas de coeficientes adimensionais de amortecimento.

#### CASOS DE LUCO

Em LUCO (1974) encontramos um estudo de obtenção de funções de impedância para o caso de uma camada única sobre um semi-espaço infinito. Foram definidos três casos para representar diferentes contrastes entre as propriedades da 1<sup>a</sup> camada e do semi-espaço, de acordo com suas respectivas velocidades de propagação da onda secundária,  $V_{S1} e V_{S2}$ . A intenção é a de mostrar como a redução nos coeficientes de rigidez e de amortecimento, próximo às frequências de ressonância da primeira camada, evoluem com o contraste das propriedades das duas camadas.

- Caso 1: pequeno contraste  $(V_{S1}/V_{S2} = 0.8)$ ;
- Caso 2: médio contraste  $(V_{S1}/V_{S2} = 0,4)$ ;
- Caso 3: grande contraste  $(V_{S1}/V_{S2} = 0,2)$ .

LUCO (1974) obteve os coeficientes reproduzidos nas figuras a seguir, para os casos 2 e 3, em função da frequência adimensional  $(a_0)$ . Cada curva é referente a uma razão entre a espessura da camada (h) e o raio da fundação circular (a). Os coeficientes para o caso 1 (muito próximos aos de solo homogêneo) não estão apresentados.

- Figura 2-11 e Figura 2-13 coeficientes de rigidez verticais;
- Figura 2-12 e Figura 2-14 coeficientes de amortecimento verticais;
- Figura 2-15 e Figura 2-17 coeficientes de rigidez horizontais;
- Figura 2-16 e Figura 2-18 coeficientes de amortecimento horizontais.



Figura 2-11 – Coeficiente de rigidez vertical  $(k_{VV})$  – Caso 2. (LUCO, 1974)



Figura 2-12 – Coeficiente de amortecimento vertical ( $c_{VV}$ ) – Caso 2. (LUCO, 1974)



Figura 2-13 – Coeficiente de rigidez vertical  $(k_{VV})$  – Caso 3. (LUCO, 1974)



Figura 2-14 – Coeficiente de amortecimento vertical ( $c_{VV}$ ) – Caso 3. (LUCO, 1974)


Figura 2-15 – Coeficiente de rigidez horizontal  $(k_{HH})$  – Caso 2. (LUCO, 1974)



Figura 2-16 – Coeficiente de amortecimento horizontal ( $c_{HH}$ ) – Caso 2. (LUCO, 1974)



Figura 2-17 – Coeficiente de rigidez horizontal  $(k_{HH})$  – Caso 3. (LUCO, 1974)



Figura 2-18 – Coeficiente de amortecimento horizontal ( $c_{HH}$ ) – Caso 3. (LUCO, 1974)

## 2.7. Formulação da 1ª Hipótese

A estratificação dos solos é considerada nas normas sísmicas de projeto, como a NBR 15421 e a ASCE 7-10, de forma extremamente simplificada. Por exemplo, a NBR 15421, define uma "uniformização" das propriedades elásticas do solo através de uma média ponderada destas propriedades nos 30 m superiores do terreno.

As propriedades "médias" do terreno devem ser avaliadas a partir de uma velocidade "média" de propagação de ondas de cisalhamento  $\overline{v_s}$ , ou de um número "médio" de golpes no ensaio SPT,  $\overline{N}$ , em ensaios realizados de acordo com a NBR 6484.

Para solos estratificados, os valores médios  $\overline{v_s}$  e  $\overline{N}$  são obtidos em função destes mesmos valores  $v_{si}$  e  $N_i$  nas diversas camadas *i*, através das expressões (2.36) e (2.37) abaixo, em que d<sub>i</sub> é a espessura de cada uma das camadas do subsolo:

$$\overline{\mathbf{v}_{s}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathbf{d}_{i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\mathbf{d}_{i}}{\mathbf{v}_{si}}}$$

$$\overline{\mathbf{N}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathbf{d}_{i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\mathbf{d}_{i}}{\mathbf{N}_{i}}}$$

$$(2.36)$$

onde:

 $\overline{v_s}$ : velocidade média de propagação de ondas de cisalhamento;

 $\overline{N}$ : número médio de golpes no ensaio SPT.

Como alternativa a esta avaliação tão simplista das propriedades médias do solo, SANTOS (2011) apresentou outra proposta para homogeneização das propriedades do solo, que chamou de 1<sup>ª</sup> Hipótese. Nesta hipótese ainda não foi considerada a redução dos coeficientes de amortecimento devida à reflexão de ondas em interfaces de camadas.

Na Figura 2-19 são inicialmente apresentados os coeficientes de rigidez (vertical, horizontal e rotacional) estáticos de uma fundação circular assente em uma camada sobre o semi-espaço, segundo GAZETAS (1983).

Type of loading	Static stiffness*	Range of validity	Profile
Vertical:	$\frac{4G_1R}{1-\nu_1} \cdot \frac{\frac{1+1.28\frac{R}{H}}{1+1.28\frac{R}{H}G_1}}{1+1.28\frac{R}{H}\frac{G_1}{G_2}}$	$1 \leq \frac{H}{R} < 5$	
Horizontal:	$\frac{8G_1R}{2-\nu_1} \cdot \frac{1+\frac{1}{2}\frac{R}{H}}{1+\frac{1}{2}\frac{R}{H}\frac{G_1}{G_2}}$	$1 \leq \frac{H}{R} < 4$	<i>G</i> ,
Rocking:	$\frac{8G_1R^3}{3(1-\nu_1)} \cdot \frac{1+\frac{1}{6}\frac{R}{H}}{1+\frac{1}{6}\frac{R}{H}\frac{G_1}{G_1}}$	$0.75 \leq \frac{H}{R} < 2$	$0 < \frac{G_1}{G_2} < 1$

Figura 2-19 – Rigidez estática de uma fundação circular assente em uma camada sobre o semi-espaço. (GAZETAS, 1983)

A rigidez estática vertical de uma fundação circular assente em uma camada sobrejacente ao semi-espaço é então expressa por:

$$K_{V} = \frac{4 \times G_{1} \times R}{1 - v_{1}} \times \frac{1 + 1,28 \times \frac{R}{H}}{1 + 1,28 \times \frac{R}{H} \times \frac{G_{1}}{G_{2}}}$$
(2.38)

 $K_V$ : rigidez estática vertical

 $G_1$ : módulo de elasticidade transversal da 1<sup>a</sup> camada

R: raio da fundação

H: espessura da 1ª camada

 $v_1$ : coeficiente de Poisson da 1<sup>a</sup> camada

Ao igualar essa rigidez à rigidez da mola para um solo homogêneo, apresentada na Equação (2.12), obtém-se o módulo de cisalhamento equivalente para o solo homogêneo:

$$G_{equiv,V} = G_1 \times \frac{1+1,28 \times \frac{R}{H}}{1+1,28 \times \frac{R}{H} \times \frac{G_1}{G_2}}$$
(2.39)

Substituindo-se o módulo de cisalhamento pelo módulo de cisalhamento equivalente, nas expressões de rigidez (GAZETAS) e de amortecimento (RICHART), Equações (2.12) e (2.15), respectivamente, encontram-se a rigidez equivalente e o amortecedor equivalente.

$$K_{equiv,V} = \frac{4 \times G_{equiv,V} \times R}{1 - \nu_1}$$
(2.40)

$$C_{equiv,V} = \frac{3,4 \times R^2}{1 - \nu_1} \times \sqrt{\rho_1 \times G_{equiv,V}}$$
(2.41)

 $G_{equiv,V}$ : módulo de elasticidade transversal equivalente para o sentido vertical

*K<sub>equiv,V</sub>*: rigidez vertical equivalente

## $C_{equiv,V}$ : amortecedor vertical equivalente

Fazendo o mesmo processo para a rigidez horizontal, utilizando as Equações (2.14) e (2.16), obtém-se o módulo de cisalhamento equivalente para o solo homogêneo, a rigidez equivalente e o amortecedor equivalente.

$$K_{H} = \frac{8 \times G_{1} \times R}{2 - v_{1}} \times \frac{1 + \frac{1}{2} \times \frac{R}{H}}{1 + \frac{1}{2} \times \frac{R}{H} \times \frac{G_{1}}{G_{2}}}$$
(2.42)

$$G_{equiv,H} = G_1 \times \frac{1 + \frac{1}{2} \times \frac{R}{H}}{1 + \frac{1}{2} \times \frac{R}{H} \times \frac{G_1}{G_2}}$$
(2.43)

$$K_{equiv,H} = \frac{8 \times G_{equiv,H} \times R}{2 - \nu_1}$$
(2.44)

$$C_{equiv,H} = \frac{18,4 \times (1-v_1) \times R^2}{7-8 \times v_1} \times \sqrt{\rho_1 \times G_{equiv,H}}$$
(2.45)

 $K_H$ : rigidez estática horizontal

 $G_{equiv,H}$ : módulo de elasticidade transversal equivalente para o sentido horizontal

 $K_{equiv,H}$ : rigidez horizontal equivalente

 $C_{equiv,H}$ : amortecedor horizontal equivalente

Tanto para a análise da carga vertical quanto para análise da carga horizontal (supondo-se nula a altura da fundação), substituindo-se a rigidez equivalente, o amortecimento equivalente e a massa na Equação (2.11), obtém-se a equação dos deslocamentos em função da frequência excitante  $\omega$  para a 1<sup>a</sup> Hipótese aqui formulada.

### 2.8. Formulação da 2ª Hipótese

A 2<sup>a</sup> Hipótese formulada por SANTOS (2011) acrescenta à 1<sup>a</sup> Hipótese um coeficiente de redução a ser aplicado ao amortecedor, com o objetivo de considerar que parte das ondas incidentes na interface entre a 1<sup>a</sup> camada e o semi-espaço é refletida.

Na 1ª Hipótese, a reflexão da onda é desprezada e por isso é considerado um amortecimento maior que o real.

O coeficiente de redução  $\frac{1}{\alpha}$  a ser aplicado ao amortecedor, apresentado na Equação (2.46) a seguir, é definido a partir da análise de reflexão e refração de ondas planas, apresentada no item 2.3 e quantificada na Equação (2.6). O parâmetro  $\alpha$  tem o mesmo significado definido no item 2.3.

$$\frac{1}{\alpha} = \sqrt{\left(\frac{G_1 \times \rho_1}{G_2 \times \rho_2}\right)} \tag{2.46}$$

 $\frac{1}{\alpha}$ : coeficiente de redução do amortecimento

 $G_1$ : módulo de elasticidade transversal da 1ª camada

G<sub>2</sub>: módulo de elasticidade transversal da 2ª camada

 $\rho_1$ : massa específica da 1ª camada

## $\rho_2$ : massa específica da 2<sup>a</sup> camada

A rigidez, tanto na vertical quanto na horizontal, a ser considerada para a 2<sup>a</sup> Hipótese é a mesma utilizada na 1<sup>a</sup> Hipótese. A única diferença entre as hipóteses é quanto ao amortecimento de radiação, tanto no sentido vertical quanto no horizontal, a ser reduzido, como apresentado na equação seguinte.

$$C_{reduzido} = C_{equiv} \times \frac{1}{\alpha}$$
(2.47)

Creduzido: amortecedor reduzido

Cequiv: amortecedor equivalente

Tanto para a análise da carga vertical quanto para análise da carga horizontal, substituindo-se a rigidez equivalente, o amortecimento reduzido e a massa na Equação (2.11), obtém-se a equação dos deslocamentos em função da frequência excitante  $\omega$  para a 2<sup>a</sup> Hipótese aqui formulada.

Resultados baseados na aplicação da 1ª Hipótese e da 2ª Hipótese serão obtidos nos capítulos seguintes.

## **3. MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS**

### 3.1. Descrição dos modelos

De forma a analisar e validar a aplicação de modelos de elementos finitos ao problema dinâmico de interação solo-estrutura, foram desenvolvidos dois tipos de modelos no programa SAP2000 (CSI COMPUTERS & STRUCTURES, 2010). O objetivo da modelagem é de simular o comportamento de uma fundação submetida à excitação dinâmica assente em um solo estratificado.

No primeiro modelo, foram usados elementos do tipo ASOLID (modelo axissimétrico) com força excitadora vertical. No segundo modelo foram usados elementos do tipo SOLID (modelo em 3D) com força excitadora horizontal. Na Figura 3-1 têm-se imagens dos dois modelos.



Figura 3-1 – Modelos em elementos finitos desenvolvidos no programa SAP2000: (a) Modelo axissimétrico; (b) Modelo em 3 dimensões.

O modelo com elementos axissimétricos, que é o mais simples e de mais rápida solução computacional, só pode ser usado no caso de força vertical, porque a axissimetria inclui o carregamento. Para a carga horizontal, foi necessário gerar o modelo completo em 3 dimensões.

Para os elementos foram definidas as propriedades correspondentes ao solo e à fundação rígida (massa específica, coeficiente de Poisson e módulos de deformação longitudinal e transversal). Foram inseridas nas fronteiras do modelo as condições de contorno: os nós da base do modelo foram considerados como engastados e nos nós laterais do modelo foram inseridos molas e amortecedores discretos.

Os valores dos coeficientes de rigidez usados para as molas foram os apresentados a seguir, seguindo a formulação de NOVAK (1977).

Molas horizontais:

$$K_H = 4 \times G \times t \tag{3.1}$$

Molas verticais:

$$K_V = 2,5 \times G \times t \tag{3.2}$$

Nestas expressões, G é o valor do módulo de elasticidade transversal da camada de solo considerada e t, a espessura da camada.

Foram calculados os valores das constantes de rigidez das molas horizontal e vertical para cada nó do modelo, levando-se em consideração a área de influência do mesmo. As molas horizontais foram decompostas em duas componentes correspondentes aos eixos globais X e Y.

Os valores das constantes de amortecimento dos amortecedores discretos foram obtidos segundo os artigos de COOMBS e REIS (1979) e KOLAY *et al.* (2013), como apresentado a seguir.

Amortecedor horizontal:

$$C_H = \sqrt{(\rho_s \times E_{sc})} \times A \tag{3.3}$$

Amortecedor vertical:

$$C_V = \sqrt{(\rho_s \times G_s)} \times A \tag{3.4}$$

Nestas expressões,  $\rho_s$  é o valor da massa específica na camada *s* considerada; *A* é a área de contribuição do nó;  $G_s$  é o valor do módulo de elasticidade transversal da camada *s* de solo; e  $E_{sc}$  é o valor correspondente ao módulo de elasticidade longitudinal confinado, definido na equação a seguir.

$$E_{sc} = \frac{(2 - 2 \times v_s) \times G_s}{(1 - 2v_s)}$$
(3.5)

 $v_s$ : coeficiente de Poisson da camada s do solo

Foram calculadas as constantes de amortecimento dos amortecedores horizontal e vertical para cada nó do modelo, levando-se em consideração a área de influência de cada um deles. Os amortecedores horizontais foram decompostos em duas componentes correspondentes aos eixos globais X e Y.

Na Figura 3-2 é apresentado um esquema com a indicação dos eixos globais e as dimensões utilizadas nos modelos de elementos finitos.



Figura 3-2 – Esquema com as dimensões utilizadas no modelo em elementos finitos.

O modelo axissimétrico é composto por um total de 804 nós, sendo 19 correspondentes aos nós da base do modelo, e por 748 elementos do tipo ASOLID, de diferentes tamanhos, com o objetivo de refinar os resultados na região do bulbo de pressões, próximo à fundação direta. Dessa forma, têm-se 5 elementos representando a fundação (cada um com dimensões de 0,20 x 0,20 m<sup>2</sup>) e 743 elementos representando o solo (200 elementos de 0,20 x 0,20 m<sup>2</sup>, 160 elementos de 1,00 x 0,20 m<sup>2</sup>, 210 elementos de 0,20 x 1,00 m<sup>2</sup> e 168 elementos de 1,00 x 1,00 m<sup>2</sup>).

O modelo em 3 dimensões é composto por um total de 28994 nós, sendo 684 correspondentes aos nós da base do modelo, e por 26748 elementos do tipo SOLID. Este modelo foi gerado a partir da revolução do modelo axissimétrico ao redor do eixo vertical (Z), com ângulo de 10 graus e um total de 36 "fatias". Para a correta geração tridimensional, foi necessário deixar um buraco bem pequeno (de 2 cm) no centro do modelo, conforme apresentado na Figura 3-3, alterando para 0,19m a largura apenas dos elementos junto ao eixo vertical central.



Figura 3-3 – Pequeno buraco no eixo do modelo em 3 dimensões, devido à sua geração a partir do modelo axissimétrico.

As molas e amortecedores discretos foram inseridos nos nós laterais do modelo através de "links", conforme apresentado na Figura 3-4, e suas constantes foram calculadas de acordo com as propriedades da camada de solo à qual o nó pertence.



Figura 3-4 – "Links" (mola e amortecedor discreto) inseridos no nó do modelo no SAP.

As molas são "links" do tipo "LINEAR" e os amortecedores discretos são "links" do tipo "DAMPER". Suas constantes, nas direções vertical e horizontal do modelo, foram inseridas de acordo com os eixos locais do "link" inserido.

No modelo axissimétrico, a quantidade de "links" inseridos é igual a 82 (41 que representam as molas e 41 que representam os amortecedores discretos; os nós da base do modelo foram engastados).

No modelo em 3 dimensões, a quantidade de "links" inseridos é igual a 2952 (1476 que representam as molas e 1476 que representam os amortecedores discretos; os nós da base do modelo foram engastados).

A carga inserida na fundação foi unitária (vertical ou horizontal), com amplitude igual a 1 kN.

Primeiramente os modelos foram verificados estaticamente, e as respostas obtidas, em termos de deslocamentos e tensões na base da fundação, foram coerentes com as esperadas, calculadas através de equações encontradas em POULOS e DAVIS (1974).

A seguir foi associada uma variação dinâmica harmônica à carga unitária:

$$F(t) = F_0 \times sen(\omega t) \tag{3.6}$$

F(t): força excitadora em função do tempo

 $F_0$ : amplitude da força de excitação

 $\omega$ : frequência circular de excitação

A frequência de excitação foi variada de forma a se obterem os deslocamentos na base da fundação para uma ampla faixa de frequências. A partir desses resultados foram geradas as curvas de amplificação dinâmica vs. frequências adimensionais. Estas curvas obtidas foram plotadas juntamente com as curvas obtidas a partir da formulação de Luco e com as curvas obtidas a partir das formulações da 1ª e da 2ª Hipóteses enunciadas no Capítulo 2.

A análise dinâmica foi processada no SAP2000. Foi feita uma análise no tempo, através de integração numérica direta, linear, com amortecimento considerado de 0,02 e matriz de amortecimento como uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez, com coeficientes automaticamente ajustados pelo programa, para uma faixa das frequências de 10 a 60 Hz.

Para manter um mesmo tempo de resposta nos gráficos (deslocamento vs. tempo) com os resultados de cada frequência de excitação, a quantidade de ciclos foi crescendo conforme o aumento da frequência, com isso, o tempo de processamento das análises variou bastante. Por exemplo, em um processador Intel Core i5-2450M (2,50GHz) e 4,00GB de RAM, os modelos em 3 dimensões, com frequências mais altas, chegaram a demorar mais de 5 horas para serem processados.

Como será mostrado no item 3.4 relativo aos resultados da análise dinâmica, as curvas obtidas a partir dos modelos em elementos finitos ficaram muito próximas às curvas obtidas a partir da formulação analítica de Luco, mostrando que o modelo com elementos do tipo ASOLID (para carga vertical) e o modelo com elementos do tipo SOLID (para carga horizontal) podem ser usados para simular o solo estratificado de maneira satisfatória.

#### 3.2. Amplificação dinâmica vs. frequência adimensional

As amplificações dinâmicas são definidas como sendo relações entre os deslocamentos máximos obtidos nas análises dinâmicas e os mesmos deslocamentos obtidos estaticamente.

Como referência para a obtenção destes coeficientes de amplificação, são considerados os deslocamentos obtidos estaticamente com os coeficientes de rigidez K avaliados com as propriedades da primeira camada, através das expressões (2.12) e (2.14).

O deslocamento estático e o coeficiente de amplificação dinâmica são genericamente definidos nas expressões abaixo.

$$u_{st} = \frac{F_0}{K} \tag{3.7}$$

$$D = \frac{u(t)_{max}}{u_{st}} \tag{3.8}$$

 $u_{st}$ : deslocamento estático

 $F_0$ : amplitude da força aplicada

*K*: rigidez do sistema

D: coeficiente de amplificação dinâmica

 $u(t)_{max}$ : deslocamento dinâmico máximo

As frequências adimensionais são obtidas multiplicando-se a frequência excitadora pelo raio da fundação e dividindo-a pela velocidade da onda secundária na camada mais superficial.

$$a_0 = \frac{\omega \times R}{V_S} \tag{3.9}$$

 $\omega$ : frequência excitadora

R: raio da fundação

 $V_S$ : velocidade de propagação da onda secundária na primeira camada

#### 3.3. Exemplo – Verificação dos modelos

Para se verificar a consistência entre os diversos modelos com a formulação de Luco, aplicando a 1<sup>a</sup> Hipótese, a 2<sup>a</sup> Hipótese e o modelo em elementos finitos, foi feita a análise de uma fundação rígida circular, de raio a, assente na superfície de um meio estratificado de espessura h, conforme a Figura 3-5. O meio estratificado será formado por apenas uma camada acima do semi-espaço.



Figura 3-5 – Exemplo a ser analisado

Foi inserida uma força unitária dinâmica na fundação para cada um dos dois casos: de vibração vertical e de vibração horizontal.

$$F(t) = 1 \times sen(\omega t) \tag{3.10}$$

F(t): força excitadora vertical/horizontal em função do tempo

 $\omega$ : frequência circular de excitação

Foram estudados dois casos de contraste entre as propriedades da camada e do semi-espaço, correspondentes aos Casos 2 e 3 de Luco, que representam, respectivamente, contraste médio e grande contraste.

São apresentados a seguir os dados da fundação e do solo usados nos modelos. A 1ª camada terá alguns parâmetros fixados, apresentados na Tabela 3-1.

Tabela 3-1 – 1	Dados da	ι 1 <sup>a</sup> camad	a.
----------------	----------	------------------------	----

Massa específica $\rho_1$ (t/m <sup>3</sup> )	1,7
Módulo de cisalhamento $G_1$ (kN/m <sup>2</sup> )	100000
Espessura h (m)	2,0

Os demais dados da 1<sup>a</sup> camada (parâmetros com o número 1 subscrito) e os dados correspondentes ao semi-espaço (parâmetros com o número 2 subscrito) estão apresentados na Tabela 3-2.

Tabela 3-2 – Dados dos Casos 2 e 3, que representam médio e grande contraste entre camada e semi-espaço.

	Caso 2	Caso 3
Razão entre velocidades de propagação de ondas $V_{S1}/V_{S2}$	0,40	0,20
Razão entre massas específicas $\rho_1/\rho_2$	0,85	0,85
Coeficiente de Poisson $v_1$	0,30	0,35
Coeficiente de Poisson $v_2$	0,25	0,25
Massa adimensionalizada BZ	5	5

Os coeficientes adimensionais de rigidez ( $k_{VV}$  e  $k_{HH}$ ) e de amortecimento ( $c_{VV}$  e  $c_{HH}$ ) de LUCO variam em função da frequência de excitação adimensional  $a_0$ . Os gráficos por ele apresentados correspondem a várias razões de h/a (razão entre a espessura da camada e o raio da fundação). Estão apresentadas na próxima tabela as razões h/a utilizadas neste trabalho.

Tabela 3-3 – Razões entre a espessura da camada e o raio da fundação para situações de vibrações vertical e horizontal, para os Casos 2 e 3.

	vibração vertical		vibração l	norizontal
	Caso 2	Caso 3	Caso 2	Caso 3
h/a	2,0	2,0	2,0	-

A seguir são apresentadas tabelas referentes aos demais dados de entrada dos modelos para os quais serão apresentadas as curvas de amplificação dinâmica obtidas.

Tabela 3-4 – Dados complementares do modelo com fundação pesada para o Caso 2 com h/a = 2,0, para excitações vertical e horizontal na fundação.

	h/a	$ ho_1/ ho_2$	$V_{S1}/V_{S2}$	BZ	<i>v</i> <sub>1</sub>
	2,0	0,85	0,40	5	0,30
<i>a</i> (m)	1,0				
$\rho_2 (t/m^3)$		2,0			
$G_2 (kN/m^2)$			735294		
<i>V</i> <sub>S1</sub> (m/s)			243		
$V_{S2}$ (m/s)			606		
M <sub>pesada</sub> (t)				48	3,6

Tabela 3-5 – Dados complementares do modelo com fundação pesada para o Caso 3 com h/a = 2,0, para excitação vertical na fundação.

	h/a	$ ho_1/ ho_2$	$V_{S1}/V_{S2}$	BZ	v <sub>1</sub>
	2,0	0,85	0,20	5	0,35
<i>a</i> (m)	1,0				
$\rho_2 (t/m^3)$		2,0			
$G_2 (kN/m^2)$			2941176		
<i>V</i> <sub>S1</sub> (m/s)			243		
<i>V</i> <sub>S2</sub> (m/s)			1213		
M <sub>pesada</sub> (t)				52	2,3

## 3.4. Resultados – Verificação dos modelos

Segue a descrição do significado de cada curva:

- dpLuco → amplificação dinâmica obtida utilizando os parâmetros da formulação de Luco para fundação pesada;
- dpequiv → amplificação dinâmica obtida utilizando a formulação da 1ª Hipótese (consideração do solo homogêneo com coeficientes de rigidez e amortecimento equivalentes);
- dpCred → amplificação dinâmica obtida utilizando a formulação da 2ª Hipótese (consideração do solo homogêneo com coeficiente de rigidez equivalente e coeficiente de amortecimento equivalente reduzido);
- dpSAP → amplificação dinâmica obtida utilizando o modelo de elementos finitos para representar a fundação e o solo.

A relação h/a é referente à razão entre a espessura da 1<sup>a</sup> camada de solo e o raio da fundação.



Figura 3-6 – Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional para a fundação pesada no Caso 2 com h/a = 2,0, para excitação vertical na fundação.



Figura 3-7 – Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional para a fundação pesada no Caso 2 com h/a = 2,0, para excitação horizontal na fundação.



Figura 3-8 – Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional para a fundação pesada no Caso 3 com h/a = 2,0, para excitação vertical na fundação.

A partir dos resultados obtidos é possível constatar que o modelo de elementos finitos usado para representar fundação/solo tem a resposta muito próxima à resposta obtida com a formulação de Luco, considerada como de referência.

As formulações mais simplificadas, de acordo com as 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> Hipóteses, apresentam a ressonância na mesma frequência dos outros modelos. Porém, os deslocamentos obtidos com a 1<sup>a</sup> Hipótese são muito inferiores aos obtidos com a formulação de Luco, não representando satisfatoriamente a reflexão de ondas devida ao contraste entre as camadas.

Fica assim demonstrado que a mera uniformização das propriedades do solo para analisá-lo como um solo homogêneo equivalente pode levar a resultados muito contra a segurança.

Em sendo assim, os modelos em elementos finitos são considerados como validados e serão usados nos capítulos subsequentes para se analisar as aproximações permitidas pelas Normas para a consideração dos efeitos da interação dinâmica solo-estrutura.

# 4. ANÁLISE DE EDIFÍCIOS CONSIDERANDO INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

## 4.1. Método de análise

O modelo considerado usualmente nas normas de projeto para a análise sísmica de edifícios considera sua base fixa, o que normalmente é uma hipótese conservadora. A consideração da interação solo-estrutura permite a avaliação de um alongamento no período natural da estrutura e de um acréscimo no amortecimento do conjunto, o que usualmente leva a uma diminuição nas forças sísmicas a serem consideradas, observando-se entretanto um aumento nos deslocamentos.

Como visto nos capítulos anteriores, a interação entre o solo e a fundação pode ser considerada através da associação de um conjunto de molas e amortecedores à superfície de contato entre o solo e a fundação, conforme esquematizado na Figura 4-1.



Figura 4-1 – (a) Modelo usual – prédio com base fixa; (b) Modelo considerando a interação solo-estrutura – prédio com molas e amortecedores associados à base.

O estudo do sistema de equações de equilíbrio dinâmico de um pórtico com múltiplos graus de liberdade é desenvolvido a partir da Figura 4-2, que representa um pórtico de 3 andares, sujeito a forças aplicadas externamente ao nível dos andares ( $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$ ,  $f_3(t)$ ). Estes apresentam variações dos deslocamentos no tempo ( $d_1(t)$ ,  $d_2(t)$ ,  $d_3(t)$ ).

Considera-se que as vigas e colunas não possuem deformação axial, que as vigas têm inércia à flexão infinita e as massas da estrutura estejam aplicadas no nível dos andares  $(m_1, m_2, m_3)$ . Este ó o denominado modelo de "shear building".



Figura 4-2 – (a) Pórtico plano com 3 andares; (b) Diagrama de corpo livre da massa m<sub>1</sub>. (SOUZA LIMA E SANTOS, 2008)

A partir das equações de equilíbrio dinâmico para as massas do pórtico, chega-se ao sistema de equações seguinte:

$$\begin{bmatrix} m_{1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{3} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{d}_{1} \\ \dot{d}_{2} \\ \dot{d}_{3} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_{1} + c_{2} & -c_{2} & 0 \\ -c_{2} & c_{2} + c_{3} & -c_{3} \\ 0 & -c_{3} & c_{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{d}_{1} \\ \dot{d}_{2} \\ \dot{d}_{3} \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} k_{1} + k_{2} & -k_{2} & 0 \\ -k_{2} & k_{2} + k_{3} & -k_{3} \\ 0 & -k_{3} & k_{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{1} \\ d_{2} \\ d_{3} \end{bmatrix} = \begin{cases} f_{1}(t) \\ f_{2}(t) \\ f_{3}(t) \end{cases}$$
(4.1)

O sistema de equações acima é resumido na expressão matricial abaixo.

$$\vec{M}\vec{\ddot{d}}(t) + \vec{C}\vec{\dot{d}}(t) + \vec{K}\vec{d}(t) = \vec{f}(t)$$
(4.2)

 $\vec{M}$  = matriz de massa



Sendo a excitação dinâmica uma aceleração  $\ddot{d}_b(t)$  imposta à base da estrutura, chega-se ao sistema de equações seguinte:

$$\vec{M}\vec{\ddot{u}}(t) + \vec{C}\vec{\dot{u}}(t) + \vec{K}\vec{u}(t) = -\vec{M}\{1\}\vec{d}_{b}(t)$$
(4.3)

Verifica-se que os deslocamentos da estrutura relativamente à base podem ser obtidos como sendo decorrentes de uma vibração forçada provocada por forças equivalentes, dadas pelo termo à direita da Equação (4.3).

Neste trabalho, os prédios analisados são do tipo "shear-building", conforme a Figura 4-3.



Figura 4-3 – Prédio do tipo "shear-building": (a) não deformado; (b) deformado a partir de cargas horizontais aplicadas nos níveis dos andares.

O número de graus de liberdade é igual ao número de andares do "shearbuilding", assim como igual ao número de frequências naturais e de modos de vibração.

As forças de amortecimento estão associadas à dissipação de energia no sistema e podem ser de duas naturezas:

- Amortecimento viscoso;
- Amortecimento histerético.

No primeiro, as forças de amortecimento são proporcionais às velocidades e surgem, por exemplo, quando da movimentação de um corpo em um meio fluido. Nas estruturas de edifícios, a energia dissipada pela vibração das fundações por propagação de ondas no solo pode ser representada matematicamente pelo amortecimento do tipo viscoso.

No segundo, a dissipação de energia acontece através de diversos mecanismos internos à estrutura, como atrito e comportamento não-linear dos materiais. É mais difícil de ser quantificado numericamente e usualmente é adotado como um valor nominal, associado ao comportamento de um certo tipo de estrutura sujeito a um determinado tipo de ação dinâmica.

A cada modo de vibração corresponde um amortecimento. Foi adotado fator de amortecimento de 5% para todos os modos.

### 4.2. Aplicação da NBR 15421

A análise sísmica segundo a Norma Brasileira NBR 15421 considera basicamente os edifícios como sendo do tipo "shear building". Os espectros de projeto são definidos para uma fração de amortecimento crítico igual a  $\xi = 5\%$ . Considera-se o modelo da estrutura com base fixa e com este amortecimento. Comentam-se a seguir alguns pontos da Norma a serem aplicados neste trabalho.

A partir do zoneamento sísmico da Figura 4-4, têm-se os valores de  $a_g$ , aceleração sísmica horizontal característica normalizada para terrenos da Classe B ("Rocha"), apresentados na Tabela 4-1. Para as zonas 1 a 3 os valores de  $a_g$  podem ser obtidos através de interpolação, considerando a posição das curvas que limitam as zonas sísmicas.



Figura 4-4 – Mapeamento da aceleração sísmica horizontal característica no Brasil para terrenos da classe B ("Rocha"). (NBR 15421:2006)

Zonas sísmicas	Valores de $a_g$
Zona 0	$a_{\rm g} = 0.025g$
Zona 1	$0,025g \le a_{\rm g} \le 0,05g$
Zona 2	$0,05g \le a_{\rm g} \le 0,10g$
Zona 3	$0,10g \le a_g \le 0,15g$
Zona 4	$a_{\rm g} = 0.15g$

Tabela 4-1 – Zonas sísmicas. (NBR 15421:2006)

Na Tabela 4-2 são apresentadas as classes de terreno da fundação, que devem ser definidas conforme os parâmetros geotécnicos médios nos 30 metros superiores do terreno. Estes parâmetros geotécnicos são a velocidade média de propagação das ondas de cisalhamento ( $\overline{V_s}$ ) ou o número médio de golpes ( $\overline{N}$ ) obtidos no ensaio SPT.

Classe	Designação da	Propriedades médias para	os 30 m superiores do terreno
do terreno	Classe do terreno	Vs	$\overline{N}$
A	Rocha sã	 V <sub>s</sub> ≥ 1500 m/s	(não aplicável)
В	Rocha	1500 m/s ≥ V <sub>s</sub> ≥ 760 m/s	(não aplicável)
С	Rocha alterada ou solo muito rígido	760 m/s ≥ V <sub>s</sub> ≥ 370 m/s	$\overline{N} \ge 50$
D	Solo rígido	370 m/s ≥ V <sub>s</sub> ≥ 180 m/s	$50 \ge \overline{N} \ge 15$
	Solo mole	 V <sub>s</sub> ≤ 180 m/s	<u>N</u> ≤ 15
E	-	Qualquer perfil incluindo cama	da com mais de 3 m de argila mole
F	-	<ul> <li>Solo exigindo avaliação específica, co</li> <li>1. Solos vulneráveis à ação sísmica sensíveis e solos colapsíveis fracar</li> <li>2. Turfa ou argilas muito orgânicas;</li> <li>3. Argilas muito plásticas;</li> <li>4. Estratos muito espessos (≥ 35 m)</li> </ul>	omo: a, como solos liquefazíveis, argilas muito nente cimentados; a de argila mole ou média.

Tabela 4-2 - Classes do terreno (NBR 15421:2006)

São dados de entrada para a definição do espectro de resposta de projeto,  $S_a(T)$ , para acelerações horizontais, a aceleração sísmica horizontal característica  $a_g$  e a classe do terreno. As acelerações espectrais são obtidas através das Equações (4.4) a (4.6), que dependem dos fatores de amplificação sísmica no solo.

Esses fatores são obtidos a partir da classe do terreno e da aceleração sísmica horizontal, e estão apresentados na Tabela 4-3.

Tabela 4-3 – Fatores de amplificação sísmica no solo. (NBR 15421:2006)

Classe de terrene	(	2 <sub>a</sub>	C	2 <sub>v</sub>
	a <sub>g</sub> ≤ 0,10g	a <sub>g</sub> = 0,15g	a <sub>g</sub> ≤ 0,10g	a <sub>g</sub> = 0,15g
A	0,8	0,8	0,8	0,8
В	1,0	1,0	1,0	1,0
С	1,2	1,2	1,7	1,7
D	1,6	1,5	2,4	2,2
E	2,5	2,1	3,5	3,4

Para construção do espectro de resposta de projeto, três faixas de períodos são definidas nas expressões (4.4) a (4.6). O espectro é apresentado graficamente na Figura 4-5.

$$S_a(T) = a_{gs0} \times \left(18,75 \times T \times \frac{c_a}{c_v} + 1,0\right), \text{ para } 0 \le T \le 0.08 \frac{c_v}{c_a}$$
(4.4)

$$S_a(T) = 2.5 \times a_{gs0}$$
, para  $0.08 \frac{c_v}{c_a} \le T \le 0.4 \frac{c_v}{c_a}$  (4.5)

$$S_a(T) = \frac{a_{gs1}}{T}, \text{ para } T \ge 0.4 \frac{c_v}{c_a}$$

$$\tag{4.6}$$

 $S_a(T)$  = aceleração espectral, em função do período

 $C_a$  = fator de amplificação sísmica no solo, para o período de 0,0 s

 $C_v$  = fator de amplificação sísmica no solo, para o período de 1,0 s

 $a_{gs0} = a_g \times C_a$  = aceleração espectral para o período de 0,0 s, já considerado o efeito da amplificação sísmica no solo

 $a_{gs1} = a_g \times C_v$  = aceleração espectral para o período de 1,0 s, já considerado o efeito da amplificação sísmica no solo



Figura 4-5 – Variação do espectro de resposta de projeto  $(S_a/a_{gs0})$  em função do período (T). (NBR 15421:2006)

#### 4.3. Aplicação da ASCE 7-10

A norma americana, ASCE 7-10, propõe que seja feita uma análise prévia do modelo da estrutura considerando sua base fixa e, a partir disso, se insiram os parâmetros de rigidez do solo para que a interação solo-estrutura seja considerada na análise, da forma que é descrito a seguir.

O período efetivo  $(\overline{T})$  é determinado conforme a equação seguinte:

$$\overline{T} = T \times \sqrt{1 + \frac{\overline{k}}{K_y} \times \left(1 + \frac{K_y \times (\overline{h})^2}{K_\theta}\right)}$$
(4.7)

 $T = \text{período fundamental da estrutura, encontrado com o modelo de base fixa$  $\overline{k} = \text{rigidez da estrutura correspondente ao modelo de base fixa:}$ 

$$\bar{k} = 4 \times \pi^2 \times \left(\frac{\bar{W}}{g \times T^2}\right) \tag{4.8}$$

 $\overline{W}$  = peso efetivo da estrutura, usualmente igual a 0,7 × W.

g = aceleração da gravidade

 $\overline{h}$  = altura efetiva da estrutura, igual a 0,7 × h, sendo h usualmente a altura total.

 $K_y$  = rigidez translacional da fundação

 $K_{\theta}$  = rigidez rotacional da fundação

A relação entre o módulo de cisalhamento do solo em baixa deformação distorcional específica ( $\leq 10^{-4}$ %) (G<sub>0</sub>) e o módulo de cisalhamento do solo (G) a ser considerado na análise sísmica está definida na Tabela 4-4. A tabela também apresenta os valores correspondentes da relação v<sub>s</sub>/v<sub>s0</sub> (velocidades de propagação de ondas de cisalhamento).

	Value of $v_s/v_{so}$			Valu	Value of $G/G_o$		
	S <sub>DS</sub> /2.5		S <sub>DS</sub> /2.5				
Site Class	≤0.1	0.4	≥0.8	≤0.1	0.4	≥0.8	
A	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	
В	1.00	0.97	0.95	1.00	0.95	0.90	
С	0.97	0.87	0.77	0.95	0.75	0.60	
D	0.95	0.71	0.32	0.90	0.50	0.10	
E	0.77	0.22	a	0.60	0.05	а	
F	а	а	а	а	а	a	

Tabela 4-4 – Valores de G/G<sub>0</sub> e  $v_s/v_{s0}$ . (ASCE 7-10)

Note: Use straight-line interpolation for intermediate values of  $S_{DS}/2.5$ .

"Should be evaluated from site specific analysis

O fator de amortecimento efetivo para o sistema fundação-estrutura  $(\bar{\beta})$  é determinado conforme a equação a seguir.

$$\bar{\beta} = \beta_0 + \frac{0.05}{\left(\frac{\bar{T}}{\bar{T}}\right)^3} \tag{4.9}$$

 $\beta_0$  = fator de amortecimento especificado na Figura 4-6



Figura 4-6 – Fator de amortecimento da fundação. (ASCE 7-10)

Cada curva da figura anterior é referente a uma relação  $\frac{\overline{h}}{r}$ , onde o denominador r é o comprimento característico da fundação, que é determinado por:

$$\frac{\bar{h}}{L_0} \le 0.5$$
,  $r = r_a$  (4.10)

$$\frac{\overline{h}}{L_0} \ge 1, \ r = r_m \tag{4.11}$$

 $L_0$  = o comprimento do lado da fundação na direção analisada

$$r_a = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}} \tag{4.12}$$

$$r_m = \sqrt[4]{\frac{4 \times I_0}{\pi}} \tag{4.13}$$

 $A_0$  = área da base da fundação

 $I_0$  = momento estático de inércia da área da base da fundação em relação ao eixo horizontal do centróide normal à direção na qual a estrutura é analisada

## $r_a$ e $r_m$ = comprimentos característicos da fundação

Para valores intermediários de  $\frac{\overline{h}}{L_0}$ , o valor de r deve ser determinado por interpolação.

Com o alongamento do período e a consideração do amortecimento, encontra-se um valor de aceleração espectral de resposta reduzido, conforme a Figura 4-7, o que gera diminuição nos esforços na estrutura.



Figura 4-7 – Redução do espectro de resposta. (CARVALHO, 2009)

## 4.4. Modelos de "shear-building"

Os modelos estudados foram de prédios do tipo "shear-building". Em todos eles foram usados os mesmos parâmetros de solo e a mesma geometria estrutural, incluindo a fundação. Foi variada apenas a altura total dos prédios, de acordo com a quantidade de andares.

Neste Capítulo 4, será aplicada uma aceleração unitária harmônica na base do prédio. Esta aceleração unitária na base é representada através de forças equivalentes nos andares, iguais à massa do andar vezes a aceleração unitária. O Capítulo 5 apresenta análises sísmicas completas para cada edifício, através da aplicação de espectros de resposta de projeto.

Abaixo são apresentados os dados dos modelos estruturais:

- Dimensões dos pilares: 0,50m x 0,50m;
- Quantidade de pilares: 10;
- Raio da fundação circular: 10m;
- Altura da fundação circular: 2m;

- Altura entre andares: 3m;
- Massa por andar: 240t.

A localização dos prédios escolhida foi a cidade de Rio Branco, no estado do Acre. Conforme a Figura 4-8, ela está situada na Zona 3, na qual a aceleração horizontal sísmica máxima varia de  $0,10g \le a_g \le 0,15g$ , segundo a Tabela 4-1.



Figura 4-8 – Mapeamento de aceleração sísmica horizontal característica no Brasil para terrenos da Classe B ("Rocha"), com a indicação da cidade de Rio Branco.

O solo usado para os cálculos foi uma argila com as características abaixo:

- Módulo de cisalhamento: G<sub>0</sub> = 75 MPa;
- Coeficiente Poisson: v = 0,30;
- Massa específica:  $\rho = 1.8 \text{ t/m}^3$ .

Para a 1<sup>a</sup> camada, de 30m de espessura, com base na ASCE 7-10 foi adotada a relação  $G/G_0 = 0,40$ . Portanto o módulo de cisalhamento a ser usado é de G = 30 MPa. Para o semi-espaço foi adotado G = 300 MPa.

A velocidade de propagação de ondas de cisalhamento no solo é calculada como:

$$V_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \tag{4.14}$$

Portanto, no exemplo estudado, tem-se  $V_s = 129,10$  m/s, propriedade usada para definição da Classe do Terreno, que a Tabela 4-2 designa como solo mole — Classe do Terreno E.

A partir da classe do terreno, e da aceleração máxima do mesmo, que foi adotada como  $a_g = 0,10g$ , obtém-se  $C_a = 2,50$  e  $C_v = 3,50$ , através da Tabela 4-3. Para o exemplo estudado, segue a representação gráfica do espectro na Figura 4-9.



Figura 4-9 – Espectro de resposta.

A partir dos parâmetros do solo e da geometria da fundação, foi calculada a rigidez translacional horizontal, conforme a Equação (2.42) para fundação circular assente em solo estratificado. A rigidez rotacional foi adotada como sendo infinita, porque o modelo foi analisado apenas para o deslocamento na direção X do modelo feito no programa SAP (modelo de "shear building").

O amortecimento translacional foi calculado conforme as equações (2.45) ou (2.47), de acordo com a formulação das 1ª e 2ª Hipóteses, respectivamente.



Figura 4-10 – Modelo da fundação em elementos finitos.

A estrutura foi analisada na direção X, na qual foi considerada a atuação das forças sísmicas.

Na Tabela 4-5 estão apresentados os dados da fundação dos modelos estudados.

R	A <sub>0</sub>	Espessura	Peso	Massa
(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(kN)	(t)
10,00	314,16	2,00	15707,96	1571

Tabela 4-5 – Dados da fundação.

O número de andares de cada prédio foi escolhido de forma que ficasse próximo a cada uma das 3 curvas da ASCE 7-10, conforme mostrado na tabela seguinte.

massa pav (t)	Inércia 10 pilares 50 x 50 cm <sup>2</sup> (m <sup>4</sup> )	Lado do pilar quadrado equivalente (m)	Pé direito (m)	nº de andares	h (m)	<i>h</i> (m)	$\frac{\overline{h}}{r}$	$\overline{h}$ $r$ (curvadaASCE)
240,00	0,0520833	0,8891	3,00	2	6,00	4,20	0,42	0,50
240,00	0,0520833	0,8891	3,00	5	15,00	10,50	1,05	1,00
240,00	0,0520833	0,8891	3,00	8	24,00	16,80	1,68	2,00

Tabela 4-6 – Dados dos prédios.

Nas tabelas a seguir são apresentados os dados das camadas do solo, a rigidez e o amortecimento da fundação.

Tabela 4-7 – Dados do solo.

G <sub>0</sub> (kPa)	$\frac{G}{G_0}$	G <sub>1</sub> (kPa)	v <sub>1</sub>	ρ <sub>1</sub> (t/m <sup>3</sup> )	<i>V</i> <sub>S</sub> (m/s)	$rac{a_g}{g}$	Ca	Cv	$rac{a_{gS0}}{g}$	$\frac{a_{gS1}}{g}$
75000	0,40	30000	0,30	1,80	129,10	0,10	2,50	3,50	0,25	0,35

H espessura da 1ª camada (m)	G <sub>2</sub> (kPa)	<b>v</b> <sub>2</sub>	ρ <sub>2</sub> (t/m <sup>3</sup> )	
30,00	300000	0,30	1,80	

Tabela 4-8 – Dados da rigidez da fundação.

K <sub>equiv,H</sub>	K <sub>θ</sub>
(kN/m)	(kN/m)
1620057,86	8
Tabela 4-9 – Dados do amortecimento da fundação.

G <sub>equiv,H</sub>	C <sub>equiv,H</sub>	$\frac{1}{\alpha}$	C <sub>reduzido</sub>
(kPa)	(kNs/m)		(kNs/m)
34426,23	69701,00	0,32	22041,39

São apresentados na Tabela 4-10 o maior período natural para cada prédio analisado, para os modelos com base engastada.

Tabela 4-10 – Período natural obtido no Modelo 1 (modelo com base engastada).

nº andares	massa andar (t)	$\frac{W}{g}$ (t)	$\frac{\overline{W}}{g}$ (t)	T (s)
2	240,00	480,00	336,00	0,258088
5	240,00	1200,00	840,00	0,560403
8	240,00	1920,00	1344,00	0,864366

Seguem os valores calculados de período alongado para cada altura de prédio e os respectivos valores de amortecimento obtidos segundo o gráfico da ASCE 7-10.

nº andares	k   (kN/m)	T (ASCE) (s)	Aumento de período (ASCE)	$\frac{\overline{T}}{\overline{T}}$	
2	199142,24	0,2735	5,97%	1,0597	
5	105593,73	0,5784	3,21%	1,0321	
8	71017,22	0,8831	2,17%	1,0217	

Tabela 4-11 – Período natural alongado calculado através da ASCE 7-10.

nº andares	$\frac{\overline{T}}{\overline{T}}$	$\frac{\overline{h}}{r}$	$\overline{h}$ $r$ (curva daASCE)	β <sub>0</sub>	β
2	1,06	0,42	0,50	0,030	0,072
5	1,03	1,05	1,00	0,010	0,055
8	1,02	1,68	2,00	0,005	0,052

Tabela 4-12 – Valores de amortecimento calculados através da ASCE 7-10.

Segue a descrição dos modelos, conforme serão apresentados nos gráficos dos resultados a serem apresentados posteriormente.

### • MODELO 1

- massa concentrada nos níveis dos pavimentos;
- base engastada;

- resolução através de análise modal com amortecimento de 0,05 em todos os modos.



Figura 4-11 – Esquema genérico do Modelo 1 (modelo com base engastada).

### • MODELO 2

- massa concentrada nos níveis dos pavimentos;
- massa concentrada no nível da fundação;
- base com mola horizontal K = 1620058 kN/m;
- resolução através de análise modal com amortecimento calculado pela

ASCE 7-10 em todos os modos.



Figura 4-12 – Esquema genérico do Modelo 2 (modelo com base com mola horizontal).

## • MODELO 3.1

- massa concentrada nos níveis dos pavimentos;
- massa concentrada no nível da fundação;
- base com mola horizontal K = 1620058 kN/m;

base com amortecedor horizontal C = 69701 kNs/m (conforme formulação da 1ª Hipótese);

- resolução através de análise modal com amortecimento de 0,05 em todos os modos.

### • MODELO 3.2

- massa concentrada nos níveis dos pavimentos;
- massa concentrada no nível da fundação;
- base com mola horizontal K = 1620058 kN/m;

base com amortecedor horizontal C = 22041 kNs/m (conforme formulação da 2ª Hipótese);

- resolução através de análise modal com amortecimento de 0,05 em todos os modos.



Figura 4-13 – Esquema genérico dos Modelos 3.1 e 3.2 (modelos com base com mola e amortecedor horizontais).

#### • MODELO 4

- massa concentrada nos níveis dos pavimentos;
- fundação em elementos finitos com massa;
- solo em elementos finitos com massa;

- resolução através de análise modal com amortecimento de 0,05 em todos os modos.

A malha de elementos finitos utilizada neste modelo possui as mesmas características da que foi utilizada no item 3 (mesma quantidade de elementos e nós), sendo que suas dimensões são, proporcionalmente, 10 vezes maiores que a anterior. Portanto, neste modelo têm-se: elementos finitos da fundação com raio total de 10m e altura total de 2m, e elementos finitos do solo com raio total de 100m e altura total de 250m.



Figura 4-14 – Esquema genérico do Modelo 4 (modelo com fundação e solo em elementos finitos).

Para todos os modelos (1, 2, 3.1, 3.2 e 4) as forças foram aplicadas nos níveis dos andares, na direção X do modelo, conforme o exemplo do prédio de 2 andares do Modelo 1, apresentado na figura a seguir.



Figura 4-15 – Forças aplicadas no Modelo 1 do prédio de 2 andares.

Foi utilizada a análise modal tanto para a obtenção dos períodos naturais das estruturas, quanto para a obtenção dos deslocamentos máximos no topo das mesmas.

São apresentados na Tabela 4-13 o maior período natural para cada prédio analisado, para os modelos com mola horizontal associada à fundação.

Tabela 4-13 – Período natural obtido nos Modelos 2, 3.1 e 3.2 (modelos com mola horizontal associada à fundação).

n° andares	T <sub>along</sub> (s)
2	0,2945
5	0,5860
8	0,8886

Para os modelos com fundação e solo modelados em elementos finitos (Modelo 4), o 1º período natural obtido, para todas as alturas de prédios, é correspondente ao deslocamento do solo preponderante ao da estrutura. Por este motivo, foi procurado o primeiro modo de vibração no qual a estrutura seja preponderante ao solo.

Ao se fazer a análise modal, foram ativados apenas os primeiros modos, de forma que compreendessem os modos de vibração nos quais o deslocamento da estrutura fosse preponderante ao do solo, sendo o somatório de participação modal em UX (deslocamento na direção X analisada) igual a um valor superior a 90%.

#### Prédio de 2 andares:

MODO 1:  $T = 1,640801s \rightarrow solo preponderante$ MODO 133:  $T = 0,284746s \rightarrow estrutura preponderante$ MODO 143:  $T = 0,281705s \rightarrow estrutura preponderante$ 

Os primeiros 150 modos totalizaram uma participação modal de 97,2921% em UX, conforme apresentado na Tabela 4-14.

TABLE: Modal Load Participation Ratios								
OutputCase	ItemType	Item	Static	Dynamic				
Text	Text	Text	Percent	Percent				
MODAL	Acceleration	UX	99.9545	97.2921				
MODAL	Acceleration	UY	0	0				
MODAL	Acceleration	UZ	0	0				

Tabela 4-14 – Participação modal no prédio de 2 andares do Modelo 4.

O modo de vibração 133 está apresentado nas imagens da Figura 4-16 e da Figura 4-17.



Figura 4-16 – Vista em 3 dimensões do modo de vibração 133 do Modelo 4 para o prédio de 2 andares (estrutura preponderante em relação ao solo).

									\ 	Ι.													
4		+	+	•	٠	+	+	 • • •	• • •		• •	• •	• •	• •	•		•		٠		•	٠	4
8		+	+		•	+	+	 • • •	• • •	• • •	• • •	• • •	۰.	••	•		•		٠	•	•	٠	- 8
8		+	•	•	•	•	•	 • • •	• •	• • •	• • •	• • •	۰.	• • •		,		•	•	•	•	•	1
2	•	+		•		•	•	 	۰.	• • •	• • •		• •					•	•	•	•	•	
8		•						 • • •	• •	• •	• •								•				- 1
1							•	 • • •	••	• •	• •	• • •		• • •						•	•	•	- <u>R</u>
1	•	•		•	•		•	 • • •	٠.	••	• • •	• • •	• •	• • •			•		•	+	•	•	
8	•	•		•	•		,	 • • •	٠.	••	• •	• • •	•	• • •	•	•	+	•		+	•	+	- 1
8		٠			•	•		 		• •	• •				٠	•	+			+	•		
1	•	•						 	• •	• •	• •	•••			•					,		•	
8	•	•	,	•	•	•	•	 • • •	• •	••	• •	•••	•	• • •	•	•		•		•	•	•	- 8

Figura 4-17 – Vista no plano XZ do modo de vibração 133 do modelo para o prédio de 2 andares (estrutura preponderante em relação ao solo).

## Prédio de 5 andares:

MODO 1:  $T = 1,641055s \rightarrow solo preponderante$ MODO 10:  $T = 0,643446s \rightarrow estrutura preponderante$ MODO 14:  $T = 0,569407s \rightarrow estrutura preponderante$ 

Os primeiros 50 modos totalizaram uma participação modal de 95,5% em UX, conforme apresentado na Tabela 4-15.

TABLE: Modal Load Participation Ratios									
OutputCase ItemType Item Static Dynami									
Text	Text	Text	Percent	Percent					
MODAL	Acceleration	UX	99.868	95.5					
MODAL	Acceleration	UY	0	0					
MODAL	Acceleration	UZ	0	0					

Tabela 4-15 – Participação modal no prédio de 5 andares do Modelo 4.

O modo de vibração 10 está apresentado nas imagens da Figura 4-18 e da Figura 4-19.



Figura 4-18 – Vista em 3 dimensões do modo de vibração 10 do Modelo 4 para o prédio de 5 andares (estrutura preponderante em relação ao solo).



Figura 4-19 – Vista no plano XZ do modo de vibração 10 do Modelo 4 para o prédio de 5 andares (estrutura preponderante em relação ao solo).

## Prédio de 8 andares:

MODO 1: T = 1,641426s  $\rightarrow$  solo preponderante MODO 3: T = 0,957546s  $\rightarrow$  estrutura preponderante MODO 4: T = 0,899027s  $\rightarrow$  estrutura preponderante MODO 6: T = 0,857909s  $\rightarrow$  estrutura preponderante

Os primeiros 20 modos totalizaram uma participação modal de 93,0383% em UX, conforme apresentado na Tabela 4-16.

Tabela 4-16 – Participação modal no prédio de 8 andares do Modelo 4.

TABLE: Modal Load Participation Ratios									
OutputCase ItemType Item Static Dy									
Text	Text	Text	Percent	Percent					
MODAL	Acceleration	UX	99.6522	93.0383					
MODAL	Acceleration	UY	0	0					
MODAL	Acceleration	UZ	0	0					

O modo de vibração 3 está apresentado nas imagens da Figura 4-20 e da Figura 4-21.



Figura 4-20 – Vista em 3 dimensões do modo de vibração 3 do Modelo 4 para o prédio de 8 andares (estrutura preponderante em relação ao solo).



Figura 4-21 – Vista no plano XZ do modo de vibração 3 do Modelo 4 para o prédio de 8 andares (estrutura preponderante em relação ao solo).

#### 4.5. Resultados das análises dos modelos de "shear-building"

Foi usado como parâmetro de comparação entre as análises, o deslocamento do último pavimento, em cada prédio.

Nas figuras a seguir são apresentados os gráficos "amplificação dinâmica x frequência de excitação", obtidos para a primeira frequência natural de cada prédio.

Para um sistema de um grau de liberdade, o fator de amplificação dinâmica máximo é igual a:

$$A_{D_{max}} = \frac{1}{2 \times \xi \times \sqrt{1 - \xi^2}} \tag{4.15}$$

Para sistemas fracamente amortecidos, pode-se aproximar esta expressão para:

$$A_{D_{max}} = \frac{1}{2 \times \xi} \tag{4.16}$$

Para o prédio de 2 andares, os fatores de amplificação dinâmica obtidos são apresentados a seguir na Figura 4-22 e na Figura 4-23.



Figura 4-22 – Fatores de amplificação dinâmica obtidos para o prédio com 2 andares.

Na curva do Modelo 1, que apresentou o maior deslocamento, é possível verificar que a amplificação dinâmica é aproximadamente igual a 10, o que é coerente com o valor calculado para sistemas fracamente amortecidos, com  $\xi = 0.05$ :

$$A_{D_{max}} = \frac{1}{2 \times 0.05} = 10$$

Para as demais curvas, nas quais se leva em consideração a interação soloestrutura, o valor do deslocamento no topo do prédio teve seu valor reduzido.



Figura 4-23 – Fatores de amplificação dinâmica do prédio com 2 andares (detalhe da região de ressonância).

Segue na Tabela 4-17 um quadro com os valores máximos de deslocamentos no último pavimento do prédio com 2 andares para cada caso estudado.

	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3.1	MODELO 3.2	MODELO 4
Amplificação dinâmica	9,67	6,38	2,23	4,56	1,14

Tabela 4-17 – Maiores amplificações dinâmicas no topo do prédio de 2 andares.

Para o prédio de 5 andares, os fatores de amplificação dinâmica obtidos são apresentados a seguir na Figura 4-24 e na Figura 4-25.



Figura 4-24 – Fatores de amplificação dinâmica obtidos para o prédio com 5 andares.

Para o prédio de 5 andares, a curva do Modelo 1 foi a de maior deslocamento, e a amplificação dinâmica é aproximadamente igual a 10, coerente com o valor calculado para sistemas fracamente amortecidos, com  $\xi = 0.05$ .

Para as demais curvas, nas quais se leva em consideração a interação soloestrutura, o valor do deslocamento no topo do prédio teve seu valor reduzido.



Figura 4-25 – Fatores de amplificação dinâmica do prédio com 5 andares (detalhe da região de ressonância).

Segue na Tabela 4-18 um quadro com os valores máximos de deslocamento no último pavimento do prédio com 5 andares para cada caso estudado.

Tabela 4-18 – Maiores amplificações dinâmicas no topo do prédio de 5 andares.

	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3.1	MODELO 3.2	MODELO 4
Amplificação dinâmica	9,96	9,01	6,88	8,70	3,84

Para o prédio de 8 andares, os fatores de amplificação dinâmica obtidos são apresentados a seguir na Figura 4-26 e na Figura 4-27.



Figura 4-26 – Fatores de amplificação dinâmica obtidos para o prédio com 8 andares.



Figura 4-27 – Fatores de amplificação dinâmica do prédio com 8 andares (detalhe da região de ressonância).

Assim como nos prédios menores, a curva do Modelo 1 foi a de maior deslocamento, e a amplificação dinâmica é aproximadamente igual a 10, coerente com o valor calculado para sistemas fracamente amortecidos, com  $\xi = 0,05$ . Para as demais curvas, nas quais se leva em consideração a interação solo-estrutura, o valor do deslocamento no topo do prédio teve seu valor reduzido.

Segue na Tabela 4-19 um quadro com os valores máximos de deslocamento no último pavimento do prédio com 8 andares para cada caso estudado.

	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3.1	MODELO 3.2	MODELO 4
Amplificação dinâmica	9,92	9,54	8,47	9,41	2,69

Tabela 4-19 – Maiores amplificações dinâmicas no topo do prédio de 8 andares.

Em todos os prédios, os deslocamentos obtidos com o Modelo 1, em que o amortecimento devido à interação solo-estrutura não foi considerado, foram coerentemente os maiores. Para os prédios do Modelo 2, feito segundo a proposta da ASCE, que leva em consideração a interação solo-estrutura, os deslocamentos foram inferiores ao Modelo 1, mas foram superiores aos demais modelos. Os deslocamentos obtidos com o Modelo 3.2 foram coerentemente maiores do que os obtidos com o Modelo 3.1, já que no Modelo 3.2 o amortecimento é reduzido. No caso do Modelo 4, os resultados foram similares em termos de frequência em relação aos demais modelos, mas houve divergência nos valores obtidos para os deslocamentos, o que indica necessidade de uma melhor calibragem do modelo em elementos finitos.

## 5. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

São comparados a seguir, para os prédios descritos no Capítulo 4, resultados de análises sísmicas completas, com a aplicação dos espectros de projeto definidos na NBR 15421.

Aos Modelos 1 (base engastada), 2 (base com mola) e 4 (base/solo em elementos finitos), foi aplicado o espectro de resposta de projeto para acelerações horizontais, relativo a fração de amortecimento crítico igual a 5%, definido a partir das características do terreno consideradas. A estrutura foi analisada na direção X dos modelos.

Diferentes processos de análise sísmica descritos na NBR 15421 (estático equivalente e espectral) são aplicados.



Figura 5-1 – Espectro de resposta aplicado aos modelos.

No método das forças horizontais equivalentes, a força horizontal total na base da estrutura (H) é definida pela Equação (5.1).

$$H = C_s \times W \tag{5.1}$$

 $C_s$ : coeficiente de resposta sísmica (definido na Equação 5.2)

*W*: peso total da estrutura

$$C_s = \frac{2.5 \times \left(\frac{a_g S_0}{g}\right)}{\left(\frac{R}{I}\right)} \tag{5.2}$$

 $a_{gS0}$ : aceleração espectral para o período de 0,0 s

g: aceleração da gravidade

*R*: coeficiente de modificação de resposta

#### I: fator de importância de utilização

O coeficiente de resposta sísmica não precisa ser maior que o valor obtido a partir na Equação (5.3) e não pode ser inferior a 0,01.

$$C_{s} = \frac{\left(\frac{a_{gS1}}{g}\right)}{T \times \left(\frac{R}{I}\right)}$$
(5.3)

 $a_{gS1}$ : aceleração espectral para o período de 1,0s

#### T: período natural da estrutura

Nos exemplos aqui apresentados foram adotados o coeficiente de modificação de resposta e o fator de importância de utilização iguais a 1 para possibilitar a comparação com a análise espectral.

Nas figuras a seguir são apresentados os gráficos de deslocamentos nos pavimentos para cada prédio. Os deslocamentos foram obtidos nas análises espectrais com a aplicação da regra do CQC para a combinação das componentes modais.

São também apresentadas tabelas com os valores de reação na base para cada modelo de cada prédio. O número de modos considerados na análise espectral deve assegurar a captura de ao menos 90% da massa total na direção analisada.

Para o prédio de 2 andares, são apresentados os deslocamentos horizontais absolutos e relativos à base, respectivamente na Figura 5-2 e na Figura 5-3.



Figura 5-2 – Deslocamentos dos pavimentos e da base, prédio com 2 andares.



Figura 5-3 – Deslocamentos relativos à base, prédio com 2 andares.

Tabela 5-1 – Valores de reação	na base para o	prédio de 2 andares.
--------------------------------	----------------	----------------------

	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 4
Reação na base (kN)	2846,74	4559,78	4533,95

Verificando o valor da força na base, para o Modelo 1 (base engastada), de acordo com o método das forças horizontais equivalentes, tem-se:

$$C_{s} = \frac{\frac{2,5 \times \left(\frac{a_{g}S_{0}}{g}\right)}{\left(\frac{R}{I}\right)}}{\frac{2,5 \times 0,25}{1}} = 0,6250$$
$$C_{s} = \frac{\left(\frac{a_{g}S_{1}}{g}\right)}{T \times \left(\frac{R}{I}\right)} = \frac{0,35}{0,258088} = 1,3561$$

 $H = C_s \times W = 0,625 \times 4800 = 3000,0kN$ 

Seguem os diagramas de esforço cortante na estrutura para os modelos estudados.



Figura 5-4 – Diagramas de esforço cortante para o prédio com 2 andares: Modelos 1, 2 e 4, respectivamente.

Para o prédio de 5 andares, são apresentados os deslocamentos horizontais absolutos e relativos à base, respectivamente na Figura 5-5 e na Figura 5-6.



Figura 5-5 – Deslocamentos dos pavimentos e da base, prédio com 5 andares.



Figura 5-6 – Deslocamentos relativos à base, prédio com 5 andares.

	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 4
Reação na base (kN)	6633,01	7323,78	13576,87

Tabela 5-2 – Valores de reação na base para o prédio de 5 andares.

Verificando o valor da força na base, para o Modelo 1 (base engastada), de acordo com o método das forças horizontais equivalentes, tem-se:

$$C_{s} = \frac{2.5 \times \left(\frac{a_{gS0}}{g}\right)}{\left(\frac{R}{I}\right)} = \frac{2.5 \times 0.25}{1} = 0,6250$$
$$C_{s} = \frac{\left(\frac{a_{gS1}}{g}\right)}{T \times \left(\frac{R}{I}\right)} = \frac{0.35}{0.560403} = 0,6246$$
$$H = C_{s} \times W = 0,6246 \times 12000 = 7494,6kN$$

Seguem os diagramas de esforço cortante na estrutura para os modelos estudados.



Figura 5-7 – Diagramas de esforço cortante para o prédio com 5 andares: Modelos 1, 2 e 4, respectivamente.



Para o prédio de 8 andares, são apresentados os deslocamentos horizontais absolutos e relativos à base, respectivamente na Figura 5-8 e a Figura 5-9.

Figura 5-8 – Deslocamentos dos pavimentos e da base, prédio com 8 andares.



Figura 5-9 – Deslocamentos relativos à base, prédio com 8 andares.

	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 4
Reação na base (kN)	6770,72	7153,15	41465,05

Tabela 5-3 – Valores de reação na base para o prédio de 8 andares.

Verificando o valor da força na base, para o Modelo 1 (base engastada), de acordo com o método das forças horizontais equivalentes, tem-se:

$$C_{s} = \frac{\frac{2,5 \times \left(\frac{a_{gS0}}{g}\right)}{\left(\frac{R}{I}\right)}}{\frac{2,5 \times 0,25}{1}} = 0,6250$$

$$C_s = \frac{\left(\frac{g_{S1}}{g}\right)}{T \times \left(\frac{R}{I}\right)} = \frac{0.35}{0.864366} = 0.4049$$

 $H = C_s \times W = 0,4049 \times 19200 = 7774,5kN$ 

A explicação para a divergência dos resultados obtidos com o modelo de elementos finitos é que, no caso dos Modelos 1 e 2, os espectros de projeto são aplicados diretamente à base da estrutura, não se considerando a amplificação sísmica no solo. Isto se agrava com o aumento do período estrutural (aumento da altura do prédio).

No caso do Modelo 4, o espectro é aplicado na base do modelo, ou seja, há amplificação do espectro de projeto até a superfície do solo, ao nível da base da fundação.

Do ponto de vista teórico, dever-se-ia proceder à amplificação sísmica da base até o nível da fundação, através de "software" específico, como o programa SHAKE SCHNABEL *et al.* (1972), o que exigiria o desenvolvimento de acelerogramas artificiais compatíveis com o espectro de projeto.

Não se encontrou uma maneira prática de se compatibilizar os resultados das modelagens neste caso.

Seguem os diagramas de esforço cortante na estrutura para os modelos estudados.



Figura 5-10 – Diagramas de esforço cortante para o prédio com 8 andares: Modelos 1, 2 e 4, respectivamente.

## 6. CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta um extenso estudo sobre a consideração da interação dinâmica solo-estrutura na análise sísmica de estruturas correntes.

Algumas conclusões importantes foram obtidas.

Inicialmente observou-se que a simplificação considerada nas normas de projeto, da uniformização do solo para analisá-lo como um solo homogêneo equivalente pode conduzir a deslocamentos inferiores aos reais. Foi oferecida como melhor alternativa a que foi chamada de 2ª Hipótese, que acrescenta à homogeneização do solo uma adequada redução nos coeficientes de amortecimento, considerando a reflexão de ondas na interface de camadas de diferentes características mecânicas.

Foi também demonstrado que uma adequada modelagem em elementos finitos pode apresentar como resultados valores apropriados para a obtenção de coeficientes de rigidez e de amortecimento do solo (coeficientes de impedância).

Em seguida analisaram-se os critérios de consideração aproximada de interação solo-estrutura da ASCE 7-10. Concluiu-se, através da aplicação de excitações harmônicas unitárias à base das estruturas analisadas, que os critérios de alongamento de período e acréscimo de amortecimento devido ao solo desta norma são aparentemente adequados.

Relativamente à aplicação de um modelo completo, compreendendo a modelagem da estrutura juntamente com a modelagem do solo, não se encontrou uma solução satisfatória.

Um primeiro problema é que, nestes modelos completos, normalmente os primeiros modos de vibração (inúmeros) são referentes a deslocamentos somente do solo, sem a participação efetiva da estrutura. Isso faz com que não haja segurança se a análise modal está efetivamente capturando com precisão, o número de modos necessário para que a resposta da estrutura esteja correta.

O segundo problema é que a amplificação sísmica no solo, considerada de forma aproximada e conservadora pelas normas de projeto através da aplicação de coeficientes de amplificação dos espectros de projeto, não poderá ser aplicada de forma equivalente nos modelos em elementos finitos, a não ser com abordagens mais completas, o que impediu a validação dos resultados aqui obtidos.

Com os conhecimentos presentemente disponíveis, fica como sugestão para a rotina de análise em projetos, a divisão da análise em duas etapas, uma de obtenção dos coeficientes de impedância, e a outra (interação inercial) de análise da estrutura suportada nos coeficientes de impedância previamente obtidos. Na primeira fase, em casos em que o solo apresente condições complexas de estratificação, os modelos em elementos finitos podem ser aplicados.

Diversas sugestões podem ser feitas para a continuidade deste trabalho. Outros programas de análise estrutural, talvez mais eficientes, poderiam ser usados nas análises, para agilizá-las. Estruturas sobre estacas podem ser analisadas. Outros métodos de análise, por exemplo, por integração direta no tempo das equações de movimento podem ser testados, com a utilização de acelerogramas artificialmente gerados.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABMS/ ABEF, Fundações – Teoria e Prática, Editora Pini, São Paulo, 1996.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (ASCE), ASCE/SEI 7-10: Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures. Reston, Virginia, United States, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), NBR 6484, Solo – Sondagens de simples reconhecimento com SPT – Método de ensaio. Rio de Janeiro, 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), NBR 15421, Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos – Procedimento. Rio de Janeiro, 2006.

CARVALHO, C. V., *Análise sísmica de um edifício considerando efeitos de interação solo-estrutura*. Projeto Final de Graduação, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Setembro de 2009.

COOMBS, R. F e REIS, F. C., *Interação Solo-Estrutura para Fundações Estaqueadas*. V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Grupo II, Produção Térmica, Recife, Brasil, 1979.

CSI COMPUTERS & STRUCTURES, INC., SAP2000, Integrated Software for Structural Analysis & Design, Version 14. CSI Inc, Berkeley, California, USA, 2010.

FIDELES, H. M. R., *Análise sísmica de estruturas de edifício considerando interação solo-estrutura*. Projeto Final de Graduação, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Setembro de 2010.

GAZETAS, G., 1983, "Analysis of Machine Foundation Vibrations: State of the Art", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v.2, n.1.

KOLAY, C., PRASHANT, A. e JAIN, S. K., 2013, "Nonlinear Dynamic Analysis and Seismic Coefficient for Abutments and Retaining Walls". *Earthquake Spectra*, v.29 (May), pp. 427-451.

LUCO, J. E., 1974, "Impedance Functions for a Rigid Foundation on a Layered Medium", *Nuclear Engineering and Design*, v. 31 (Jul.), pp. 204-217.

LUCO, J. E., 1976, "Vibration of a Rigid Disc on a Layered Viscoelastic Medium", *Nuclear Engineering and Design*, v. 36 (Jan.), pp. 325-340.

NOVAK, M. e ABOUL-ELLA, F., PILAY – A Computer Program for Calculation of Stiffness and Damping of Piles in Layered Media, Systems Analysis Control and Design Activity (SACDA), The University of Western Ontario, London, Canada, December 1977.

POULOS, H. G. e DAVIS, E. H., *Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics*. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1974.

RICHART, F. E., WOODS, R. D. e HALL Jr., J. R., *Vibrations of Soils and Foudations*, Prentice-Hall, 1970.

SANTOS, C. A. N., *Funções de Impedância em Solos Estratificados*. Projeto Final de Graduação, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Fevereiro de 2011.

SANTOS, S. H. C., *Fundação de Máquinas*. Apostila da Escola Politécnica da UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.

SCHNABEL, P.B., LYSMER, J. E SEED, H. B., SHAKE – A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites. Report n° EERC 72-12, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, 1972.

SOUZA LIMA, S. S. e SANTOS, S. H. C., *Análise Dinâmica das Estruturas*. Ed. Ciência Moderna, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.

WOLF, J. P., *Foundation Vibration Analysis Using Simple Physical Models*, Prentice Hall, 1994.

WOLF, J. P. e DEEKS, A. J., Foundation Vibration Analysis: A Strengthof\_Materials Approach, Elsevier, 2004.

# 8. SÍTIOS DA INTERNET

OBSERVATÓRIO SISMOLÓGICO, INSITUTO DE GEOCIÊNCIAS, UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA. *Sismicidade Brasileira*. Disponível em <u>http://www.obsis.unb.br/sismologia/sismicidade-natural-e-</u> <u>antropogenica/sismicidade-brasileira</u>. Brasil, 2015.