



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Escola Politécnica
Programa de Projeto de Estruturas

Pedro Muzy Tramontini

**ESTUDO DE CONFIABILIDADE PARA SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO
SUBMETIDAS A DIVERSOS TIPOS DE ESFORÇOS**



UFRJ

Pedro Muzy Tramontini

ESTUDO DE CONFIABILIDADE PARA SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO
SUBMETIDAS A DIVERSOS TIPOS DE ESFORÇOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Orientador:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Rio de Janeiro

2016

Tramontini, Pedro M.

Estudo de confiabilidade para seções de concreto armado submetidas a diversos tipos de esforços / Pedro Muzy Tramontini – 2016.

98.: 30 cm.

Dissertação (Mestrado em Projeto de Estruturas) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Programa de Projeto de Estruturas, Rio de Janeiro, 2016.

Orientador: Sergio Hampshire de Carvalho Santos

1. Confiabilidade, 2. Probabilidade de Falha, 3. Concreto Armado. I. Santos, Sergio Hampshire de Carvalho Santos II. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Escola Politécnica. III. Estudo de confiabilidade para seções de concreto armado submetidas a diversos tipos de esforços.



UFRJ

ESTUDO DE CONFIABILIDADE PARA SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO
SUBMETIDAS A DIVERSOS TIPOS DE ESFORÇOS

Pedro Muzy Tramontini

Orientador:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Dissertação de Mestrado apresentada Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Aprovada pela Banca:

Prof. Sergio Hampshire de Carvalho Santos, D. Sc., POLI - UFRJ

Prof. Anderson Pereira, D. Sc., PUC-RJ

Prof. Flávia Moll de Souza Júdice, D. Sc., POLI - UFRJ

Prof. Luis Volnei Sudati Sagrilo, D. Sc., COPPE - UFRJ

Rio de Janeiro
2016

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por me ajudar em momentos em que pensei não conseguir transpor as dificuldades que encontrava durante o caminho para a conclusão desse trabalho.

Ao meu orientador e Professor Sérgio Hampshire de Carvalho Santos, por nunca deixar de me ajudar e sempre me incentivar a completar esse trabalho. Com certeza sua paciência, além de sua sabedoria, foram fundamentais para a conclusão deste trabalho.

Agradeço à minha mãe, por tudo na minha vida, pela criação que eu tive, pela paciência, pela dedicação e pela compreensão das horas em que não pude estar presente.

Agradeço aos meus avós, por terem sido meus segundos pais durante a criação que eu tive. Sem a sabedoria adquirida durante todo o nosso convívio, eu não seria que eu sou hoje em dia.

Agradeço à minha esposa pelo carinho, pelos constantes incentivos e pela grande paciência que teve, mesmo durante os preparativos para nossa cerimônia de casamento, que coincidiu com o desenvolvimento desse trabalho, no que eu deveria ter sido mais presente.

Agradeço à minha tia, por ter fundamental importância na minha criação e por todo incentivo que sempre me deu para continuar sempre seguindo com os meus estudos e na minha experiência profissional.

Agradeço às minhas irmãs que sempre foram e serão muito importantes na minha vida, devido ao carinho e à alegria que eu tenho quando estamos juntos.

Aos meus amigos, que fazem e fizeram parte da minha vida pessoal e sempre estão ao meu lado, tanto nas horas boas de felicidade, quanto nas horas ruins.

Aos meus amigos da Arte Pontes, onde foi que comecei a trajetória do Mestrado e que sempre me incentivaram e me ajudaram nessa caminhada.

Aos amigos da Beton Stahl, que também sempre me apoiaram e incentivaram na sequência do Mestrado.

Aos meus amigos do Consórcio Construtor Galeão, pelo incentivo nessa última etapa para a conclusão desse trabalho.

RESUMO

TRAMONTINI, Pedro Muzy. **Estudo de confiabilidade para seções de concreto armado submetidas a diversos esforços**. Rio de Janeiro. 2016. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2016.

Este trabalho apresenta um estudo para a verificação de Confiabilidade em seções de concreto armado submetidos a diversas situações, tais como: Esforços normais simples, flexão simples, flexão composta, esforços cortantes e esforços de segunda ordem em pórticos, objetivando avaliar a probabilidade de falha para seções submetidas aos esforços acima descritos. As verificações são feitas utilizando o método FORM (“First Order Reliability Method”). Para isso, emprega-se a Norma Brasileira NBR 6118:2014 – Projeto de Estruturas de Concreto, visando verificar se os coeficientes de segurança definidos por esta norma são compatíveis com probabilidades de falha estrutural consideradas como socialmente aceitáveis. O estudo aborda as diversas variáveis probabilísticas que afetam o valor das resistências das seções e seus carregamentos, como as dimensões da seção, a resistência à compressão do concreto, a resistência ao escoamento do aço, a área de aço e os carregamentos permanentes e acidentais. São escolhidas seções típicas de estruturas de edificações, de forma a que o estudo possa levar a conclusões de caráter geral. Foram adotadas distintas classes de resistência à compressão para o concreto e taxas de armadura de aço passivo, obtendo-se assim feita uma adequada comparação entre os casos diversos e conseqüentemente análise dos resultados.

Palavras-chave: confiabilidade; probabilidade de falha; concreto armado.

ABSTRACT

TRAMONTINI, Pedro Muzy. **Reliability study of reinforced concrete sections subjected to several types of forces**. Rio de Janeiro. 2016. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2016.

This thesis presents a study for the Reliability verification of reinforced concrete sections for several types of actions, such as centered compression, pure bending, eccentric compression, shear force and second order effects in frames. The focus of the study is to assess the failure probability for the sections subjected to the above listed actions. The verifications are done using the FORM method (First Order Reliability Method). The Standard used as a basis has been the Brazilian Standard NBR 6118: 2014 –Design of Concrete Structures, being the main goal of the study to verify whether the safety factors defined by this Standard are compatible with probabilities of failure considered as socially acceptable. The study encompasses the several probabilistic variables that affect the value of the resistances of the sections and the loads, such as the dimensions of the cross-sections, the concrete strength, the steel strength, steel area and the permanent and live loads. Typical sections in building structures have been selected, in order that the study could lead to conclusions of generic character. For the study for each kind of action present in reinforced concrete structures, different concrete resistance classes and steel ratios have been considered, in order that it should be possible to perform adequate comparisons and analyzes of results.

Keywords: reliability; probability of failure; reinforced concrete.

SUMÁRIO

1. Introdução	15
1.1. Escopo do Trabalho	17
2. Confiabilidade	19
2.1. Variáveis básicas	20
2.2. Índice de confiabilidade.....	20
2.3. Definição do tipo de distribuição e seus parâmetros	22
2.4. Métodos de análise	23
2.4.1. Método Simulação Monte Carlo.....	24
2.4.2. Método FORM (“First Order Reliability Method”)	26
2.5. Definição de um risco aceitável	29
2.6. Valores alvo	30
3. Variáveis Consideradas	31
3.1. Dimensões das seções.....	31
3.2. Resistência do concreto	32
3.3. Resistência do aço CA-50.....	33
3.4. Área das barras de aço	34
3.5. Cargas permanentes e variáveis	34
3.6. Variáveis relacionadas ao modelo de cálculo adotado	36
3.7. Metodologia do estudo	37
4. Esforço Normal Simples.....	38
4.1. Definição da função de falha	38
4.2. Estudo do caso	40
4.3. Índices de confiabilidade β para esforço normal simples.....	46
4.4. Comparativo entre os resultados	50
5. Flexão Simples	55
5.1. Definição da função de falha	55
5.2. Estudo de Caso.....	58
5.3. Resultados obtidos.....	64
5.4. Análise comparativa dos resultados	68
6. Esforço Cortante.....	69
6.1. Definição da função de falha	69
6.2. Estudo de Caso.....	72

6.3. Resultados obtidos.....	78
7. Flexo-compressão.....	82
7.1. Definição da função de falha	82
7.2. Estudo de caso na flexo-compressão.....	88
7.3. Resultados obtidos.....	91
7.4. Análise dos resultados obtidos.....	93
8. Análise de segunda ordem em pórticos	94
8.1. Estudo de caso.....	96
8.2. Resultados obtidos e análise dos resultados	99
9. CONCLUSÕES.....	100
10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101
11. SÍTIOS DA INTERNET	104

LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1 – Índice de Confiabilidade	21
Figura 4-1 - Tensão normal em uma seção retangular.....	38
Figura 4-2 – Diagrama comparativo para armadura de 25,12 cm ²	46
Figura 4-3 – Diagrama comparativo para armadura de 12,57 cm ²	47
Figura 4-4 – Diagrama comparativo para armadura de 3,16 cm ²	47
Figura 4-5 – Diagrama comparativo para concreto de 20 MPa.....	48
Figura 4-6- Diagrama comparativo para concreto de 30 MPa	48
Figura 4-7- Diagrama comparativo para concreto de 40 MPa	49
Figura 4-8 - Diagrama comparativo para concreto de 50 MPa	49
Figura 4-9 – Resultados Estudo Santiago e Beck (2011) – Concreto C20 e C30	51
Figura 4-10 – Resultados Estudo Santiago e Beck (2011) – Concreto C40 e C50	52
Figura 4-11 – Comparativo entre estudos	54
Figura 5-1 - Binário interno para seção retangular sob a ação da flexão simples. Apostila Concreto Armado UFF.....	55
Figura 5-2 - Simplificação do diagrama parábola-retângulo. Apostila Concreto Armado UFF	56
Figura 5-3- Diagrama comparativo para armadura de 4,02 cm ²	64
Figura 5-4 - Diagrama comparativo para armadura de 8,04 cm ²	65
Figura 5-5 - Diagrama comparativo para armadura de 12,57 cm ²	65
Figura 5-6 - Diagrama comparativo para concreto de 20 MPa	66
Figura 5-7 - Diagrama comparativo para concreto de 30 MPa	66
Figura 5-8 - Diagrama comparativo para concreto de 40 MPa	67
Figura 5-9 - Diagrama comparativo para concreto de 50 MPa	67
Figura 6-1 - Viga sob efeito de carregamento vertical distribuído	69
Figura 6-2- Diagrama comparativo para armadura de 4,16 cm ² /m	78
Figura 6-3 - Diagrama comparativo para armadura de 9,48 cm ² /m	79
Figura 6-4 - Diagrama comparativo para armadura de 14,75 cm ² /m	79
Figura 6-5 - Diagrama comparativo para concreto de 20 MPa	80
Figura 6-6 - Diagrama comparativo para concreto de 30 MPa	80
Figura 6-7 - Diagrama comparativo para concreto de 40 MPa	81
Figura 6-8- Diagrama comparativo para concreto de 50 MPa	81

Figura 7-1 - Binário interno para seção retangular sob ação simultânea de compressão e de flexão	82
Figura 7-2 – Ábaco adimensional para flexo-compressão seção retangular com armadura em duas faces ($d'/h = 0,10$).....	85
Figura 7-3 –Paralelismo entre as curvas de taxa mecânica de armadura.....	85
Figura 7-4- Diagrama para flexo-compressão	92
Figura 8-1 – Pórtico plano.....	94
Figura 8-2 – Pórtico plano deformado sob ação do carregamento horizontal.....	95
Figura 8-3 – Diagrama para o pórtico plano	99

LISTA DE TABELAS

Tabela 3-1 - Variabilidade das dimensões seccionais.....	32
Tabela 3-2 – Variabilidade da resistência do concreto	33
Tabela 3-3 – Variabilidade da resistência do Aço CA-50.....	34
Tabela 3-4 - Quadro de variabilidade da área das barras de aço	34
Tabela 3-5 – Variabilidade das cargas permanentes e acidentais.....	35
Tabela 3-6 – Variabilidade do modelo matemático de cálculo	36
Tabela 3-7 – Resumo das variabilidades.....	36
Tabela 4-1 –Resistências do concreto.....	41
Tabela 4-2 – Resistências do aço.....	41
Tabela 4-3 – Cargas permanente e acidental.....	42
Tabela 4-4 – Dados probabilísticos das variáveis.....	42
Tabela 4-5 – Dados probabilísticos da resistência do concreto.....	42
Tabela 4-6 – Dados probabilísticos finais das variáveis aço e concreto.....	43
Tabela 4-7 – Valores de médias e desvios padrão – concretos com resistências de 20 e 30 MPa	44
Tabela 4-8 - Valores de médias e desvios padrão – concretos com resistências de 40 e 50 MPa	45
Tabela 5-1 – Resistências do concreto.....	59
Tabela 5-2 –Resistências do aço.....	59
Tabela 5-3 – Momentos fletores permanentes e acidentais.....	60
Tabela 5-4 – Dados probabilísticos das variáveis.....	60
Tabela 5-5 – Coeficientes de variação finais de cada variável.....	61
Tabela 5-6 – Valores de médias e desvios padrão – concretos com resistências de 20 e 30 MPa	62
Tabela 5-7 – Valores de médias e desvios padrão – concretos com resistências de 40 e 50 MPa	63
Tabela 6-1 – Resistências do concreto.....	73
Tabela 6-2 –Resistências do aço.....	74
Tabela 6-3 – Esforços cortantes permanentes e acidentais	74
Tabela 6-4 –Dados probabilísticos das variáveis.....	75
Tabela 6-5 – coeficientes de variação finais para cada variável.....	75

Tabela 6-6 –Valores de médias e desvios padrão – concretos com resistências de 20 e 30 MPa	76
Tabela 6-7 – Valores de médias e desvios padrão – concretos com resistências de 40 e 50 MPa	77
Tabela 7-1 – Forças resultantes características e de projeto do concreto	89
Tabela 7-2 – forças resultantes características e de projeto do aço CA-50.....	90
Tabela 7-3 – Quadro de dados probabilísticos das variáveis	90
Tabela 7-4 – Coeficientes de variação finais de cada variável.....	91
Tabela 8-1 – Coeficientes probabilísticos para as diversas variáveis adotadas.....	98
Tabela 8-2 – Coeficientes de variação para as diversas variáveis	98
Tabela 8-3 – Valores de médias e desvios padrão finais para as diversas variáveis	98

1. Introdução

A palavra confiabilidade foi usada primeiramente por um poeta romântico norte-americano em 1816, Samuel Coleridge e até a Segunda Guerra mundial o conceito de confiabilidade se resumia a testes em que o mesmo resultado era constantemente encontrado.

Um dos primeiros campos em que o estudo da confiabilidade foi adotado foi o da eletrônica e o marco catalisador para o surgimento do conceito de confiabilidade como uma realidade a ser analisada que temos hoje, foi o da Válvula Termiônica, no início do século XX. A válvula é um dispositivo eletrônico que revolucionou uma série de aplicações nos rádios, televisores e radares, por exemplo, e foi bastante utilizada pelos aliados durante a segunda guerra mundial.

Após o conflito e em meados da década de 50 que surgiu o conceito da engenharia de confiabilidade que é adotado atualmente. Nessa época foi criada, por exemplo, nos Estados Unidos o primeiro conjunto de estudos e investigações sobre a confiabilidade na engenharia o **AGREE** (The Advisory Group on Reliability of Electronic Equipment) entre outras. Durante essa mesma década apareceram às primeiras conferências especificamente para tratar do tema.

Durante as décadas seguintes houve a especialização do estudo de confiabilidade para diversas outras áreas, que até então eram estudos mais voltados para a área de eletrônica, portanto com isso houve a disseminação maior do conhecimento adquirido e consolidação do conceito com a criação de diversos ramos dentro da confiabilidade.

Foi em meados da década de 1980 que a confiabilidade na engenharia civil se expandiu e se difundiu a ideia da necessidade de estudos do ponto de vista da confiabilidade para tentar aumentar vida útil das estruturas e assim reduzir os custos para as gerações futuras no quesito de reforços e manutenção das mesmas. Com a implementação dessas ideias as estruturas relacionadas a construção civil passaram a ter uma conotação não somente em relação a sua tecnologia e a economia, mas também em relação ao ponto de vista da sustentabilidade.

Ao se projetar uma estrutura o procedimento normalmente utilizado pelo engenheiro projetista é quantificar os esforços e os carregamentos atuantes na estrutura juntamente com a verificação dos valores das resistências dos materiais adotados. Após todas essas verificações iniciais pode-se fazer o dimensionamento das seções, onde os resultados que sempre devem ser alcançados correspondem aos esforços atuantes serem menores que as resistências dos materiais adotados.

Dentro dessa abordagem existem diversas incertezas que fazem com que essa comparação não possa ser assim tão simples, já que essas incertezas incluem as dimensões das seções de cálculo, valores das resistências dos materiais utilizados, o modelo de cálculo adotado, carregamentos permanentes que são atuantes durante a vida da estrutura, como o peso próprio e as sobrecargas permanentes, carregamentos variáveis como vento e temperatura e outros mais.

Para se trabalhar com estas incertezas, utilizam-se índices que minoram as resistências dos materiais adotados e outros que majoram os carregamentos atuantes, chamados de coeficientes de ponderação ou segurança. Estes coeficientes além do que já foi dito anteriormente também devem incluir as incertezas relacionadas aos modelos de cálculo utilizados. Com a utilização desses valores majorados, juntamente com as técnicas e regras de uma normalização adequada, chega-se a estruturas seguras, porém muitas vezes superdimensionadas.

A normatização tem como conceito básico a obtenção do consenso entre as diversas partes envolvidas para a obtenção de uma definição, unificação e a simplificação, para que se consiga alcançar alguns objetivos principais como a economia e a segurança das estruturas construídas e para isso as normas empregadas devem ser constantemente atualizadas e seus conceitos verificados com todas as ferramentas que possamos ter.

Muitas pessoas podem achar que o ideal para uma estrutura a ser construída fosse que a probabilidade de uma falha estrutural fosse nula, mas isso além de ser impossível, isso está longe de ser a perfeição. Se a sustentabilidade e a economia são um fatores fundamentais para a Engenharia Civil, então é um erro em se utilizar mais materiais do que o necessário para se atingir um valor aceitável em relação a segurança e o conforto das pessoas que utilizarão a estrutura, que são os coeficientes de segurança adotados no dimensionamento pelo projetista. Cada normatização possui valores de coeficientes de

segurança e eles são alterados de tempos em tempos devido a novas tecnologias ou a novos estudos que são aplicados, para que sempre se tenha o melhor resultado possível com a maior economia e sustentabilidade possíveis.

1.1. Escopo do Trabalho

O objetivo principal do estudo é verificar se os valores adotados para os coeficientes de segurança das Normas Brasileiras, especialmente os da NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto (ABNT, 2014), são compatíveis com as probabilidades de falha estrutural considerada como aceitáveis. Devido a ausência de uma norma nacional que defina e unifique os valores para os estudos de confiabilidade serão adotados no estudo valores definidos e amplamente aceitados na literatura atual e também valores presentes em outras normatizações de ampla aceitação internacional, como por exemplo, no Código Modelo do JCSS (2001). Essa comparação com as Normatizações Internacionais é de extrema importância para a verificação e para a aceitabilidade da Norma Brasileira.

O estudo irá abordar as diversas variáveis probabilísticas que afetam o valor das resistências das seções e seus carregamentos, como as dimensões da seção, a resistência do concreto, a resistência do aço, a área de aço e os carregamentos permanentes e acidentais.

Com a utilização da Confiabilidade Estrutural, tem-se a possibilidade de realizar um estudo probabilístico de segurança da estrutura, levando a um projeto mais “otimizado”. O estudo baseia-se na quantificação das incertezas e com a ajuda de métodos de análise probabilística como o método de Monte Carlo ou o método FORM (“First Order Reliability Method”), consegue-se chegar a uma determinada probabilidade de falha.

São escolhidas seções típicas de estruturas de edificações, de forma que o estudo possa levar a conclusões de caráter geral. Para o estudo para os diversos tipos de esforços presentes nas estruturas de concreto armado, foram consideradas quatro distintas classes de resistência para o concreto e diversas taxas de armadura de aço, para que pudesse ser feita uma adequada comparação e análise dos resultados.

Durante a execução desse estudo foi pesquisado na literatura nacional e internacional trabalhos que pudessem ter semelhança para com esse trabalho e alguns

trabalhos se mostraram na mesma linha de raciocínio, sendo alguns com a mesma ideia, sendo assim esse trabalho além das intenções já descritas acima, passa a ter também o intuito de compilar os tipos diferentes de esforços em um único trabalho, que irá sintetizar as buscas sobre fontes de trabalho.

Um estudo que faz a pesquisa sobre os esforços normais em uma coluna curta, que será abordado aqui no capítulo 4 é o Santiago e Beck (2011), ainda seguindo nessa mesma linha de raciocínio tem-se o trabalho para flexão simples abordado aqui no capítulo 5 que é o de Santos, Stucchi e Beck (2014). Um trabalho, na área de estruturas metálicas, mas que é muito importante é o Ferreira (2015) que mostra que os resultados entre o processo de primeira ordem (FORM) e de segunda ordem (SORM) produzem resultados com algumas diferenças. Ainda nessa parte de estruturas metálicas, temos o trabalho de Agostini (2014), que faz um estudo utilizando o índice de confiabilidade β , semelhante ao que fizemos no capítulo 8, porém com estruturas metálicas.’

2. Confiabilidade

O desempenho e segurança das estruturas na engenharia não estão associados a somente uma variável, mas a uma vasta gama de variáveis que foram utilizadas durante a elaboração do projeto estrutural, como por exemplo: Dimensões do elemento estrutural, resistência dos materiais e as suas solicitações.

A análise da confiabilidade estrutural irá mostrar qual a probabilidade de ocorrer qualquer condição indesejada a um elemento estrutural. Essa condição indesejada dentro da confiabilidade é chamada de falha e ela não necessariamente indica a ruptura do elemento, mas pode indicar qualquer situação que comprometa a sua utilização, como por exemplo, uma vibração ou deformação excessiva ou uma abertura grande de fissura. Nesse trabalho irão ser abordadas somente as análises de confiabilidade referentes ao Estado Limite Último, onde ocorreria a ruptura da seção e não abordaremos as falhas provenientes aos Estados Limites de Serviço, que seriam relacionados aos exemplos dados anteriormente.

Para verificar se ocorrerá à falha no elemento estrutural normalmente é utilizada uma função de falha que quando essa função for igual ou menor que zero, ocorre a falha. De modo usual a utilização da equação de falha é feita com a utilização de dois tipos de variáveis, as variáveis relacionadas à Resistência (R) do elemento e as variáveis relacionadas às solicitações (S). Quando as variáveis de Solicitações forem maiores que as das resistências a função será < 0 e, portanto irá ocorrer uma falha.

$$G(x) = R(x) - S(x) \quad (2-1)$$

onde x é o vetor das variáveis básicas consideradas.

2.1. Variáveis básicas

As variáveis básicas são todas as variáveis empregadas no dimensionamento dos elementos estruturais que compõem a estrutura como um todo, como por exemplo as dimensões dos próprios elementos, a resistência dos materiais, as variações decorrentes dos carregamentos atuantes e as incertezas relacionadas ao modelo matemático adotado. As variáveis básicas, segundo MELCHERS (1999), caracterizam o comportamento e a segurança de uma estrutura para um modo de comportamento.

Para a avaliação das variáveis a serem adotadas é necessário que se verifique a dependência entre elas, visto que essa dependência entre elas aumenta significativamente a complexidade do problema a ser resolvido. Portanto caso a dependência entre as variáveis básicas não forem pequenas, deve-se levar essa dependência em consideração na hora da resolução do problema.

2.2. Índice de confiabilidade

O índice de confiabilidade é o parâmetro de referência mais utilizado e que tem a intenção de expressar quantitativamente a segurança de uma estrutura dentro do comportamento estrutural que esta sendo analisado.

Definindo-se uma nova variável aleatória Z , tem-se:

$$Z = R - S \quad (2-2)$$

O índice de confiabilidade β será dado por:

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \quad (2-3)$$

onde μ_Z é a média e σ_Z é o desvio padrão da variável associada à função de falha.

O índice de confiabilidade pode ser interpretado como a distância entre o valor médio de Z e a condição de falha, que ocorre quando $Z \leq 0$, medida em unidades de desvio padrão, como ilustrado na Figura 2-1.

Quanto maior o índice de confiabilidade da estrutura, menor será a probabilidade de falha. Ele nos leva a verificar que quanto maior a média e menor o desvio padrão da função de falha, menor será a probabilidade de falha do elemento estrutural que esta sendo analisado.

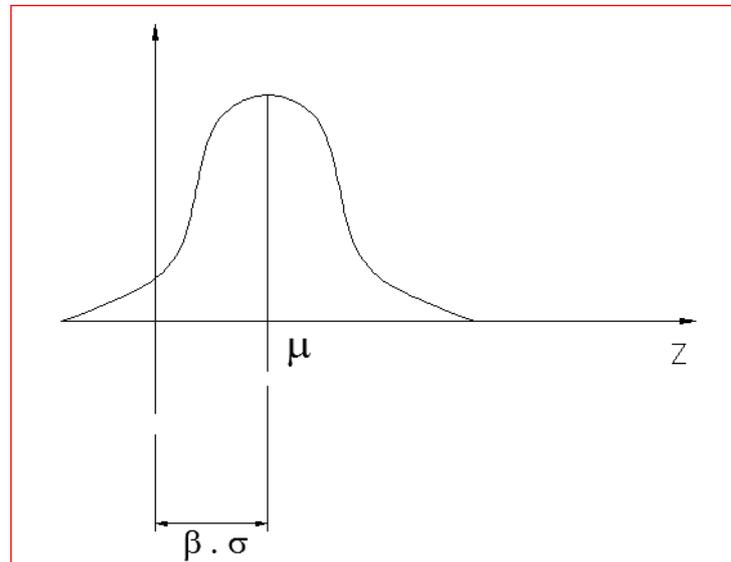


Figura 2-1 – Índice de Confiabilidade

Não necessariamente a variável que tiver o menor desvio padrão e a maior média será a que tem a menor probabilidade de falha, e isso se deve ao fato de que nem sempre esses dois fatores relacionados às variáveis são suficientes para representar a distribuição de função.

Caso a variável apresente uma distribuição normal, pode-se adotar a seguinte expressão para a probabilidade de falha:

$$\rho_f = \Phi(-\beta) \quad (2-4)$$

onde $\Phi ()$ é a função cumulativa da distribuição normal padrão.

Nem sempre a variável esta associada a uma distribuição normal e portanto a equação (2-4) não será a ideal para fornecer os melhores resultados.

O Índice de confiabilidade é o parâmetro usualmente aceito e utilizado para medir a segurança dos elementos estruturais, portanto é o que será adotado nesse trabalho.

2.3. Definição do tipo de distribuição e seus parâmetros

Para que possa se definir o tipo de distribuição e dos parâmetros adequados para cada variável aleatória presente na função de falha é normalmente adotado um ou mais dos métodos a seguir descritos.

- Ajuste de funções aos dados observados:

Após a definição dos parâmetros da amostra, como a média e o desvio padrão, é feita uma comparação com os parâmetros das distribuições a serem consideradas.

Além dessa comparação há também a possibilidade de uma comparação gráfica, que está detalhada em BENJAMIN e CORNELL (1970) e em BUSSAB e MORETTIN (2004) que faz uma comparação entre o histograma da amostra com a função densidade probabilidade por meios de papéis de probabilidade.

- Recomendações de normas ou publicações relevantes

Existem diversas publicações e normas internacionais como “Probabilistic Model Code” (JCSS, 2006), em HOLICKÝ e SYKORA (2011) e em STUCCHI e SANTOS (2010), que recomendam a utilização de certos tipos de distribuições para determinadas variáveis aleatórias.

- Com base em conceitos estatísticos

Esse método consiste em dividir as variáveis aleatórias em dois tipos, utilizando os conceitos de probabilidade e estatística. O primeiro grupo adota o Teorema do Limite Central que é de variáveis aleatórias que podem ser consideradas como sendo a soma de um grande numero de variáveis e pode ser considerada como de distribuição normal. O segundo grupo (MELCHERS,1999) é quando a variável aleatória consiste em um produto entre um grande numero de variáveis a sua distribuição pode ser considerada de lognormal.

2.4. Métodos de análise

A expressão básica para se avaliar a probabilidade de falha é:

$$\rho_f = P[G(x) < 0] = \int \dots \int_{G(x) < 0} f_x(x) dx \quad (2-5)$$

Para se chegar ao valor final da expressão 2-5 existem três formas distintas segundo MELCHERS (1999), que são:

- Integração direta;

A Integração direta é usada somente quando é possível obter uma solução analítica para a integral, o que torna essa solução inviável para casos onde a função de falha for complexa.

- Transformar o integrando em uma distribuição normal multivariada;

Essa solução é a base do método que será adotada no trabalho, que é o método FORM (“First Order Reliability Method”). Existem outros métodos que usam a mesma base, como por exemplo o método SORM (“Second Order Reliability Method”).

- Utilizar simulação numérica.

Essa solução é a base para a Simulação de Monte Carlo que é um dos métodos mais comuns e pode ser utilizado sem restrições. A Simulação de Monte Carlo será descrita no trabalho, devido a sua importância, porém ela será somente usada para uma avaliação dos resultados junto a outros trabalhos.

2.4.1. Método Simulação Monte Carlo

O método de Monte Carlo é um método numérico que pode ser usado para qualquer forma de função (linear ou não linear) e a distribuições (normal, lognormal, Gumbel, etc.).

Usando a lei de grandes números, integrais descritos por o valor esperado de alguma variável aleatória pode ser aproximada por tomando a média empírica de amostras independentes da variável.

O método de Monte Carlo pode variar, mas normalmente segue alguns passos para que ele se resolva.

Primeiramente se define um domínio para os dados de entrada, que no nosso caso consistiria em estabelecer uma função de falha para o esforço a ser estudado. Após a definição da função de falha e de suas variáveis aleatórias, temos que definir os tipos de distribuição a serem associados a cada uma delas.

A partir desse ponto e da definição de todos os valores probabilísticos de cada variável geramos valores aleatórios de entradas para cada uma das variáveis estabelecidas e com isso conseguimos resolver o problema de modo determinístico.

Para chegarmos ao resultado probabilístico precisamos repetir o processo dos valores aleatório múltiplas vezes para que no fim possamos agregar todos os valores determinísticos encontrados e sair com um resultado probabilístico aceitável.

Quanto maior o numero de resultados tivermos, melhor será o resultado final, teoricamente se fizéssemos infinitas rodadas de valores aleatórios, chegaríamos ao mesmo valor da integração direta, então como teremos que usar dezenas, centenas ou milhares de valores diferentes para encontrar um resultado ótimo, então terá que usar de ferramentas computacionais, como a maioria dos métodos numéricos.

Como a quantidade computacional necessária para o método é muito grande, normalmente os valores gerados aleatoriamente para cada variável não são armazenados, somente os resultados determinísticos da resolução de cada uma que são guardados, isso diminui o custo computacional significativamente.

Além disso, também é normalmente utilizado os números pseudoaleatórios. Esse método é chamado assim devido aos valores gerados por eles, na verdade não serem

realmente aleatórios, mas sim determinada por um conjunto relativamente pequeno de valores iniciais (vetores) chamados de sementes aleatórias. A utilização dessas sequências pré-estabelecidas para quando temos uma grande quantidade de resultados a encontrar é amplamente aceita e utilizada amplamente para simulações de Monte Carlo, devido a diminuição grande do processo computacional. Nas simulações de Monte Carlo usando os números pseudoaleatórios normalmente se utiliza de variáveis uniformes com intervalos entre 0 e 1 utilizando uma média igual a metade, ou seja, 0,5.

Os resultados de valores aleatórios com a utilização dos números pseudoaleatórios devem ser transformados para valores que se encaixam nas variáveis aleatórias que foram utilizadas, em função do tipo de distribuição e dos seus parâmetros probabilísticos.

Para isso ocorrer, normalmente dentro da simulação de monte carlo, se utiliza a integração inversa que é de fácil resolução quando se tem uma expressão analítica da função de distribuição acumulada, como é o caso das distribuições uniforme e Gumbel. Já no caso da distribuição normal, que não apresenta uma expressão analítica para a inversa da função de distribuição acumulada, é possível chegar ao valor da realização de uma variável normal padrão por meio de séries ou de fórmulas aproximadas.

Nesse trabalho o método de análise escolhido foi o Método F.O.R.M (“First Order Reliability Method”), que será descrito adiante, mas para que possamos utilizar um segundo método para validar algumas das simplificações que serão adotadas ao decorrer do trabalho, será utilizado a Simulação de Monte Carlos, devido a tudo que foi mencionado e pela larga aceitação do referido método.

2.4.2. Método FORM (“First Order Reliability Method”)

O método escolhido para ser utilizado nesse trabalho, conforme já discutido no final do item anterior será o Método F.O.R.M. (“First Order Reliability Method”), que é um método utilizado para resolver a integral que já foi mencionada anteriormente no trabalho.

O método utiliza uma aproximação da Série de Taylor de primeira ordem, que dá o nome do método. Para que o método seja aplicado em programas computacionais, normalmente alguns passos são utilizados para isso.

Primeiramente o que se faz é a simplificação do integrando $f_x(x)$ para que seu contorno se torne mais simétrico e isso é feito através da transformação do espaço aleatório onde estão as variáveis probabilísticas para um espaço normal padrão equivalente, fazendo isso todas as variáveis probabilísticas poderão ser trabalhadas com a distribuição normal padrão, que é uma simplificação muito grande (variáveis normais com média = 0 e Desvio padrão = 1).

A transformação do espaço é feita utilizando a condição de que a função de distribuição das variáveis aleatórias se mantém as mesmas após a transformação.

Existem algumas possibilidades para realizar essa transformação, como por exemplo a transformação composta usando o modelo de NATAF ou a chamada de transformação de Rosenblatt e é expressa na seguinte equação:

$$F_{x_i}(X_i) = \Phi(y_i) \tag{2-6}$$

Onde

Φ = é a função de distribuição normal padrão

Y é o espaço que foi criado a partir de X, onde estão as variáveis com distribuição normal padrão e estatisticamente independentes.

As variáveis aleatórias após usar-se a transformação de Rosenblatt chega-se a seguinte equação:

$$Y_i = \Phi^{-1}[F_{xi}X_i] \quad (2-7)$$

Depois da transformação a função passa a ser $Y = g(X)$ e a integral probabilística para a ser:

$$p_f = P\{g(X) < 0\} = \int_{g(X) < 0} \phi(y) dy \quad (2-8)$$

Utilizando que todas as variáveis aleatórias são independentes entre si, pode-se escrever:

$$p_f = \int_{g(y_1 y_n) < 0} \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} y_i^2\right) dy_1 dy_n \quad (2-9)$$

Sendo que essa equação (2-9) pode ser considerada idêntica à equação (2-5) sem nenhuma perda significativa de precisão.

Além de simplificar o integrando, o limite de integração $g(y)$ também será aproximado, que é importante para simplificar o problema e diminuir o gasto computacional. O método F.O.R.M, como já dito, utiliza para isso utiliza a aproximação linear da Serie de Taylor de Primeira Ordem.

$$g(y) = g(y^*) + \nabla g(y^*)(Y - y)^T \quad (2-10)$$

Onde:

T significa transposta

$\nabla g(y^*)$ é o vetor gradiente da equação de estado limite $g(y^*)$

$$\nabla g(y^*) = \left\{ \frac{\delta g}{\delta y_1}, \frac{\delta g}{\delta y_2}, \dots, \frac{\delta g}{\delta y_n} \right\} \quad (2-11)$$

Para minimizar a perda de precisão ao fazer isso normalmente se expande a equação na direção do ponto sobre o domínio de falha com a maior probabilidade de ocorrência, que é denominado de ponto de projeto.

Quanto mais se afasta do ponto de projeto, os valores da função do integrando vão diminuir drasticamente.

Para se encontrar o ponto de projeto o que se faz é aproximar o ponto da função densidade de probabilidade $\phi_y(y)$ até encontrar o limite de $g(Y) = 0$, assim encontrando o Ponto de Projeto.

Dessa forma consegue-se escrever que o índice de confiabilidade seria

$$\beta = \sqrt{(y^*)^T y^*} \quad (2-12)$$

2.5. Definição de um risco aceitável

Risco aceitável é a probabilidade muito pequena de ocorrência de em relação ao custo de benefícios seja muito maior que os riscos potenciais.

A ideia que haja um risco dentro de cada estrutura não é uma ideia que seja de fácil aceitação, mas essa é uma ideia probabilisticamente impossível, portanto existe a necessidade de que haja um risco calculado, ou um risco aceitável. E para isso MELCHERS (1999) apresentou duas formas para que isso seja estabelecido.

- Risco considerado aceitável em outras atividades

A aceitação do risco nesse caso é baseada nos tipos de danos em potencial dentro de uma possível falha que possa ocorrer. Além disso, ela faz uma divisão entre os riscos caso seja voluntario ou não, onde há uma maior aceitação do risco caso ele seja de origem voluntaria.

- Critérios Socioeconômicos

Dentro desse critério , normalmente tem-se uma análise custo-benefício em que é representada pela seguinte expressão:

$$\max (B - C_T) \quad (2-13)$$

onde B é o benefício total e C_T é o custo total do empreendimento.

A ideia é tentar maximizar ao máximo o benefício em relação ao custo a ser empreendido.

Cabe ressaltar que a análise do custo-benefício está sujeita a uma qualidade mínima do projeto.

Existe outra análise possível indicada por (MELCHERS, 1999), utilizando funções de utilidade, mas que é e grande dificuldade e não será abordada.

2.6. Valores alvo

Para se chegar a um valor alvo, considerado adequado, para a probabilidade de falha dos elementos estruturais é pela probabilidade de falha dos próprios elementos levando em consideração o dimensionamento adequado pelas normas técnicas em vigor. Essa probabilidade é chamada de probabilidade nominal, devido a não consideração de fatores humanos, como por exemplos os erros, que são de uma dificuldade imensa para serem quantificados.

Existem na bibliografia atual, diversos valores para que são considerados como valores alvo para o índice de confiabilidade, como por exemplo:

- “Probabilistic Model Code” (JCSS, 2006) recomenda, para projeto, um valor de índice de confiabilidade 4,2 para um ano de referência.
- MELCHERS (1999) recomenda um valor de índice de confiabilidade para edificações comerciais e residenciais, de 3,0 a 3,5 para um período igual à vida útil da estrutura,
- O Eurocode EN 1990 (CEN, 2001) recomenda, para elementos estruturais de edificações residenciais e comerciais, um valor do índice de confiabilidade de 4,7 para um ano e de 3,8 para uma vida útil de 50 anos. Considerando que a função de falha tenha uma distribuição aproximadamente normal, esses valores de índice de confiabilidade correspondem a uma probabilidade de falha de $1,3 \cdot 10^{-6}$ e $7,2 \cdot 10^{-5}$, respectivamente.

O valor do índice de confiabilidade que será adotado no trabalho será o recomendado pelo Eurocode ($\beta = 3,8$), por se tratar de um período de referência de 50 anos (semelhante à vida útil das estruturas brasileiras) e por se referir ao elemento estrutural (não à estrutura como um todo).

3. Variáveis Consideradas

As variáveis consideradas nas verificações de segurança estrutural apresentam intrinsecamente incertezas, tais como, os carregamentos atuantes, os materiais e as dimensões dos elementos estruturais, bem como o modelo de cálculo empregado. Quanto mais informações sobre essas variáveis houver, mais confiável será o resultado final. As informações necessárias podem ser obtidas tanto da normalização vigente, quanto de critérios de aceitação dos materiais dentro de suas respectivas indústrias. A indústria siderúrgica, por exemplo, possui grande grau de qualidade no fornecimento do aço empregado na construção civil brasileira.

Para as análises que são aqui apresentadas, buscou-se obter as melhores informações relativas às variáveis consideradas, tanto na literatura técnica pertinente, como na realidade da indústria da construção civil nacional.

Resumidamente devem ser definidos para cada variável utilizada: o tipo de distribuição probabilística considerado; o valor médio da variável relativamente ao valor característico (ou nominal) definido pelas Normas; o desvio padrão ou coeficiente de variação ($COV = \text{desvio padrão} / \text{valor médio}$) adotado. Na definição dos valores médios será utilizada a nomenclatura norteamericana, que emprega o termo “BIAS factor”, igual ao valor médio/ valor característico, aqui designado simplesmente como BIAS.

3.1. Dimensões das seções

Na consideração das dimensões das seções dos elementos estruturais, devem-se levar em conta as tolerâncias, isto se deve ao fato de que durante a execução de uma seção retangular, por exemplo, qualquer uma das duas dimensões pode ter ficado com um valor ligeiramente acima, ou abaixo do definido no projeto.

Desvios construtivos máximos são definidos na NBR14931 (ABNT, 2004), sendo da ordem de 5 mm nas estruturas usuais de concreto.

Com base neste desvio construtivo máximo, prescrito pela norma brasileira, será aqui considerado que o desvio construtivo tem média zero, ou seja, que a possibilidade

do desvio ser positivo ou negativo é a mesma, o que equivale a considerar o “Bias Factor” igual a 1,0.

Quanto ao desvio padrão, adotou-se a definição expressa no JCSS (2006), considerada como plenamente aplicável à realidade brasileira. Admitiu-se uma distribuição normal para esta variável.

Assim, considera-se que o desvio padrão relativo a uma determinada dimensão seccional L é definido como:

$$\sigma = 4mm + 0,006.L \leq 10mm \quad (3-1)$$

Tabela 3-1 - Variabilidade das dimensões seccionais

VARIÁVEL	DISTRIBUIÇÃO	BIAS FACTOR	σ
Dimensões seccionais	Normal	1,00	$4mm+0,006L \leq 10mm$

3.2. Resistência do concreto

De acordo com a NBR 6118, a resistência característica do concreto apresenta uma distribuição normal e o seu valor característico corresponde ao quantil de 5%, ou seja, há uma probabilidade de 95% de a resistência efetiva igualar ou superar o seu valor característico. Para este quantil de 5%, chega-se à relação entre os valores médio e característico das resistências dado por:

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,65 \times \sigma \quad (3-2)$$

A equação 3.2 pode ser utilizada para determinar o valor médio, (f_{cm}) da variável aleatória resistência do concreto, para um (f_{ck}) especificado e σ conhecido (ou estimado).

Reescrevendo esta relação, chega-se a:

$$BIAS = \frac{1}{1-1,65COV} \quad (3-3)$$

Para definir valores de coeficiente de variação compatíveis com a realidade brasileira, para as diversas classes de resistência do concreto, considerou-se o estudo estatístico apresentado por BECK (2014). Este estudo levou em consideração os resultados de resistência à compressão aos 28 dias de corpos-de-prova moldados “in loco” e originários de obras de parte significativa do Brasil. No total, mais de cinco mil corpos-de-prova compõem a base de dados utilizada no estudo. Os dados tiveram origem em nove unidades federativas do Brasil.

A partir deste estudo, foram definidas as características da resistência do concreto consideradas. A tabela 3-2 resume essas informações

Tabela 3-2 – Variabilidade da resistência do concreto

RESISTÊNCIA DO CONCRETO	DISTRIBUIÇÃO	BIAS FACTOR	COV
20 MPa	Normal	1,13	0,072
30 MPa	Normal	1,21	0,105
40 MPa	Normal	1,17	0,090
50 MPa	Normal	1,11	0,062

3.3. Resistência do aço CA-50

Para a consideração dos valores de resistência do aço para armadura do concreto armado (aço CA-50), empregou-se a definição de resistência característica da NBR 6118, com distribuição normal.

Devido ao processo de fabricação do aço, muito mais controlado que o do concreto (executado no local), a variabilidade da resistência do aço é bem menor que a do concreto.

O valor aqui adotado do coeficiente de variação é típico e considerado em diversas referências, como em STUCCHI e SANTOS (2011) e SZERSZEN *et al.* (2005). A Tabela 3-3 apresenta os valores empregados

Tabela 3-3 – Variabilidade da resistência do Aço CA-50

VARIÁVEL	DISTRIBUIÇÃO	BIAS FACTOR	COV
Resistência do aço	Normal	1,089	0,05

3.4. Área das barras de aço

Deve também ser considerada a (pequena) diferença devida às tolerâncias de fabricação, entre o valor teórico (nominal) das áreas das barras de aço e os valores efetivamente encontrados na prática.

Para isso considerou-se a distribuição normal e “Bias Factor” igual a 1,0, ou seja, a expectativa é que, na média das áreas efetivas, seja encontrado o valor nominal. O valor adotado do coeficiente de variação é típico e considerado em diversas referências, como em STUCCHI e SANTOS (2011) e SZERSZEN *et al.* (2005). A tabela 3-4 resume os valores atribuídos à variável em questão.

Tabela 3-4 - Quadro de variabilidade da área das barras de aço

VARIÁVEL	DISTRIBUIÇÃO	BIAS FACTOR	COV
Área das barras	Normal	1,00	0,015

3.5. Cargas permanentes e variáveis

Para a consideração das variáveis relativas aos carregamentos atuantes na estrutura, primeiramente devemos separá-los em dois grupos distintos.

No primeiro grupo estão as cargas permanentes pelo fato de atuarem na estrutura durante toda a vida útil possuem uma baixa variabilidade. Estas cargas são bem conhecidas e as falhas durante a execução da estrutura são de fácil correção. Usualmente compreendem o peso próprio da estrutura e o peso de materiais de revestimento arquitetônico.

Os valores dos carregamentos nominais considerados no projeto estrutural correspondem à média dos valores efetivamente atingidos na obra, que já consideram quaisquer desvios que sejam previsíveis, como acréscimos em revestimentos entre outros. Dessa maneira o “Bias Factor” deve ser tomado como igual a 1,00, a distribuição considerada é a normal e o coeficiente de variação é igual a 0,1, conforme SZERSZEN *et al.* (2005).

O segundo grupo de variáveis dos carregamentos são as cargas variáveis, ou seja, aquelas que em certo instante do tempo podem estar ou não atuando nas estruturas. As cargas de utilização em estruturas prediais, por exemplo, têm atuação quase permanente, com ciclos de variação em longo prazo. Por outro lado cargas variáveis do tipo vento ou cargas móveis em pontes têm variação quase contínua no tempo.

Todas as cargas variáveis devem ser tratadas através da estatística de extremos, buscando encontrar valores máximos que possam ocorrer durante a vida útil da estrutura. Neste caso, variações específicas da estatística de extremos devem ser aplicadas.

No caso principal aqui estudado, de cargas acidentais em edificações residenciais e comerciais, a função aplicável é de Gumbel de máximos. Valores aplicáveis de “Bias Factor” e de coeficientes de variação dependem de uma série de fatores, como a forma com que as cargas acidentais são definidas nas normas de projeto, incluindo o período de recorrência considerado, a área de influência afetada pela carga, entre outros. Esta discussão transcende os limites deste trabalho, podendo ser encontrada em MELCHERS (1999), no JCSS (2006) e em NOWAK e COLLINS (2000).

São adotados para as cargas acidentais os parâmetros encontrados em uma publicação recente, HOLICKÝ e SYKORA (2011) e estão mostrados na Tabela 3-5.

Tabela 3-5 – Variabilidade das cargas permanentes e acidentais

VARIÁVEL	DISTRIBUIÇÃO	BIAS FACTOR	COV
Carga Permanente	Normal	1,00	0,1
Carga Variável	Gumbel	1,00	0,35

3.6. Variáveis relacionadas ao modelo de cálculo adotado

As variáveis relacionadas ao modelo de cálculo são devidas ao tipo de modelo estrutural adotado ao simular a estrutura real, que seja em programas computacionais ou em modelos simplificados para dimensionamento.

Essas variáveis não estão relacionadas com a correção de resultados, mas com as variabilidades que possam haver entre diversos modelos matemáticos igualmente aceitáveis, para a análise e dimensionamento de uma estrutura.

As variabilidades adotadas nesse estudo serão as definidas no JCSS (2006) e se encontram na Tabela 3-6.

Tabela 3-6 – Variabilidade do modelo matemático de cálculo

VARIÁVEL	DISTRIBUIÇÃO	BIAS FACTOR	COV
Modelagem	Normal	1,00	0,10

A Tabela 3-7 resume os valores e parâmetros de variabilidade apresentados ao longo desse capítulo

Tabela 3-7 – Resumo das variabilidades

VARIÁVEL	DISTRIBUIÇÃO	BIAS FACTOR	COV
Dimensões seccionais	Normal	1,00	$4\text{mm}+0,006L\leq 10\text{mm}$
Concreto - 20 MPa	Normal	1,13	0,072
Concreto -30 MPa	Normal	1,21	0,105
Concreto - 40 MPa	Normal	1,17	0,090
Concreto - 50 MPa	Normal	1,11	0,062
Resistência do aço	Normal	1,089	0,05
Área das barras	Normal	1,00	0,015

Carga Permanente	Normal	1,00	0,1
Carga Variável	Gumbel	1,00	0,35
Modelagem	Normal	1,00	0,10

3.7. Metodologia do estudo

A metodologia do estudo consiste em, considerados um valor de resistência do concreto e um valor de armadura, inicialmente determinar o valor de cálculo da resistência do concreto e do aço, usando os fatores de redução de resistência, de acordo com a NBR 6118:2014, respectivamente iguais a $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$.

A partir das resistências de cálculo dos materiais são determinados os valores de cálculo das cargas permanentes e acidentais, considerando certa fração de carga acidental sobre a carga total. Com os valores de cálculo das cargas, são obtidos os valores característicos, aplicando-se os coeficientes de majoração de cargas $\gamma_g = \gamma_q = 1,4$.

Com os valores característicos de resistências e cargas se chega aos seus respectivos valores médios e desvios padrão, considerando os valores de “Bias Factors” e coeficientes de variação resumidos na Tabela 3-7.

Finalmente, de posse das características probabilísticas das variáveis, as análises de confiabilidade são processadas, obtendo como principais resultados os respectivos índices de confiabilidade β .

4. Esforço Normal Simples

O presente capítulo apresenta a aplicação da análise de confiabilidade para um carregamento aplicado de um esforço normal em colunas curtas.

4.1. Definição da função de falha

Para o estudo do esforço normal, será considerada uma seção retangular não vazada, a seção mais comumente encontrada em pilares, elemento estrutural onde o esforço normal é normalmente o de maior importância.

Uma seção retangular sob a ação de um esforço normal P aplicado no centroide da seção fica submetida a uma tensão normal σ , tal que:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (4-1)$$

onde P é o esforço normal e A é a área da seção transversal.

A Figura 4-1 ilustra duas situações em que o pilar recebe a ação de uma força P , tanto de tração, quanto de compressão.

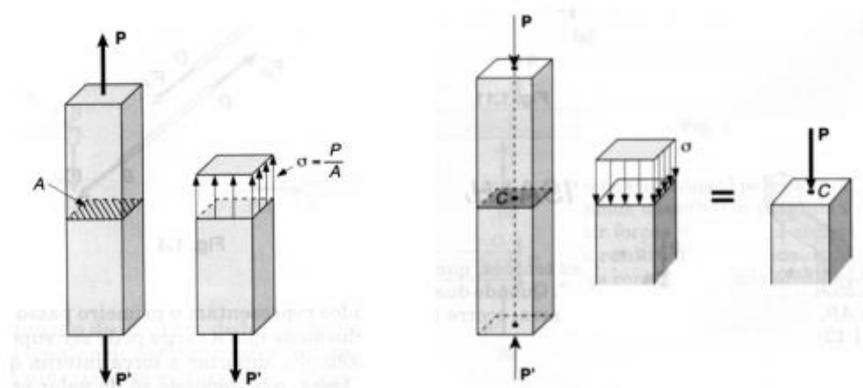


Figura 4-1 - Tensão normal em uma seção retangular

O carregamento é composto de dois tipos distintos de cargas, permanentes e acidentais, cujas características foram já discutidas anteriormente.

A função de falha “Z” adotada é:

$$Z = \Theta(R - S) \quad (4-2)$$

onde, Θ é a incerteza do modelo de cálculo, R é a resistência dos materiais utilizados e S é o esforço solicitante na seção.

Por se tratar de um elemento estrutural de concreto armado, os materiais utilizados são o concreto e o aço CA-50.

A resistência da seção transversal é expressa por:

$$R = A_s \times f_y + 0,85 \times f_c \times A_c \quad (4-3)$$

Onde, A_s é a área de aço, f_y é a tensão de escoamento do aço, f_c é a tensão resistente à compressão do concreto e A_c é a área da seção transversal.

O esforço resistente do concreto foi minorado para 85% do valor total, conforme a NBR 6118:2014, considerando o efeito Rüsçh.

Os esforços solicitantes são decorrentes das ações permanentes e acidentais, tais que:

$$S = P_g + P_q \quad (4-4)$$

onde, P_g é a solicitação ao carregamento permanente e P_q é a solicitação ao carregamento acidental.

Para a verificação da segurança probabilística é utilizado um programa comercial que possui ampla utilização e aceitação, o COMREL.

4.2. Estudo do caso

O estudo consiste em avaliar, em termos de confiabilidade um pilar em concreto armado, de acordo com a NBR 6118:2014. Para isso são comparados resultados obtidos para três diferentes valores de armadura e quatro diferentes valores de resistência do à compressão do concreto.

Os valores adotados para a resistência a compressão do concretos foram C20, C30, C40 e C50, as diferentes áreas de armadura adotadas foram de 3,16 cm², 12,56 cm² e 25,12 cm² (correspondentes, respectivamente, a 4 ø 10 mm; 4 ø 20 mm e 8 ø 20 mm).

a) Dados do pilar de concreto:

Seção Transversal do pilar (25x25cm):

$$a \text{ (m)} = 0,25$$

$$b \text{ (m)} = 0,25$$

b) Equação limite do COMREL:

$$FLIM (1) = C + S - P_g - P_q \quad (4-5)$$

onde:

C = Resistência à compressão do concreto

S = Resistência do aço

P_g = Cargas permanentes

P_q = Cargas acidentais

c) Determinação dos Parâmetros:

A expressão para determinação da resistência à compressão do concreto é:

$$C = 0,85 \times f_{ck} \times a \times b \quad (4-6)$$

A tabela 4-1 mostram os valores das resistências à compressão do concreto de cálculo (C_d) e a característica (C_k) para cada classe empregada no estudo

Tabela 4-1 – Resistências do concreto

f_c	Resistência do Concreto (MPa)			
	20	30	40	50
C_d (kN)	758,93	1138,39	1517,86	1897,32
C_k (kN)	1062,50	1593,75	2125,00	2656,25

Resistência do aço:

Como são adotadas três armaduras diferentes, cada uma terá um valor diferente de resistência. Empregou-se, no cálculo das resistências a tensão de escoamento do aço igual a 500 MPa e coeficiente minorador da resistência de 1,15. A Tabela 4-2 mostra os valores da resistência do aço para as diversas áreas de armadura adotadas, valores tanto de cálculo, quanto característicos.

Tabela 4-2 – Resistências do aço

	Área de Aço (cm ²)			$S = f_y \times A_s$
	25,12	12,56	3,16	
S_d (kN) =	1092,17	546,09	137,39	
S_k (kN) =	1256,00	628,00	158,00	

Cargas permanente e acidental

Para cada área de aço adotada e cada classe de resistência do concreto é avaliada a carga total, a ser posteriormente repartida em cargas permanente e acidental. A tabela 4-3 mostram os diferentes valores para os carregamentos adotados, tanto permanentes, quanto acidentais.

Tabela 4-3 – Cargas permanente e acidental

G_d (kN)	Área de Aço (cm ²)			$G_d = C_d + S_d$
	fck	25,12	12,56	
20	1851,10	1305,02	896,32	
30	2230,57	1684,48	1275,78	
40	2610,03	2063,94	1655,25	
50	2989,50	2443,41	2034,71	

A tabela 4-4 mostram os dados probabilísticos das variáveis adotadas

Tabela 4-4 – Dados probabilísticos das variáveis

	Aço	Perm,	Acidental
COV	0,05	0,1	0,35
BIAS	1,09	1	1

O dado probabilístico para cada classe de concreto adotada nesse trabalho está descrita na tabela 4-5:

Tabela 4-5 – Dados probabilísticos da resistência do concreto

	Resistência do Concreto (MPa)			
	20	30	40	50
COV	0,072	0,105	0,09	0,062
BIAS	1,13	1,21	1,17	1,11

Como o programa COMREL só aceita a utilização de cinco variáveis em um processamento, deve-se englobar as variáveis de modelagem e dimensões junto com a variável de resistência do concreto (C), enquanto as variáveis de modelagem e de área de aço são incluídas na variável de resistência do aço (S). As dimensões levadas em consideração correspondem às duas da seção transversal. Devem ser seguidas, nestas inclusões, as regras de operações de variáveis probabilísticas, conforme descrito em

MELCHERS (1999). A tabela 4-6 mostram os valores de coeficiente de variação já englobados.

Tabela 4-6 – Dados probabilísticos finais das variáveis aço e concreto

	Modelo	Área Aço	Dimensões
COV	0,1	0,015	0,031

Então os valores das Variáveis de C e S são:

		C	S
	20	0,131	0,113
COV	30	0,151	0,113
	40	0,141	0,113
	50	0,126	0,113

Tabela 4-7 – Valores de médias e desvios padrão – concretos com resistências de 20 e 30 MPa

1º Estudo - Concreto de 20 MPa

Área de Aço = 25,12 cm²

	C	S	G	L
μ	1205,25	1369,04	1851,10	1851,10
σ	157,63	154,43	185,11	647,89

Área de Aço = 12,56 cm²

	C	S	G	L
μ	1205,25	684,52	1305,02	1305,02
σ	157,63	77,22	130,50	456,76

Área de Aço = 3,16 cm²

	C	S	G	L
μ	1205,25	172,22	896,32	896,32
σ	157,63	19,43	89,63	313,71

2º Estudo - Concreto de 30 MPa

Área de Aço = 25,12 cm²

	C	S	G	L
μ	1926,51	1369,04	2230,57	2230,57
σ	291,83	154,43	223,06	780,70

Área de Aço = 12,56 cm²

	C	S	G	L
μ	1926,51	684,52	1684,48	1684,48
σ	291,83	77,22	168,45	589,57

Área de Aço = 3,16 cm²

	C	S	G	L
μ	1926,51	172,22	1275,78	1275,78
σ	291,83	19,43	127,58	446,52

Tabela 4-8 - Valores de médias e desvios padrão – concretos com resistências de 40 e 50 MPa

3º Estudo - Concreto de 40 MPa

Área de Aço = 25,12 cm ²				
	C	S	G	L
μ	2494,28	1369,04	2610,03	2610,03
σ	352,94	154,43	261,00	913,51

Área de Aço = 12,56 cm ²				
	C	S	G	L
μ	2494,28	684,52	2063,94	2063,94
σ	352,94	77,22	206,39	722,38

Área de Aço = 3,16 cm ²				
	C	S	G	L
μ	2494,28	172,22	1655,25	1655,25
σ	352,94	19,43	165,52	579,34

4º Estudo - Concreto de 50 MPa

Área de Aço = 25,12 cm ²				
	C	S	G	L
μ	2957,93	1369,04	2989,50	2989,50
σ	371,41	154,43	298,95	1046,32

Área de Aço = 12,56 cm ²				
	C	S	G	L
μ	2957,93	684,52	2443,41	2443,41
σ	371,41	77,22	244,34	855,19

Área de Aço = 3,16 cm ²				
	C	S	G	L
μ	2957,93	172,22	2034,71	2034,71
σ	371,41	19,43	203,47	712,15

4.3. Índices de confiabilidade β para esforço normal simples

Os resultados que são apresentados nas Figuras 4-2 a 4-8 correspondem aos valores de β obtidos para uma determinada armadura fixada, variando-se a resistência (Figuras 4-2 a 4-4) ou para uma determinada resistência do concreto e variando-se as armaduras (Figuras 4-5 a 4-8).

Nessas figuras, o eixo horizontal representa a variável é a fração da carga acidental na carga total, variando de 100% de carga permanente até 100% de carga acidental.

O valor alvo $\beta = 3,8$ é também plotado nessas figuras.

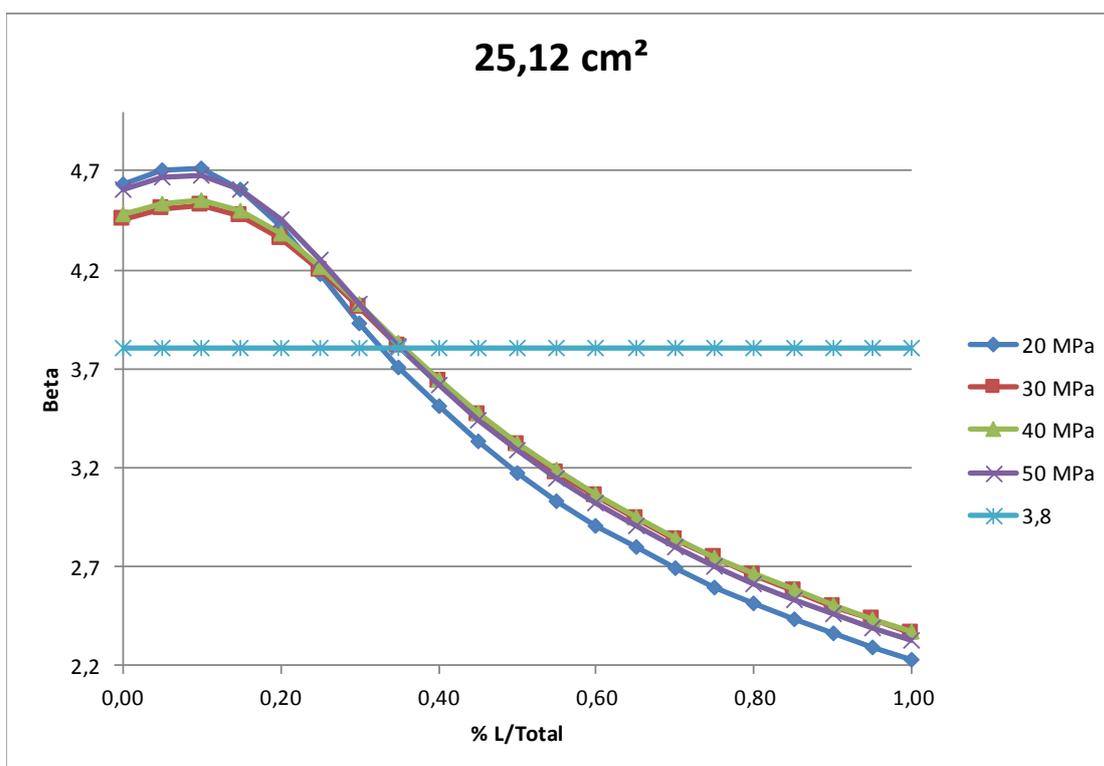


Figura 4-2 – Diagrama comparativo para armadura de 25,12 cm²

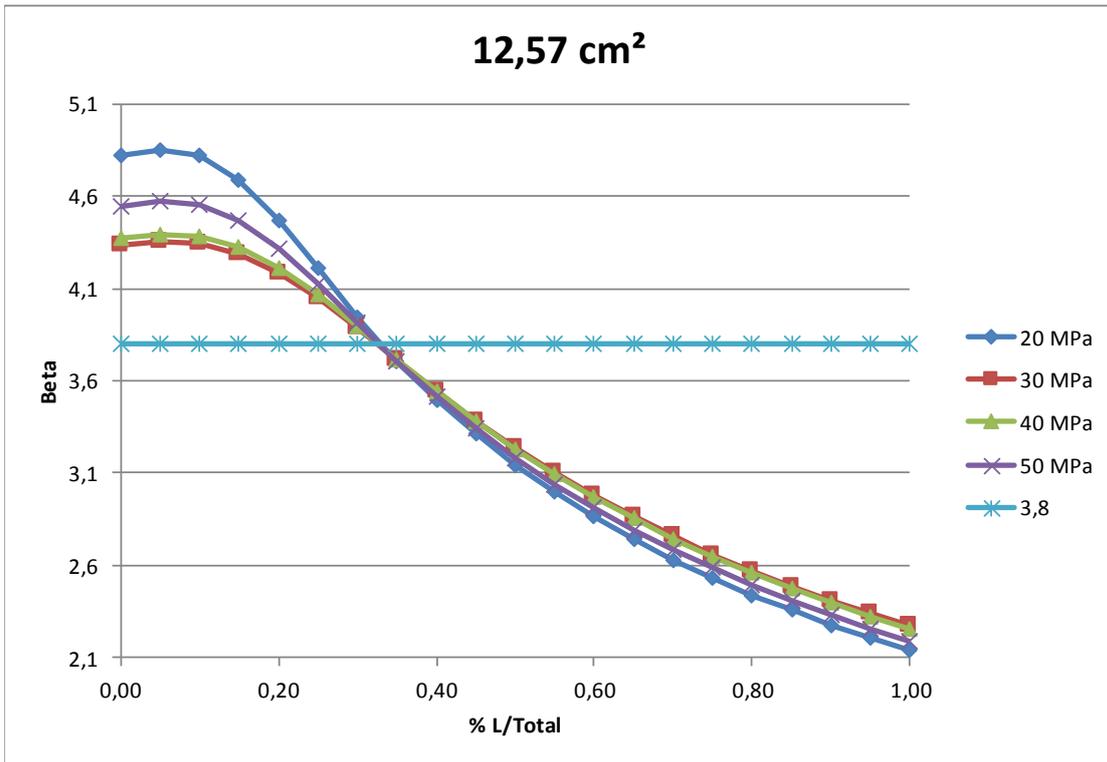


Figura 4-3 – Diagrama comparativo para armadura de 12,57 cm²

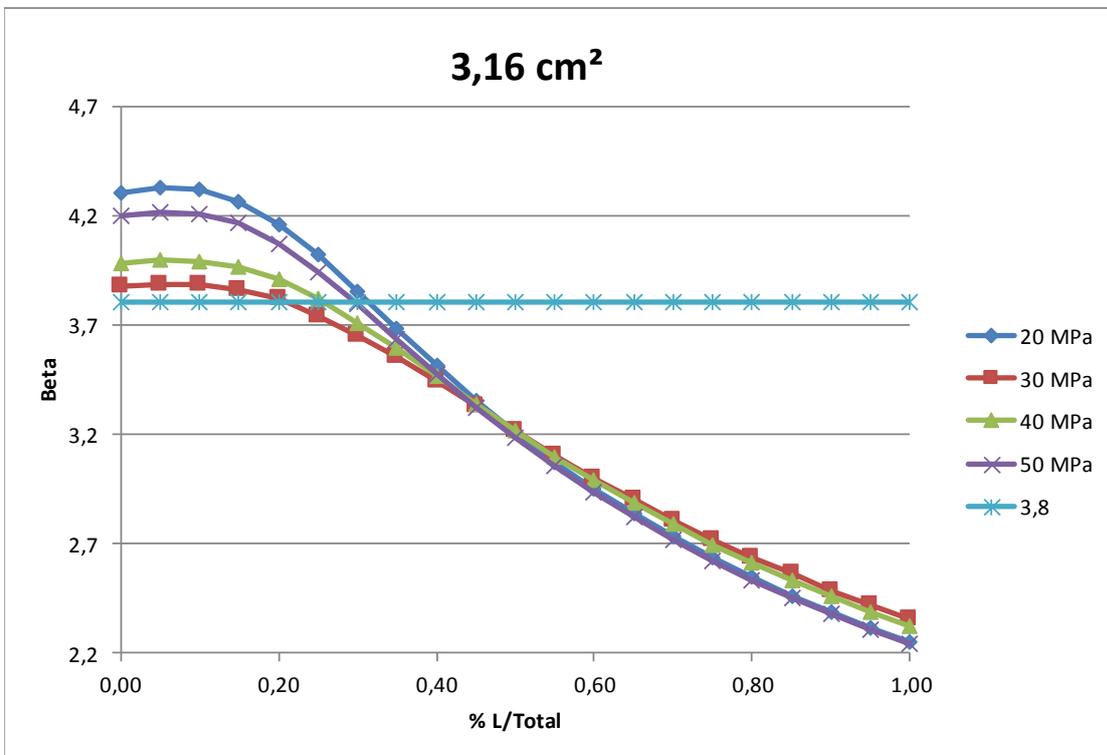


Figura 4-4 – Diagrama comparativo para armadura de 3,16 cm²

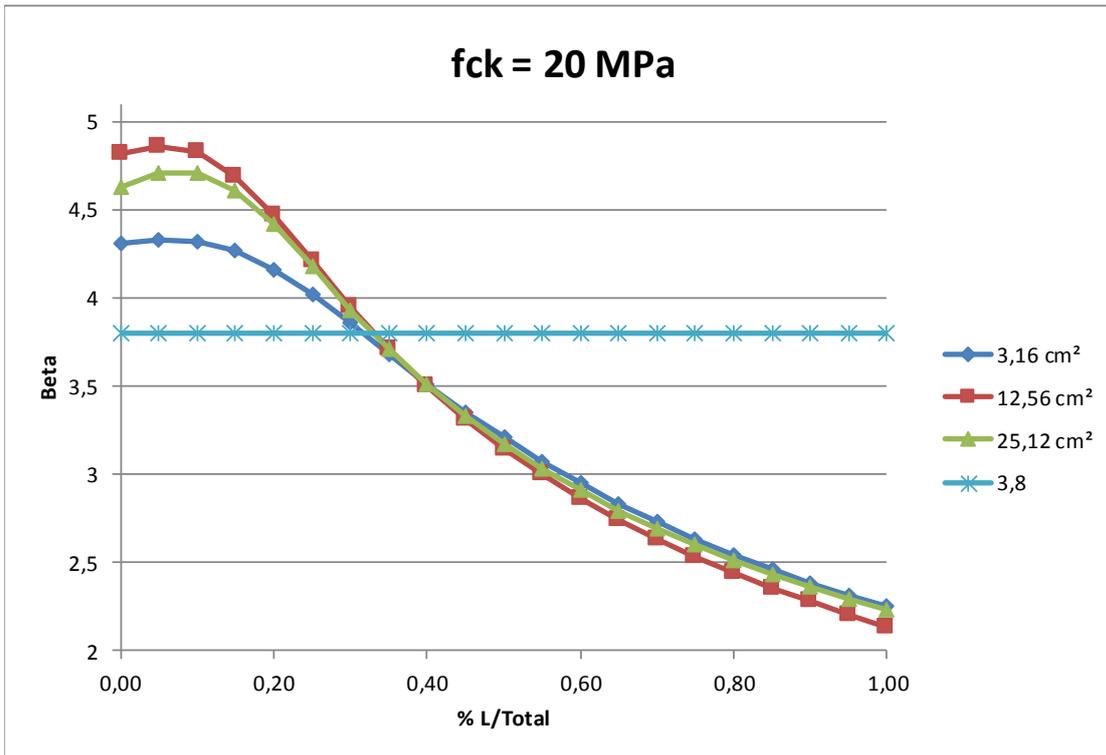


Figura 4-5 – Diagrama comparativo para concreto de 20 MPa

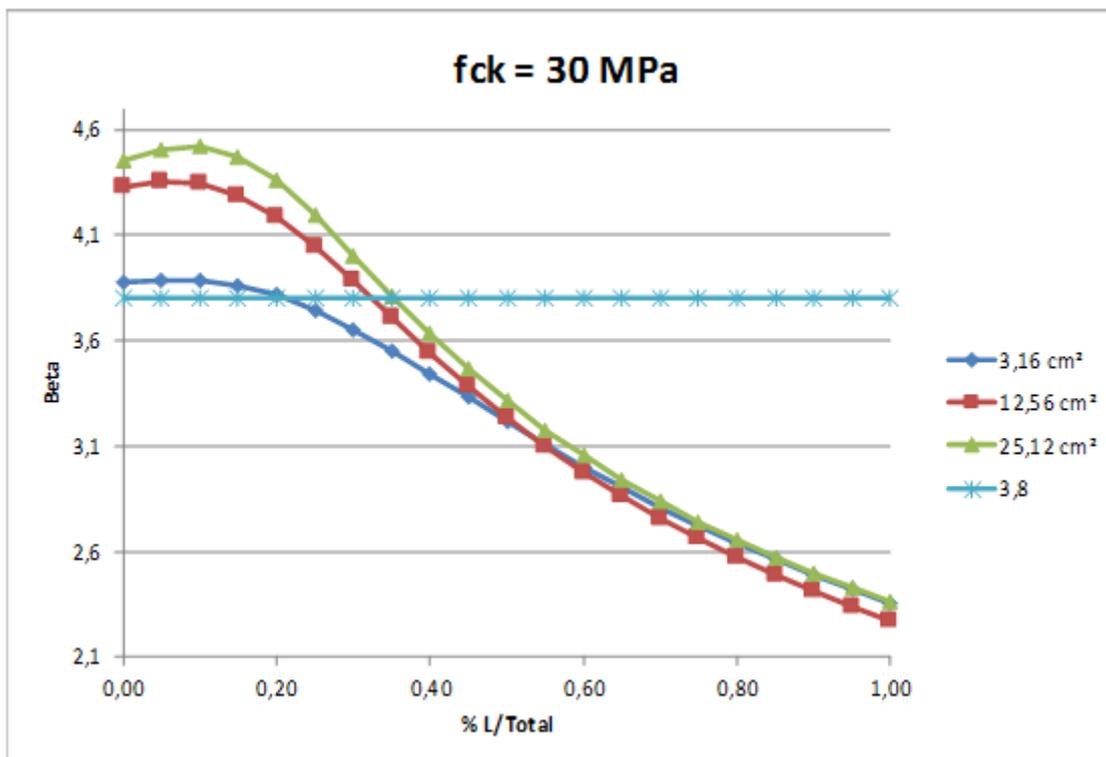


Figura 4-6- Diagrama comparativo para concreto de 30 MPa

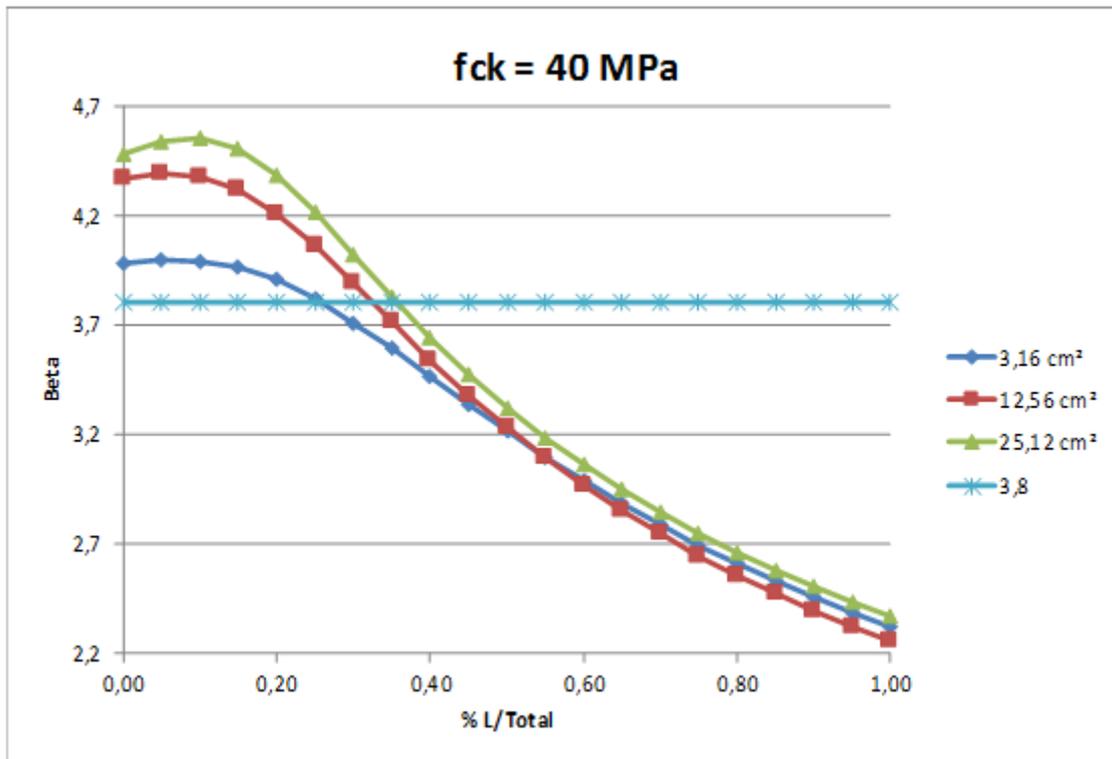


Figura 4-7- Diagrama comparativo para concreto de 40 MPa

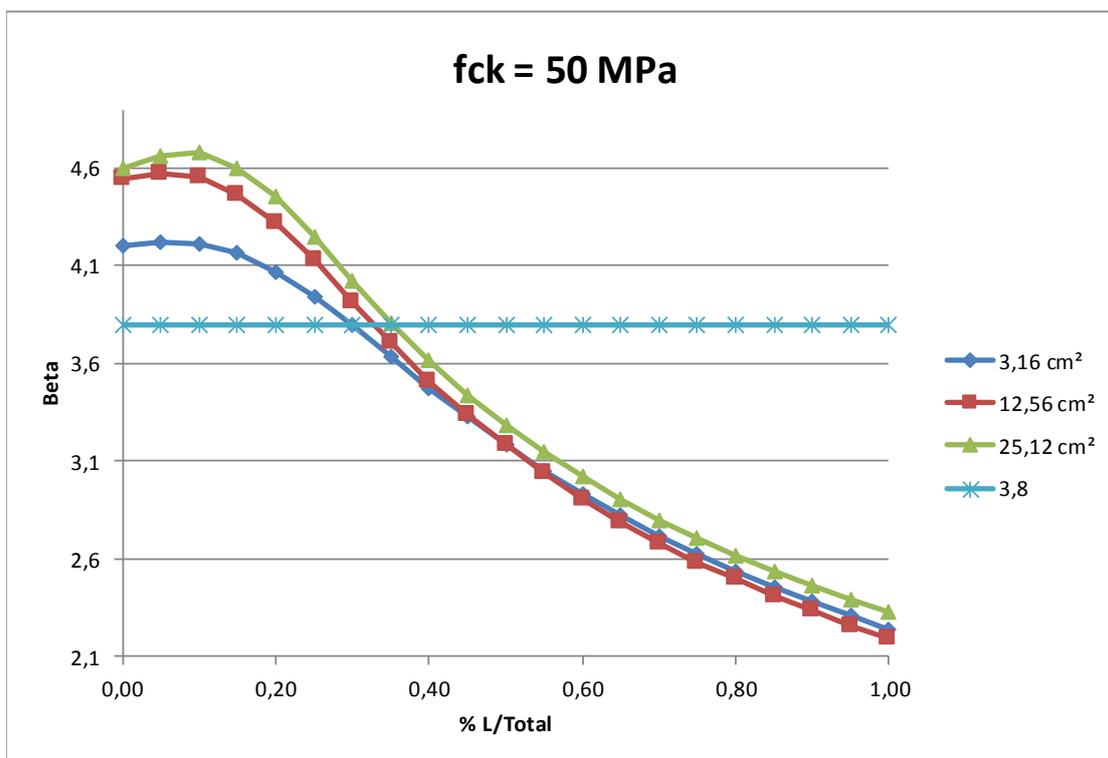


Figura 4-8 - Diagrama comparativo para concreto de 50 MPa

4.4. Comparativo entre os resultados

Como já foi dito anteriormente durante a introdução, existe o trabalho do Santiago e Beck (2011) que mostrou um estudo bem semelhante ao que foi executado nesse capítulo, o que cria uma ferramenta comparativa fundamental para esse trabalho.

No trabalho deles foi utilizado uma coluna curta com 3 tipos diferentes de armadura para uma mesma seção de concreto (Armadura mínima da NBR 6118, 2% e 4% de taxa da armadura) tipos de resistência para o concreto utilizado (C20, C30, C40 e C50), que é bem próximo do que foi executado nesse trabalho.

Em relação às variáveis, foram utilizadas variáveis aleatórias a Resistência do Concreto, Resistência do Aço CA-50, uma variável denominada “C” que simulava ambas as direções em uma única variável e em relação ao carregamento foi usado uma variável para o permanente e um para o acidental. Em relação às resistências dos concretos as variáveis tiveram os mesmos dados para média e desvio padrão, pois o trabalho aqui feito usou um estudo do próprio André Beck como base para os dados.

Na resistência do aço CA-50 ocorrem três diferenças entre os valores. A primeira diferença é que foi usada uma média de $1,12 \times f_{sk}$ no trabalho de Santiago e Beck, contra $1,089 \times f_{sk}$ que foi usado para esse trabalho. A segunda diferença está na distribuição probabilística usada, onde no estudo da Santiago e Beck foi usada a distribuição Lognormal contra distribuição normal que aqui foi adotado e a terceira está em não ser considerado o coeficiente minorador da resistência do aço de 15%.

Na variável das dimensões foi usada uma variável para dimensão, já no capítulo 4 desse trabalho aqui feito são usadas 2 variáveis para cada uma das dimensões da coluna.

Os valores da variável diferem dos que foram usados nesse trabalho, como por exemplo, para a média foi usado 1,003 no estudo de Santiago e Beck contra 1,00 que foi usado nesse trabalho e para o Coeficiente de variação foi usado $4mm + 0,006L$ nesse trabalho contra $\frac{4mm+0,006L}{0,003}$ que foi adotado no Santiago e Beck.

Em relação às variáveis de carregamento, existem duas diferenças encontradas. A primeira está na média do carregamento permanente, que foi usado de 1,05 no trabalho de Santiago e Beck e aqui nesse trabalho foi de 1,00. A segunda diferença está no coeficiente de variação usado, onde no estudo de Santiago e Beck foi usado 25% contra

35% de variação aqui exposto nesse trabalho. Essa ultima diferença de valor, como já descrito no capítulo 3, é bastante subjetivo podendo haver um debate extenso sobre o valor mais adequado a ser utilizado, portanto já era de se esperar a diferença entre o valor aqui adotado com outros estudos que possam ser realizados.

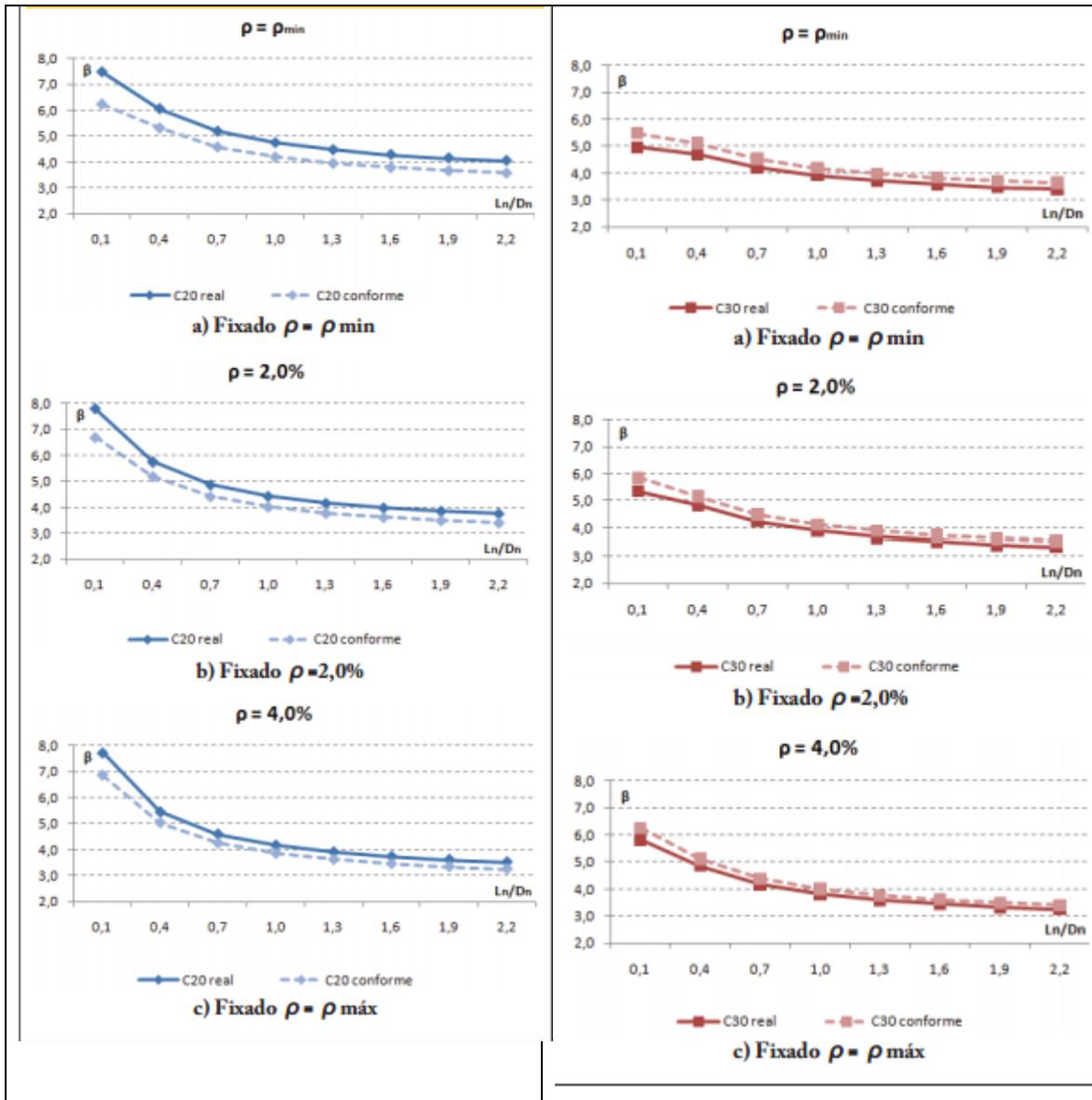


Figura 4-9 – Resultados Estudo Santiago e Beck (2011) – Concreto C20 e C30

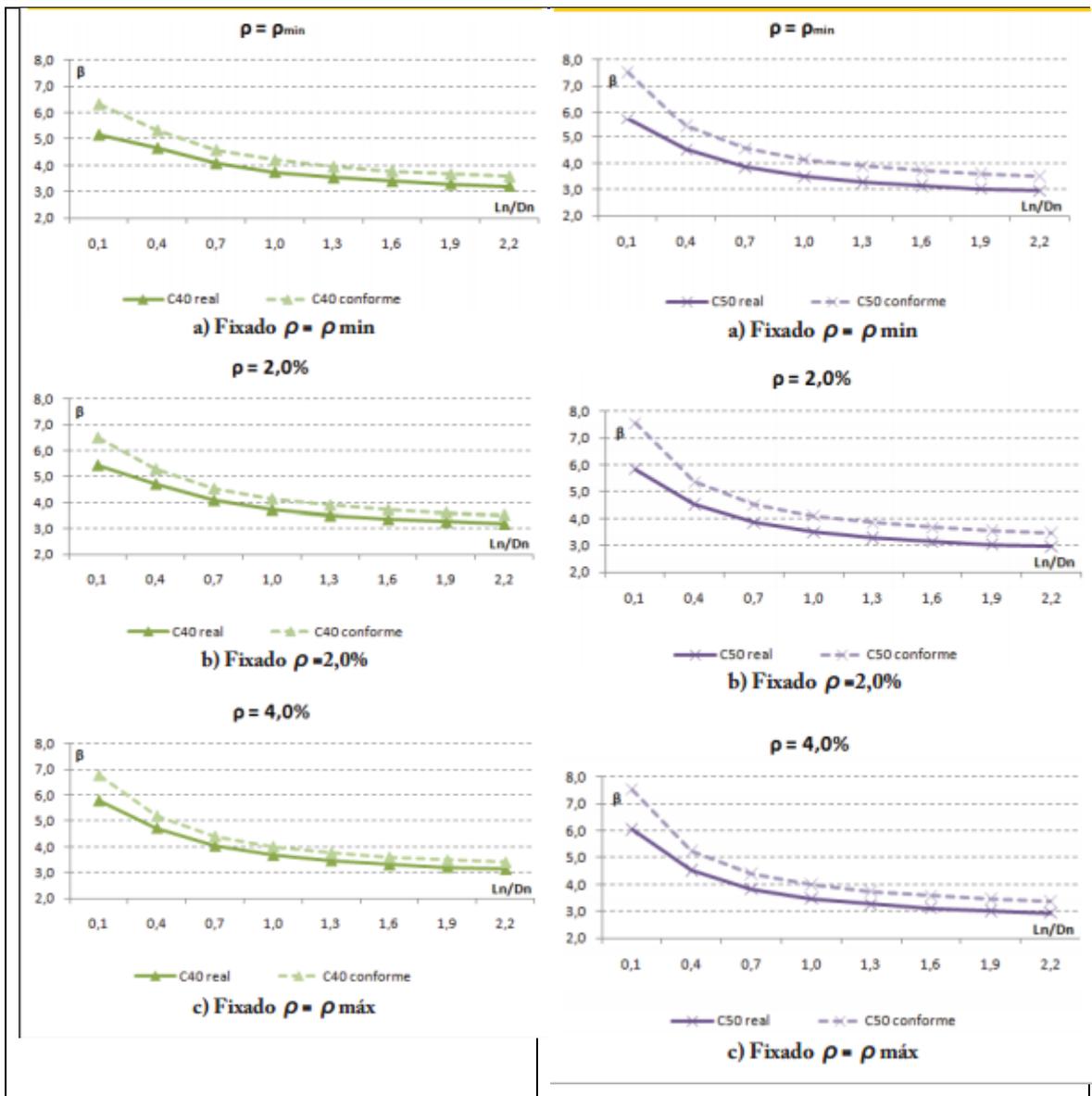


Figura 4-10 – Resultados Estudo Santiago e Beck (2011) – Concreto C40 e C50

É importante ressaltar que no Estudo o eixo das abscissas mostra valores de 0 até 2,2, pois diferentemente do estudo atual esse eixo reflete a razão entre a carga acidental sobre a carga permanente. Então para a comparação entre os trabalhos deve ser feito que o valor na abscissa igual a 1 para o estudo do Santiago e Beck equivale a 0,5 nesse estudo e assim sucessivamente, devido ao modo que foi adotado não teremos como comparar o valor de 100% de carga acidental, pois nos resultados sempre haverá uma carga permanente, nem que seja pequena, mas como esse valor é na verdade um coeficiente fictício, não tem motivos para se levar em consideração.

Se depois de entender isso fizer uma comparação entre os estudos é percebido que o estudo do Santiago e Beck possui valores maiores que o estudo atual, isso se dá devido a três fatores.

O primeiro fator e o mais preponderante é o coeficiente de variação da carga acidental passar de 0,25 para 0,35, que influencia enormemente nos valores onde a parcela de acidental aumenta bastante.

Segundo fator seria a ausência de algumas variáveis que foram adotadas nesse trabalho atual, que aumenta as incertezas e com isso diminui os valores dos índices de confiabilidade encontrados.

E por último e o fator que influencia muito quando não há, ou existe pouca carga acidental é a ausência do coeficiente minorador da resistência do aço de 1,15.

Para se chegar a essa conclusão foram feitos alguns testes utilizando os valores usados no estudo de Santiago e Beck e retirando as variáveis que não haviam sido levadas em consideração no trabalho (Modelagem e variação na área de aço).

Abaixo segue um resultado comparativo, utilizando a Seção do trabalho de Santiago e Beck, concreto C30, retirando as variáveis a mais que foram já citadas e usando um coeficiente de variação igual a 0,25 e adotando 2% de taxa para a armadura.

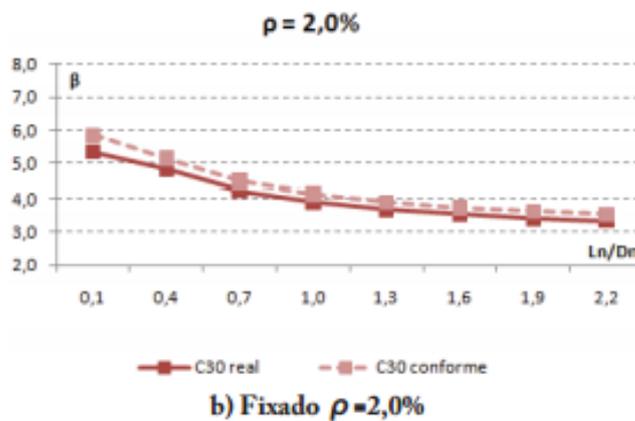
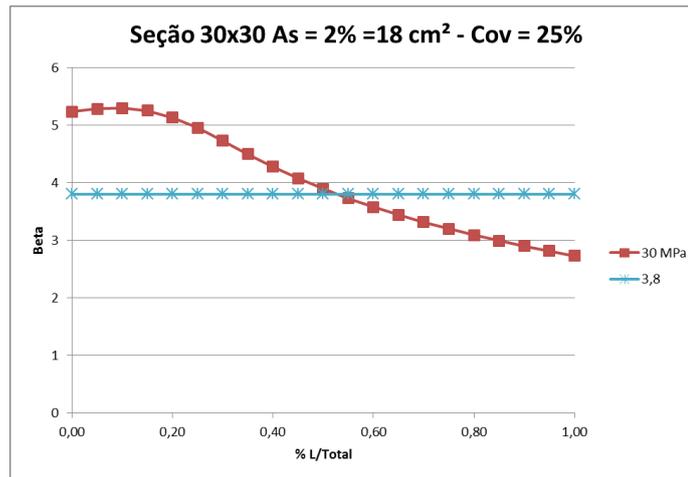


Figura 4-11 – Comparativo entre estudos

Conclusões:

- Quando a carga acidental é 10% da total o valor é praticamente o mesmo ($\beta=5,2$).
- Quando a carga acidental é 50% da total o valor continua praticamente igual ($\beta=3,9$).

E como já foi mencionado não tem como comparar valores com carga acidental 100% do total, devido a diferença na concepção dos gráficos.

5. Flexão Simples

O presente capítulo apresenta a aplicação da análise de confiabilidade para um carregamento aplicado de um esforço flexão em vigas de concreto armado.

5.1. Definição da função de falha

Para o estudo da seção solicitada à flexão simples, considerou-se a seção retangular, pois os elementos estruturais mais comuns que sofrem esse tipo de esforço são vigas e lajes, que normalmente possuem essa seção transversal.

Uma seção retangular que sofre um esforço de flexão M , com sinal convencional positivo, está sujeita a tensões de compressão nas fibras superiores e a tensões de tração nas inferiores, conforme mostra a Figura 5-1.

As tensões compressivas são resistidas pelo concreto (R_c) e como é desprezada a resistência do concreto à tração, as tensões trativas são resistidas pela armadura posicionada na parte inferior da seção (R_s).

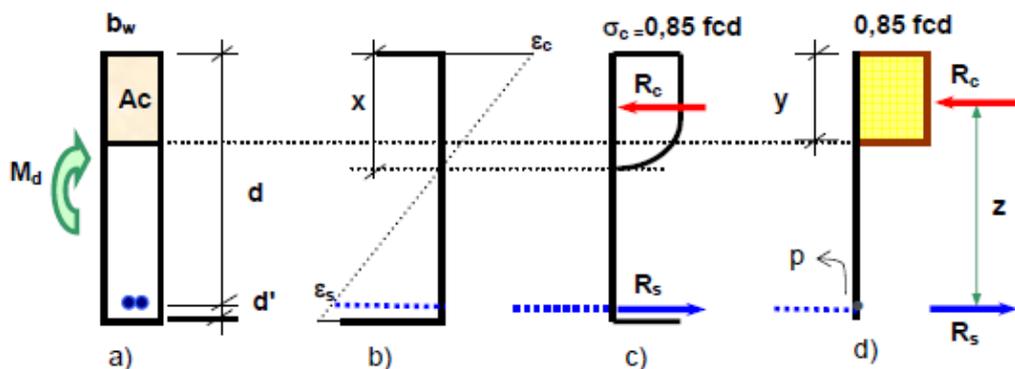


Figura 5-1 - Binário interno para seção retangular sob a ação da flexão simples. Apostila Concreto Armado UFF

Para que haja equilíbrio, as seguintes condições precisam ser atendidas:

$$\sum N = 0 \quad (5-1)$$

$$\sum M = 0$$

Então pode-se afirmar que:

$$M = R_c \times z \quad (5-2)$$

$$R_c = R_s \quad (5-3)$$

A princípio, a área comprimida é o produto da largura b_w da seção retangular, pela integral do diagrama de tensões parábola-retângulo ao longo da altura “ x ”, chamada de profundidade da linha neutra.

Para simplificação de cálculo, a NBR 6118:2014 permite uma transformação dessa área comprimida delimitada pelo diagrama parábola-retângulo, para um diagrama retangular, conforme mostrado na Figura 5.2, sendo a altura “ y ” dada por:

$$y = 0,8 \times x \quad (5-4)$$

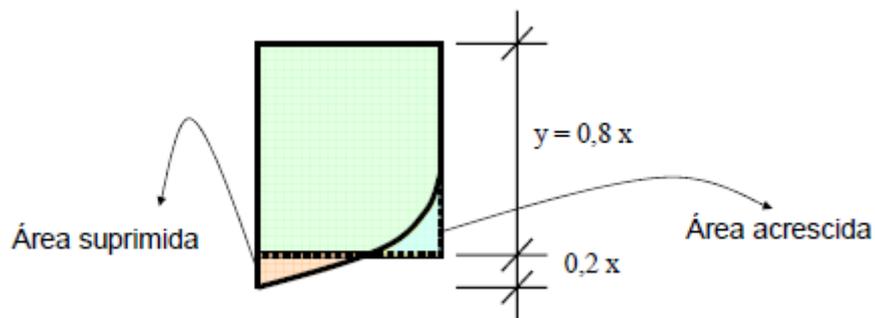


Figura 5-2 - Simplificação do diagrama parábola-retângulo. Apostila Concreto Armado UFF

No estudo aqui apresentado utilizou-se uma seção em que a ruptura seja dúctil, ou seja, a ruptura se dará pelo aço (Domínio 2 da NBR 6118) ou pelo concreto, com o aço escoando (Domínio 3). Foi empregada a mesma função de falha adotada na compressão simples:

$$Z = \theta(R - S) \quad (5-5)$$

Os esforços solicitantes são divididos em ações permanentes e acidentais, tais como:

$$S = M_g + M_q \quad (5-6)$$

onde M_g é o momento fletor devido ao carregamento permanente e M_q é o momento fletor devido ao carregamento acidental.

As forças na região tracionada são somente resistidas pela armadura de aço, assim:

$$R_s = A_s \times f_y \quad (5-7)$$

onde, A_s é a área de aço, f_y é a tensão atuante no aço.

$$R_c = A_c \times f_c \quad (5-8)$$

Usando as hipóteses formuladas, chega-se à:

$$R_c = 0,8 \times x \times b_w \times 0,85 \times f_c \quad (5-9)$$

Onde f_c é a resistência à compressão do concreto, o fator de minoração de 0,85 é devido ao efeito Rüsç e z é o braço de alavanca do binário.

Simplificando:

$$R_c = 0,68 \times x \times b_w \times f_c \quad (5-10)$$

Para expressar o valor de z em função das variáveis básicas do problema, é utilizada a igualdade dos valores de resistências do aço e do concreto, logo:

$$A_s \times f_y = 0,68 \times x \times b_w \times f_c \quad (5-11)$$

Isolando a variável x :

$$x = \frac{A_s \times f_y}{0,68 \times b_w \times f_c} \quad (5-12)$$

Como:

$$z = d - \frac{y}{2} = d - \frac{0,8 \times x}{2} = d - 0,4x \quad (5-13)$$

$$z = d - 0,4 \times \frac{A_s \times f_y}{0,68 \times b_w \times f_c} = d - \frac{0,59 \times A_s \times f_y}{b_w \times f_c} \quad (5-14)$$

Substituindo na equação de falha, chega-se a:

$$Z = \Theta \left(A_s \times f_y \times \left(d - \frac{0,59 \times A_s \times f_y}{b_w \times f_c} \right) - (M_g + M_q) \right) \quad (5-15)$$

5.2. Estudo de Caso

O estudo consiste em avaliar, em termos de confiabilidade os momentos fletores em uma viga de concreto armado, dimensionada de acordo com a NBR 6118:2014.

Para o estudo é feita uma comparação para os concretos de resistência à compressão 20, 30, 40 e 50 MPa, adotando-se três diferentes níveis de armadura: 4,02 cm², 8,04 cm² e 12,57 cm² (correspondentes, respectivamente, a 2 ϕ 16 mm; 4 ϕ 16 mm e 4 ϕ 20 mm).

a) Dados da viga de concreto:

$$b_w \text{ (m)} = 0,2$$

$$d \text{ (m)} = 0,5$$

b) Equação limite do COMREL:

$$F_{LIM} = A_s \times f_y \times \left(d - \frac{0,59 \times A_s \times f_y}{b_w \times f_c} \right) - (M_g + M_q) \quad (5-16)$$

onde:

A_s é a área de aço utilizada na zona tracionada do concreto;

f_y é a tensão presente no aço;

d é a altura útil da viga;

b_w é a largura da viga;

f_c é a tensão presente no concreto;

M_g é o momento fletor referente às cargas permanentes;

M_q é o momento fletor referente às cargas acidentais.

c) Determinação dos Parâmetros:

Resistência do concreto por metro ($b_w.f_c$):

Uma das variáveis probabilísticas é a resistência do concreto multiplicada pela largura da viga b_w . A tabela 5-1 mostram os valores da resistência do concreto à compressão para os diversos valores utilizados.

Tabela 5-1 – Resistências do concreto

	Resistência do Concreto (MPa)			
	20	30	40	50
$b_w.f_{cd}$ (kN/m)	2857,14	4285,71	5714,29	7142,86

	Resistência do Concreto (MPa)			
	20	30	40	50
$b_w.f_{ck}$ (kN/m)	4000,00	6000,00	8000,00	10000,00

Resistência do Aço ($A_s.f_y$):

Outra variável probabilística é a resistência do aço, igual à área de aço multiplicada pela tensão de escoamento do aço CA50. A tabela 5-2 mostra os valores das resistências do aço para cada uma das áreas utilizadas.

Tabela 5-2 – Resistências do aço

	Área de aço (cm ²)		
	4,02	8,04	12,57
$A_s.f_{yd}$ (kN)	174,78	349,57	546,52

	Área de aço (cm ²)		
	4,02	8,04	12,57
$A_s.f_{yk}$ (kN)	201,00	402,00	628,50

Momentos fletores devido às cargas permanentes e acidentais

Para cada área de aço adotada e cada classe de resistência do concreto, é avaliado o momento fletor de cálculo total, a ser posteriormente dividido nas parcelas permanente e acidental. A tabela 5-3 mostram os valores tanto permanentes, quanto acidentais para cada um dos parâmetros adotados.

Tabela 5-3 – Momentos fletores permanentes e acidentais

		Resistência do Concreto (MPa)			
		As (cm ²)	20	30	40
G _d (kNm)	4,02	81,08	83,19	84,24	84,87
	8,04	149,55	157,96	162,17	164,69
	12,57	211,58	232,14	242,42	248,59

A tabela 5-4 mostram os coeficientes probabilísticos para cada uma das variáveis adotadas no estudo.

Tabela 5-4 – Dados probabilísticos das variáveis

		Resistência do Concreto (MPa)			
		20	30	40	50
COV		0,072	0,105	0,09	0,062
BIAS		1,13	1,21	1,17	1,11
		Aço	G	L	d
COV		0,05	0,1	0,35	0,022
BIAS		1,09	1	1	1,01

Uma vez que o programa COMREL só aceita a utilização de cinco variáveis em um processamento, deve-se englobar as variáveis de modelagem, área de aço e dimensões da seção nas variáveis probabilísticas consideradas, como mostrado na Tabela 5-5.

Tabela 5-5 – Coeficientes de variação finais de cada variável

	Modelo	Área Aço	Altura	Largura
COV	0,1	0,015	0,022	0,022

Então o valor da Variável de Resistência é:

	S	d	G	L
COV	0,052	0,022	0,141	0,364

	Resistência do Concreto (MPa)			
	20	30	40	50
COV	0,075	0,107	0,093	0,066

A Tabela 5-6 e 5-7 apresentam os valores de médias e desvios padrão para os quatro estudos de caso aqui desenvolvidos.

Tabela 5-6 – Valores de médias e desvios padrão – concretos com resistências de 20 e 30 MPa

1º Estudo - Concreto de 20 MPa

Área de Aço = 4,02 cm ²					
	C	S	d	G	L
μ	4537,41	219,09	0,51	81,08	81,08
σ	341,60	11,44	0,01	8,11	28,38

Área de Aço = 8,04 cm ²					
	C	S	d	G	L
μ	4537,41	438,18	0,51	149,55	149,55
σ	341,60	22,87	0,01	21,15	54,44

Área de Aço = 12,57 cm ²					
	C	S	d	G	L
μ	4537,41	685,07	0,51	211,58	211,58
σ	341,60	35,76	0,01	29,92	77,02

2º Estudo - Concreto de 30 MPa

Área de Aço = 4,02 cm ²					
	C	S	d	G	L
μ	7252,73	219,09	0,51	83,19	83,19
σ	778,07	11,44	0,01	11,76	30,28

Área de Aço = 8,04 cm ²					
	C	S	d	G	L
μ	7252,73	438,18	0,51	157,96	157,96
σ	778,07	22,87	0,01	22,34	57,50

Área de Aço = 12,57 cm ²					
	C	S	d	G	L
μ	7252,73	628,50	0,51	232,14	232,14
σ	778,07	32,81	0,01	32,83	84,50

Tabela 5-7 – Valores de médias e desvios padrão – concretos com resistências de 40 e 50 MPa

3º Estudo - Concreto de 40 MPa

Área de Aço = 4,02 cm ²					
	C	S	d	G	L
μ	9390,22	219,09	0,51	84,24	84,24
σ	870,00	11,44	0,01	11,91	30,66

Área de Aço = 8,04 cm ²					
	C	S	d	G	L
μ	9390,22	438,18	0,51	162,17	162,17
σ	870,00	22,87	0,01	22,93	59,03

Área de Aço = 12,57 cm ²					
	C	S	d	G	L
μ	9390,22	685,07	0,51	242,42	242,42
σ	870,00	35,76	0,01	34,28	88,24

4º Estudo - Concreto de 50 MPa

Área de Aço = 4,02 cm ²					
	C	S	d	G	L
μ	11135,73	219,09	0,51	84,87	84,87
σ	732,59	11,44	0,01	12,00	30,89

Área de Aço = 8,04 cm ²					
	C	S	d	G	L
μ	11135,73	438,18	0,51	164,69	164,69
σ	732,59	22,87	0,01	23,29	59,95

Área de Aço = 12,57 cm ²					
	C	S	d	G	L
μ	11135,73	685,07	0,51	248,59	248,59
σ	732,59	35,76	0,01	35,16	90,49

5.3. Resultados obtidos

Os resultados que são apresentados nas Figuras 5-3 a 5-9 correspondem aos valores de β obtidos respectivamente, para uma armadura fixada, variando-se a resistência (Figuras 5-3 a 5-5) ou fixando-se a resistência do concreto e variando-se as armaduras (Figuras 5-6 a 5-9).

No eixo horizontal, a variável é a fração da carga acidental sobre a carga total, variando de 100% de carga permanente até 100% de carga acidental.

O valor alvo $\beta = 3,8$ é também plotado nessas figuras.

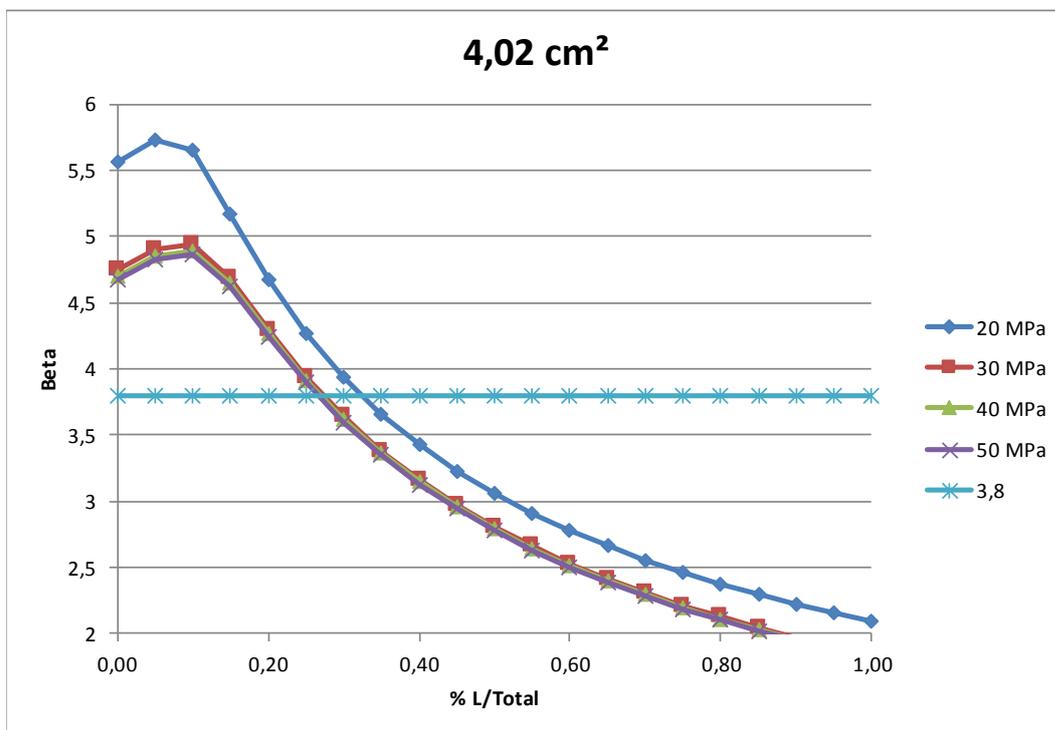


Figura 5-3- Diagrama comparativo para armadura de 4,02 cm²

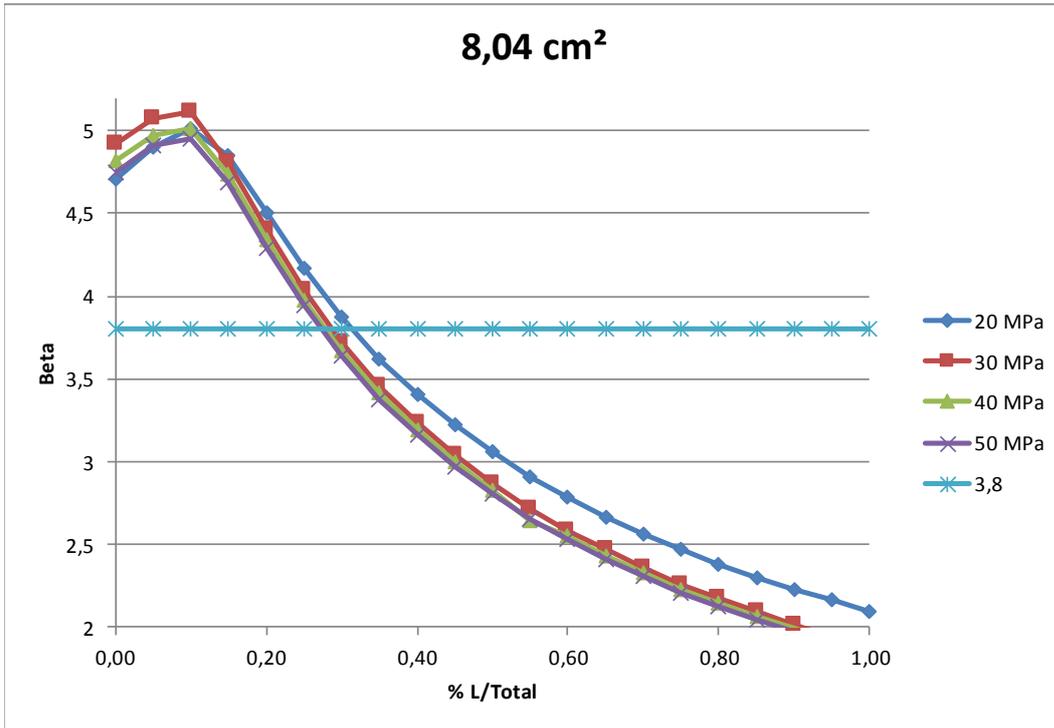


Figura 5-4 - Diagrama comparativo para armadura de 8,04 cm²

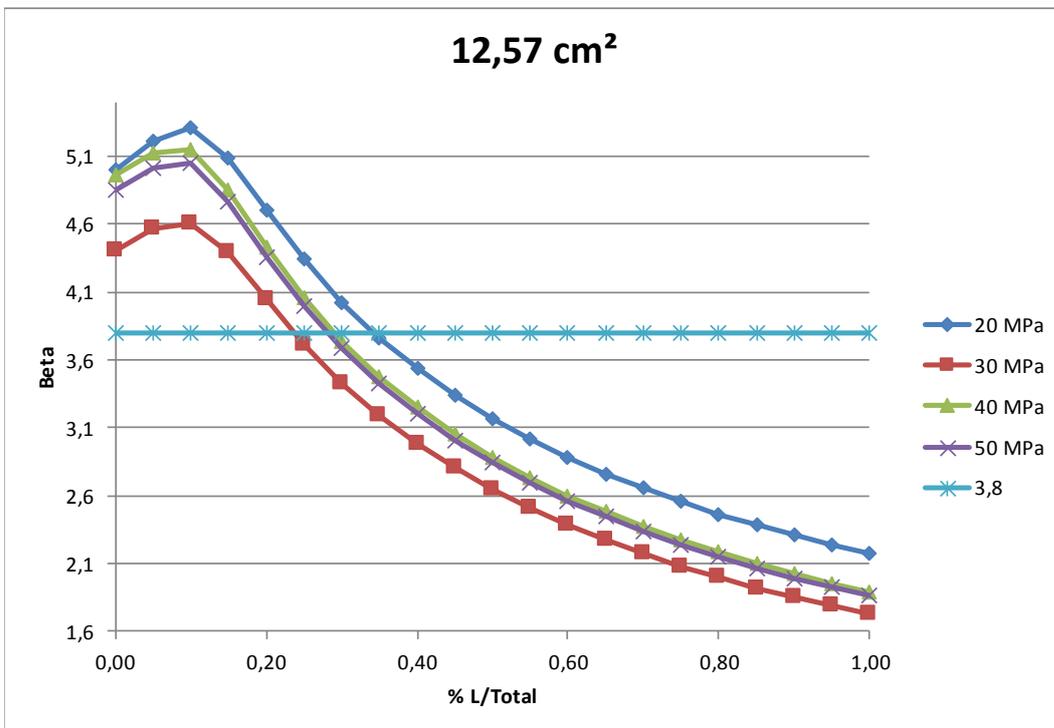


Figura 5-5 - Diagrama comparativo para armadura de 12,57 cm²

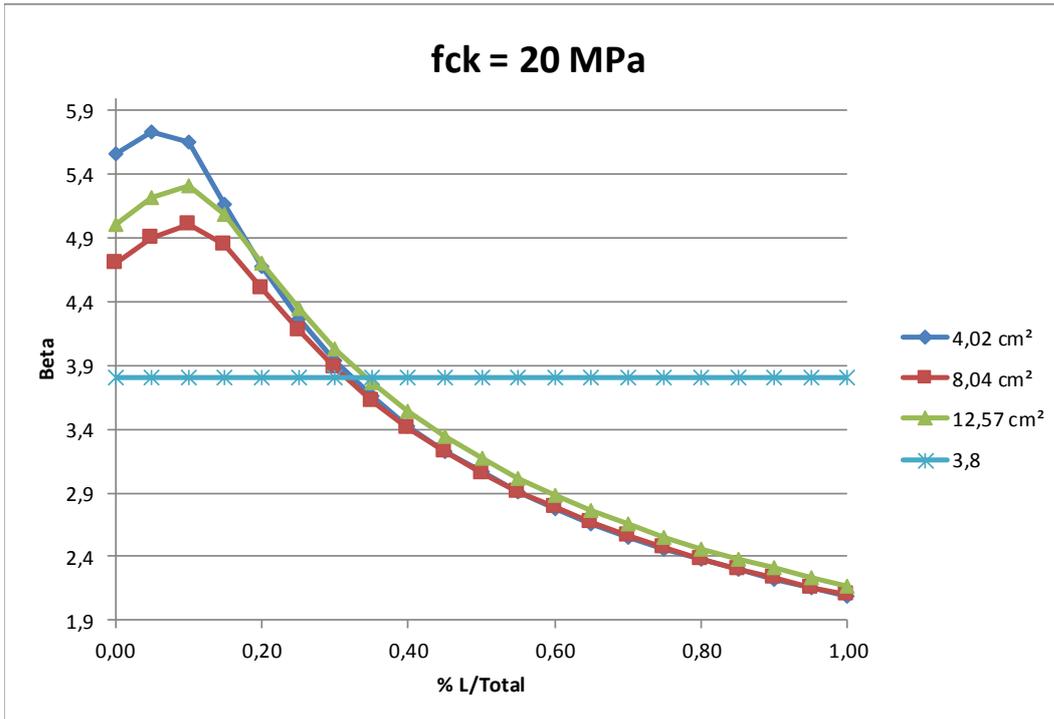


Figura 5-6 - Diagrama comparativo para concreto de 20 MPa

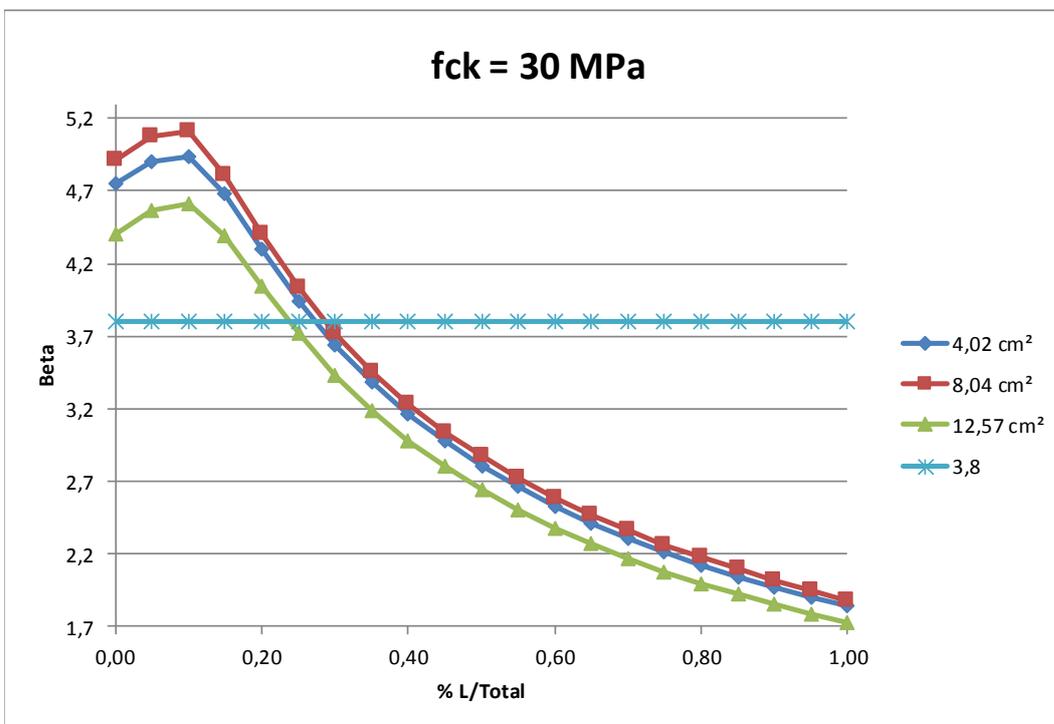


Figura 5-7 - Diagrama comparativo para concreto de 30 MPa

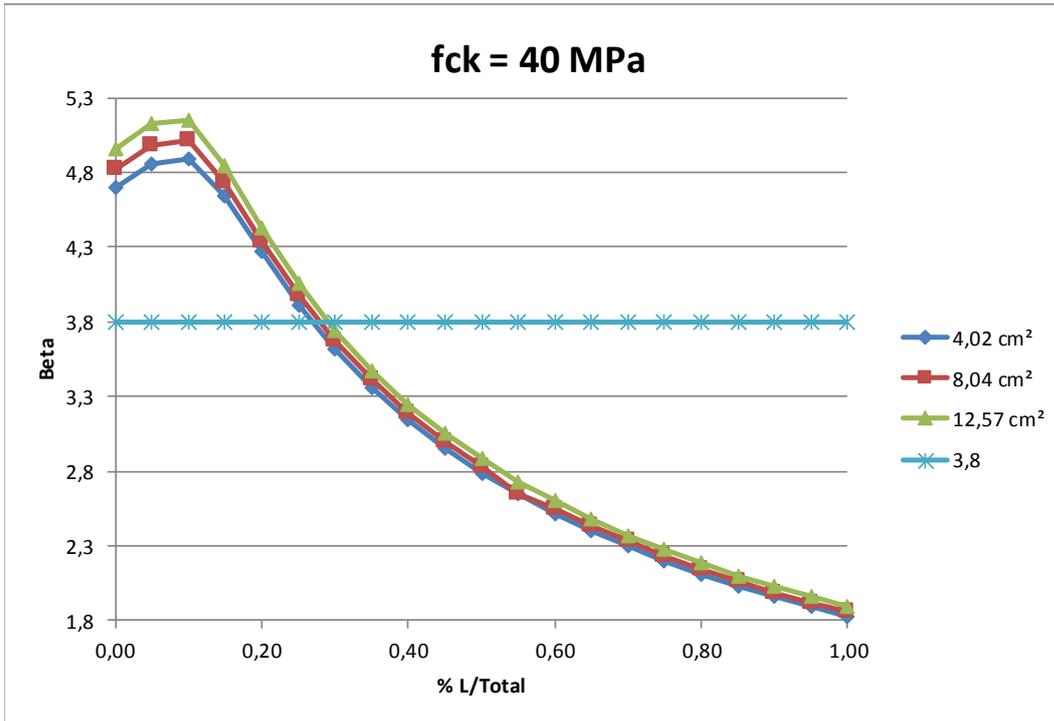


Figura 5-8 - Diagrama comparativo para concreto de 40 MPa

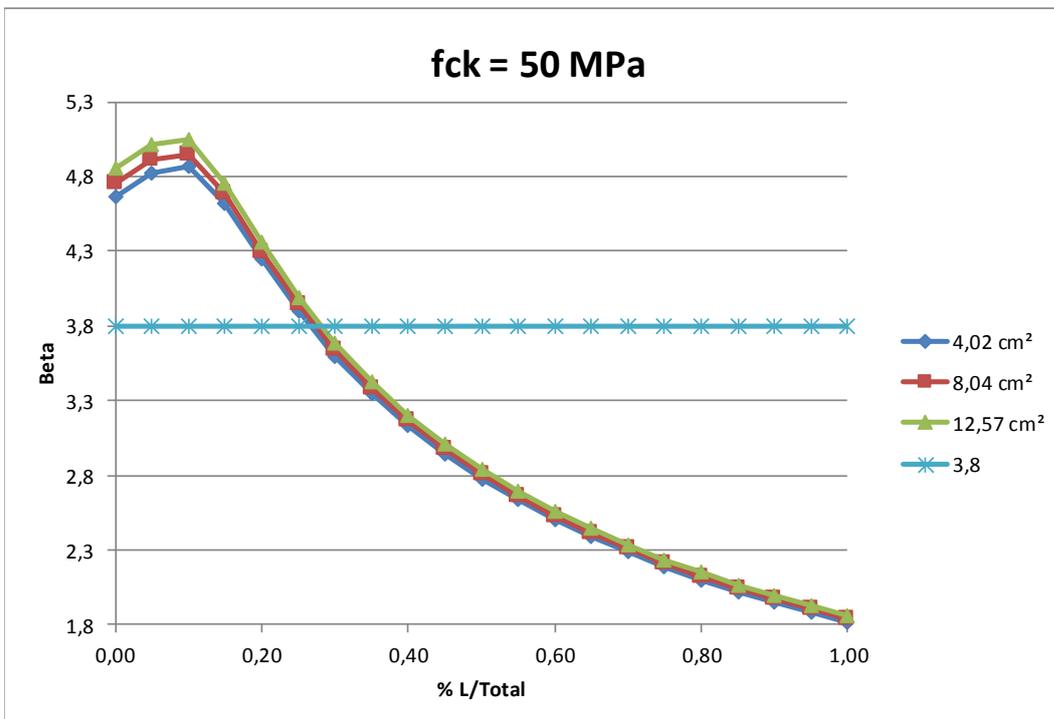


Figura 5-9 - Diagrama comparativo para concreto de 50 MPa

5.4. Análise comparativa dos resultados

Para a análise dos resultados será feita uma comparação com os resultados obtidos no trabalho do Santos, Stucchi e Beck (2014) que mostrou um estudo bem semelhante ao que foi executado nesse capítulo.

A Seção adotada foi uma viga retangular de 20x50 cm, concreto com resistência característica de 25 MPa com coeficiente de ponderação de 1,4, Aço CA-50 com armaduras diversas com coeficiente de ponderação igual a 1,15.

O que deve ser lembrado é que a altura total da viga utilizada que foi 50 cm, no trabalho aqui presente a altura útil da viga que possui 50 cm, portanto a altura útil tem uma diferença de 4 cm.

As armaduras adotadas no trabalho foram em cm^2 1,5, 3,2, 5, 8 e 9,45.

Nas variáveis aleatórias foram consideradas as mesmas para a carga permanente, para a acidental usou um coeficiente de variação de 20% e um fator Bias de 93% contra 35% e 100% aqui presentes, além de pequenas variações nas variáveis da resistência do aço, dimensões e da modelagem. As ações foram majoradas ambas em 40%.

Em relação as distribuições, a única diferença foi a utilização do Lognormal para a variável aleatória referente a posição das barras de aço.

Para que fosse feita uma comparação adequada adotou-se o concreto de 25 MPa, que não havia, com uma armadura de 9,45 cm^2 , retirando as variáveis que não foram usadas no trabalho do Santos, Stucchi e Beck (2014), alterando os valores para os adotados por eles.

Utilizando 50% de Carga Permanente e 50% de carga variável foi encontrado um valor de índice de confiabilidade igual a 3,79, sendo o encontrado no trabalho de Santos, Stucchi e Beck (2014) foi de aproximadamente 3,7, que é uma diferença muito pequena.

Um outro ponto a se relevar é que Santos, Stucchi e Beck (2014) utilizou FORM, mas também fizeram uma comparação com Monte Carlo e não encontraram diferenças significativas.

6. Esforço Cortante

O presente capítulo apresenta a aplicação da análise de confiabilidade para um carregamento aplicado de um esforço cortante (cisalhamento) em vigas de concreto armado.

Para o estudo do esforço cortante deve-se inicialmente considerar que, diferentemente da análise à flexão, onde os modelos já consagrados de cálculo são os mesmos adotados em todas as normas internacionais, para o cisalhamento as diversas normas propõem modelos, distintos diferentes entre si. Isso leva a diversas diferentes interpretações e discussões sobre índices de confiabilidade, como mostrado em STUCCHI e SANTOS (2007), o que dificulta conclusões definitivas.

Nesse trabalho considerou-se como adequado o modelo de cálculo proposto pela NBR 6118:2014.

6.1. Definição da função de falha

Apresenta-se, inicialmente, a título de ilustração na Figura 6-1, o comportamento conjunto em flexão e cisalhamento, de uma viga biapoitada sujeita a uma carga uniforme vertical, ainda no Estádio I, ou seja, antes do surgimento da primeira fissura no concreto. Assim, o concreto ainda resiste à tensões trativas.

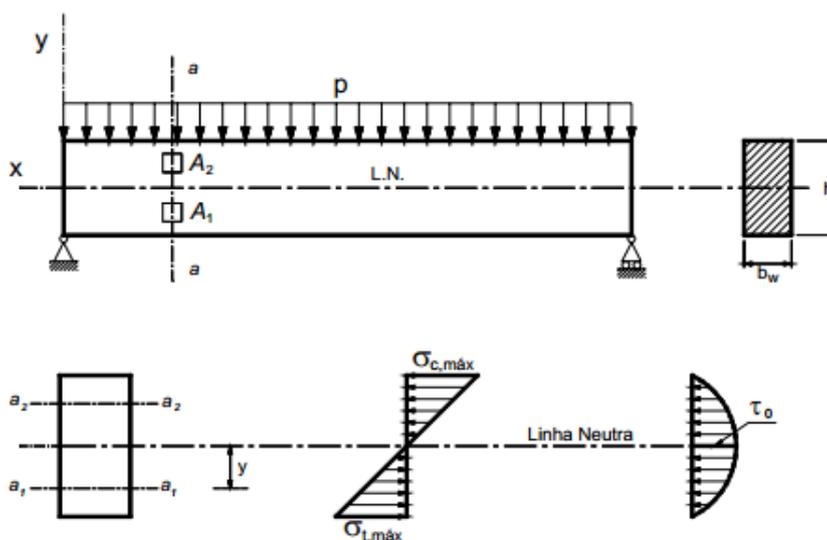


Figura 6-1 - Viga sob efeito de carregamento vertical distribuído

O modelo clássico para a resistência de vigas de concreto armado é o modelo da treliça de Ritter-Mörsch, também conhecido como modelo de biela e tirante, onde o ângulo de inclinação da biela de compressão é fixado em 45° (SANTOS, 2015c).

Este modelo é o adotado na NBR 6118:2014, sendo lá chamado de Modelo I de resistência, quando o ângulo de inclinação da biela de compressão é fixado em 45°.

Na análise de confiabilidade aqui apresentada, considera-se somente a função de falha referente à verificação dos estribos, entendendo-se que a seção é capaz de suportar as tensões de compressão presentes nas bielas de concreto inclinadas a 45°. A função de falha é descrita pela equação:

$$Z = \Theta(R - S) \quad (6-1)$$

Supõe-se que a viga apresentada na Figura 6-1 apresente um valor máximo de esforço cortante junto ao apoio igual a V_s .

Os esforços cortantes V_s são divididos nas parcelas devidas às cargas permanentes e acidentais, tal que:

$$V_s = V_g + V_q \quad (6-2)$$

onde, V_g é o esforço cortante devido ao carregamento permanente e V_q é o esforço cortante devido ao carregamento acidental.

Os valores de resistência ao cisalhamento da seção, segundo a NBR 6118:2014, são compostos por duas parcelas: a parcela que decorre diretamente dos modelos de treliça (biela-tirante), chamados de V_{sw} e que correspondem à resistência proporcionada pelos estribos, e outra correspondente a mecanismos complementares de resistência do concreto, chamados de V_c .

O modelo de treliça tradicional assume que as bielas de compressão são paralelas à direção das fissuras inclinadas e que nenhuma tensão é transferida através das fissuras. No entanto, existem mecanismos que não são considerados no modelo de treliça tradicional:

- tensões de tração que existem no concreto transversalmente às bielas de compressão;

- tensões de cisalhamento que são transferidas nas faces das fissuras inclinadas pela ação do engrenamento entre agregados ou atrito;

- efeitos de resistência transversal nos estribos (efeitos de “pino”);

- engastamento das bielas inclinadas nas bielas horizontais de flexão.

Assim, surge uma componente vertical da força ao longo das fissuras que contribui para a resistência à força cortante, sendo esse mecanismo resistente chamado de “contribuição do concreto” (V_c). Segundo a NBR 6118, o valor da contribuição do concreto, no caso da flexão simples é dado por:

$$V_c = V_{c0} \quad (6-3)$$

$$V_{c0} = 0,6 \times f_{ctd} \times b_w \times d \quad (6-4)$$

$$f_{ctd} = \frac{0,7 \times 0,3}{\gamma_c} \times f_c^{\frac{2}{3}} \quad (6-5)$$

$$\gamma_c = 1,4$$

$$V_{c0} = 0,6 \times \frac{0,7 \times 0,3}{1,4} \times f_c^{\frac{2}{3}} \times b_w \times d \quad (6-6)$$

$$V_c = V_{c0} = 0,09 \times f_c^{\frac{2}{3}} \times b_w \times d \quad (6-7)$$

A resistência proporcionada pelos estribos, V_{sw} , obtida na equação 6-8, supondo os estribos na posição vertical, ou seja, formando um ângulo de 90° com a face inferior da viga:

$$V_{sw} = \frac{A_s}{s} \times 0,9 \times d \times f_y \quad (6-8)$$

onde, A_s é a área total das pernas de um estribo, sendo estes dispostos longitudinalmente na viga, com um espaçamento constante igual a s .

Com os valores das resistências em função das variáveis básicas, chega-se à função de falha:

$$Z = \Theta \left(\frac{A_s}{s} \times 0,9 \times d \times f_y + 0,09 \times f_c^{\frac{2}{3}} \times b_w \times d - (V_{gd} + V_{qd}) \right) \quad (6-9)$$

ou:

$$Z = \Theta \left(0,9 \times d \times \left(\frac{A_s}{s} \times f_y + 0,1 \times f_c^{\frac{2}{3}} \times b_w \right) - (V_{gd} + V_{qd}) \right) \quad (6-10)$$

6.2. Estudo de Caso

O estudo consiste na análise de confiabilidade aplicada aos esforços cortantes em uma viga de concreto armado, projetada de acordo com a NBR 6118:2014.

Para isso é feita uma comparação para os concretos de resistência 20, 30, 40 e 50 MPa, adotando-se três diferentes níveis de armadura: 4,16 cm²/m, 9,46 cm²/m, e 14,75 cm²/m. Aqui será estudada uma seção retangular de concreto, com armadura transversal de aço CA-50, na forma de estribos verticais.

a) Dados da viga de concreto:

$$b_w \text{ (m)} = 0,2$$

$$d \text{ (m)} = 0,5$$

b) Equação Limite:

$$Z = \Theta \left(0,9 \times d \times \left(\frac{A_s}{s} \times f_y + 0,1 \times f_c^{\frac{2}{3}} \times b_w \right) - (V_g + V_l) \right) \quad (6-12)$$

onde:

A_s/s é a área da armadura transversal por metro utilizada na viga (estribo)

f_y é a tensão de escoamento do aço

d é a altura útil da viga

b_w é a largura da viga

f_c é a resistência à compressão do concreto

V_g é o esforço cortante referente às cargas permanentes

V_l é o esforço cortante referente às cargas acidentais

c) Determinação dos Parâmetros:

Resistência do concreto por metro ($b_w \cdot f_c^{2/3}$):

Uma das variáveis probabilísticas é a resistência do concreto elevada a $2/3$ e multiplicada pela largura da viga b_w . A tabela 6-1 mostram as resistências do concreto para os diversos casos estudados.

Tabela 6-1 – Resistências do concreto

	Resistência do Concreto (MPa)			
	20	30	40	50
$b_w \cdot f_{cd}$ (kN/m)	1052,58	1379,27	1670,87	1938,87

	Resistência do Concreto (MPa)			
	20	30	40	50
$b_w \cdot f_{ck}$ (kN/m)	1473,61	1930,98	2339,21	2714,42

Resistência do aço (A_s, f_y):

Outra variável probabilística é a resistência do aço, igual à área de aço multiplicada pela tensão de escoamento do aço CA50. A tabela 6-2 mostram as resistências do aço para cada um dos casos estudados.

Tabela 6-2 – Resistências do aço

	Área de aço (cm ² /m)		
	4,16	9,46	14,75
As/s.fyd (kN/m)	180,87	411,30	641,30
	Área de aço (cm ²)		
	4,16	9,46	14,75
As/s.fyk (kN/m)	208,00	473,00	737,50

Forças cortantes decorrentes de cargas permanentes e acidentais

Para cada área de aço adotada e cada classe de resistência do concreto, é avaliado o esforço cortante de cálculo total, a ser posteriormente repartido nas parcelas permanente e acidental. A tabela 6-3 mostram os valores para os esforços permanentes e acidentais diversos casos estudados.

Tabela 6-3 – Esforços cortantes permanentes e acidentais

	Resistência do Concreto (MPa)			
As (cm ²)	20	30	40	50
4,16	147,70	168,29	186,66	203,54
9,46	251,40	271,98	290,35	307,24
14,75	354,86	375,48	393,85	401,74

A Tabela 6-4 apresenta os dados probabilísticos das variáveis adotadas no estudo.

Tabela 6-4 –Dados probabilísticos das variáveis

	Resistência do Concreto (MPa)			
	20	30	40	50
COV	0,072	0,105	0,09	0,062
BIAS	1,13	1,21	1,17	1,11
	Aço	G	L	d
COV	0,05	0,1	0,35	0,022
BIAS	1,09	1	1	1,01

Novamente, como o programa COMREL só aceita a utilização de cinco variáveis em um processamento, deve-se englobar as variáveis de modelagem, área de aço e dimensões da seção, nas variáveis probabilísticas consideradas, como mostrado na Tabela 6-5.

Tabela 6-5 – coeficientes de variação finais para cada variável

	Modelo	Área Aço	Altura	Largura
COV	0,1	0,015	0,022	0,022

Então o valor da Variável de Resistência é:

	S	d	G	L
COV	0,052	0,022	0,141	0,364

	Resistência do Concreto (MPa)			
	20	30	40	50
COV	0,075	0,107	0,093	0,066

A Tabela 6-6 e 6-7 apresentam os valores de médias e desvios padrão para os quatro estudos de caso aqui desenvolvidos.

Tabela 6-6 –Valores de médias e desvios padrão – concretos com resistências de 20 e 30

MPa

1º Estudo - Concreto de 20 MPa

Área de Aço = 4,16 cm²

	C	S	d	G	L
μ	1671,60	226,72	0,51	147,70	147,70
σ	125,85	11,84	0,01	20,89	51,70

Área de Aço = 9,46cm²

	C	S	d	G	L
μ	1671,60	515,57	0,51	251,40	251,40
σ	125,85	26,91	0,01	35,55	91,51

Área de Aço = 14,75 cm²

	C	S	d	G	L
μ	1671,60	803,88	0,51	354,86	354,86
σ	125,85	41,96	0,01	50,18	129,17

2º Estudo - Concreto de 30 MPa

Área de Aço = 4,16 cm²

	C	S	d	G	L
μ	2334,14	226,72	0,51	168,29	168,29
σ	250,41	11,84	0,01	23,80	61,26

Área de Aço = 9,46cm²

	C	S	d	G	L
μ	2334,14	515,57	0,51	271,98	271,98
σ	250,41	26,91	0,01	38,46	99,00

Área de Aço = 14,75 cm²

	C	S	d	G	L
μ	2334,14	803,88	0,51	375,48	375,48
σ	250,41	41,96	0,01	53,10	136,68

Tabela 6-7 – Valores de médias e desvios padrão – concretos com resistências de 40 e 50 MPa

3º Estudo - Concreto de 40 MPa

Área de Aço = 4,16 cm²

	C	S	d	G	L
μ	2745,72	226,72	0,51	186,66	186,66
σ	254,39	11,84	0,01	26,40	67,95

Área de Aço = 9,46cm²

	C	S	d	G	L
μ	2745,72	515,57	0,51	290,35	290,35
σ	254,39	26,91	0,01	41,06	105,69

Área de Aço = 14,75 cm²

	C	S	d	G	L
μ	2745,72	803,88	0,51	393,85	393,85
σ	254,39	41,96	0,01	55,70	143,36

4º Estudo - Concreto de 50 MPa

Área de Aço = 4,16 cm²

	C	S	d	G	L
μ	3022,70	226,72	0,51	203,54	203,54
σ	198,86	11,84	0,01	28,78	74,09

Área de Aço = 9,46cm²

	C	S	d	G	L
μ	3022,70	515,57	0,51	307,24	307,24
σ	198,86	26,91	0,01	43,45	111,84

Área de Aço = 14,75 cm²

	C	S	d	G	L
μ	3022,70	803,88	0,51	401,74	401,74
σ	198,86	41,96	0,01	56,81	146,24

6.3. Resultados obtidos

Os resultados que são apresentados nas Figuras 6-2 a 6-8 correspondem aos valores do índice de confiabilidade β obtidos, respectivamente, para uma armadura fixada, variando-se a resistência do concreto (Figuras 6-2 a 6-4) ou fixando-se a resistência do concreto e variando-se as armaduras (Figuras 6-5 a 6-8).

No eixo horizontal, a variável é a fração da carga acidental sobre a carga total, variando de 100% de carga permanente, até 100% de carga acidental.

O valor alvo $\beta = 3,8$ é também plotado nessas figuras.

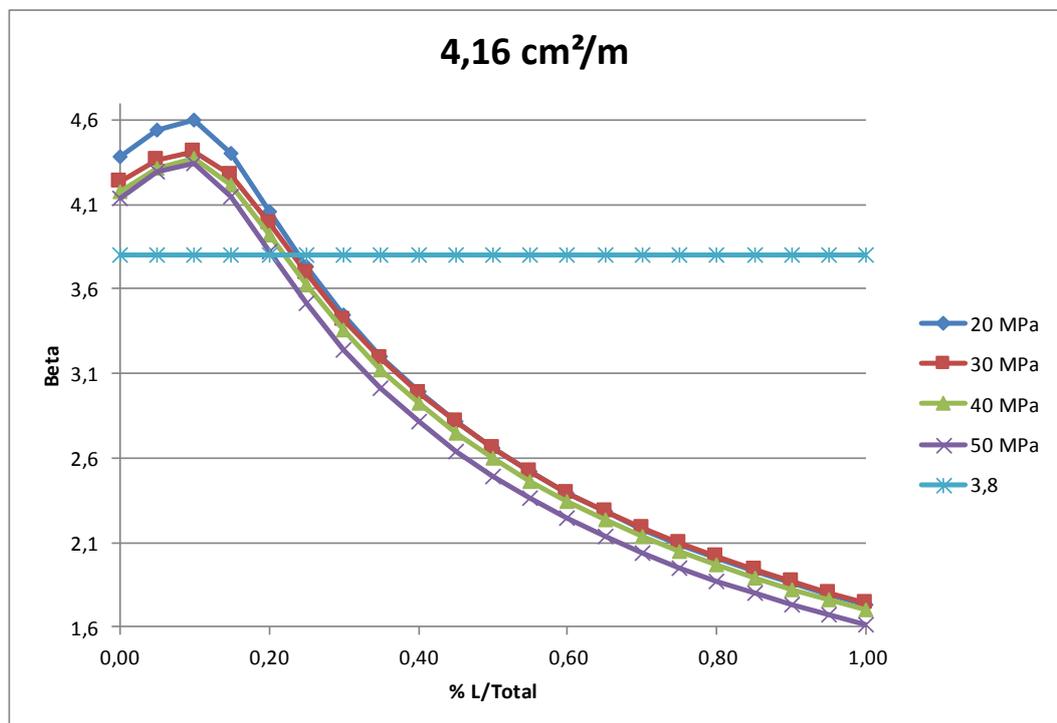


Figura 6-2- Diagrama comparativo para armadura de 4,16 cm²/m

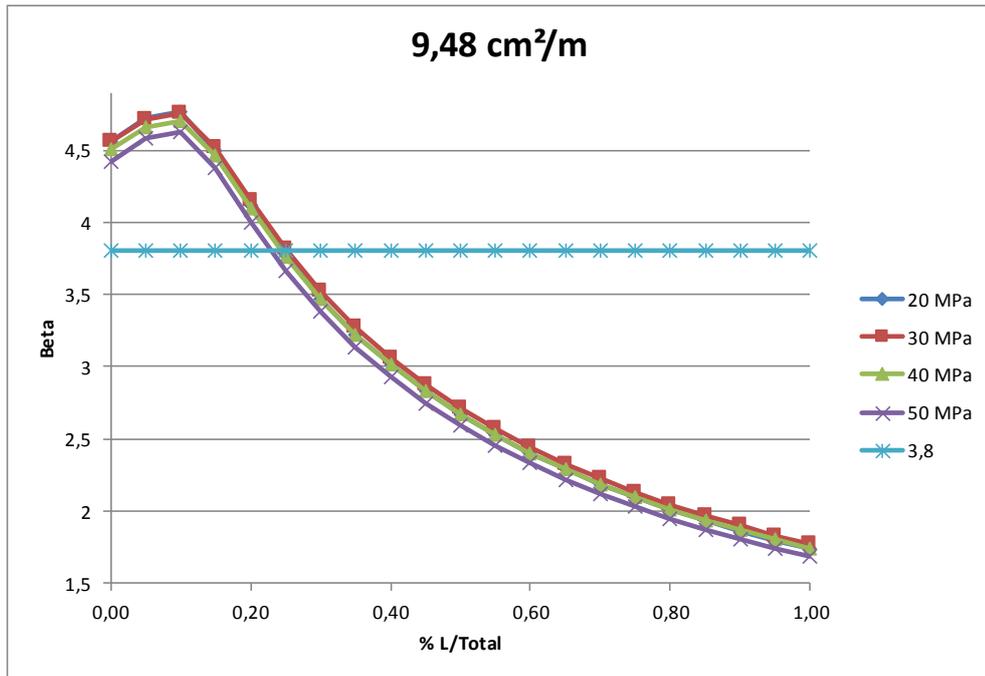


Figura 6-3 - Diagrama comparativo para armadura de 9,48 cm²/m

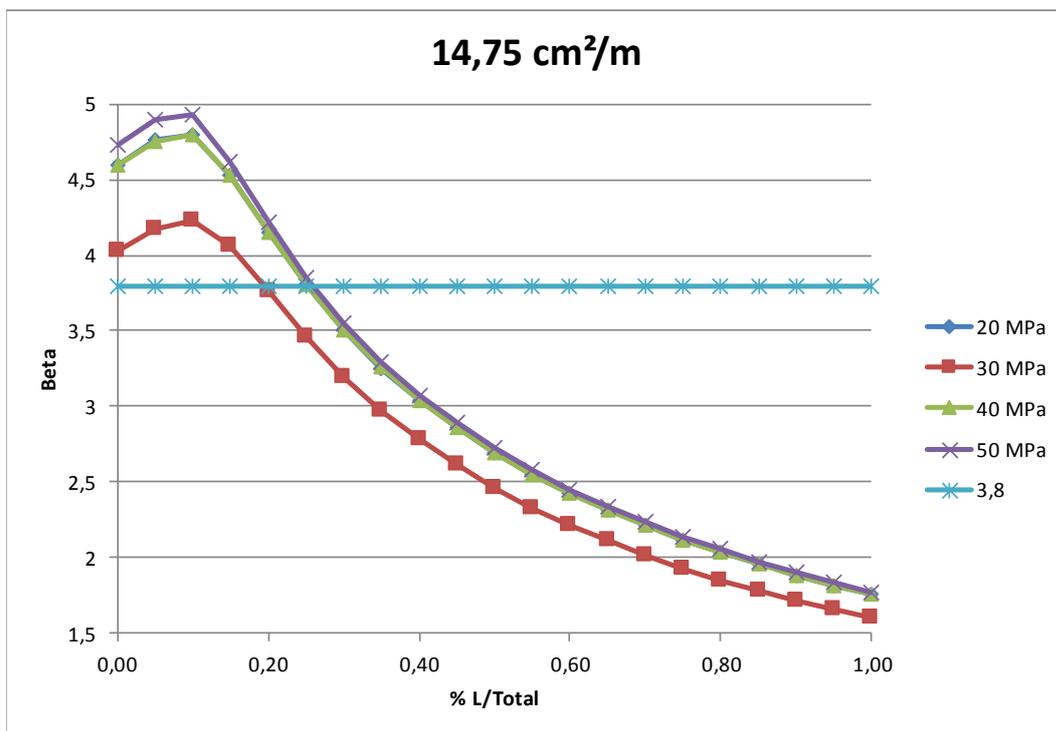


Figura 6-4 - Diagrama comparativo para armadura de 14,75 cm²/m

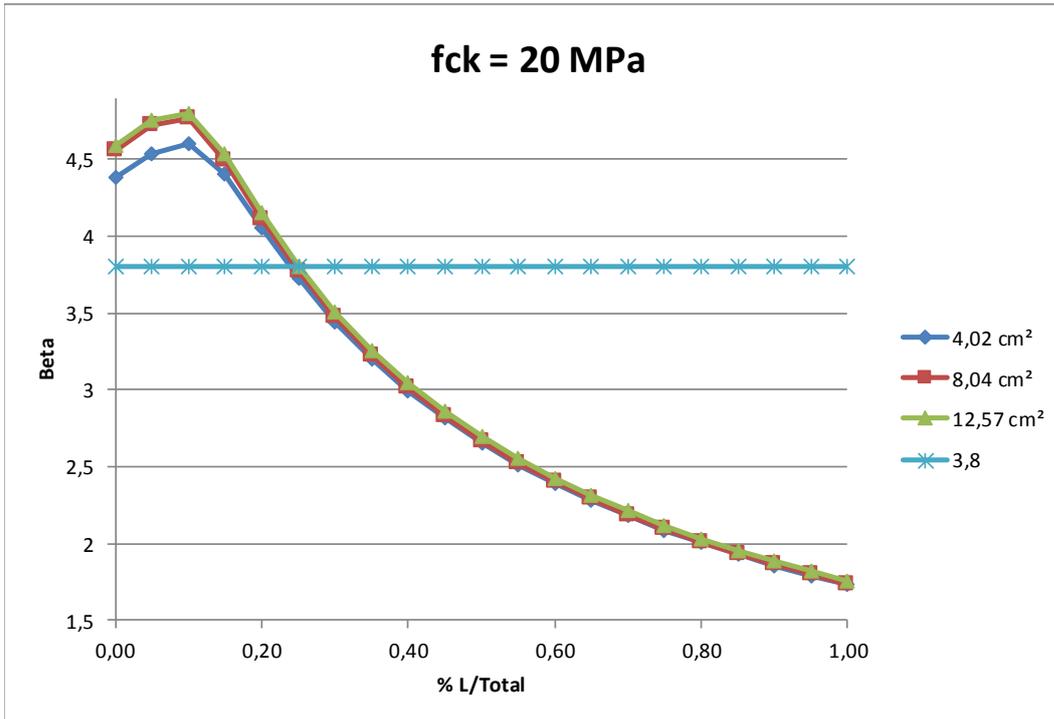


Figura 6-5 - Diagrama comparativo para concreto de 20 MPa

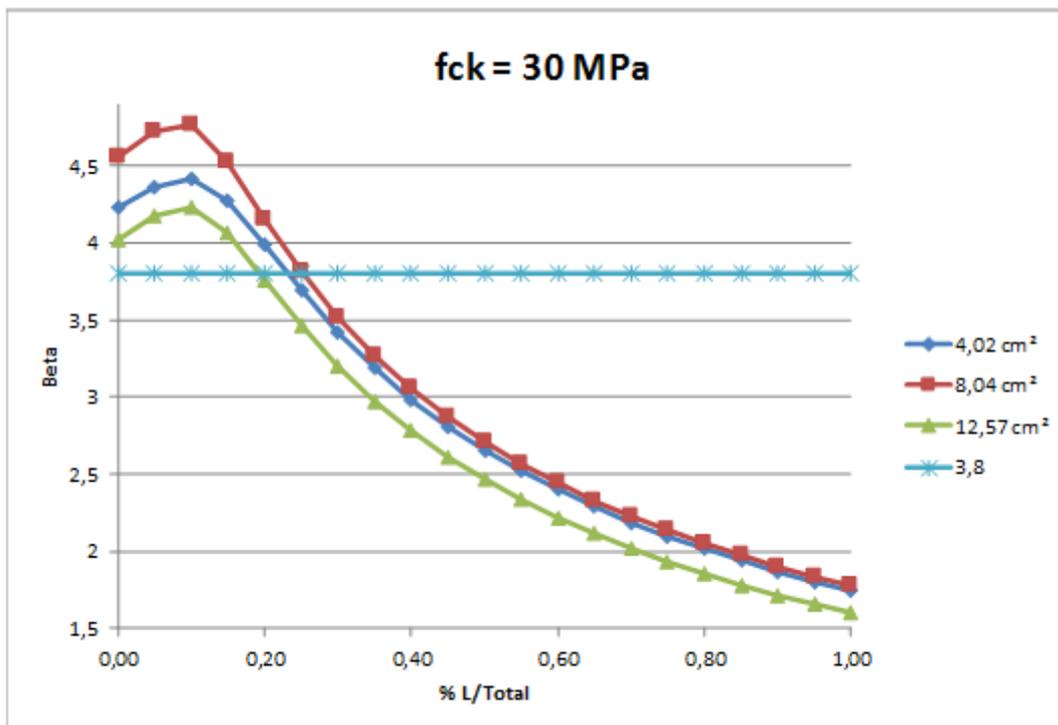


Figura 6-6 - Diagrama comparativo para concreto de 30 MPa

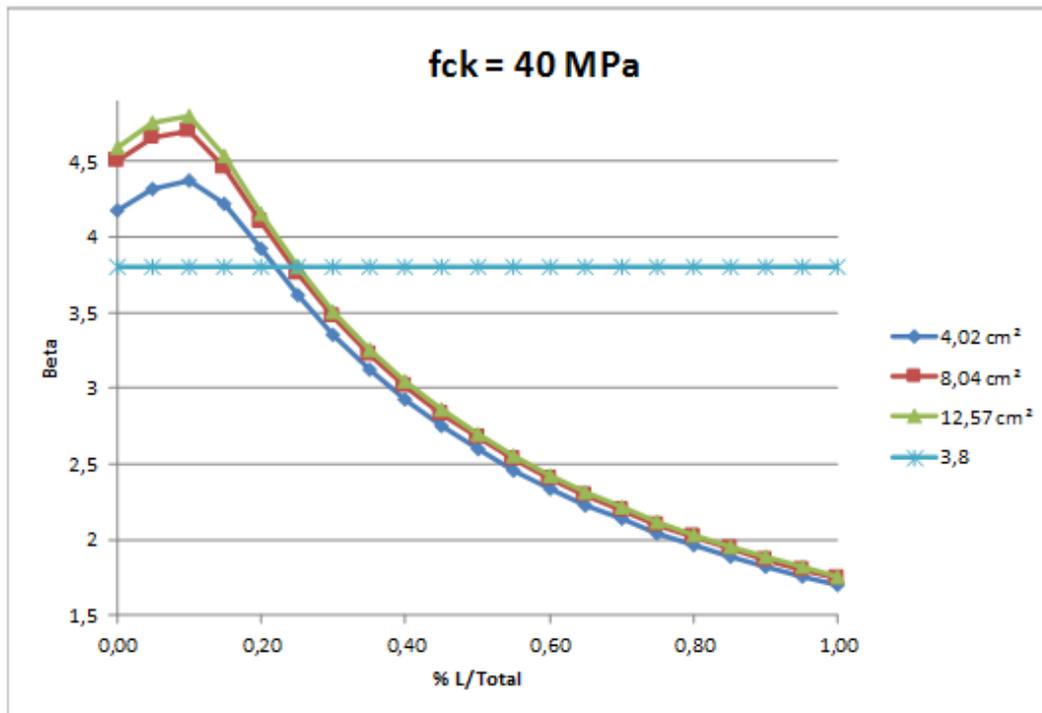


Figura 6-7 - Diagrama comparativo para concreto de 40 MPa

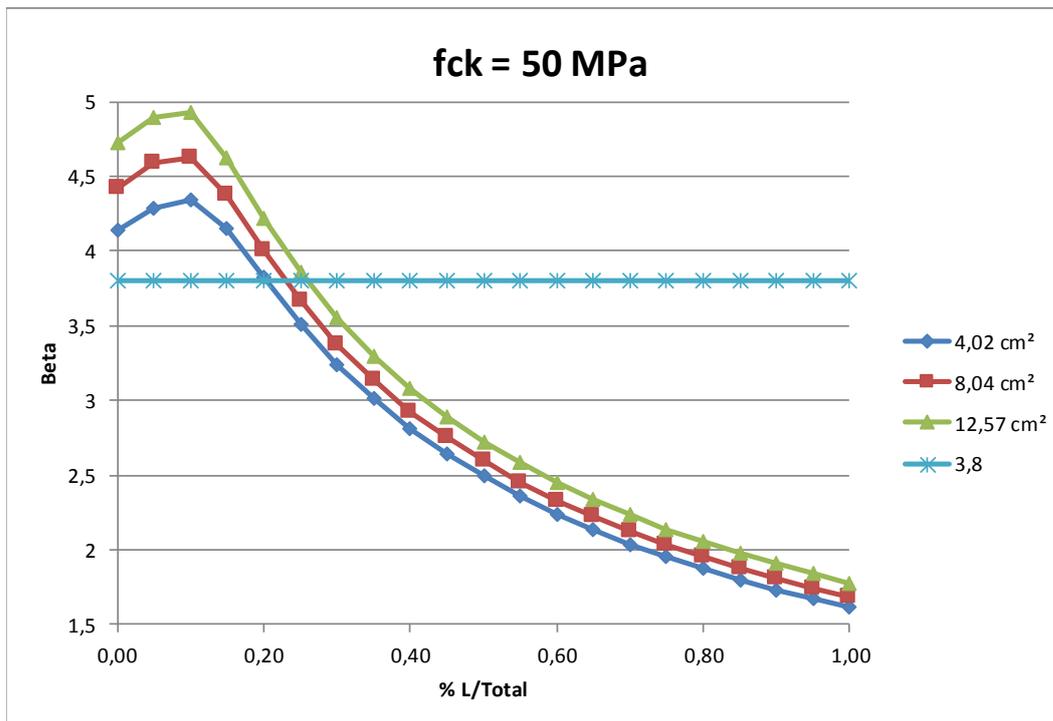


Figura 6-8- Diagrama comparativo para concreto de 50 MPa

7. Flexo-compressão

Para o estudo da seção solicitada à flexão composta com compressão, também será considerada a seção retangular, pois os elementos estruturais mais comuns que sofrem esse tipo de esforço combinado são vigas e pilares, que normalmente possuem essa seção transversal. A seção transversal diferentemente da anterior possui armadura que pode estar distribuída no perímetro da seção.

7.1. Definição da função de falha

Uma seção retangular que sofre um esforço de flexão M , com sinal convencional positivo, simultaneamente a um esforço de compressão N , está sujeita à uma tensão de compressão nas fibras superiores, enquanto que nas fibras inferiores as tensões podem ser de compressão ou de tração.

As tensões compressivas são resistidas pelo concreto (F_c), mas pela presença de armadura na zona comprimida, haverá também uma resistência do aço a essas tensões (F_{s2}). Como se está desprezando a resistência do concreto à tração, conforme o esquema abaixo, as tensões trativas são resistidas somente pela armadura posicionada na parte inferior da seção (F_{s1}).

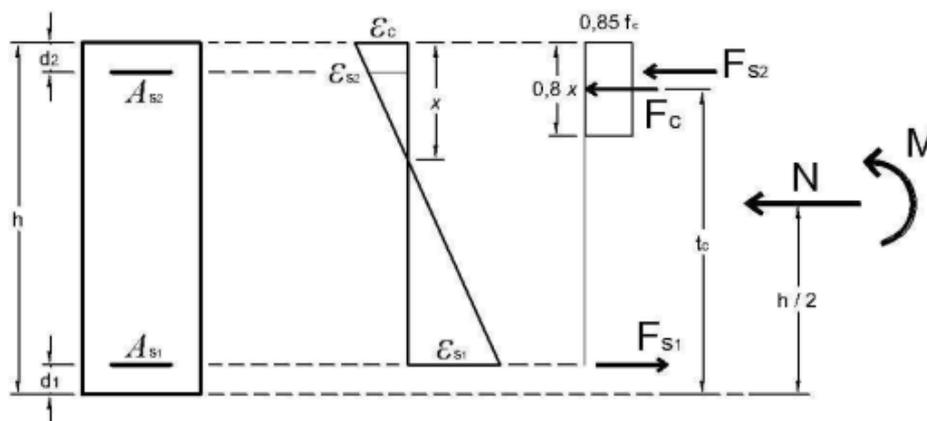


Figura 7-1 - Binário interno para seção retangular sob ação simultânea de compressão e de flexão

Para que haja equilíbrio, as seguintes condições precisam ser atendidas:

$$\sum N = 0$$
$$\sum M = 0 \quad (7-1)$$

A situação de equilíbrio na fibra inferior extrema é:

$$F_c + F_{s2} - F_{s1} = 0 \quad (7-2)$$

$$M + N \times \frac{h}{2} = F_c \times t_c + F_{s2} \times (h - d_2) - F_{s1} \times d_1 = 0 \quad (7-3)$$

O dimensionamento de uma seção sob flexão composta pode ser feito com o auxílio de ábacos de iteração (SANTOS, 2015b). Esses ábacos são elaborados por meio de programas ou de planilhas desenvolvidas com base nas seguintes hipóteses de dimensionamento de concreto armado prescritas na NBR 6118 para as verificações nos Estados Limites Últimos:

- As seções transversais permanecem planas;
- O encurtamento de ruptura do concreto nas seções não inteiramente comprimidas tem deformação de 3,5/1000; o encurtamento do concreto na borda mais comprimida, na ocasião da ruptura é admitido entre 3,5/1000 e 2/1000, mantendo-se inalterado e igual a 2/1000 a 3/7 da altura da seção, a partir da borda mais comprimida (concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa);
- O alongamento máximo da armadura de tração é de 10/1000;
- A distribuição de tensões do concreto na seção segue o diagrama parabólico-retangular definido pela NBR 6118:2014;
- A tensão na armadura é obtida dos diagramas tensão/deformação definidos na NBR 6118:2014.

Para a obtenção das curvas de iteração adimensionais deve se arbitrar uma situação de deformação para a seção considerada e integrar as tensões no concreto e no aço, correspondentes àquela situação de deformação, ao longo da seção, obtendo-se os esforços resistentes internos da seção. Este procedimento é repetido para todas as situações de deformação na seção de concreto, definidas pela NBR 6118:2014 como situações de ruptura.

São aqui definidas as seguintes variáveis adimensionais, empregadas nos ábacos de dimensionamento:

$$\text{Normal adimensional: } \nu = \frac{N}{A_c \times f_{cd}} \quad (7-4)$$

$$\text{Momento adimensional: } \mu = \frac{M}{A_c \times h \times f_{cd}} \quad (7-5)$$

$$\text{Taxa mecânica de armadura: } w = \frac{A_s \times f_{yd}}{A_c \times f_{cd}} \quad (7-6)$$

Nas expressões anteriores:

A_s é a área de aço utilizada na seção;

A_c é a área de concreto total ;na seção;

f_y é a tensão presente no aço;

h é a altura da seção;

f_c é a tensão presente no concreto;

N é o esforço Normal aplicado à seção;

M é o momento fletor aplicado à seção.

A figura 7-2 mostra o ábaco de iteração adimensional para seção retangular com armadura nas duas faces $d/h' = 0$, que será usado na aplicação mostrada:

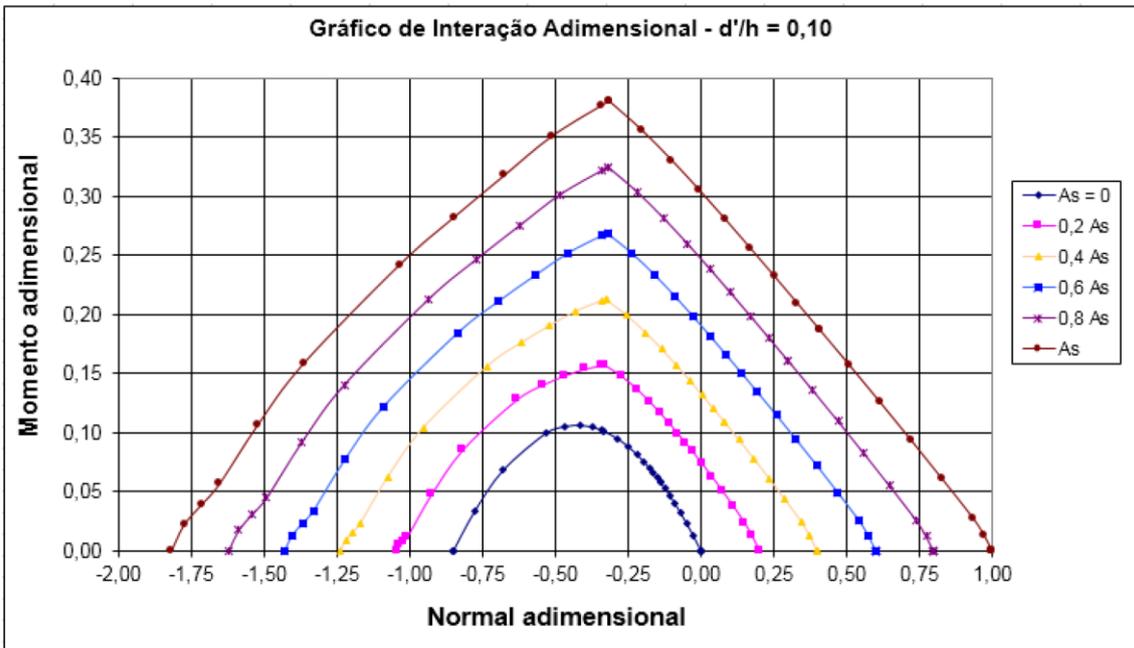


Figura 7-2 – Ábaco adimensional para flexo-compressão seção retangular com armadura em duas faces ($d'/h = 0,10$)

Adotou-se, como simplificação, que em uma determinada região do ábaco de interesse, as curvas de interação aproximam-se por segmentos de reta, como mostrado e na Figura 7-3.

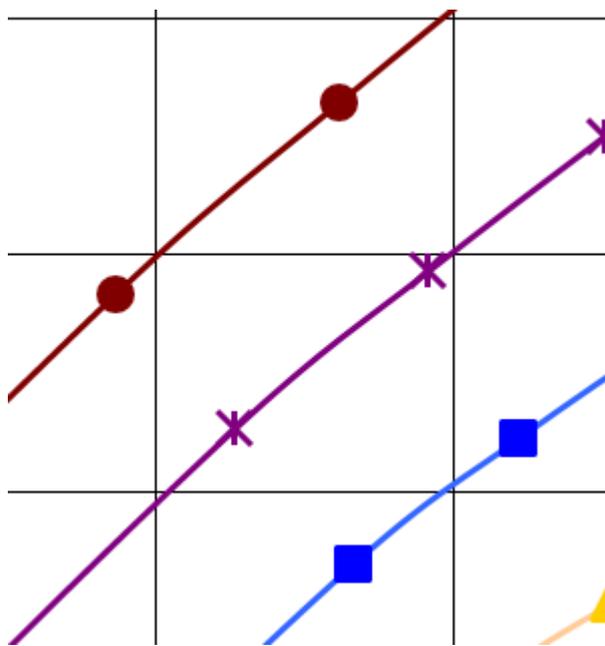


Figura 7-3 –Paralelismo entre as curvas de taxa mecânica de armadura

Podem-se utilizar quatro pontos, em duas retas, para se conseguir equacionar o problema. Para isso foram escolhidos os pontos respectivamente com as coordenadas, correspondentes a v , μ e ω , que estão em volta do ponto que é analisado no estudo de caso. São eles:

$$(-0,611;0,191;0,459)$$

$$(-0,729;0,171;0,459)$$

$$(-0,718;0,245;0,765)$$

$$(-0,883;0,216;0,765)$$

A equação da reta é:

$$\mu = A + Bv + C\omega \quad (7-7)$$

Substituindo as coordenadas dos pontos no sistema de equações, chegou-se à:

$$0,191 = A - 0,611B + 0,459C$$

$$0,171 = A - 0,729B + 0,459C$$

$$0,245 = A - 0,718B + 0,765C$$

$$0,216 = A - 0,883B + 0,765C$$

A Solução das equações anteriores fornece:

$$A=0,1838;$$

$$B=0,1695;$$

$$C=0,2413$$

E a equação da reta passa a ser, assim escrita:

$$\mu = 0,1838 + 0,1695v + 0,2413\omega$$

Fazendo a verificação do resultado, tem-se:

$$\mu = 0,1838 - 0,883 \times 0,1695 + 0,765 \times 0,2413 = 0,2187$$

Que nos leva a uma diferença de 1% do resultado real que é 0,216.

Substituindo as equações adimensionais na equação de reta, tem-se:

$$\frac{M}{A_c \times h \times f_{cd}} = A + B \times \frac{N}{A_c \times f_{cd}} + C \times \frac{A_s \times f_{yd}}{A_c \times f_{cd}} \quad (7-8)$$

Fazendo $A_c = b \times h$:

$$M = A \times bh^2 f_{cd} + B \times Nh + C \times A_s f_{yd} h \quad (7-9)$$

A equação de falha adotada é a dada por:

$$Z = \Theta(R - S) \quad (7-10)$$

Fazendo com que a variável resistência seja a armadura adotada e a variável solicitação seja a armadura necessária:

$$Z = \Theta(A_{s,adot} - A_{s,nec}) \quad (7-11)$$

$$A_{s,nec} = \frac{M - A \times bh^2 \times f_{cd} - B \times Nh}{C \times f_{yd} h} \quad (7-12)$$

$$A_{s,nec} = \frac{\frac{M}{h} - A \times bh \times f_{cd} - B \times N}{C \times f_{yd}} \quad (7-13)$$

$$Z = \Theta \left(A_{s,adot} - \frac{\frac{1}{C} \times \frac{M}{h} - \frac{A}{C} \times bh \times f_{cd} - \frac{B}{C} \times N}{f_{yd}} \right) \quad (7-14)$$

Para simplificar a equação faz-se:

$$M = -N \times e$$

Logo:

$$Z = \Theta \left(A_{s,adot} - \frac{-\frac{1}{c} \times N \times \frac{e}{h} - \frac{A}{c} \times bh \times f_{cd} - \frac{B}{c} \times N}{f_{yd}} \right) \quad (7-15)$$

Com mais algumas simplificações, chega-se à equação:

$$Z = \Theta \left(A_{s,adot} - \frac{-\frac{1}{c} \times N \times \left(\frac{e}{h} + B \right) - \frac{A}{c} \times bh \times f_{cd}}{f_{yd}} \right) \quad (7-16)$$

7.2. Estudo de caso na flexo-compressão

O estudo consiste em uma análise de confiabilidade dos esforços combinados de flexão e normal em um pilar de concreto armado, dimensionado de acordo com a NBR 6118:2014.

Devido à maior complexidade deste problema, o estudo foi limitado apenas ao concreto de resistência 20 MPa, adotando-se a armadura de 16,08 cm², correspondente a 8 ø 16 mm.

a) Dados do pilar de concreto

Dimensões do pilar:

$$h \text{ (m)} = 0,2$$

$$b \text{ (m)} = 0,4$$

$$d' \text{ (m)} = 0,043$$

b) Equação limite do COMREL:

$$Z = \Theta \left(A_s \times f_y - 4,14 \times (G + L) \times \left(\frac{e}{h} + 0,17 \right) - 0,76 \times bh \times f_c \right) \quad (7-17)$$

onde:

A_s = Área de aço utilizada na seção

f_y = Tensão de escoamento no aço

h = Altura da seção

b = Largura da seção

f_c = Resistência à compressão do concreto

G = Força normal atuante referente às cargas permanentes

L = Força normal atuante referente às cargas acidentais

e/h = Excentricidade relativa da força normal

c) Determinação dos parâmetros

Resistência do concreto ($b.h.f_c$):

A força resistente do concreto é obtida pelo produto da área da seção transversal pela resistência à compressão do concreto.

A tabela 7-1 mostra os resultados do produto entre a área da seção transversal pela resistência à compressão do concreto

Resistência do Concreto (MPa) =	20		
b.h.fcd (kN) =	1142,86		
		γ_c	1,4
Resistência do Concreto (MPa) =	20		
b.h.fck (kN) =	1600,00		

Tabela 7-1 – Forças resultantes características e de projeto do concreto

Resistência do aço ($A_s.f_y$):

A outra variável probabilística é a resistência do aço, igual à área de aço multiplicada pela tensão de escoamento do aço CA50:

A tabela 7-2 mostra os resultados do produto entre a área da seção de aço pela tensão de escoamento do aço

As (cm ²) = 16,08	fyk	500
As.fyd (kN) = 699,13	γ	1,15
As (cm ²) = 16,08		
As.fyd (kN) = 804		

Tabela 7-2 – forças resultantes características e de projeto do aço CA-50

d) Força normal para cargas permanentes e acidentais

A força normal de cálculo total, a ser posteriormente repartida nas parcelas permanente e acidental, é dada por:

$$G_d \text{ (kN)} = 841,00$$

e) Excentricidade relativa (e/h):

Para este estudo, define-se um valor de excentricidade relativa igual a:

$$e/h = 0,28$$

Coefficientes Probabilísticos:

	Aço	G	L	h	Concreto
COV	0,05	0,1	0,35	0,022	0,072
BIAS	1,09	1	1	1,01	1,13

Tabela 7-3 – Quadro de dados probabilísticos das variáveis

Como o programa COMREL só aceita a utilização de cinco variáveis em um processamento, deve-se englobar as variáveis de modelagem, área de aço e dimensões da seção, nas variáveis probabilísticas consideradas, como mostrado na Tabela 7-4.

	Modelo	Área Aço	h	b	e
COV	0,1	0,015	0,026	0,026	0,053

Então o valor das Variáveis são:

	S	e/h	G	L	Concreto
COV	0,052	0,059	0,141	0,364	0,081

Valores de Média e Desvio padrões para uso no Programa COMREL

	C	S	e/h	G	L
μ	1814,96	876,36	0,28	841,00	841,00
σ	146,73	45,75	0,02	118,94	306,13

Tabela 7-4 – Coeficientes de variação finais de cada variável

7.3. Resultados obtidos

Os resultados que são apresentados na Figura 7-4 correspondem aos valores do índice de confiabilidade β obtidos (eixo vertical) para uma armadura e a resistência fixadas.

No eixo horizontal, a variável é a fração da carga acidental sobre a carga total, variando de 100% de carga permanente, até 100% de carga acidental.

O valor alvo $\beta = 3,8$ é também plotado nessa figura.

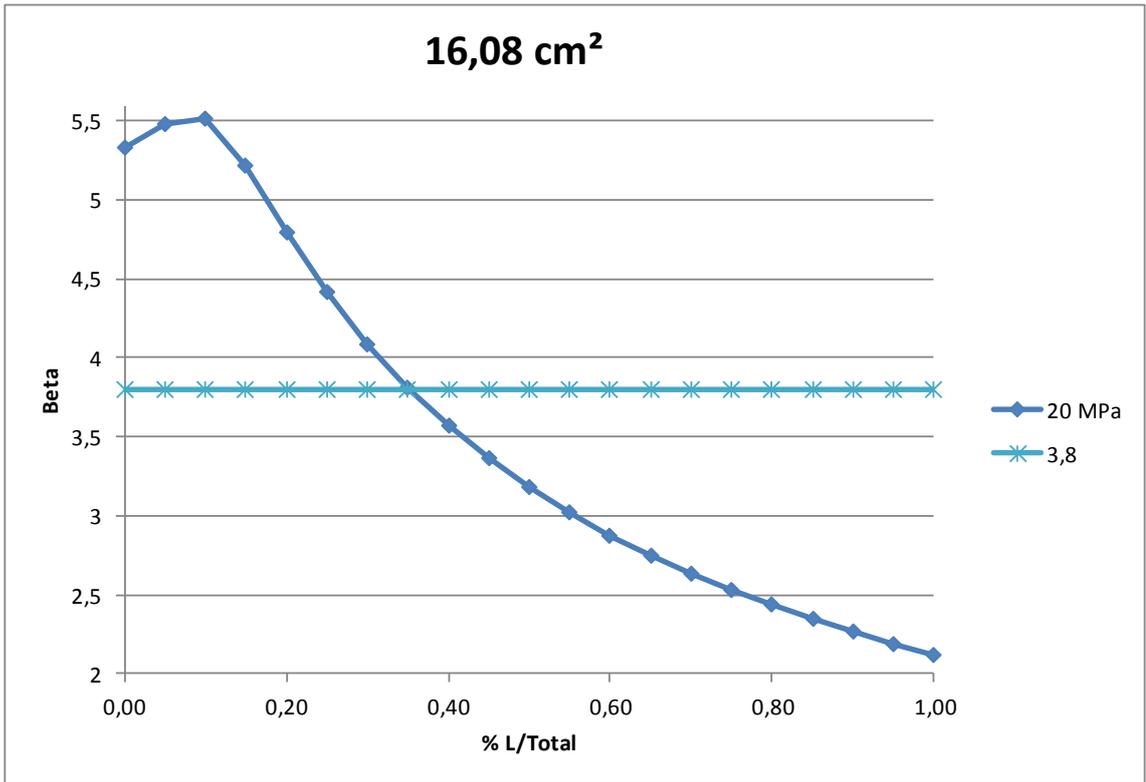


Figura 7-4- Diagrama para flexo-compressão

7.4. Análise dos resultados obtidos

Na flexo-compressão, optou-se por uma metodologia diferente das empregadas anteriormente, reconhecendo-se a dificuldade de equacionar em uma única expressão todas as variáveis envolvidas na flexo-compressão. Optou-se por um método gráfico, baseado nas características geométricas dos ábacos de interação momento fletor x força normal.

Os resultados obtidos foram bons, muito semelhantes aos correspondentes obtidos no estudo da flexão simples.

Concluiu-se, analogamente à flexão simples que, até o ponto em que se tem cerca de 30% a 35% de relação entre carga acidental e carga total, os valores de β são superiores aos ótimos, porém, quando se aumenta a proporção de carga acidental, esse valor cai substancialmente.

8. Análise de segunda ordem em pórticos

O estudo aqui apresentado é o da flexão composta na base de um pilar retangular em um pórtico simples, sujeito a uma força normal permanente e uma força horizontal variável, devida à ação do vento.

A figura 8-1 mostra o pórtico plano que irá ser estudado.

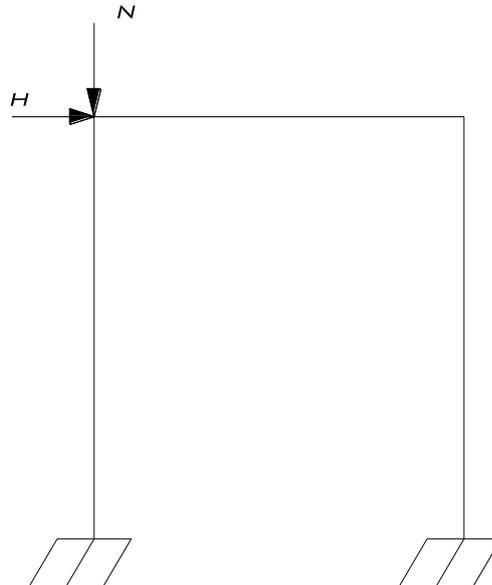


Figura 8-1 – Pórtico plano

A seção da base do pilar sofre um esforço de flexão M devido ao vento atuante no pórtico, simultaneamente a uma força de compressão N , devida às cargas permanente que estão atuando sobre o mesmo. Essa seção da base está sujeita a uma flexo-compressão, conforme apresentado no capítulo anterior.

Para fins da análise, empregou-se a mesma função de falha que regeu o estudo anterior (7-16), dada por:

$$Z = \Theta \left(A_{s,adot} - \frac{\frac{1}{c} \times \frac{M}{h} - \frac{A}{c} \times bh \times f_{cd} - \frac{B}{c} \times N}{f_{yd}} \right) \quad (8-1)$$

O esforço lateral de vento promove uma deformação do pilar gerando um esforço de flexão na base engastada do pilar, devido ao deslocamento δ que surge entre o eixo da seção e o ponto de aplicação da carga N .

A esses momentos decorrentes da força normal multiplicada pelos deslocamentos horizontais, correspondem a efeitos de segunda ordem no pilar.

A figura 8-2 ilustra o deslocamento devido a atuação da força de vento.

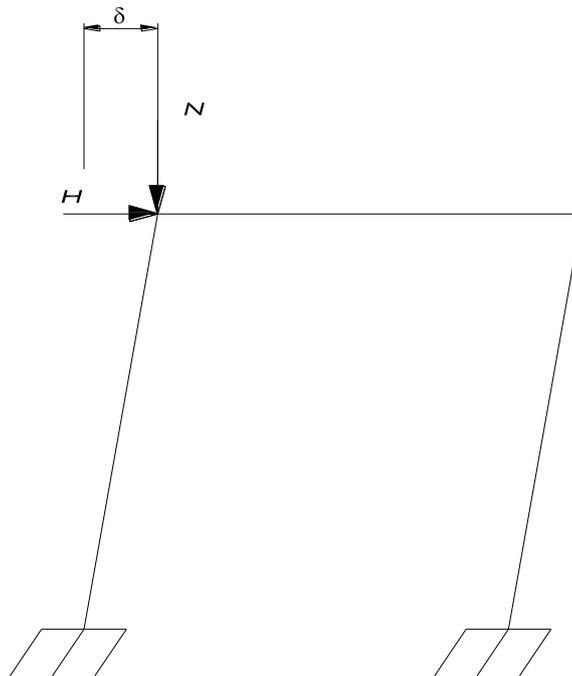


Figura 8-2 – Pórtico plano deformado sob ação do carregamento horizontal

A equação da deformada decorrente da ação do vento é:

$$\delta = \frac{H \times L^3}{12 \times E \times I} \times \frac{1}{2} \quad (8-2)$$

onde:

H = Força de vento;

L = Altura do pilar;

E = Módulo de elasticidade longitudinal do material do pilar;

I = Momento de inércia da seção na base do pilar na direção transversal, em relação ao centroide da seção.

O momento fletor total na base é dado por:

$$M = \left(N \times \frac{H \times L^3}{12 \times E \times I} + \frac{H \times L}{4} \right) \quad (8-3)$$

Substituindo na equação geral:

$$Z = \theta \left(A_{s,adotada} - \frac{\frac{1}{c} \times \left(N \times \frac{H \times L^3}{12 \times E \times I \times h} + \frac{H \times L}{4 \times h} \right) - \frac{A}{c} \times bh^{f_{cd}} - \frac{B}{c} \times N}{f_{yd}} \right) \quad (8-4)$$

Ou:

$$Z = \theta \left(A_{s,adotada} - \frac{\frac{1}{c} \times \frac{H}{h} \left(\frac{N \times L^3}{12 \times E \times I} + \frac{L}{4} \right) - \frac{A}{c} \times bh^{f_{cd}} - \frac{B}{c} \times N}{f_{yd}} \right) \quad (8-5)$$

8.1. Estudo de caso

O mesmo pilar já analisado no item 7.2, é agora analisado quanto à combinação de forças horizontais acidentais e esforços de flexão provocados pelas cargas verticais permanentes e pela ação do vento.

a) Dados do pilar

Dimensões do pilar:

$$h \text{ (m)} = 0,2$$

$$b \text{ (m)} = 0,4$$

$$d' \text{ (m)} = 0,043$$

$$L \text{ (m)} = 3,00$$

$$I \text{ (m}^4\text{)} = 0,0005$$

b) Equação limite do COMREL:

$$Z = \Theta \left(A_{s,adotada} - \frac{\frac{1}{C} \times \frac{H}{h} \left(\frac{N \times L^3}{12 \times E \times I} + \frac{L}{4} \right) - \frac{A}{C} \times b h f_{cd} - \frac{B}{C} \times N}{f_{yd}} \right) \quad (8-5)$$

onde:

A_s = Área de aço utilizada na seção

f_y = Tensão de escoamento do aço

h = Altura da seção

b = Largura da seção

f_c = resistência à compressão do concreto

N = Esforço normal devido às cargas permanentes

H = Força horizontal devida ao vento

L = Altura do pórtico

As variáveis de forças resistentes no concreto, no aço e força normal para cargas permanentes são as mesmas definidas no item 7.2.

c) Carregamento variável de vento

- Força horizontal de cálculo:

$$H_d \text{ (kN)} = 89,63 \quad (8-6)$$

- Deformação na cabeça do pilar:

$$1/\delta \text{ (1/m)} = 5550,48 \quad (8-7)$$

Foram adotados coeficientes probabilísticos para o vento (propostos por HOLICKÝ e SYKORA, (2011), com “Bias Factor” ajustado para resultar em um período de recorrência de 50 anos). São eles:

“Bias Factor” = 1,19; COV=0,35.

A tabela 8-1 resume os coeficientes adotados.

Coeficientes Probabilísticos:

	Aço	G	L	h	Concreto
COV	0,05	0,1	0,35	0,022	0,072
BIAS	1,09	1	1,19	1,01	1,13

Tabela 8-1 – Coeficientes probabilísticos para as diversas variáveis adotadas

Novamente, como o programa adotado COMREL, que só aceita a utilização de cinco variáveis em um processamento, serão englobadas as variáveis de modelagem, área de aço e dimensionais da seção, nas variáveis probabilísticas consideradas, como mostrado na Tabela 8-2.

A tabela 8-2 demonstra as variáveis probabilísticas adotadas

	Modelo	Área Aço	h	b	e
COV	0,1	0,015	0,026	0,026	0,053

Então o valor da Variável de Resistência é:

	S	G	L	Concreto
COV	0,052	0,141	0,365	0,081

Tabela 8-2 – Coeficientes de variação para as diversas variáveis

Valores de Média e Desvio padrões para uso no Programa COMREL

	C	S	G	L
μ	1814,96	876,36	841,00	533,30
σ	146,73	45,75	118,94	194,62

Tabela 8-3 – Valores de médias e desvios padrão finais para as diversas variáveis

8.2. Resultados obtidos e análise dos resultados

Os resultados que são apresentados na Figura 8-3 correspondem aos valores de índice de confiabilidade β obtidos (eixo vertical) para uma armadura e resistência à compressão do concreto fixada.

No eixo horizontal, a variável é a fração da carga acidental sobre a carga total, variando de 100% de carga permanente até 100% de carga acidental.

O valor alvo $\beta = 3,8$ é também plotado na mesma figura.

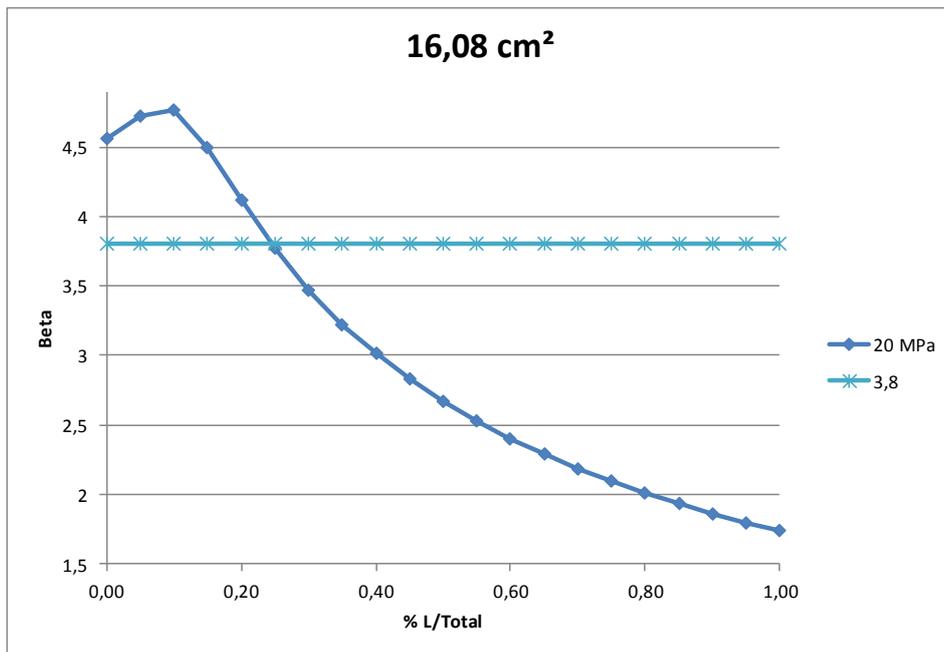


Figura 8-3 – Diagrama para o pórtico plano

Como é possível observar, foram obtidos resultados muito próximos aos obtidos no estudo da flexo-compressão.

9. CONCLUSÕES

Nas diversas análises realizadas, concluiu-se, a partir dos resultados obtidos, que para uma seção com qualquer uma das diversas armaduras e com as quatro categorias de concreto, a diferença qualitativa entre os resultados é bem pequena.

Como foram aqui realizadas verificações para diversos tipos de esforços atuantes e foram encontrados sempre resultados muito semelhantes, pode-se afirmar dizer que isso é um fator que mostra a consistência das hipóteses e metodologias aqui utilizadas e mesmo de algumas simplificações que foram adotadas, como no caso da flexo-compressão.

Pode-se observar que até o ponto em que temos uma determinada de relação entre carga accidental e carga total (35% no caso da compressão, 30% no caso da flexão e flexo-compressão e 20% no caso do cisalhamento), os valores de β são superiores aos ótimos. Porém, quando se aumenta a proporção de carga accidental acima destas relações, esse valor cai muito. Observe-se, no entanto que, uma fração de cargas accidentais de até 35% é a usual em prédios residenciais e comerciais.

Observou-se também que, em geral, os valores de β crescem com o aumento da área de aço, pela menor variabilidade do aço. Relativamente ao concreto, há também a tendência de crescimento de β para os concretos de menor variabilidade.

Com os resultados, podemos afirmar que os coeficientes de majoração para as cargas permanentes da NBR 6118 estão adequados e poderiam mesmo ser reduzidos, mas os para cargas accidentais poderiam aumentar. No caso particular do cisalhamento, em que rupturas do tipo frágil são críticas, se recomenda que se investigue mais a fundo a necessidade de se alterar as critérios de dimensionamento da NBR 6118.

Para futuros trabalhos proponho um estudo com flexão composta oblíqua, para incrementar o estudo de pórtico plano, um estudo do esforço torçor usando os modelos previstos pela NBR 6118 e um estudo somando o esforço de cisalhamento com o torçor para a verificação conjunta. Conforme mencionei na introdução, Ferreira (2015) chegou a diferenças significativas nos resultados com vigamento metálico, portanto sugiro um comparativo entre os métodos FORM e SORM para os esforços desse trabalho.

10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118, Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 14931, Execução de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2004.

BASTOS. F. P. S., *Análise de confiabilidade de seções submetidas à flexão simples e composta pelo método de Monte Carlo*. Projeto de Graduação submetido ao Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da UFRJ, Rio de Janeiro, 2012.

BECK. A. T., *Quantificação de incertezas em Engenharia de Estruturas*. VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas. Rio de Janeiro, 2014.

BENJAMIN, J. R e CORNELL, C. A., *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers*. 1st ed., Nova York, McGraw–Hill, 1970.

BUSSAB, W. O. e MORETTIN, P. A., 2004. *Estatística Básica*. 5^a ed., São Paulo, Saraiva, 2004.

CHOI, S.K, GRANDHI, R. V. e CANFIELD, R. A., *Reliability-Based Structural Design*. 1st ed., Londres: Springer-Verlag, 2007.

FABER, M. H., *Basic Statistics and Probability – an Introduction*. Lecture Notes on Risk and Reliability in Civil Engineering. Swiss Federal Institute of Technology, 2001.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). *EN1990 – EUROCODE: Basis of Structural Design*, Bruxelas, 2001.

HART, G. C., *Uncertainty Analysis, Loads, and Safety in Structural Engineering*, 1st ed., New Jersey, USA, Prentice –Hall, 1982.

HOLICKÝ, M. e SYKORA, M., *Conventional probabilistic models for calibration of codes*. Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICASP11), London, 2011.

JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY (JCSS), 2006. *The Probabilistic Model Code*. ETHZ, Zurique. Disponível em: <<http://www.jcss.byg.dtu.dk>>. Acesso em: 9 jan. 2012,22:18:00.

LIMA, E. C. P.; SAGRILO, L. V. S., *Confiabilidade Estrutural: Métodos Analíticos (FORM – SORM), Método Monte Carlo*. Fundação COPPETEC COPPE/UFRJ, Programa de Engenharia Civil (PEC), Rio de Janeiro, 2002.

MELCHERS, R. E., *Structural Reliability Analysis and Prediction*, 2nd ed., Melbourne, John Willey & Sons, 1999.

NOWAK, A. S. e COLLINS, K. R., *Reliability of Structures*, McGraw-Hill, New York, 2000.

SANTOS, S. H. C., *Apostila de concreto armado I*. Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Escola Politécnica, Rio de Janeiro, 2015.

SANTOS, S. H. C., *Apostila de concreto armado III*. Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Escola Politécnica, Rio de Janeiro, 2015.

SANTOS, S. H. C., *Detalhamento de estruturas de concreto armado*. Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Escola Politécnica, Rio de Janeiro, 2015.

JUDICE, F. M. S, ALVES, E. V, e ALMEIDA, S. M. F., *Apostila de concreto armado*. Universidade Federal Fluminense (UFF), Niterói, 2003.

SANTOS, S. H. C e EBOLI, C. R. *Análise de um Pórtico de Concreto Armado Utilizando os Conceitos de Confiabilidade Estrutural*, 46º Congresso Brasileiro do Concreto, Florianópolis, 2004.

STUCCHI, F. R.; SANTOS, S. H. C., *Reliability Based Comparison Between ACI 318-05 and NBR 6118*, Revista IBRACON de Estruturas, Vol.3, nº 2, 2007.

STUCCHI, F. R.; SANTOS, S. H. C., *Evaluation of the Safety Criteria of Brazilian Standard NBR 6118 Based on Reliability Analyses*. In: Joint IABSE – fib Conference: Codes in Structural Engineering, Dubrovnik, 2010.

SZERSZEN, M. M., SZWED, A. e NOWAK, A. S. *Reliability Analysis for Eccentrically Loaded Columns*. In: ACI Structural Journal, vol. 102, n. 5, pp. 676-688, 2005.

J.H. SALEH, K. MARAIS *Highlights from the early (and pre-) history of reliability engineering* In: Department of Aeronautics and Astronautics, 77 Massachusetts Avenue, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139, USA

A. T. BECK, W. C. SANTIAGO *Estudo da (não-)conformidade de concretos produzidos no Brasil e sua influência na confiabilidade de pilares curtos* In: Revista IBRACON de estruturas e materiais. Volume 4, Number 4 (October, 2011) p. 663-690 • ISSN 1983-4195

B. M. AGOSTINI *ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PÓRTICOS METÁLICOS PLANOS COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS* Tese de doutorado em Ciências da Engenharia Civil na área de concentração Construção Metálica submetido Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

E. G. FERREIRA *ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL VIA MÉTODO SORM DG* Tese de doutorado em Ciências da Engenharia Civil na área de concentração Construção Metálica submetido Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

11. SÍTIOS DA INTERNET

Programa COMREL - <http://www.strurel.de/strurel.html>