



**Universidade Federal do Rio de Janeiro**  
**Escola Politécnica**  
**Programa de Projeto de Estruturas**

Raphael Moretti Barbosa Cerutti

**ESTUDO COMPARATIVO DE MÉTODOS PARA ANÁLISE AERODINÂMICA  
DE ESTRUTURAS SUBMETIDAS AO VENTO TURBULENTO**



UFRJ

Raphael Moretti Barbosa Cerutti

ESTUDO COMPARATIVO DE MÉTODOS PARA ANÁLISE AERODINÂMICA DE  
ESTRUTURAS SUBMETIDAS AO VENTO TURBULENTO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Orientadores:

Anderson Pereira

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Rio de Janeiro

2017

Cerutti, Raphael Moretti Barbosa

Estudo comparativo de métodos para análise aerodinâmica de estruturas submetidas ao vento turbulento./ Raphael Moretti – 2017.

216/30cm

Dissertação (Mestrado em Projeto de Estruturas)  
Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Programa de Projeto de Estruturas, Rio de Janeiro, 2017.

Orientadores: Anderson Pereira e Sergio Hampshire de Carvalho Santo.

1. Análise aerodinâmica, 2. Vento Turbulento, 3. Análise dinâmica, 4. Estruturas. I. Anderson Pereira e Sergio Hampshire de Carvalho Santos, II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, III. Título.



UFRJ

ESTUDO COMPARATIVO DE MÉTODOS PARA ANÁLISE AERODINÂMICA DE  
ESTRUTURAS SUBMETIDAS AO VENTO TURBULENTO

Raphael Moretti Barbosa Cerutti

Orientadores:

Anderson Pereira

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Dissertação de Mestrado apresentada Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Aprovada pela Banca:

---

Prof. Anderson Pereira, D. Sc., UFRJ

---

Prof. Sergio Hampshire de Carvalho Santos, D. Sc., UFRJ

---

Prof. Michèle Schubert Pfeil, D.Sc., UFRJ

---

Prof. Luis Volnei Sudati Sagrilo, D.Sc., UFRJ

Rio de Janeiro

2017

## **AGRADECIMENTOS**

À Minha Mãe, por ter sempre apoiado, investido e insistido na minha educação, mesmo com as diversas dificuldades impostas pela vida e por ter me orientado de que esse era um caminho honesto e digno para conquistar um futuro melhor. Obrigado, também, por conseguir aturar com paciência a minha falta de paciência.

À Minha Avó, por ser um exemplo de perseverança, otimismo, fé e me ensinar a acreditar que eu sou capaz de atingir tudo o que almejo. Sem sua ajuda, nunca chegaria onde estou, sem dúvida você é a pessoa que mais admiro na minha vida.

À Minha Irmã, por compartilhar comigo os momentos da vida há 26 anos e por sempre me apoiar e me aconselhar.

À Mariana Tolentino, por sempre me apoiar e ajudar a trilhar nossos planos, e por ser minha companheira para todos os momentos.

Ao meu cunhado e amigo André Pacheco, por ouvir, pacientemente, acerca dos assuntos relacionados à essa dissertação e por boas conversas sobre o cenário político atual e os mistérios do universo.

Aos meus orientadores, Sérgio Hampshire e Anderson Pereira, pela notável orientação, pelo entusiasmo quanto ao tema e quanto ao trabalho realizado, o que me motivou do início ao fim.

Ao professor Ronaldo Battista, por contribuir diariamente com conhecimentos cruciais para a minha formação acadêmica e profissional.

À professora Michèle Pfeil, por me receber em seu curso de Aerodinâmica e Aeroelasticidade de Estruturas sob Ação de Vento, onde obtive o conhecimento fundamental necessário para o desenvolvimento deste trabalho.

## RESUMO

CERUTTI, Raphael. **Estudo Comparativo de Métodos para Análise Aerodinâmica de Estruturas Submetidas ao Vento Turbulento**. Rio de Janeiro. 2017. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2017.

Esta Dissertação de Mestrado tem por objetivo apresentar um estudo comparativo entre métodos de análise aerodinâmica de estruturas submetidas a ventos fortes em regime turbulento, frequentemente utilizados no Brasil, tais como o “Método do Vento Sintético” e outros presentes na Norma Brasileira de Vento, ABNT NBR 6123:1988. Estes métodos são comparados a outros de análise aerodinâmica no domínio da frequência e no domínio do tempo, que apresentam resultados bem correlacionados com medições experimentais e são largamente utilizados internacionalmente. O trabalho também apresenta a caracterização de ventos fortes em regime turbulento e dos principais fenômenos meteorológicos responsáveis por ocasioná-los, bem como a formulação matemática dos ventos turbulentos, necessária para a resolução do problema dinâmico de estruturas submetidas a esse tipo de vento.

Palavras-chave: análise aerodinâmica; Método do Vento Sintético; domínio da frequência; domínio do tempo; vento turbulento; tormentas EPS; ABNT NBR 6123:1988.

## ABSTRACT

CERUTTI, Raphael. **Comparative Study of Aerodynamic Analysis Methods applied to Structures under Wind Turbulence Conditions**. Rio de Janeiro. 2017. Master Degree Thesis – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2017.

This Master Degree Thesis has the objective to present a comparative study of aerodynamic analysis methods applied to structures under wind turbulence conditions that are commonly used in Brazil, such as the “Synthetic Wind Method” and others presented by the Brazilian Standard of Wind, ABNT NBR 6123:1988. These methods are compared with others of aerodynamic analysis, in frequency and time domain which are consolidated by comparison of results with experiments and widely used internationally. This work also presents the characterization of strong winds under turbulent flow regime and the most common meteorological phenomena responsible for causing them, which includes presenting the mathematical formulation to solve this kind of dynamic problem in structures.

Keywords: aerodynamic analysis; Synthetic Wind Method; frequency domain; time domain; turbulent wind flow; EPS storms; ABNT NBR 6123:1988.

# SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS.....	v
SUMÁRIO .....	viii
LISTA DE FIGURAS .....	xi
LISTA DE TABELAS .....	xviii
LISTA DE SÍMBOLOS .....	xxii
1 INTRODUÇÃO .....	1
1.1 Problema Aerodinâmico do Vento Turbulento em Estruturas .....	1
1.2 Objetivos e Metodologia .....	4
1.3 Apresentação da Dissertação .....	5
2 CARACTERIZAÇÃO DOS VENTOS FORTES.....	6
2.1 Tipos de Fenômenos.....	6
2.1.1 Fenômenos de Macroescala .....	7
2.1.2 Fenômenos de Microescala e Mesoescala.....	9
2.2 Descrição Física e Modelagem Matemática dos Ciclones Extratropicais .....	13
2.2.1 Características Gerais .....	13
2.2.2 Descrição Matemática do Vento Turbulento .....	15
2.2.3 Perfil Vertical da Velocidade Média.....	16
2.2.4 Intensidade de Turbulência .....	21
2.2.5 Espectros de Turbulência .....	22
2.2.6 Co-espectro e Covariância .....	25
2.2.7 Forças Devidas à Ação Dinâmica do Vento.....	27
3 FORÇAS DE VENTO ESTÁTICAS EQUIVALENTES SEGUNDO A ABNT NBR 6123:1988 .....	30

3.1	Determinação das Forças Estáticas Devidas ao Vento .....	30
4	MODELAGEM NÃO DETERMINÍSTICA DA AÇÃO DO VENTO .....	41
4.1	Método Estocástico.....	42
4.2	Método do Vento Sintético.....	49
4.2.1	Etapas do Método do Vento Sintético.....	49
4.2.2	Determinação da Velocidade de Projeto .....	50
4.2.3	Espectros de Potência do Vento .....	50
4.2.4	Decomposição do Espectro de Potência.....	51
4.2.5	Correlação Espacial das Velocidades.....	54
4.2.6	Pressões Flutuantes e Pressões Médias .....	57
4.2.7	Força Flutuante Resultante no Centro de Rajada.....	59
5	ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS SUBMETIDAS AO VENTO TURBULENTO .....	60
5.1	Formulação do Problema Dinâmico .....	61
5.2	Métodos para a Solução do Sistema de Equações Diferenciais de Movimento .	64
5.2.1	Solução Modal no Domínio do Tempo .....	65
5.2.2	Solução Modal no Domínio da Frequência.....	71
5.2.3	Modelo Discreto do Item 9 da ABNT NBR 6123:1988.....	75
6	EXEMPLOS NUMÉRICOS .....	81
6.1	Chaminé de 113 m de Altura em Blumenau.....	81
6.1.1	Cálculo Estático pela ABNT NBR 6123:1988.....	87
6.1.2	Cálculo por Métodos Dinâmicos.....	93
6.1.3	Resumo de Resultados para o Exemplo da Chaminé de 113m .....	117
6.2	Prédio de 60 Andares (~180m) em Balneário Camboriú .....	120
6.2.1	Cálculo Estático pela ABNT NBR 6123:1988.....	134
6.2.2	Cálculo pelos Métodos Dinâmicos.....	136

6.2.3	Resumo de Resultados para o Exemplo do Prédio de 60 Andares em Balneário Camboriú .....	157
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	159
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	161
9	ANEXO .....	165

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – (a) Força devido ao vento; Resposta típica de estruturas com altas frequências naturais no domínio do tempo (b) e no domínio da frequência (c) (CARDOSO JÚNIOR (2011)).....	2
Figura 1.2 – (a) Força devido ao vento; Resposta típica de estruturas com baixas frequências naturais no domínio do tempo (b) e no domínio da frequência (c) (CARDOSO JÚNIOR (2011)).....	3
Figura 2.1 – Registro de um anemógrafo durante a passagem de um ciclone extra-tropical (HOLMES,2007).....	8
Figura 2.2 – Desenvolvimento de uma tormenta elétrica (BLESSMANN, 1995).....	11
Figura 2.3 – Distribuição percentual de tornados por estado, para um conjunto de 150 casos registrados (VALENTE,2012).....	12
Figura 2.4 – Geração de turbulência em ventos, por atrito da camada limite atmosférica com a rugosidade do terreno (HOLMES, 2007).....	13
Figura 2.5 – Registro de velocidades em três alturas diferentes (DYRBYE & HANSEN, 1997).....	14
Figura 2.6 – Lei potencial da velocidade média do vento, normalizada pela velocidade média de referência, para diferentes categorias da ABNT NBR 6123:1988.....	17
Figura 2.7 – Lei logarítmica de velocidade média do vento, normalizada pela velocidade média de referência, para diferentes categorias da ABNT NBR 6123:1988.....	19
Figura 2.8 – Comparação entre as Leis Logarítmica e Potencial (Categoria III da ABNT NBR 6123:1988).....	20
Figura 2.9 – Variação da intensidade de turbulência ao longo da altura para as diversas categorias da ABNT NBR 6123:1988.....	22
Figura 2.10 – Comparação entre espectros de potência dos principais autores ( $z = 100\text{m}$ , Cat. III).....	24
Figura 2.11 – Co-espectro normalizado para diferentes distâncias no eixo $y$ , em escala logarítmica ( $C_y = 16$ , $C_z = 10$ , $\Delta z = 0$ e $U_m = 20$ ).....	26

Figura 2.12 – Co-espectro normalizado para diferentes distâncias no eixo $y$ , em escala linear ( $C_y = 16$ , $C_z = 10$ , $\Delta z = 0$ e $U_m = 20$ ).....	27
Figura 3.1 – Isopletas de velocidade básica $V_o$ (ABNT NBR 6123:1988). ....	39
Figura 3.2 – Fator topográfico $S1(z)$ (ABNT NBR 6123:1988).....	40
Figura 4.1 – Construção do auto espectro $S_{uf}$ , onde $z_{min} = 10m$ e $z_{max} = 500m$ . O espectro $S_{uf}$ é dado pela curva LQH.....	43
Figura 4.2 – Exemplo de matriz $R$ formada por coeficientes de covariância para 11 pontos. (Espectro de Davenport, $V_o = 35m/s$ , cat = III). ....	46
Figura 4.3 – Exemplo de matriz $C$ formada por coeficientes $C_{ij}$ . (Espectro de Davenport, $V_o = 35m/s$ , cat = III).....	47
Figura 4.4 – Exemplo de histórico de velocidades flutuantes, em um ponto, gerado com o Método Estocástico. (Davenport, $V_o = 35m/s$ , Cat. = III).....	48
Figura 4.5 – Correção a ser aplicada para um exemplo com $N = 11$ harmônicos.....	53
Figura 4.6 – Rajadas equivalentes, FRANCO (1993).....	56
Figura 5.1 – Resposta de deslocamentos de uma determinada estrutura submetida a um carregamento dinâmico aleatório no tempo (CARDOSO JÚNIOR,2011).....	64
Figura 5.2 – (a) estrutura discretizada em $n$ nós; (b) forma modal. (CARDOSO JÚNIOR, 2011).....	67
Figura 5.3 – Curva de densidade de probabilidade cumulativa de Gumbel para diferentes valores de $\mu$ e $\beta$ .....	69
Figura 5.4 – Curva de densidade de probabilidade cumulativa de Gumbel ajustada pelo programa CUMFREQ, para um determinado conjunto de valores de resposta. ....	70
Figura 5.5 – Ábacos do fator de amplificação dinâmica $\xi$ para Categoria I, segundo ABNT NBR 6123:1988 (L=1800m).....	78
Figura 5.6 – Ábacos do fator de amplificação dinâmica $\xi$ para Categoria II, segundo a ABNT NBR 6123:1988 (L=1800m).....	78
Figura 5.7 – Ábacos do fator de amplificação dinâmica $\xi$ para Categoria III, segundo a ABNT NBR 6123:1988 (L=1800m).....	79

Figura 5.8 – Ábacos do fator de amplificação dinâmica $\xi$ para Categoria IV, segundo a ABNT NBR 6123:1988 (L=1800m).....	80
Figura 5.9 – Ábacos do fator de amplificação dinâmica $\xi$ para Categoria V, segundo ABNT NBR 6123:1988 (L=1800m).....	80
Figura 6.1 – (a) Chaminé construída em Blumenau com 113 m de altura total. (b) Discretização em elementos finitos de barra no programa SAP2000. ....	83
Figura 6.2 – (a) Primeiro modo de flexão lateral da estrutura ( $f_1 = 0,260\text{Hz}$ ). (b) Segundo modo de flexão lateral da estrutura ( $f_2 = 1,51 \text{ Hz}$ ). (c) Terceiro modo de flexão lateral da estrutura ( $f_3 = 3,96 \text{ Hz}$ ). ....	85
Figura 6.3 – Deslocamento total $x$ no topo da estrutura para cargas estáticas equivalentes segundo ABNT NBR6123:1988.....	92
Figura 6.4 – Espectro potência de Davenport para as características do vento na região da chaminé (eixo das frequências em escala logarítmica).....	93
Figura 6.5 – Perfil de velocidades médias $U(z)$ em 10 minutos ao longo da altura $z$ para o presente exemplo. ....	94
Figura 6.6– Deslocamento $x$ no topo da estrutura para a parcela média em 10 minutos da velocidade de vento. ....	96
Figura 6.7 – Espectro da força modal para o primeiro modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica). ....	98
Figura 6.8 – Espectro da força modal para o segundo modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica). ....	98
Figura 6.9 – Espectro da força modal para o terceiro modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica). ....	99
Figura 6.10 – Admitância mecânica em função da frequência para o primeiro modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica). ....	99
Figura 6.11 – Admitância mecânica em função da frequência para o segundo modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica). ....	100
Figura 6.12 – Admitância mecânica em função da frequência para o terceiro modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica). ....	100

Figura 6.13 – Espectro da amplitude de resposta para o primeiro modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica).....	101
Figura 6.14 – Espectro da amplitude de resposta para o segundo modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica).....	101
Figura 6.15 – Espectro da amplitude de resposta para o terceiro modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica).....	102
Figura 6.16 – Histórico de velocidade flutuante do vento no topo (nó 24), sem correlação espacial com os históricos gerados para os outros nós da estrutura, gerado com o programa computacional utilizando o Método Estocástico (geração nº17).....	108
Figura 6.17 – Comparação do autoespectro (Transformada Rápida de Fourier – FFT[u(t)]) do histórico de velocidades flutuantes gerado para o nó 24, sem a correlação espacial com os históricos dos demais nós (geração nº17).....	108
Figura 6.18 – Histórico de velocidade flutuante do vento no topo (nó 24), após correlação espacial com os históricos gerados para os outros nós da estrutura, gerado com o programa computacional utilizando o Método Estocástico (geração nº17).....	109
Figura 6.19 – Histórico da parcela flutuante da força de vento no topo (nó 24) gerado com o programa computacional utilizando o Método Estocástico (geração nº17).....	109
Figura 6.20 – Resposta de deslocamentos no topo da chaminé ao longo do tempo para a parcela flutuante do vento turbulento, obtidos com históricos de velocidade do Método Estocástico (geração nº17).....	110
Figura 6.21 – Auto espectro do deslocamento no topo da chaminé (geração nº17)....	110
Figura 6.22 – Distribuição cumulativa de probabilidades de Gumbel, ajustada a partir dos máximos deslocamentos no topo da chaminé para as 20 gerações de carregamento do Método Estocástico (deslocamento em centímetros no eixo horizontal e probabilidade acumulada em % no eixo vertical).....	112
Figura 6.23 – Força total gerada pelo Método do Vento Sintético, aplicada no centro de rajada da estrutura (nó 21) (geração nº8).....	115
Figura 6.24 – Resposta em deslocamentos no topo da chaminé ao longo do tempo para a parcela flutuante do vento turbulento, obtidos com a força flutuante no centro de rajada da estrutura, segundo o Método do Vento Sintético (geração nº8).....	115

Figura 6.25 – Distribuição cumulativa de probabilidades de Gumbel, ajustada a partir dos máximos deslocamentos no topo da chaminé para as 20 gerações de carregamento do Método do Vento Sintético (deslocamentos em centímetros no eixo horizontal e probabilidade acumulada em % no eixo vertical). .....	117
Figura 6.26 – Coeficiente de arrasto $C_a$ , para edificações paralelepípedicas em vento de baixa turbulência.....	121
Figura 6.27 – (a) Visualização global do modelo 3D completo do edifício, em elementos finitos. (b) Visualização global extrudada do modelo 3D do edifício.....	122
Figura 6.28 – Visualização em planta do pavimento tipo do edifício.....	123
Figura 6.29 – Visualização do corte AA do edifício a ser estudado. ....	124
Figura 6.30 – (a) Primeiro modo, flexão lateral da estrutura ( $f_1 = 0,15$ Hz). (b) Segundo modo, flexão lateral ( $f_2 = 0,61$ Hz). (c) Terceiro modo, flexão lateral ( $f_3 = 1,45$ Hz).(d) Quarto modo, flexão lateral ( $f_4 = 2,59$ Hz). ....	127
Figura 6.31 – (a) Visualização do modelo unifilar em pórtico plano do edifício, com elementos finitos de barra (b) Visualização extrudada do modelo unifilar do edifício em pórtico plano. ....	129
Figura 6.32 – (a) Primeiro modo, flexão lateral da estrutura ( $f_1 = 0,14$ Hz). (b) Segundo modo, flexão lateral ( $f_2 = 0,68$ Hz). (c) Terceiro modo, flexão lateral da estrutura ( $f_3 = 1,49$ Hz). (d) Quarto modo, flexão lateral ( $f_4 = 2,32$ Hz). ....	130
Figura 6.33 – Deslocamento total $x$ no topo da estrutura para cargas estáticas equivalentes .....	135
Figura 6.34 – Espectro de Davenport para os dados de vento apresentados no presente exemplo. ....	136
Figura 6.35 – Lei potencial de velocidades ao longo da altura para os dados citados no presente exemplo .....	137
Figura 6.36 – Espectro da força modal para o primeiro modo de vibração do presente exemplo .....	143
Figura 6.37 – Espectro da força modal para o segundo modo de vibração do presente exemplo. ....	143

Figura 6.38 – Espectro da força modal para o terceiro modo de vibração do presente exemplo. ....	144
Figura 6.39 – Espectro da força modal para o quarto modo de vibração do presente exemplo. ....	144
Figura 6.40 – Admitância mecânica em função da frequência para o primeiro modo de vibração do edifício. ....	145
Figura 6.41 – Admitância mecânica em função da frequência para o segundo modo de vibração do edifício. ....	145
Figura 6.42 – Admitância mecânica em função da frequência para o terceiro modo de vibração do edifício. ....	146
Figura 6.43 – Admitância mecânica em função da frequência para o quarto modo de vibração do edifício. ....	146
Figura 6.44 – Espectro da amplitude de resposta para o primeiro modo de vibração do presente exemplo. ....	147
Figura 6.45 – Espectro da amplitude de resposta para o segundo modo de vibração do presente exemplo. ....	147
Figura 6.46 – Espectro da amplitude de resposta para o terceiro modo de vibração do presente exemplo. ....	148
Figura 6.47 – Espectro da amplitude de resposta para o quarto modo de vibração do presente exemplo. ....	148
Figura 6.48 – Resposta de deslocamentos no topo do prédio ao longo do tempo para a parcela flutuante do vento turbulento, obtido com históricos de velocidade do método Estocástico (geração nº20).....	151
Figura 6.49 – Autoespectro da resposta de deslocamentos flutuantes no topo do edifício, para a geração nº 20 do Método Estocástico. ....	151
Figura 6.50 – Distribuição cumulativa de probabilidades de Gumbel, ajustada a partir dos máximos deslocamentos no topo do edifício para as 20 gerações de carregamento do Método Estocástico (deslocamento em centímetros no eixo horizontal e probabilidade acumulada em % no eixo vertical). ....	153

Figura 6.51 – Resposta de deslocamentos no topo do prédio ao longo do tempo para a parcela flutuante do vento turbulento, obtido com históricos de velocidade do Método do Vento Sintético (geração nº10).....	154
Figura 6.52 – Autoespectro da resposta de deslocamentos flutuantes no topo do edifício, para a geração nº 10 do método do Vento Sintético.....	154
Figura 6.53 – Distribuição cumulativa de probabilidades de Gumbel, ajustada a partir dos máximos deslocamentos no topo da chaminé para as 20 gerações de carregamento do Método do Vento Sintético (deslocamento em centímetros no eixo horizontal e probabilidade acumulada em % no eixo vertical). ....	156

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Parâmetros de rugosidade segundo ABNT NBR 6123:1988. ....	20
Tabela 2.2 – Parâmetros para a formulação da densidade espectral. ....	23
Tabela 3.1 – Parâmetros $b$ , $Fr$ , $II$ e $p$ . ....	35
Tabela 3.2 – Parâmetros meteorológicos. ....	36
Tabela 3.3 – Valores mínimos do fator estatístico. ....	37
Tabela 6.1 – Características aerodinâmicas da chaminé. ....	84
Tabela 6.2 – Coordenadas dos autovetores normalizados dos três primeiros modos de vibração da chaminé. ....	86
Tabela 6.3 – Primeira iteração do método iterativo do ANEXO A da ABNT NBR6123:1988 para a determinação do intervalo de tempo a ser considerado na obtenção da velocidade característica. ....	88
Tabela 6.4 – Segunda iteração do método iterativo do ANEXO A da ABNT NBR6123:1988 para a determinação do intervalo de tempo a ser considerado na obtenção da velocidade característica. ....	89
Tabela 6.5 – Terceira iteração do método iterativo do ANEXO A da ABNT NBR6123:1988 para a determinação do intervalo de tempo a ser considerado na obtenção da velocidade característica. ....	90
Tabela 6.6 – Velocidades e forças de vento características ao longo da altura para o método estático da ABNT NBR6123:1988, em um intervalo de tempo $t = 17,9$ s. ....	91
Tabela 6.7 – Velocidade média e força média do vento, em 10 minutos, para cada nó $i$ da estrutura. ....	95
Tabela 6.8– Deslocamento $x$ no topo da estrutura para a parcela flutuante do vento calculado segundo método discreto do Item 9 da ABNT NBR6123:1988. ....	105
Tabela 6.9 – Desvios padrão, fatores de pico e deslocamentos máximos no topo da chaminé para 20 gerações diferentes de carregamento, pelo Método Estocástico. ....	111
Tabela 6.10 – Desvios padrão, fatores de pico e deslocamentos máximos no topo da chaminé para 20 gerações diferentes de carregamento, pelo método do Vento Sintético. ....	116

Tabela 6.11 – Resumo de deslocamentos no topo da chaminé obtidos com os diferentes métodos apresentados.....	119
Tabela 6.12 – Propriedades do edifício para cada um dos 60 andares.....	125
Tabela 6.13 – Continuação da Tabela anterior.....	126
Tabela 6.14 – Propriedades equivalentes das barras do modelo unifilar do edifício....	128
Tabela 6.15 – Correlação entre as frequências dos modos de vibração do modelo completo 3D com as frequências dos modos para o modelo unifilar equivalente. ....	131
Tabela 6.16 – Autovetores normalizados para os respectivos quatro modos de vibração considerados .....	131
Tabela 6.17 – Continuação da Tabela anterior.....	132
Tabela 6.18 – Velocidade média e força média do vento, em 10 minutos, para cada nó <i>i</i> da estrutura do Prédio.....	138
Tabela 6.19 – Continuação da Tabela anterior.....	139
Tabela 6.20 – Deslocamento $x$ no topo da estrutura do prédio para a parcela da velocidade média de vento em 10 minutos.....	139
Tabela 6.21– Deslocamento $x$ no topo da estrutura para a parcela flutuante do vento calculado segundo método discreto do Item 9 da ABNT NBR6123:1988.....	149
Tabela 6.22 – Valores de desvios padrão, fatores de pico e deslocamentos flutuantes máximos obtidos para as 20 gerações de carregamento pelo Método Estocástico. ....	152
Tabela 6.23 – Valores de desvios padrão, fatores de pico e deslocamentos flutuantes máximos obtidos para as 20 gerações de carregamento pelo método do Vento Sintético. ....	155
Tabela 6.24 – Resumo de deslocamentos no topo do edifício obtidos com os diferentes métodos apresentados.....	158
Tabela 9.1 – Cálculo de parâmetros para obtenção do fator de amplificação dinâmica $\xi$ , no ábaco da Figura 5.6 ( $L=1800m$ ), para o exemplo da chaminé. ....	165
Tabela 9.2 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Primeiro Modo de Vibração (exemplo da chaminé). ....	165

Tabela 9.3 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Segundo Modo de Vibração (exemplo da chaminé). .....	166
Tabela 9.4 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Terceiro Modo de Vibração (exemplo da chaminé).....	167
Tabela 9.5 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 com correção proposta na seção 5.2.3 (exemplo da chaminé). .....	168
Tabela 9.6 – Separação da Força de Rajada ( $t = 3s$ ) em Força Média ( $t = 3600s$ ) e Força Flutuante ( $F_f$ ) para os 24 nós da estrutura (exemplo da chaminé) (forças em kN). .....	169
Tabela 9.7 – Frequências dos $N = 600$ harmônicos considerados na execução do presente método e as respectivas amplitudes normalizadas $ck$ de cada harmônico (em destaque, os harmônicos ressonantes com os 3 modos de vibração considerados) – exemplo da chaminé.....	170
Tabela 9.8 – Coeficientes de redução das forças flutuantes $Crk$ em cada nó, para cada um dos $N=600$ harmônicos considerados (em destaque, os harmônicos ressonantes com os 3 modos de vibração considerados) – exemplo da chaminé.....	171
Tabela 9.9 – Primeira iteração do método iterativo do ANEXO A da ABNT NBR 6123:1988 para a determinação do intervalo de tempo a ser considerado na obtenção da velocidade característica, em cada andar do prédio. ....	172
Tabela 9.10 – Continuação da Tabela 9.9.....	173
Tabela 9.11 – Segunda iteração do método iterativo do ANEXO A da ABNT NBR6123:1988 para a determinação do intervalo de tempo a ser considerado na obtenção da velocidade característica, em cada andar do prédio. ....	174
Tabela 9.12 – Continuação da Tabela 9.11.....	175
Tabela 9.13 – Terceira iteração do método iterativo do ANEXO A da ABNT NBR6123(1988) para a determinação do intervalo de tempo a ser considerado na obtenção da velocidade característica, em cada andar do prédio. ....	176
Tabela 9.14 – Continuação da Tabela 9.13.....	177
Tabela 9.15 – Velocidades e forças de vento características ao longo da altura do prédio para o método estático da ABNT NBR6123:1988, em um intervalo de tempo $t = 26,1 s$ . ....	178

Tabela 9.16 – Continuação da Tabela 9.15. ....	179
Tabela 9.17 – Cálculo de parâmetros para obtenção do fator de amplificação dinâmica $\xi$ , no ábaco da Figura 5.6 (L=1800m) – exemplo do prédio. ....	179
Tabela 9.18 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Primeiro Modo de Vibração (PARTE 1) – exemplo do prédio....	180
Tabela 9.19 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Primeiro Modo de Vibração (PARTE 2) – exemplo do prédio....	181
Tabela 9.20 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Segundo Modo de Vibração (PARTE 1) – exemplo do prédio....	182
Tabela 9.21 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Segundo Modo de Vibração (PARTE 2) – exemplo do prédio....	183
Tabela 9.22 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Terceiro Modo de Vibração (PARTE 1) – exemplo do prédio. ....	184
Tabela 9.23 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Terceiro Modo de Vibração (PARTE 2) – exemplo do prédio. ....	185
Tabela 9.24 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Quarto Modo de Vibração (PARTE 1) – exemplo do prédio.....	186
Tabela 9.25 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Quarto Modo de Vibração (PARTE 2) – exemplo do prédio.....	187
Tabela 9.26 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 com correção proposta na seção 5.2.3. (PARTE 1) – exemplo do prédio.....	188
Tabela 9.27 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 com correção proposta na seção 5.2.3.(PARTE 2) – exemplo do prédio.....	189

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras romanas maiúsculas:

$A(t)$  - matriz dos vetores de amplitudes de resposta associada às coordenadas modais.

$A_e$  – área efetiva de exposição ao vento.

$C$  – matriz de coeficientes de correlação  $C_{ij}$  do método Estocástico.

$C$  – matriz de amortecimento estrutural nas equações diferenciais de equilíbrio do problema dinâmico.

$C_{ij}$  – coeficientes de correlação 6123:1988 entre históricos de velocidades flutuantes dos nós  $i$  e  $j$  no método Estocástico.

$Coh(\Delta r, f)$  – co-espectro normalizado.

$C_a$  – coeficiente de arrasto aerodinâmico

$C_k$  – fator de amplitude encontrado pela integração do espectro de potência nos intervalos de frequência dos harmônicos, no método do Vento Sintético.

$C_r$  – Coeficiente de redução das pressões flutuantes correspondente a um determinado harmônico, considerando a correlação espacial no eixo  $z$ , para o método do Vento Sintético.

$C_y$  – coeficiente de decaimento exponencial com a distância em relação ao eixo transversal  $y$ .

$C_z$  – coeficiente de decaimento exponencial com a distância em relação ao eixo vertical  $z$ .

$F(t)$  – Força dinâmica total de vento em função do tempo.

$\hat{F}(t)$  – Parcela flutuante da força dinâmica de vento variável em função do tempo.

$G_c$  – ordenada do centro de rajada no eixo  $z$ , para o método do Vento Sintético.

$I_u$  – intensidade de turbulência da componente flutuante do vento na direção longitudinal  $x$ .

$I_v$  – intensidade de turbulência da componente flutuante do vento na direção transversal  $y$ .

$I_w$  – intensidade de turbulência da componente flutuante do vento na direção vertical  $z$ .

$K$  – matriz de rigidez da estrutura.

$M$  – matriz de massa da estrutura.

$N$  – número de harmônicos considerados no processo de obtenção de históricos no domínio do tempo a partir de espectros de potência no domínio da frequência.

$R_{ij}$  – covariância entre dois pontos  $i$  e  $j$ .

$S_1$  – fator topográfico do local.

$S_3$  – fator probabilístico para alteração do tempo de recorrência da velocidade de pico  $V_0$ .

$S(f)$  – Espectro de potência do vento variável não variável com a altura  $z$ .

$S(z, f)$  – Espectro de potência do vento variável com a altura  $z$ , no método Estocástico.

$S_u(f)$  – Densidade espectral das componentes flutuantes de velocidade do vento na direção longitudinal  $x$ , em função da frequência em Hz.

$S_u(f)$  – Parcela do espectro de velocidades flutuantes do vento variável com a altura  $z$ , comum a todos os pontos em questão, no método Estocástico.

$S_{u_i, u_j}(f)$  – Densidade espectral cruzada de turbulência ou co-espectro.

$S_v(f)$  – Densidade espectral das componentes flutuantes de velocidade do vento na direção transversal  $y$ , em função da frequência em Hz.

$S_w(f)$  – Densidade espectral das componentes flutuantes de velocidade do vento na direção vertical  $z$ , em função da frequência em Hz.

$S_\varepsilon(f)$  – Parcela do espectro de velocidades flutuantes do vento variável com a altura  $z$ , não comum a todos os pontos em questão, no método Estocástico.

$\bar{U}(z)$  – velocidade média de vento em 10 minutos para uma determinada altura  $z$  em metros.

$\bar{U}(z_{ref})$  – velocidade média de vento em 10 minutos para a altura de referência de 10 metros.

$V_3$  – velocidade instantânea em 3s.

$V_{600}$  - velocidade média em 600s.

$\bar{V}(z)$  - velocidade média horária do vento para a altura  $z$ .

$\bar{V}(z_{ref})$  - velocidade média horária do vento para a altura de referência igual a 10 m de altura.

$V_0$  – velocidade de pico de vento em 3 segundos para ventos com tempo de retorno de 50 anos, medida em uma altura igual a 10 metros em terreno de rugosidade correspondente à Categoria II.

$V_p$  – velocidade de projeto

$X(t)$  – vetores da resposta dinâmica de deslocamentos da estrutura em função do tempo.

$\dot{X}(t)$  – vetores da resposta dinâmica de velocidades da estrutura em função do tempo.

$\ddot{X}(t)$  – vetores da resposta dinâmica de acelerações da estrutura.

$X_1(f)$  – frequência adimensional utilizada na definição de espectros de potência do vento

**Letras romanas minúsculas:**

$a_j(t)$  - a amplitude de resposta associada ao modo  $j$  com frequência angular  $\omega_j$ .

$b$  – coeficiente de rugosidade para a correção da Categoria na ABNT NBR 6123:1988.

$c_{as}$  – coeficiente de arrasto superficial do terreno.

$c_k$  – amplitude normalizada dos harmônicos no método do Vento Sintético.

$k$  – constante de Kármán (aproximadamente igual a 0,4).

$\bar{k}_j$  - rigidez modal da estrutura associada ao modo  $j$ .

$\bar{m}_j$  - a massa modal associada ao modo  $j$ .

$p$  – coeficiente do expoente da Lei Potencial correspondente à rugosidade do terreno.

$p'(t)$  – histórico aleatório no tempo formado pelo somatório de  $N$  harmônicos com amplitudes normalizadas e fases aleatórias.

$\bar{p}_j$  - a força modal associada a um modo  $j$ .

$q_3$  – pressão aerodinâmica de rajada em 3s.

$q_{600}$  – pressão aerodinâmica média em 600 segundos (10 minutos).

$q_f$  – pico da pressão aerodinâmica flutuante.

$u$  – componente da velocidade flutuante do vento na direção longitudinal  $x$ .

$u_*$  - velocidade de fricção.

$v$  – componente da velocidade flutuante do vento na direção transversal  $y$ .

$w$  - componente da velocidade flutuante do vento na direção vertical  $z$ .

$x$  – posição do ponto, em metros, no eixo paralelo à direção do vento.

$y$  – posição do ponto, em metros, no eixo perpendicular à direção do vento.

$z$  – cota da altura do ponto em questão, em relação ao terreno.

$z_{ref}$  – altura de referência igual a 10 metros do nível do terreno.

**Letras gregas:**

$\alpha$  – fator de proporcionalidade entre a matriz de amortecimento e a matriz de massa da estrutura.

$\gamma$  – peso específico do ar

$\sigma_u$  – desvio padrão das velocidades flutuantes do vento turbulento na direção longitudinal  $x$ .

$\sigma_v$  - desvio padrão das velocidades flutuantes do vento turbulento na direção transversal  $y$ .

$\sigma_w$  - desvio padrão das velocidades flutuantes do vento turbulento na direção vertical  $z$ .

$\sigma_u^2$  – variância das velocidades flutuantes do vento turbulento na direção longitudinal  $x$ .

$\sigma_v^2$  – variância das velocidades flutuantes do vento turbulento na direção transversal  $y$ .

$\sigma_w^2$  – variância das velocidades flutuantes do vento turbulento na direção vertical  $z$ .

$\Phi$  – matriz de autovetores associado às coordenadas modais.

$\phi_j$  – autovetor associado a um modo  $j$ .

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Problema Aerodinâmico do Vento Turbulento em Estruturas

Solicitações dinâmicas de diversas origens podem provocar excitações em estruturas. Dentre essas, as originadas devido à turbulência do vento à qual as estruturas estão submetidas apresentam grande importância na engenharia estrutural. Dentre os fenômenos meteorológicos mais estudados, que provocam ventos com tais características, estão os Ciclones Extratropicais, por esses apresentarem características “bem comportadas”, mantendo sua direção e propriedades estatísticas relativamente constantes por até várias horas. A maioria das normas sobre o assunto tem este tipo de fenômeno meteorológico como base para formulações matemáticas.

Além da turbulência, a estrutura pode ser submetida a outros fenômenos aerodinâmicos que podem vir a provocar excitações consideráveis, tais como o desprendimento cadenciado de vórtices e os devidos à instabilidade aerodinâmica (mais significantes em ventos com regime de escoamento mais laminar, com pouca turbulência) (BLESSMANN, 1998).

O presente trabalho tem como foco o estudo do comportamento de estruturas submetidas ao vento turbulento e dos métodos para abordarem do problema, comumente aplicados por acadêmicos e pesquisadores e estabelecidos em normas.

De acordo com as características aerodinâmicas de uma estrutura, pode-se classificá-la em dois grupos:

a) Estruturas pouco sensíveis à turbulência do vento: Normalmente, considera-se que estruturas com frequências naturais maiores que 1 Hz já são pouco susceptíveis às ações dinâmicas provocadas pelo vento turbulento. Esta ponderação, porém, depende das taxas de amortecimento estrutural (relacionada aos materiais empregados nas estruturas e ao atrito nas ligações) e de amortecimento aerodinâmico.

Estas estruturas apresentam comportamento quase-estático diante da ação de vento, i.e., as respostas apenas dependem dos valores instantâneos da ação. Este tipo de resposta está ilustrado nos domínios do tempo e da frequência na Figura 1.1

b) Estruturas muito sensíveis à turbulência do vento: Nas estruturas com frequência fundamental baixa (geralmente abaixo de 1 Hz) e/ou cujas correspondentes taxas de amortecimento são também baixas para a solicitação dinâmica do vento, a resposta é dinâmica já que há ressonância entre as frequências da excitação e as da estrutura, conforme ilustrado na Figura 1.2.

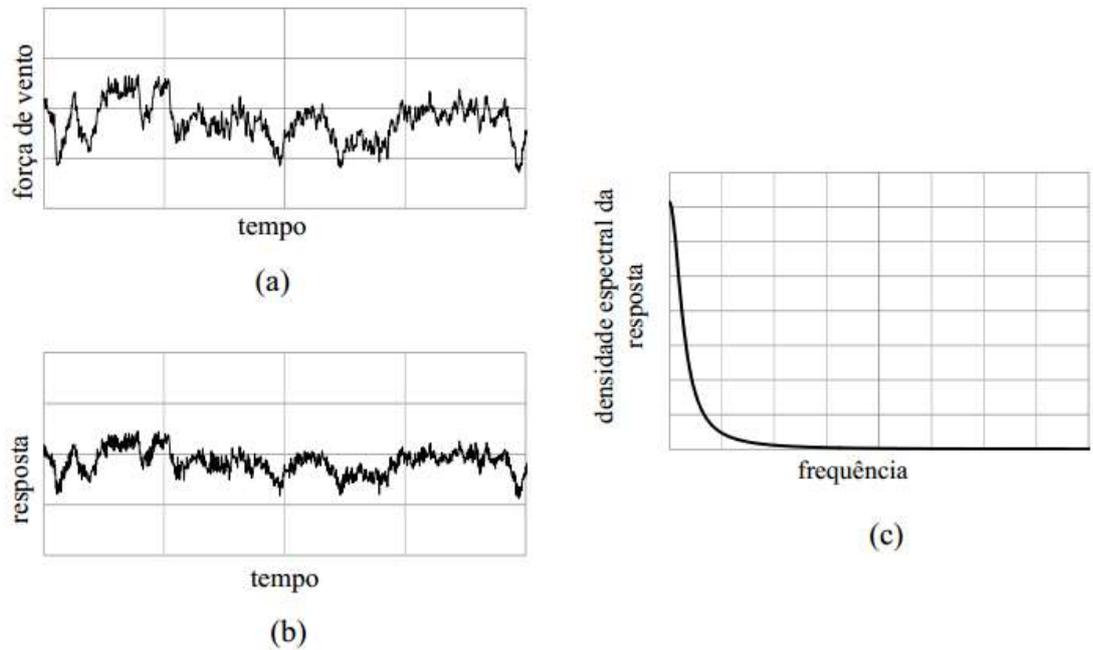


Figura 1.1 – (a) Força devido ao vento; Resposta típica de estruturas com altas frequências naturais no domínio do tempo (b) e no domínio da frequência (c) (CARDOSO JÚNIOR (2011))

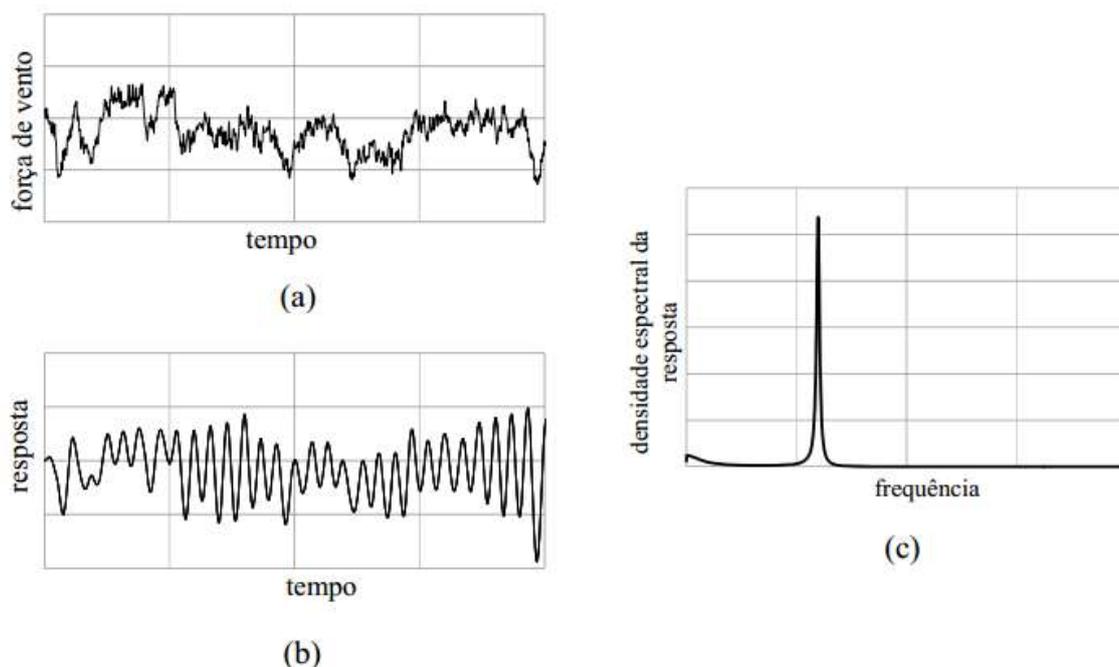


Figura 1.2 – (a) Força devido ao vento; Resposta típica de estruturas com baixas frequências naturais no domínio do tempo (b) e no domínio da frequência (c) (CARDOSO JÚNIOR (2011))

No Brasil, com a crescente demanda por prédios cada vez mais altos, alguns maiores que 60 andares, cresce também a importância da consideração do carregamento de vento de forma dinâmica e não apenas estaticamente como era feito no passado, visto que esses tipos de edifícios apresentam grande amplificação dinâmica em suas respostas quando submetidos ao vento turbulento, por possuírem frequências naturais baixas.

Em geral no Brasil, grandes edifícios são projetados com o auxílio de programas computacionais de análise que tem implementada a análise dinâmica da estrutura submetida ao vento turbulento baseada no Método do Vento Sintético proposto por FRANCO (1993). Esse método vem sofrendo modificações por diversos autores e sua última versão é de 2011, quando foram propostas novas considerações por FRANCO e MEDEIROS (2011).

Portanto, torna-se de suma importância a validação da segurança deste método frente aos métodos utilizados internacionalmente, sendo esses já consolidados e bem correlacionados com resultados experimentais.

## 1.2 Objetivos e Metodologia

Os objetivos do presente trabalho são:

- Desenvolver um estudo acerca dos fenômenos responsáveis por ventos turbulentos de alta velocidade, em especial Ciclones Extratropicais, e apresentar as formulações para a correta abordagem do problema.
- Apresentar e estudar os seguintes métodos não determinísticos de geração de históricos de turbulência ao longo do tempo: o Método do Vento Sintético (FRANCO (2011)) e o método de geração estocástica de ventos turbulentos, apresentado por BUTCHHOLDT (1985).
- Formular o problema aerodinâmico de estruturas submetidas ao vento turbulento e apresentar métodos para a solução do problema no domínio do tempo e no domínio da frequência.
- Apresentar um comparativo de resultados de respostas dinâmicas em deslocamentos para todos os métodos apresentados através de exemplos numéricos a serem analisados, e com isso verificar a eficácia do Método do Vento Sintético em relação aos demais, na geração de históricos de vento no domínio do tempo para estruturas com alta amplificação dinâmica.

Em resumo, serão abordados os seguintes métodos no presente trabalho:

- Método de Análise Estática Equivalente da ABNT NBR 6123:1988;
- Métodos de Solução Modal no Domínio do Tempo (MSMDT), com históricos de vento gerados por métodos não determinísticos:
  - Com históricos de flutuação do vento no tempo gerados pelo Método do Vento Sintético (FRANCO e MEDEIROS (2011)).
  - Com históricos de flutuação do vento no tempo gerados pelo Método Estocástico, apresentado por BUTCHHOLDT (1985);
- Métodos Aerodinâmicos de Análise no Domínio da Frequência:
  - Método de Solução Modal no Domínio da Frequência (MSMDF).

- Método do Modelo Discreto do Item 9 da ABNT NBR 6123 (1988) (método derivado do MSMDF).

### **1.3 Apresentação da Dissertação**

Como anteriormente citado, a presente dissertação tem por objetivo descrever as características dos ventos fortes em regime turbulento originados por Ciclones Extratropicais e estudar os métodos utilizados para resolver os problemas de análise aerodinâmica de estruturas submetidas a esse tipo de vento. A seguir, apresenta-se uma breve descrição dos capítulos seguintes deste trabalho.

O capítulo 2 faz uma breve abordagem sobre os diferentes tipos de ventos fortes, com foco nos ventos originados por ciclones extratropicais, apresentando sua descrição física e modelagem matemática.

O capítulo 3 apresenta metodologia para obtenção de carregamento estático equivalente segundo a ABNT NBR 6123:1988, para a análise estática de uma estrutura submetida a um vento forte em regime turbulento. Ressalta-se que esse método não faz nenhuma abordagem dinâmica do problema.

O capítulo 4 apresenta os métodos não determinísticos de geração de carregamentos dinâmicos no domínio do tempo, a partir de espectros de potência do vento turbulento, que serão utilizados no método de análise de Solução Modal no Domínio do Tempo (MSMDT).

No capítulo 5 é formulado o problema dinâmico de estruturas submetidas ao vento turbulento e são apresentados os métodos para a solução deste problema.

No capítulo 6 são apresentados os exemplos numéricos de estruturas submetidas a ventos turbulentos com determinadas características e são obtidos os resultados para os problemas em termos de respostas em deslocamentos para todos os métodos abordados no trabalho. Esses resultados são comparados e comentados.

Finalmente, no capítulo 7 é apresentada a conclusão do trabalho e sugestões para trabalhos posteriores.

## **2 CARACTERIZAÇÃO DOS VENTOS FORTES**

A seguir, serão descritos os principais fatores que ocasionam os ventos fortes em regime turbulento bem como os tipos de fenômenos naturais envolvidos, segundo BLESSMANN (1995).

A principal causa dos ventos naturais é a diferença na pressão atmosférica decorrente das variações de temperatura do ar aquecido pela energia solar. Em certa região, a parte do ar mais aquecida sobe, por ter sua pressão diminuída, sendo substituída pelo ar das vizinhanças, onde a pressão é maior, analogamente ao que ocorre no escoamento de líquidos, onde o fluido escoar no sentido de uma zona com maior pressão hidráulica para uma zona com menor pressão hidráulica.

Além do aquecimento desigual da superfície terrestre, também influi muito na circulação atmosférica o fato de a Terra ter o movimento de rotação em torno de seu eixo.

Os principais fatores que influem na circulação atmosférica são:

- Aquecimento desigual da superfície pela rotação da Terra;
- Influência direta da rotação da Terra sobre o movimento global da atmosfera;
- Aquecimento desigual pelas diferenças de latitude. As regiões equatoriais absorvem a maior parte da radiação solar e as polares apenas uma pequena fração, pela incidência bem mais oblíqua dos raios solares.

Os sistemas meteorológicos que dão origem a ventos de alta velocidade são tratados como tormentas, independentemente de seu mecanismo de formação. Os tipos mais comuns de ventos de alta velocidade são ciclones e anticiclones, tormentas elétricas e tornados.

### **2.1 Tipos de Fenômenos**

Os ventos de alta velocidade podem ser classificados, segundo suas dimensões, em fenômenos de macroescala, mesoescala e microescala.

### 2.1.1 Fenômenos de Macroescala

Fenômenos de macroescala ou escala sinótica, possuem dimensões espaciais superiores a 500 km e dimensões temporais maiores ou iguais a dois dias. São constituídos basicamente por ciclones e anticiclones.

Os diâmetros dos ciclones são da ordem de 1000 km e os dos anticiclones podem ser ainda maiores. Ao contrário dos anticiclones, os ciclones podem gerar ventos de alta velocidade e podem ser classificados em tropicais e extratropicais, dependendo de sua origem.

#### - Ciclones extratropicais

São movimentos circulatórios do ar em torno de centros de baixa pressão, originados por ação mecânica de cadeias de montanhas sobre correntes atmosféricas de grandes dimensões ou pelo contraste térmico entre duas massas de ar, uma de origem polar (fria, seca e pesada) e outra situada na zona subtropical, com ar mais quente, úmido e leve do que a massa polar. Ao se encontrarem, podem formar ondulações na atmosfera. Em certas circunstâncias essas ondulações aumentam de amplitude e encurvamento e enrolam-se em forma de vórtices, dando origem a ciclones extratropicais.

Em seu estado “maduro” são conhecidos como “sistemas de pressão plenamente desenvolvidos” ou simplesmente EPS (*extended mature pressure systems* ou *extratropical pressure systems*).

Esses ciclones se caracterizam por uma atmosfera verticalmente estável e podem soprar mantendo uma velocidade média razoavelmente constante por até algumas dezenas de horas. Sua velocidade pode chegar a uns 200 km/h, porém raramente ultrapassa esse valor. São estes ventos os mais bem estudados, e aos quais se aplicam os modelos de campo de velocidades para o cálculo de forças em estruturas, adotados pelas normas de projeto.

A Figura 2.1 apresenta o registro de um anemógrafo obtido durante a passagem de um EPS.

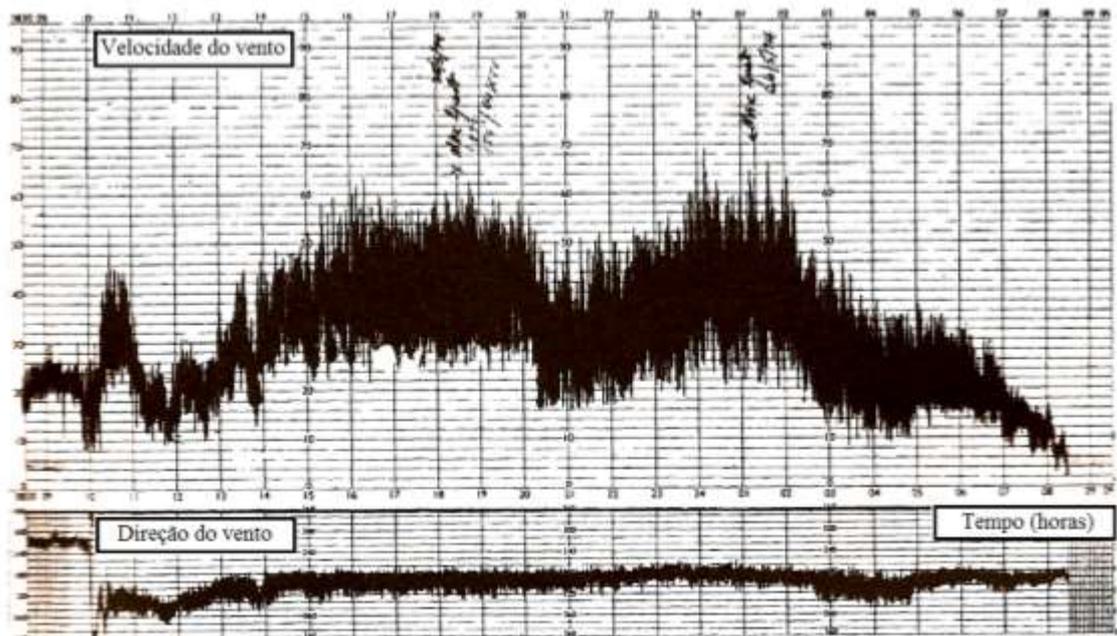


Figura 2.1 – Registro de um anemômetro durante a passagem de um ciclone extra-tropical (HOLMES,2007).

#### - Ciclones tropicais

São semelhantes na forma aos ciclones extratropicais, porém são mais intensos e mais localizados. São formados a partir do ar úmido e quente existente sobre grandes extensões de água com temperatura acima de 27°C, em regiões tropicais dos oceanos. Sua energia é proveniente do calor latente liberado durante o processo de condensação do vapor d'água e originam-se entre as latitudes 5° e 30°, tanto Norte como Sul. Não se formam próximo ao Equador, pois aí a força de Coriolis é pequena (nula sobre o Equador) e não pode iniciar o movimento circulatório de grandes massas de ar

Este movimento circulatório conduz o ar quente e úmido para o centro da rotação, forçando o mesmo a subir, expandir-se e esfriar-se. Com isso, o ar quente e úmido sofre condensação devido ao resfriamento e libera calor latente, dando energia ao processo e possibilitando a sua continuação enquanto houver ar úmido e quente, aumentando constantemente as dimensões do ciclone até que a energia do sistema comece a reduzir e

finalmente se esgotar. A violência desse fenômeno deve-se às enormes quantidades de energia liberadas pela contínua condensação.

Ao se adentrarem nos continentes, as perdas por atrito aumentam e, além disso, cessa a fonte de energia, fazendo com que, paulatinamente, os ciclones tropicais se desfaçam poucos dias depois de alcançarem a costa. Também podem se desfazer por entrarem em zonas mais frias dos oceanos.

Ciclones tropicais com velocidades de vento superiores a 120 km/h recebem nomes especiais, variáveis com a região:

- furacão (“hurricane”, em inglês; “huracán”, em espanhol), nos Estados Unidos da América e no Golfo do México.
- tufão (“typhoon”, em inglês), no Oceano Índico e nos mares da China.
- “willy-willy”, na Austrália;
- “baguio”, nas Filipinas.

Os furacões têm uma ação destrutiva considerável, tanto pela ação direta dos ventos de superfície (que podem alcançar 250 km/h – 70 m/s – ou mais) como pelas violentas chuvas que os acompanham. Embora possa se indicar 1000 km como uma dimensão típica dos ciclones tropicais, ventos de velocidades destrutivas raramente atingem uma distância acima de 100 km, a partir de seu centro, onde se situa o “olho”, com um diâmetro em torno de 20 km.

### *2.1.2 Fenômenos de Microescala e Mesoescala*

Os fenômenos de microescala possuem dimensões espaciais da ordem de 20 km e apresentam um tempo de duração de cerca de uma hora. Os fenômenos de mesoescala apresentam dimensões intermediárias entre os fenômenos de macroescala e microescala. Estes fenômenos são constituídos basicamente por Tormentas Elétricas e Tornados. Apresenta-se a seguir uma descrição sucinta de tais fenômenos.

- Tormentas elétricas:

Também conhecidas como trovoadas ou tormentas TS (“Thunder Storms”). São caracterizadas pela atmosfera verticalmente instável, com gradiente térmico vertical considerável. Aparecem violentos movimentos verticais de ar, com formação de nuvens a grandes alturas, às vezes acima de 22 km.

A força ascensional que movimenta o ar nesse fenômeno pode ter sua origem no aquecimento da superfície terrestre, em uma frente fria, na diferença de temperatura entre o terreno e o mar ou no movimento do ar subindo a encosta de montanhas. A Figura 2.2 ilustra os respectivos estágios de desenvolvimento de tal fenômeno:

**Estágio 1** – Formação de uma nuvem “*cumulus nimbus*”, pela elevação do ar quente e úmido até uma altura de cerca de 8 km, sendo a temperatura do ar circundante menor do que a do ar ascendente. Trata-se de um caso de equilíbrio instável da atmosfera: o ar úmido continua subindo.

**Estágio 2** – A nuvem se transforma em uma “*cumulus nimbus*” com mais de 12 km de altura. As baixas temperaturas existentes no interior da nuvem (abaixo do ponto de congelamento da água) originam gotas de água, cristais de neve e partículas de gelo. Ao se acumularem continuamente, essas gotas, cristais e partículas não podem se manter mais em equilíbrio com o ar quente ascendente e todo o sistema torna-se instável, ocorrendo a precipitação. Ao caírem, esfriam o ar à sua volta, intensificando a precipitação, além de originarem correntes descendentes de ar devido a fricção dessas partículas com o ar, ao mesmo tempo em que continuam as correntes ascendentes de ar.

A chegada ao solo das correntes de ar descendente (*downbursts*) ocorrem de forma brusca e caracteriza-se por rajadas violentas e chuva torrencial. Este estágio (estágio maduro) dura de 5 a 30 minutos.

A fricção causada pela chuva de gelo origina cargas elétricas positivas e negativas na nuvem. Quando a diferença de potencial é suficiente para romper a resistência elétrica do ar entre diferentes pontos da nuvem, entre nuvens, ou ainda entre nuvem e solo, ocorrem descargas elétricas (raios).

**Estágio 3** – As correntes descendentes aumentam em área transversal até tomarem conta de toda a nuvem. Como não há mais ar quente e úmido subindo, a precipitação diminui e cessa.

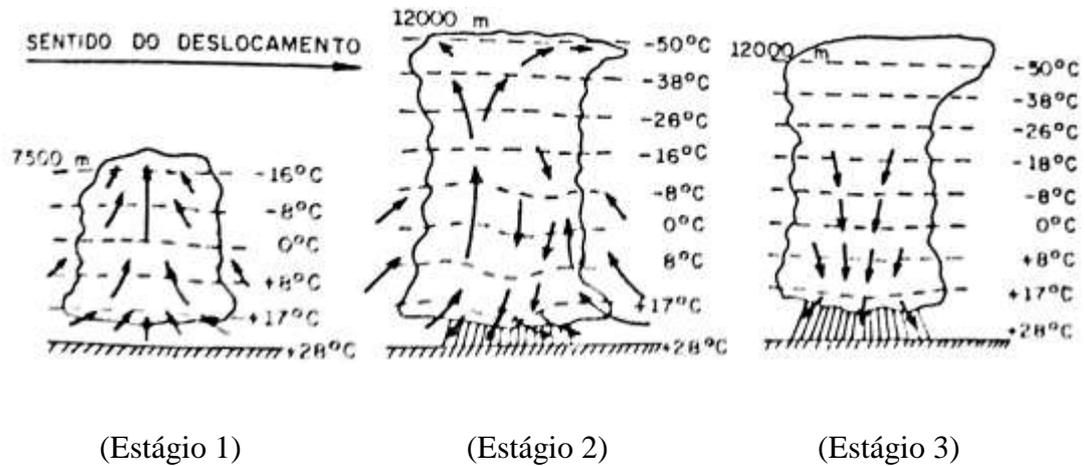


Figura 2.2 – Desenvolvimento de uma tempestade elétrica (BLESSMANN, 1995).

- Tornados:

São os temporais mais violentos, com múltiplo poder de destruição, pelas altas velocidades horizontais dos ventos tangentes ao movimento de circulação, pela depressão e altas velocidades verticais em seu núcleo (“olho”) e pelos projéteis que arremessa. Estes projéteis são formados por detritos e objetos que o tornado apanha em sua trajetória ou por escombros de edificações, veículos, árvores, pequenas construções, etc., danificados e/ ou absorvidos pelo tornado e lançados com violência mais adiante.

Os tornados são movimentos ciclônicos que concentram uma quantidade enorme de energia em uma pequena região. Seu diâmetro geralmente situa-se entre 100 e 3000 m (300 m pode ser considerado um diâmetro típico), com velocidades horizontais que podem ultrapassar 400 km/h.

Na maioria das vezes os tornados formam-se a partir de trovoadas muito violentas, principalmente as originadas em frentes frias. Movem-se com uma velocidade entre 30 e 100 km/h. O movimento giratório começa na nuvem de tormenta (“*cumulus nimbus*”) e gradualmente vai crescendo para baixo, terminando por tocar a superfície terrestre.

No Brasil, embora não seja frequente o dimensionamento de estruturas para suportar solicitações ocasionadas por tornados, houve cerca de 150 tornados registrados desde 1967. Registrou-se a seguinte distribuição percentual de ocorrências de tornados por estados brasileiros (DIAS,2011).

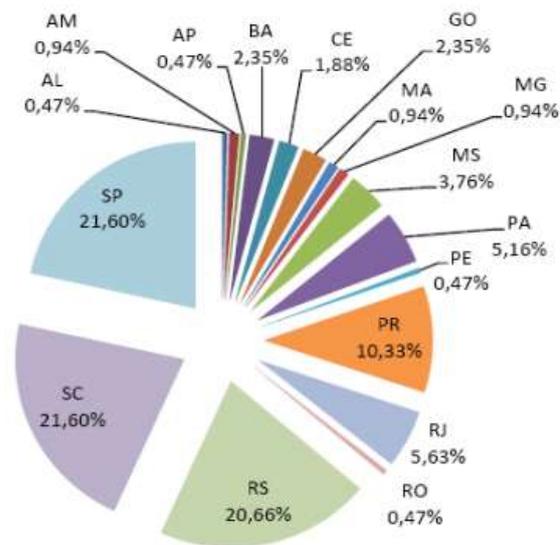


Figura 2.3 – Distribuição percentual de tornados por estado, para um conjunto de 150 casos registrados (VALENTE, 2012)

Segundo VALENTE (2012), considerando-se as mudanças climáticas e observando-se o gráfico da Figura 2.3, pode-se afirmar que o Brasil tem uma incidência de tornados que justifica a necessidade de se considerar os seus efeitos no cálculo de estruturas de grande importância, principalmente nas regiões Sul e Sudeste, onde se encontra o maior número de ocorrências.

## 2.2 Descrição Física e Modelagem Matemática dos Ciclones Extratropicais

Como dito anteriormente, os ventos de camada limite atmosférica originados por tormentas extratropicais (EPS) são os mais bem estudados por apresentarem um comportamento mais estável. Nos próximos subitens, as características desse tipo de vento serão descritas de acordo com os seguintes aspectos:

- Descrição matemática da velocidade de vento;
- Perfil da velocidade média ao longo da altura;
- Intensidade da turbulência;
- Espectros de turbulência;
- Correlação espacial de turbulência.

Métodos de geração numérica, para esse tipo de vento, ao longo de um intervalo de tempo, serão assunto da seção 4.

### 2.2.1 Características Gerais

A velocidade do vento ocasionado por tormentas do tipo EPS apresenta flutuações ao longo do tempo provocadas por turbilhões e vórtices no escoamento, característica essa denominada turbulência. A turbulência tem sua origem associada à agitação do escoamento causada pela rugosidade da superfície da Terra ou a processos de convecção causados por gradientes térmicos.

Nos casos de tormentas EPS e em certa medida de tormentas tropicais, a turbulência é gerada pelo atrito do vento na camada limite atmosférica com a superfície rugosa da Terra, conforme mostra a Figura 2.4.

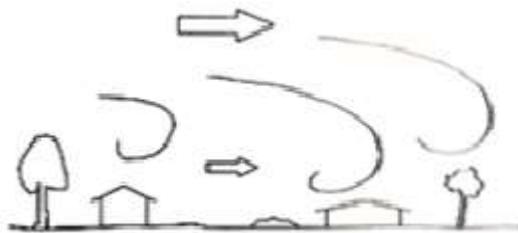


Figura 2.4 – Geração de turbulência em ventos, por atrito da camada limite atmosférica com a rugosidade do terreno (HOLMES, 2007).

A Figura 2.5, mostra os registros de velocidade do vento em três alturas acima do terreno (14,7 m, 25,5 m e 43,1m) durante um ciclone extratropical. Este tipo de tormenta apresenta características de “bom comportamento” do vento, exibindo um valor médio constante por um longo período de tempo, por vezes algumas horas. Em torno deste valor médio ocorrem as flutuações de velocidade, que caracterizam a turbulência. Note-se também o aumento da velocidade média com a altura acima do terreno.

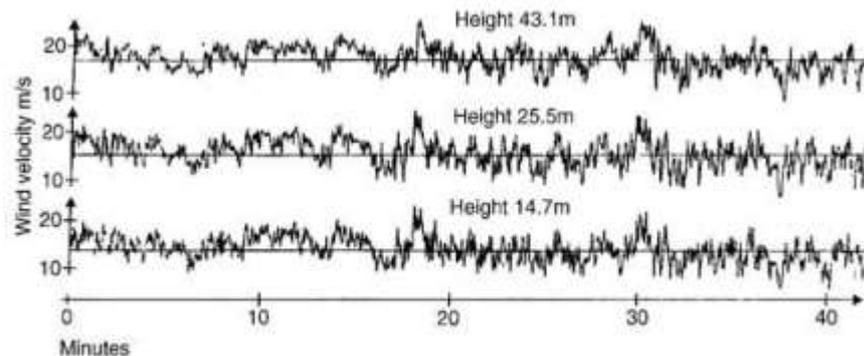


Figura 2.5 – Registro de velocidades em três alturas diferentes (DYRBYE & HANSEN, 1997).

As seguintes hipóteses são aplicáveis ao vento turbulento que se desenvolve na camada limite atmosférica em um terreno de rugosidade uniforme, durante um ciclone extratropical (tormenta EPS):

- A altura da camada limite, denominada de altura gradiente (em torno de 1 km), é considerada constante. A camada limite consiste da camada mais baixa da atmosfera em relação ao solo, e por esse motivo sofre influência direta dos efeitos de fricção aerodinâmica. Acima desta camada, o escoamento é predominantemente laminar;
- O vento é horizontal e sua variação de direção é desprezível ao longo da altura (despreza-se a influência da rotação da Terra - força de Coriolis - no movimento do ar);
- A velocidade de vento é um processo aleatório ergódico e, de acordo com a prática meteorológica internacional, o intervalo de tempo de 10 minutos é tomado como referência para a determinação da velocidade média.

### 2.2.2 *Descrição Matemática do Vento Turbulento*

Os registros de velocidade de vento indicam as variações na magnitude da velocidade e na direção do vento. O campo de velocidade do vento é descrito com base em um sistema cartesiano: à direção predominante do vento, atribui-se a coordenada  $x$ ; a direção horizontal ortogonal a esta é a direção  $y$  e a direção  $z$  é vertical, sentido positivo para cima.

O vetor velocidade em certo instante de tempo pode ser escrito em termos de três componentes:

na direção longitudinal  $x$ :  $\bar{U}(z) + u(x, y, z, t)$

na direção lateral  $y$ :  $v(x, y, z, t)$

direção vertical  $z$ :  $w(x, y, z, t)$

onde  $\bar{U}(z)$  é a velocidade média que depende somente da altura  $z$  acima do terreno, e  $u$ ,  $v$  e  $w$  são as componentes flutuantes, ou componentes de turbulência, que são tratadas como processo aleatório estacionário de média nula.

### 2.2.3 Perfil Vertical da Velocidade Média

A variação da velocidade média  $\bar{U}$  pode ser determinada, mais comumente, de duas formas. através da *Lei Potencial* ou da *Lei logarítmica*.

#### - *Lei Potencial*:

A Lei Potencial define a variação da velocidade média do vento segundo a equação empírica ajustada em laboratório:

$$\bar{U}(z) = \bar{U}(z_{ref}) \cdot \left( \frac{z}{z_{ref}} \right)^p \quad (2.1)$$

A equação (2.1) correlaciona a variação da velocidade média do vento ao longo da altura com a velocidade média em 10 minutos conhecida  $\bar{U}(z_{ref})$  na altura de referência  $z_{ref} = 10$  metros, variando exponencialmente com expoente igual a  $p$ . Tal fator, obtido experimentalmente, tem relação com a rugosidade do terreno.

Tal formulação, por exemplo, é utilizada na ABNT NBR 6123:1988, que apresenta fatores  $p$  de rugosidade distintos para cada uma das cinco categorias de vento. A velocidade média de referência em 10 minutos é definida como:

$$\bar{U}(z_{ref}) = S1 \cdot S3 \cdot 0.69 \cdot b \cdot V_0(z_{ref}) \quad (2.2)$$

onde:

$V_0(z_{ref})$  é a velocidade de pico em 3 segundos para ventos com tempo de retorno de 50 anos, correspondente à categoria II ABNT NBR 6123:1988;

S1 corresponde ao fator topográfico, definido na ABNT NBR 6123:1988;

S3 corresponde ao fator probabilístico, que tem por função corrigir a probabilidade de recorrência do vento em questão para períodos diferentes de 50 anos;

Fator  $b$ , que corrige a velocidade de pico  $V_0(z_{ref})$  para outras categorias que não a Categoria II.

Essa formulação é utilizada também em outras normas que consideram a Lei Potencial para definir a variação da velocidade do vento ao longo da altura, sendo apenas alterados os valores dos fatores ajustados experimentalmente. Porém, a base essencial da formulação permanece a mesma.

A Figura 2.6 apresenta a variação da lei potencial de velocidade média do vento, normalizada pela velocidade média de referência, para diferentes categorias da ABNT NBR 6123:1988.

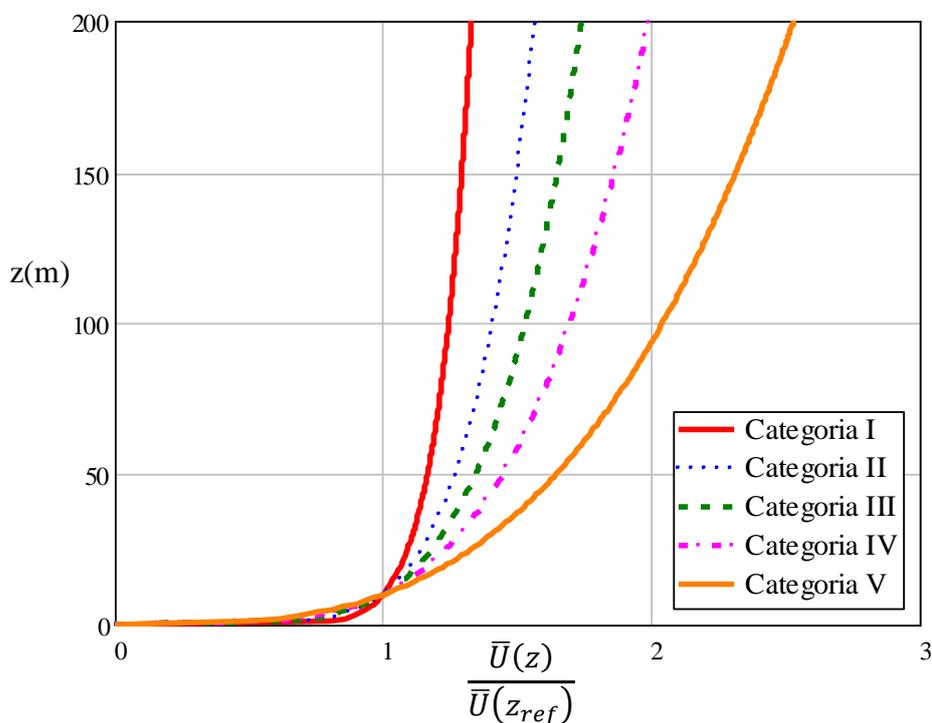


Figura 2.6 – Lei potencial da velocidade média do vento, normalizada pela velocidade média de referência, para diferentes categorias da ABNT NBR 6123:1988

**- Lei Logarítmica:**

A lei logarítmica relaciona a velocidade média com a velocidade de fricção e o comprimento de rugosidade da região através da seguinte expressão logarítmica:

$$\bar{U}(z) = \frac{u_0^* \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)}{k} \quad (2.3)$$

sendo  $u_0^*$  a velocidade de fricção,  $z_0$  o comprimento de rugosidade da região e  $k$  um fator conhecido como constante de Kármán, considerado como aproximadamente igual a 0,4.

A velocidade de fricção  $u_0^*$  está relacionada com o coeficiente de arrasto superficial do terreno da região ( $c_{as}$ ) pela equação (2.4):

$$u_0^* = \bar{U}(z_{ref}) \cdot \sqrt{c_{as}} \quad (2.4)$$

O coeficiente de arrasto superficial pode ser obtido experimentalmente por quatro métodos (BLESSMANN, 1995):

- por medidas ligadas ao vento geostrófico;
- a partir de perfis de velocidade do vento na superfície;
- por medidas diretas do arrasto em placas paralelas ao vento;
- por medida das tensões de Reynolds nas proximidades da superfície terrestre.

O comprimento de rugosidade  $z_0$  é o fator dominante na obtenção do perfil de velocidades médias pela Lei Logarítmica. Este parâmetro está diretamente ligado à altura dos obstáculos que formam a rugosidade da região, sendo uma fração da altura dos obstáculos. Esse parâmetro é usualmente obtido ajustando-se o perfil de velocidades médias ao perfil teórico logarítmico, conhecido como lei de Prandtl ou lei da parede (BLESSMANN, 1995).

Conhecendo-se o comprimento de rugosidade  $z_0$ , pode-se obter o fator  $c_{as}$  pela seguinte expressão:

$$c_{as} = \frac{k^2}{\ln^2\left(\frac{z_{ref}}{z_0}\right)} \quad (2.5)$$

A Figura 2.7 apresenta a Lei Logarítmica da velocidade média do vento, normalizada pela velocidade média de referência, para diferentes categorias da ABNT NBR 6123:1988. A Figura 2.8 apresenta uma comparação entre as duas leis para a Categoria III da ABNT NBR 6123:1988. A Tabela 2.1 apresenta os parâmetros de rugosidade do terreno para a obtenção das leis em diversas categorias, segundo a ABNT NBR 6123:1988.

Pode-se observar, por comparação na Figura 2.8, que as duas leis apresentam pouca diferença em termos de resultados numéricos.

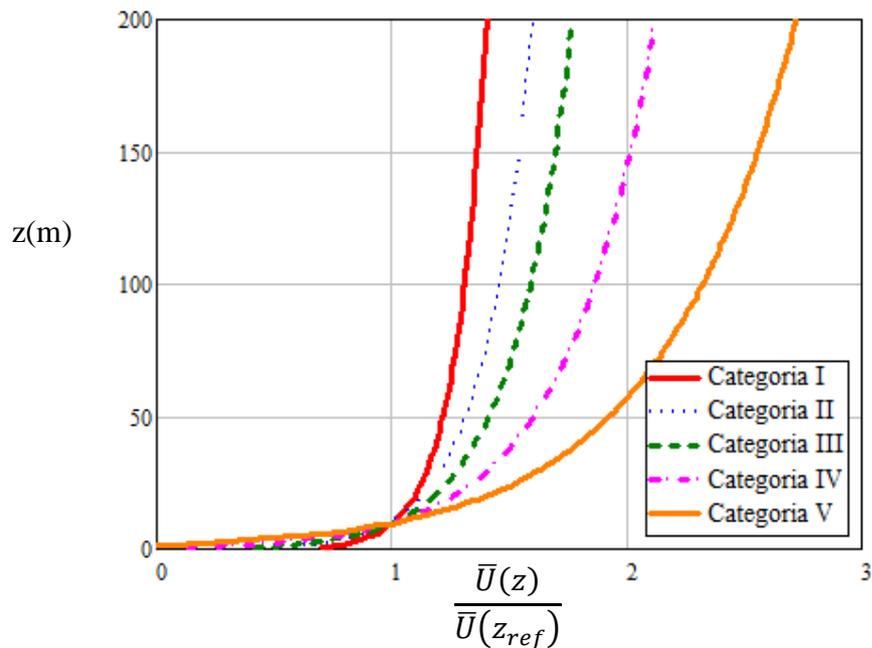


Figura 2.7 – Lei logarítmica de velocidade média do vento, normalizada pela velocidade média de referência, para diferentes categorias da ABNT NBR 6123:1988

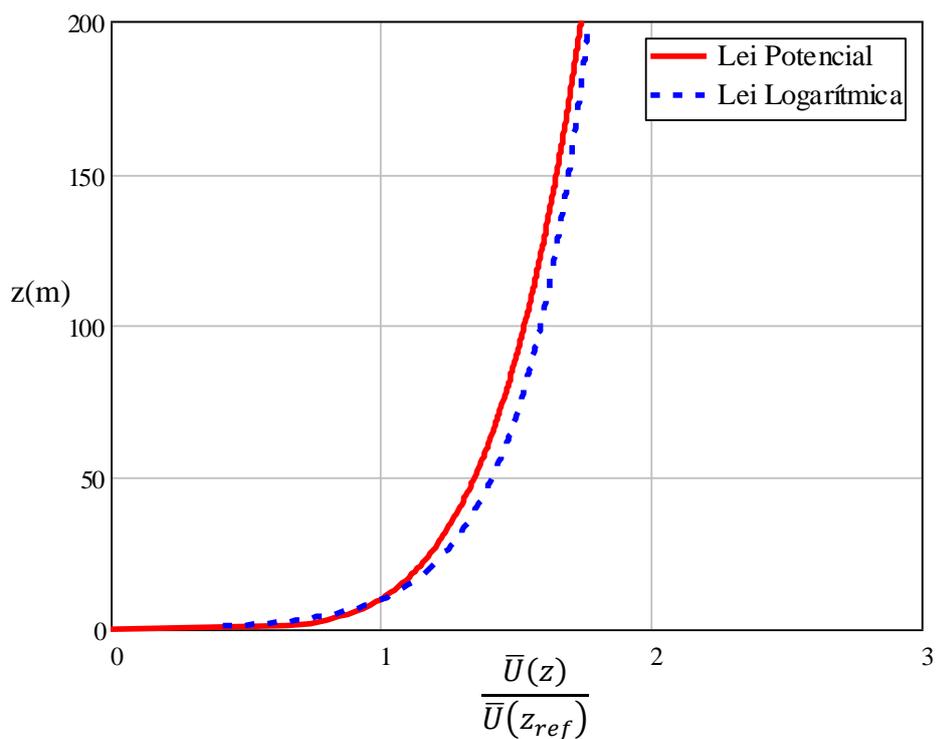


Figura 2.8 – Comparação entre as Leis Logarítmica e Potencial (Categoria III da ABNT NBR 6123:1988).

Tabela 2.1 – Parâmetros de rugosidade segundo ABNT NBR 6123:1988.

Categoria	Parâmetros			
	$b$ (10min)	$p$ (10 min)	$z_0$ (mm)	$c_{as}$
I	1,23	0,095	5	0,0028
II	1,00	0,150	70	0,0065
III	0,86	0,185	200	0,0105
IV	0,71	0,230	700	0,0226
V	0,50	0,310	1750	0,0527

#### 2.2.4 Intensidade de Turbulência

A turbulência está relacionada à variação das componentes flutuantes da velocidade de vento em um dado ponto da atmosfera. Portanto, uma maneira de medir o grau de turbulência do vento é através do desvio padrão dos valores de um dado histórico de flutuações no tempo.

Sendo  $\sigma_u$ ,  $\sigma_v$  e  $\sigma_w$  os desvios padrão das velocidades das componentes flutuantes  $u$ ,  $v$  e  $w$ , respectivamente, as intensidades de turbulência são definidas como a relação entre esses desvios e a velocidade média:

$$\text{na direção longitudinal x: } I_u = \sigma_u / \bar{U}$$

$$\text{na direção lateral y: } I_v = \sigma_v / \bar{U}$$

$$\text{na direção vertical z: } I_w = \sigma_w / \bar{U}$$

O desvio padrão tem relação direta com a rugosidade do terreno da região e pode ser suposto igual a  $2,5 \cdot u_0^*$ , de acordo com medições experimentais (BLESSMANN, 1995). Com isso, pode-se substituir  $\bar{U}$  da equação (2.3) e escrever a intensidade de turbulência em função de  $z$ :

$$I_u = \frac{1}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad (2.6)$$

Note-se, a partir da equação (2.6), que a intensidade de turbulência diminui quanto maior a altura  $z$ . Isso é coerente, visto que, quanto mais se afastar da rugosidade responsável pela perturbação no escoamento, menor será a turbulência e o escoamento tenderá a ser mais laminar.

HARRIS (1970) chegou a uma expressão mais representativa para  $\sigma_u$ , relacionando o desvio padrão com o coeficiente  $c_{as}$ :

$$\sigma_u = 2,58 \cdot \sqrt{c_{as}} \cdot \bar{U}(z_{ref}) \quad (2.7)$$

A Figura 2.9 ilustra a variação da intensidade de turbulência ao longo da altura.

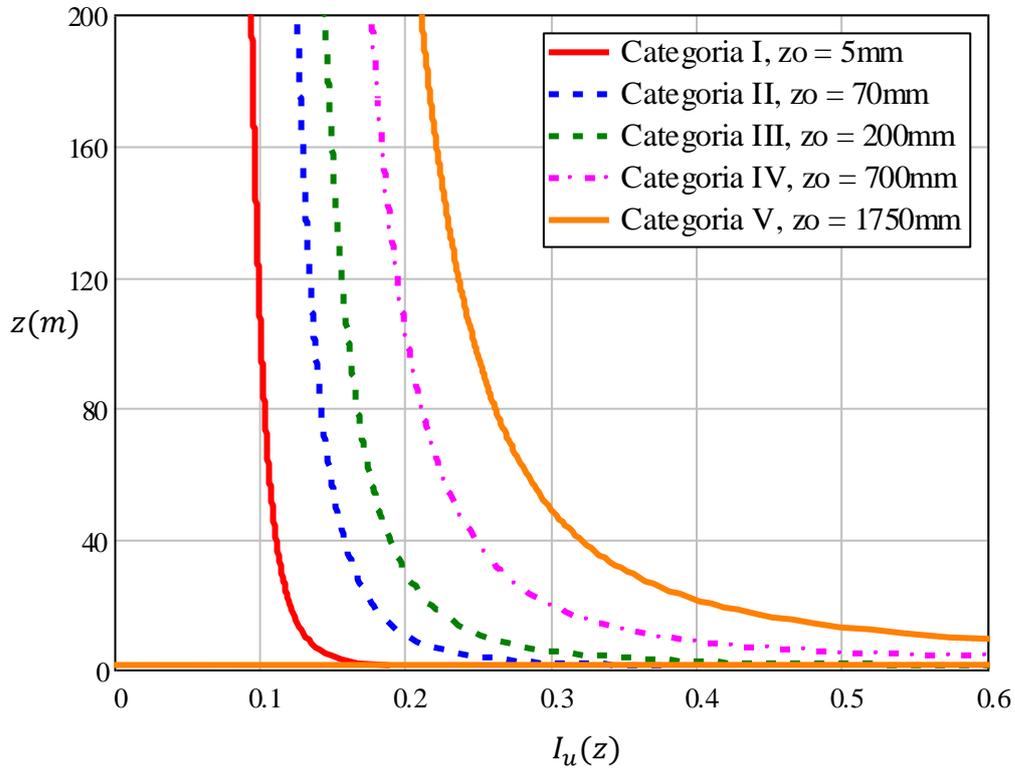


Figura 2.9 – Variação da intensidade de turbulência ao longo da altura para as diversas categorias da ABNT NBR 6123:1988.

### 2.2.5 Espectros de Turbulência

A função densidade espectral  $S_u$ , ou simplesmente espectro, das componentes flutuantes da velocidade de vento, descreve o conteúdo em frequência do processo. A contribuição para a variância do processo nas faixas de frequência entre  $f$  e  $f + df$  é dada por  $S(f) df$ . Dessa forma, a área sob o espectro é igual à variância:

$$\sigma_u^2 = \int_0^{\infty} S_u(f) df \quad (2.8)$$

A função densidade espectral da velocidade apresenta como unidade [(velocidade)<sup>2</sup>/Hz]. Existem diversas expressões que definem a densidade espectral na literatura, obtidas através de correlações com resultados experimentais. Em geral, são descritas em equações na forma adimensional.

A forma geral da expressão da densidade espectral pode ser definida como (BLESSMANN, 1993):

$$\frac{f \cdot S_u(f)}{\sigma_u^2} = \frac{A \cdot X_1^m}{(B + C X_1^k)^n} \quad (2.9)$$

sendo  $X_1 = fL/\bar{V}(z)$ , onde  $\bar{V}(z)$  é a média horária das velocidades.

A Tabela 2.2 apresenta os valores dos parâmetros da equação (2.9) propostos pelos principais autores da literatura. A Figura 2.10 apresenta o gráfico de comparação entre esses espectros para os parâmetros apresentados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Parâmetros para a formulação da densidade espectral.

Autor	Parâmetros numéricos						L para z = 100m Cat. III	Notas
	A	B	C	m	n	k	(m)	
Davenport	2/3	1	1	2	4/3	2	1200	(1)
Harris	0,6	2	1	1	5/6	2	1800	(1)
von Kármán	4	1	70,78	1	5/6	2	139	(2)
Kaimal	100/3	1	50	1	5/3	1	100	(3)
(1): independe de z (2): $L = 25 z^{0,35} z_0^{-0,063}$ (3): $L = z$								

O espectro escolhido para ser considerado nos exemplos numéricos do presente trabalho foi o espectro de Davenport, para que fosse feita melhor comparação de resultados com o

Método do Vento Sintético, a ser apresentado na seção 4.2, que considera esse espectro de potência.

Note-se que, diferentemente dos espectros de von Kármán e Kaimal, os espectros de Davenport e Harris não variam com a altura  $z$ , sendo  $L$  constante e  $\bar{V}(z)$  igual a  $\bar{V}(z_{ref})$ . Além disso, o espectro de Davenport não representa bem os valores obtidos em baixas frequências (de pouco interesse na Engenharia Estrutural). Contudo, o espectro de Davenport se mostra mais conservador que os demais e apresenta uma boa correlação com resultados experimentais para a faixa de frequência de interesse da Engenharia Estrutural (valores usualmente entre 0,1 Hz e 3 Hz). O espectro de Davenport é o indicado pela norma canadense, National Building Code of Canada (NRC, 2015).

O espectro de Harris é o utilizado pela norma brasileira ABNT NBR6123:1988 em seus métodos dinâmicos equivalentes, porém ela permite o uso dos demais. Observa-se, pelo gráfico da Figura 2.10, que o espectro de Harris e o de von Kármán apresentam uma boa correlação entre si.

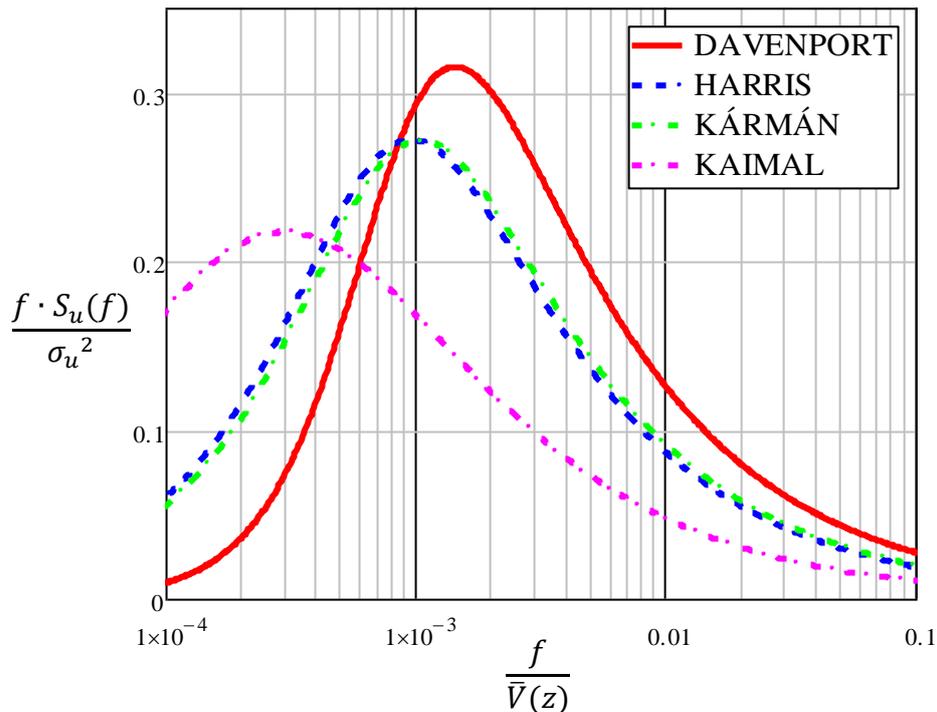


Figura 2.10 – Comparação entre espectros de potência dos principais autores ( $z = 100\text{m}$ , Cat. III)

### 2.2.6 Co-espectro e Covariância

Em um determinado instante de tempo, a flutuação da velocidade do vento não apresenta uma correlação perfeita para diferentes pontos no espaço. Esta variação da flutuação entre os pontos  $i$  e  $j$  pode ser considerada por meio da função densidade espectral cruzada de turbulência, cuja parte real é denominada de co-espectro e é dada por:

$$S_{ui,uj}(f) = \sqrt{S_{u,i}(f)} \cdot \sqrt{S_{u,j}(f)} \cdot Coh(\Delta r, f) \quad (2.10)$$

sendo  $Coh(\Delta r, f)$  a função de co-espectro normalizado expressa por:

$$Coh(\Delta r, f) = \exp \left[ -\frac{f \cdot \sqrt{(C_z^2 \cdot (z_i - z_j)^2 + C_y^2 \cdot (y_i - y_j)^2)}}{\bar{U}_m} \right] \quad (2.11)$$

onde,

$(y_i, z_i)$  e  $(y_j, z_j)$  são respectivamente as coordenadas  $z$  e  $y$  dos pontos  $i$  e  $j$ ;

$C_y$  e  $C_z$  são coeficientes de decaimento obtidos experimentalmente. Na falta de resultados experimentais,  $C_y$  e  $C_z$  são adotados conservadoramente como 16 e 10, respectivamente (SIMIU e SCANLAN, 1996);

$\bar{U}_m = \frac{1}{2}(\bar{U}(z_i) + \bar{U}(z_j))$ , é a média da velocidade média entre os pontos  $i$  e  $j$ .

O co-espectro normalizado tem valor máximo igual a 1 para qualquer frequência quando  $\Delta r = 0$  e decresce para 0 quanto maior forem as distâncias e a frequência em questão. As Figura 2.11 e 2.12 apresentam o gráfico do co-espectro normalizado para diferentes distâncias no eixo  $y$  em escala logarítmica e linear, respectivamente.

A integral de zero ao infinito de  $S_{ui,uj}(f)$ , em relação à frequência, representa a covariância entre os pontos  $i$  e  $j$ :

$$R_{ij} = \int_0^{\infty} S_{u_i, u_j}(f) df \quad (2.12)$$

$R_{ij}$  tem sempre valor menor do que as variâncias de velocidades turbulentas individuais de cada ponto, já que dois pontos de coordenadas diferentes não apresentam correlação total. Se os dois pontos apresentarem as mesmas coordenadas,  $R_{ij}$  tem valor igual à variância, já que nesse caso os dois pontos são apenas um.

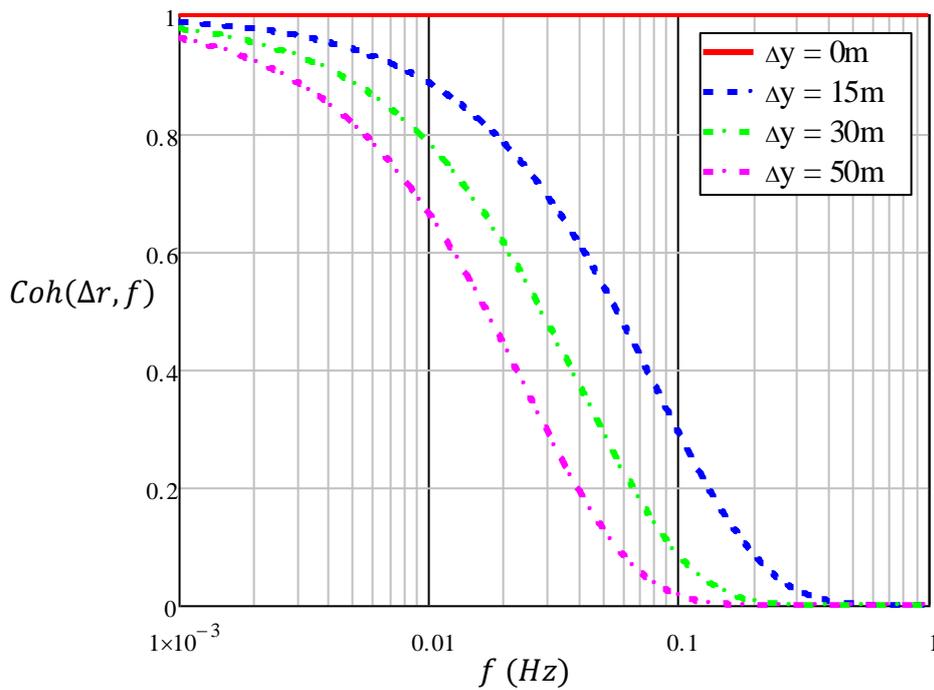


Figura 2.11 – Co-espectro normalizado para diferentes distâncias no eixo  $y$ , em escala logarítmica ( $C_y = 16$ ,  $C_z = 10$ ,  $\Delta z = 0$  e  $\bar{U}_m = 20$ ).

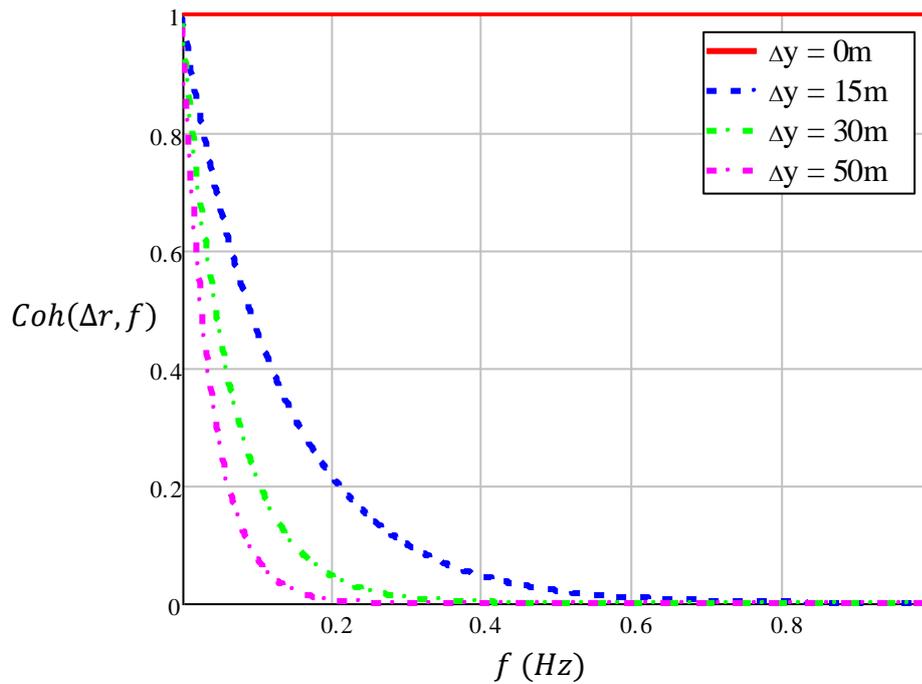


Figura 2.12 – Co-espectro normalizado para diferentes distâncias no eixo  $y$ , em escala linear ( $C_y = 16$ ,  $C_z = 10$ ,  $\Delta z = 0$  e  $\bar{U}_m = 20$ ).

### 2.2.7 Forças Devidas à Ação Dinâmica do Vento

#### **Estrutura em repouso:**

Para a estrutura em repouso a força resultante devida ao vento na direção da velocidade média (direção longitudinal) pode ser definida pela seguinte expressão:

$$F(x, y, z, t) = \frac{\rho U^2(x, y, z, t)}{2} C_a A_e \quad (2.13)$$

sendo:

$\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$  a massa específica do ar;

$U(x, y, z, t)$  a velocidade de vento nas coordenadas  $x, y, z$  em um instante  $t$ ;

$C_a$  o coeficiente de arrasto aerodinâmico;

$A_e$  a área efetiva de exposição ao vento.

Como apresentado na seção 2.2.2, a velocidade  $U(x, y, z, t)$  do vento é formada por duas parcelas: a velocidade média  $\bar{U}(z)$ , invariável com o tempo e variável com a altura, e a velocidade flutuante  $u(x, y, z, t)$ , como descrito pela expressão seguinte:

$$U(x, y, z, t) = \bar{U}(z) + u(x, y, z, t) \quad (2.14)$$

Ao se substituir a equação (2.14) na equação (2.13), obtém-se:

$$F(x, y, z, t) = \frac{\rho}{2} [\bar{U}(z)^2 + 2 \bar{U}(z) u(x, y, z, t)] C_a A_e \quad (2.15)$$

Note-se que o termo  $u^2(x, y, z, t)$  foi desprezado, pois resulta em uma pequena contribuição, já que para ventos fortes  $\bar{U}(z) \gg u(x, y, z, t)$ .

Assim como a velocidade  $U(x, y, z, t)$ , a força de vento  $F(x, y, z, t)$  pode ser descrita por duas parcelas: a parcela média ou estática,  $\bar{F}(z)$ , e a parcela dinâmica ou flutuante,  $\hat{F}(x, y, z, t)$ .

$$F(x, y, z, t) = \bar{F}(z) + \hat{F}(x, y, z, t). \quad (2.16)$$

sendo:

$$\bar{F}(z) = \left[ \frac{\rho \bar{U}^2(z)}{2} \right] C_a A_e \quad (2.17)$$

$$\hat{F}(x, y, z, t) = \frac{\rho}{2} [ 2 \bar{U}(z) u(x, y, z, t) ] C_a A_e \quad (2.18)$$

A parcela estática da força de vento é função da sua velocidade média, geralmente tomada em 10 minutos ou em uma hora. Substituindo a equação (2.1) na equação (2.17), pode-se escrever que:

$$\bar{F}(z) = \frac{\rho \bar{U}_{ref}^2}{2} \left( \frac{z}{z_{ref}} \right)^{2p} C_a A_e. \quad (2.19)$$

Como  $\bar{F}(z)$  não varia com o tempo, essa parcela da força pode ser tratada de maneira estática.

A parcela dinâmica da força de vento  $\hat{F}(x, y, z, t)$  é função da flutuação da velocidade do vento  $u(x, y, z, t)$ . Essa parcela da força pode ser tratada através de históricos de vento, para uma abordagem no domínio do tempo ou diretamente com os espectros de turbulência em uma abordagem no domínio da frequência. Os métodos utilizados para esses tipos de análise serão abordados na seção 5. Os métodos de geração de históricos de vento, utilizados na análise dinâmica de uma estrutura no domínio do tempo, serão abordados na seção 4.

### **Estrutura em movimento:**

Quando a estrutura se encontra em movimento, a força de vento torna-se proporcional à velocidade relativa entre o vento e a estrutura ( $U_{rel}$ ). Sendo  $\dot{x}$  a velocidade da estrutura na direção do vento e desprezando-se as outras componentes de velocidade ( $\dot{y}$  e  $\dot{z}$ ) tem-se:

$$U_{rel}(t) = U(t) - \dot{x}(t) \quad (2.20)$$

Considerando as mesmas aproximações feitas anteriormente, pode-se reescrever a equação (2.15):

$$F(t) = \frac{\rho}{2} [\bar{U}(z)^2 + 2 \bar{U}(z) u(t) - 2 \bar{U}(z) \dot{x}(t)] C_a A_e \quad (2.21)$$

onde foram desprezados os valores em  $u^2$ ,  $u\dot{x}$  e  $\dot{x}^2$ . As grandezas  $F$ ,  $u$ ,  $\dot{x}$ ,  $C_a$ ,  $A_e$  são associadas a cada ponto  $(x, y, z)$  da estrutura. O termo em  $\dot{x}$  na equação de  $F$  dará origem ao termo denominado de amortecimento aerodinâmico, já que pode ser combinado ao amortecimento estrutural somando-o nos dois lados da equação de movimento. O amortecimento aerodinâmico será explicado em maior detalhes no subitem 5.2.1 da seção 5.

### **3 FORÇAS DE VENTO ESTÁTICAS EQUIVALENTES SEGUNDO A ABNT NBR 6123:1988**

Essa seção tem por objetivo descrever sucintamente a metodologia de obtenção de forças estáticas equivalentes de vento, segundo a ABNT NBR 6123:1988. Tal metodologia será utilizada para obtenção de resultados comparativos nos exemplos numéricos a serem apresentados nesse trabalho. Os itens a seguir são transcritos e adaptados da ABNT NBR 6123:1988.

#### **3.1 Determinação das Forças Estáticas Devidas ao Vento**

As forças estáticas segundo a ABNT NBR 6123:1988, em seu item 4, são obtidas seguindo-se os devidos passos:

a) Determinação da Velocidade Básica ( $V_0$ ):

Determina-se a velocidade básica  $V_0$  adequada, correspondente à região em que se situa a estrutura. Essa velocidade, como mencionado na seção 2.2.2, corresponde à velocidade média sobre 3 segundos que pode ser excedida em 50 anos, a 10 metros sobre o nível do terreno, em terreno correspondente à Categoria II na ABNT NBR 6123:1988. Os valores para a velocidade básica, em cada região do território brasileiro, podem ser obtidos no mapa de isopleias da Norma, aqui reproduzido na Figura 3.1.

b) Determinação do fator topográfico ( $S_1$ ):

O fator topográfico ( $S_1$ ) considera as variações do relevo do terreno e, segundo a ABNT NBR 6123:1988, pode ser definido da seguinte forma:

b.1) Para terreno fracamente acidentado:  $S_1 = 1$

b.2) Para taludes e morros:

- De acordo com a Figura 3.2, nos pontos A para morros e nos pontos A e C para taludes:  $S_1 = 1$

- No ponto B,  $S_1$  é uma função da altura  $z$ :

Sendo  $\theta$  o valor da inclinação do terreno no relevo,  $z$  a altura medida a partir do nível do terreno no ponto considerado e  $d$  a diferença de nível entre a base e o topo do talude ou morro, tem-se que:

se  $\theta \leq 3^\circ$ :  $S_1 = 1$ ;

se  $6^\circ \leq \theta \leq 17^\circ$ :  $S_1(z) = 1,0 + \left| 2,5 - \frac{z}{d} \right| \cdot \operatorname{tg}(\theta - 3^\circ) \geq 1$ ;

se  $\theta \geq 45^\circ$ :  $S_1(z) = 1,0 + \left| 2,5 - \frac{z}{d} \right| \cdot 0,31 \geq 1$ ;

(os valores para  $3^\circ < \theta < 6^\circ$  e para  $17^\circ < \theta < 45^\circ$  devem ser interpolados linearmente).

c) Determinação do fator  $S_2$  (velocidade normalizada):

O fator  $S_2$  da norma brasileira ABNT NBR 6123:1988 leva em consideração a rugosidade do terreno, as dimensões da edificação em relação à dimensão dos turbilhões e a altura sobre o terreno. Esse fator pode ser considerado como uma velocidade adimensional normalizada em  $V_0$ . Tais definições são descritas como se segue:

c.1) Categorias de rugosidade do terreno.

Segundo a ABNT NBR 6123:1988 os tipos de rugosidade do terreno são classificados em cinco categorias:

Categoria I: Superfícies lisas de grandes dimensões, com mais de 5 km de extensão, medida na direção e no sentido do vento incidente. Exemplos:

- mar calmo;
- lagos e rios;
- pântanos sem vegetação.

Categoria II: Terrenos abertos em nível ou aproximadamente em nível, com poucos obstáculos isolados, tais como árvores e edificações baixas. Exemplos:

- zonas costeiras planas;
- pântanos com vegetação rala;
- campos de aviação;
- pradarias e charnecas;
- fazendas sem sebes ou muros.

A cota média do topo dos obstáculos é considerada inferior ou igual a 1,0 m.

Categoria III: Terrenos planos ou ondulados com obstáculos, tais como sebes e muros, poucos quebra-ventos de árvores, edificações baixas e esparsas. Exemplos:

- granjas e casas de campo, com exceção das partes com matos;
- fazendas com sebes e/ou muros;
- subúrbios a considerável distância do centro, com casas baixas e esparsas.

A cota média do topo dos obstáculos é considerada igual a 3,0 m.

Categoria IV: Terrenos cobertos por obstáculos numerosos e pouco espaçados, em zona florestal, industrial ou urbanizados. Exemplos:

- zonas de parques e bosques com muitas árvores;
- cidades pequenas e seus arredores;
- subúrbios densamente construídos de grandes cidades;
- áreas industriais plena ou parcialmente desenvolvidas.

A cota média do topo dos obstáculos é considerada igual a 10 m.

Esta categoria também inclui zonas com obstáculos maiores e que ainda não possam ser consideradas na categoria V.

Categoria V: Terrenos cobertos por obstáculos numerosos, grandes, altos e pouco espaçados. Exemplos:

- florestas com árvores altas, de copas isoladas;
- centros de grandes cidades;
- complexos industriais bem desenvolvidos.

A cota média do topo dos obstáculos é considerada igual ou superior a 25 m.

c.2) Dimensões da edificação em relação às dimensões dos turbilhões.

A velocidade do vento varia continuamente, e seu valor médio pode ser calculado sobre qualquer intervalo de tempo. Foi verificado que o intervalo mais curto das medidas usuais (3 s) corresponde a rajadas cujas dimensões envolvem convenientemente obstáculos de até 20 m na direção do vento médio.

Quanto maior o intervalo de tempo usado no cálculo da velocidade média, maior a distância abrangida pela rajada.

Para a definição das partes da edificação a considerar na determinação das ações do vento, é necessário considerar características construtivas ou estruturais que originem pouca ou nenhuma continuidade estrutural ao longo da edificação, tais como:

- edificações com juntas que separem a estrutura em duas ou mais partes estruturalmente independentes;
- edificações com pouca rigidez na direção perpendicular à direção do vento e, por isso, com pouca capacidade de redistribuição de cargas.

Foram escolhidas as seguintes classes de edificações, partes de edificações e seus elementos, com intervalos de tempo para cálculo da velocidade média, respectivamente, 3 s, 5 s e 10 s:

Classe A: Todas as unidades de vedação, seus elementos de fixação e peças individuais de estruturas sem vedação. Toda edificação na qual a maior dimensão horizontal ou vertical não exceda 20 m.

Classe B: Toda edificação ou parte de edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal esteja entre 20 m e 50 m.

Classe C: Toda edificação ou parte de edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal exceda 50 m.

Para toda edificação ou parte de edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal exceda 80 m, o intervalo de tempo correspondente poderá ser determinado, por método iterativo, de acordo com a seguinte formulação:

$$t = \frac{7,5L}{V_t(h)} \quad (3.1)$$

onde  $L$  é o maior valor entre as dimensões da altura ou largura da estrutura e  $V_t(h)$  é a velocidade média de vento tomada em  $t$  segundos no topo da estrutura ou da parte da estrutura a ser estudada.  $V_t(h)$  pode ser obtido por aproximações sucessivas, sendo:

$$V_t(h) = S_1 \cdot S_2(h) \cdot V_0 \quad (3.2)$$

$$S_2(h) = b F_{r,II} \left( \frac{z}{10} \right)^p \quad (3.3)$$

onde os parâmetros para a obtenção de  $S_2(h)$  podem ser obtidos na Tabela 3.1. Note-se que, para a obtenção do intervalo de tempo  $t$ , devem ser usados apenas os parâmetros da categoria II, não importando a categoria do terreno da região. A consideração do terreno da região

ocorrerá na próxima etapa quando do cálculo definitivo do fator  $S_2$  para o intervalo de tempo  $t$  já determinado.

Geralmente, são necessárias três ou quatro iterações para que  $t$  convirja para o valor esperado.

Tabela 3.1 – Parâmetros  $b$ ,  $F_{r,II}$  e  $p$ .

Cat.	t(s)	3	5	10	15	20	30	45	60	120	300	600	3600
I	b	1,10	1,11	1,12	1,13	1,14	1,15	1,16	1,17	1,19	1,21	1,23	1,25
	p	0,06	0,065	0,07	0,075	0,075	0,08	0,085	0,085	0,09	0,095	0,095	0,10
II	b	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	p	0,085	0,09	0,10	0,105	0,11	0,115	0,12	0,125	0,135	0,145	0,15	0,16
	$F_r$	1,00	0,98	0,95	0,93	0,90	0,87	0,84	0,82	0,77	0,72	0,69	0,65
III	b	0,94	0,94	0,93	0,92	0,92	0,91	0,90	0,90	0,89	0,87	0,86	0,85
	p	0,10	0,105	0,115	0,125	0,13	0,14	0,145	0,15	0,16	0,175	0,185	0,20
IV	b	0,86	0,85	0,84	0,83	0,83	0,82	0,80	0,79	0,76	0,73	0,71	0,68
	p	0,12	0,125	0,135	0,145	0,15	0,16	0,17	0,175	0,195	0,215	0,23	0,25
V	b	0,74	0,73	0,71	0,70	0,69	0,67	0,64	0,62	0,58	0,53	0,50	0,44
	p	0,15	0,16	0,175	0,185	0,19	0,205	0,22	0,23	0,255	0,285	0,31	0,35

c.3) Altura sobre o terreno:

Tendo em vista que todas as características citadas anteriormente foram determinadas, o fator  $S_2$  pode ser obtido a partir da seguinte expressão, em função da altura  $z$ :

$$S_2 = b F_r \left( \frac{z}{10} \right)^p \quad (3.4)$$

onde  $b$  e  $p$  são os parâmetros já citados no item 2.2.3.  $F_r$  é o fator rajada que tem por objetivo corrigir o fator  $S_2$  de acordo com a classe da estrutura correspondente às dimensões da rajada que a envolvem. Caso a estrutura seja maior e não pertença às classes A, B e C, deve-se utilizar o método iterativo apresentando no item anterior para se obter o intervalo de tempo a

ser considerado e, conseqüentemente, o fator  $F_r$  a partir da Tabela 3.1. Caso a estrutura se enquadre nas Classes A, B ou C, os parâmetros podem ser obtidos na Tabela 3.2, para as cinco categorias da ABNT NBR6123:1988.

Tabela 3.2 – Parâmetros meteorológicos.

Categoria	$z_0$ (m)	Parâmetro	Classes		
			A	B	C
I	250	b	1,10	1,11	1,12
		p	0,06	0,065	0,07
II	300	b	1,00	1,00	1,00
		$F_r$	1,00	0,98	0,95
III	350	p	0,085	0,09	0,10
		b	0,94	0,94	0,93
IV	420	p	0,10	0,105	0,115
		b	0,86	0,85	0,84
V	500	p	0,12	0,125	0,135
		b	0,74	0,73	0,71
		p	0,15	0,16	0,175

d) Determinação do fator estatístico  $S_3$ :

O parâmetro  $S_3$  tem caráter estatístico e corrige a probabilidade de ocorrência padrão da velocidade básica do vento  $V_0$ , com tempo de retorno de 50 anos, para outra probabilidade de ocorrência compatível com a segurança necessária em determinada estrutura. Os valores mínimos do fator  $S_3$  podem ser obtidos na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Valores mínimos do fator estatístico.

Grupo	Descrição	$S_3$
1	Edificações cuja ruína total ou parcial pode afetar a segurança ou possibilidade de socorro a pessoas após uma tempestade destrutiva (hospitais, quartéis de bombeiros e de forças de segurança, centrais de comunicação, etc.)	1,10
2	Edificações para hotéis e residências. Edificações para comércio e indústria com alto fator de ocupação	1,00
3	Edificações e instalações industriais com baixo fator de ocupação (depósitos, silos, construções rurais, etc.)	0,95
4	Vedações (telhas, vidros, painéis de vedação, etc.)	0,88
5	Edificações temporárias. Estruturas dos grupos 1 a 3 durante a construção	0,83

e) Determinação da velocidade característica  $V_k$ :

Determinados todos os parâmetros anteriormente citados nessa seção, pode-se determinar a velocidade de vento característica para determinado ponto de altura  $z$  da estrutura em questão, a partir da seguinte expressão:

$$V_k(z) = V_0 S_1 S_2(z) S_3 \quad (3.5)$$

f) Determinação da força estática equivalente:

Finalmente, assim como na equação (2.13), a força de vento estática equivalente pode ser definida como:

$$F_k(z) = \frac{\rho V_k^2(z)}{2} C_a A_e \quad (3.6)$$

sendo:

$\rho$  a massa específica do ar;

$V_k(z)$  a velocidade de vento característica em determinado ponto de altura  $z$  da estrutura;

$C_a$  o coeficiente de arrasto aerodinâmico;

$A_e$  é área efetiva de exposição ao vento.

A força de vento, nesse caso, representa uma força total de pico de rajada que envolve determinada estrutura, porém não representa os efeitos dinâmicos ocasionados na estrutura devido às forças flutuantes do vento turbulento, sendo esses efeitos apenas obtidos com análise dinâmica da estrutura. Esse tipo de abordagem será assunto de seções posteriores.

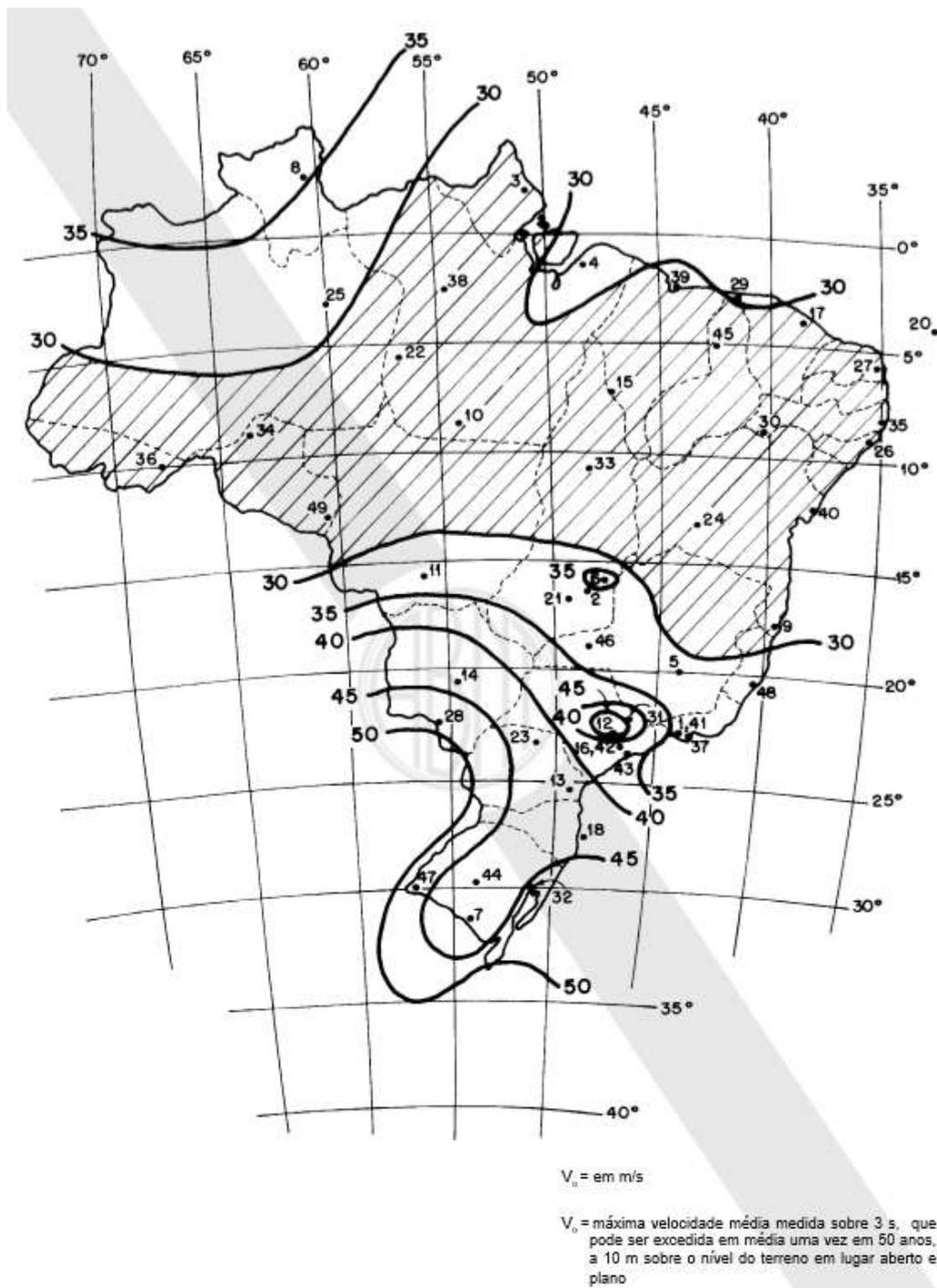


Figura 3.1 – Isopletas de velocidade básica  $V_0$  (ABNT NBR 6123:1988).

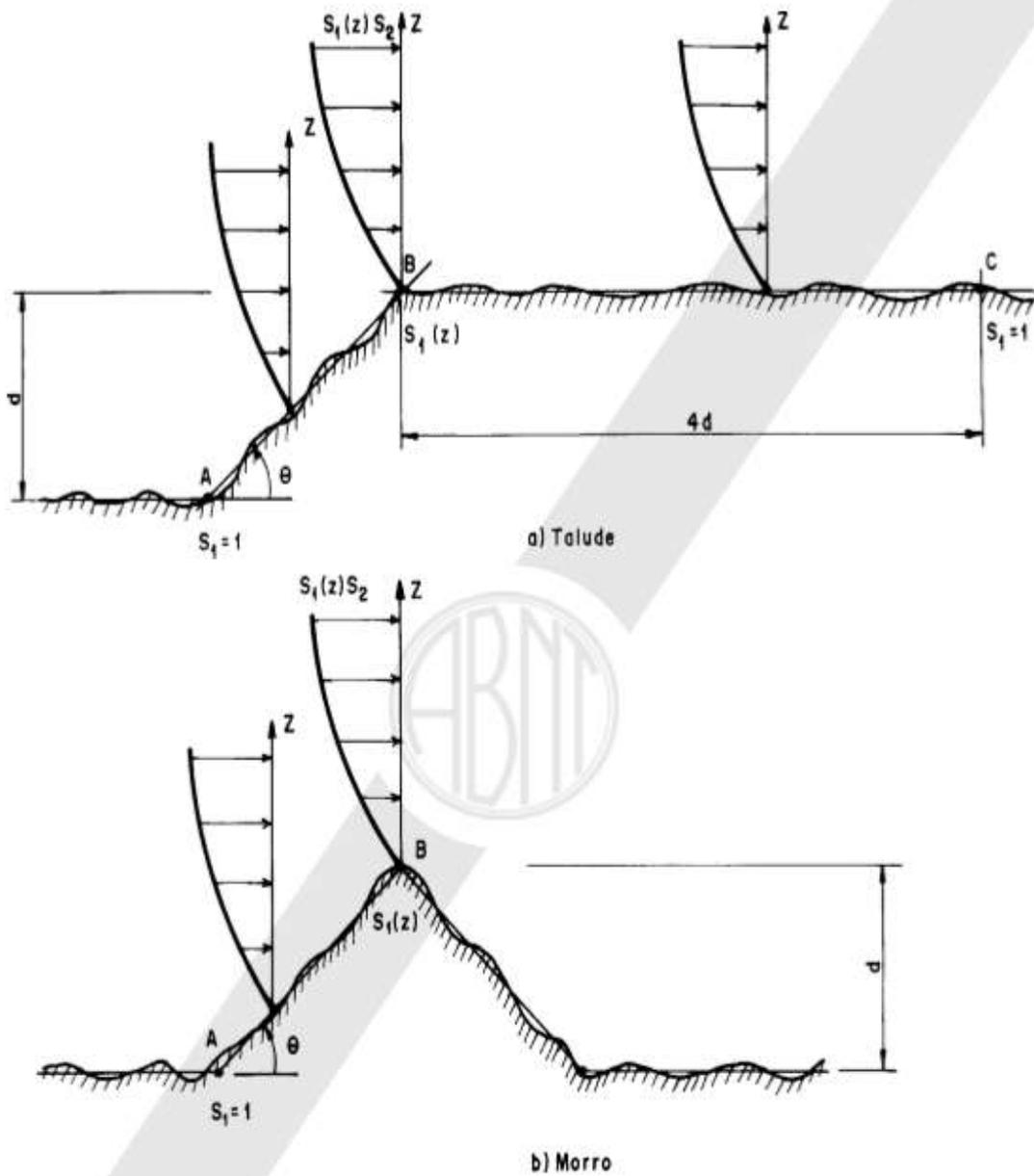


Figura 3.2 – Fator topográfico  $S_1(z)$  (ABNT NBR 6123:1988).

## 4 MODELAGEM NÃO DETERMINÍSTICA DA AÇÃO DO VENTO

De forma a representar um modelo de carregamento dinâmico da ação do vento, faz-se necessário considerar a natureza não determinística desta ação. Para representação da natureza aleatória do vento recorre-se a dois métodos a serem aqui apresentados: o Método Estocástico apresentado por BUTCHHOLDT (1985) e o Método do Vento Sintético proposto por FRANCO (1993).

Ambos os métodos caracterizam-se por uma simulação numérica aleatória de componentes harmônicas através do método de Monte Carlo. Os históricos de carregamentos do vento são obtidos com base nos espectros de potência da velocidade do vento, através das funções de densidade espectral. A parcela flutuante do vento turbulento pode ser modelada por um processo estocástico estacionário, ou seja, as propriedades estatísticas determinadas sobre uma amostra são as mesmas calculadas sobre o conjunto de todas as amostras. Matematicamente esse processo pode ser representado pela superposição de harmônicos, como será apresentado adiante.

Simulações baseadas em números aleatórios para simulação de cargas de vento também foram utilizadas em trabalhos como os de YASUI *et al.*(2002), MONBET *et al.* (2007), VENANZI *et al.* (2007).

#### 4.1 Método Estocástico

BUTCHHOLDT (1985) propôs uma metodologia de geração de históricos de velocidades flutuantes de vento ao longo de diversos pontos de interesse da estrutura, considerando a correlação espacial entre os turbilhões.

O método se baseia no algoritmo proposto por SHINOZUKA e JAN (1972) para transformar um espectro no domínio da frequência em um histórico no domínio do tempo a partir de um somatório finito de harmônicos.

Segundo este método, as velocidades flutuantes nos nós são formadas por duas parcelas, uma parcela que provém de uma região do espectro comum a todos os pontos em questão ( $u_i(t)$ ) à qual se aplica a correlação espacial e outra provinda da região do espectro não comum a todos os nós da estrutura ( $\varepsilon_i(t)$ ). Essa parcela não sofrerá correlação.

O primeiro passo do método consiste em se gerar as flutuações  $u_i(t)$ , independentes para cada ponto, a partir da região  $S_u(f)$  que corresponde à curva LQH, obtida com a interseção do espectro de velocidades flutuantes do ponto mais alto com o ponto mais baixo da estrutura, tal como mostrado na Figura 4.1.

Pela Figura 4.1, observa-se que:

$$S_\varepsilon(f) = S(z, f) - S_u(f) \quad (4.1)$$

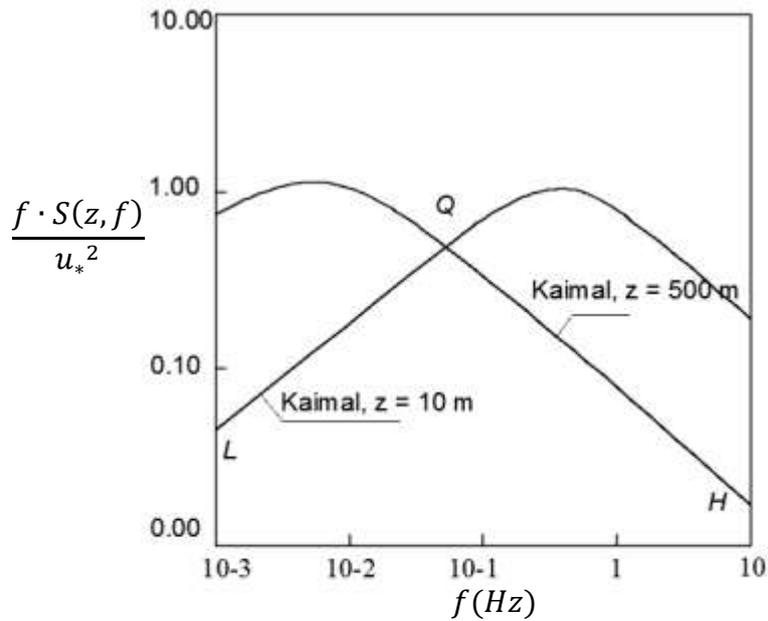


Figura 4.1 – Construção do auto espectro  $S_u(f)$ , onde  $z_{min} = 10m$  e  $z_{max} = 500m$ . O espectro  $S_u(f)$  é dado pela curva LQH.

Adotando o algoritmo de SHINOZUKA e JAN (1972), pode-se escrever:

$$u_i(t) = \sqrt{2} \cdot \sum_{k=1}^N \sqrt{(S_u(f_k) \cdot \Delta f_k)} \cdot \cos(2\pi f_k \cdot t + \varphi_{ik}) \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (4.2)$$

$$\varepsilon_i(t) = \sqrt{2} \cdot \sum_{k=1}^N \sqrt{(S_\varepsilon(f_k) \cdot \Delta f_k)} \cdot \cos(2\pi f_k \cdot t + \varphi_{ik}) \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (4.3)$$

Nas equações acima,  $N$  representa o número total de faixas de frequência em que o espectro  $S_u(f_k)$  será discretizado, sendo  $f_k$  a frequência central de uma determinada faixa  $k$  de frequências.  $\Delta f_k$  é a largura da faixa  $k$  onde  $\Delta f_k = f_{k+1} - f_k$ . As frequências são obtidas a partir da discretização da função de densidade espectral em intervalos suficientemente

pequenos para que a série temporal seja satisfatoriamente representada sem estabelecer um comportamento periódico e que os parâmetros estatísticos sejam corretamente representados.

É de suma importância que o espectro seja dividido de tal forma que a frequência de alguns dos N harmônicos formadores do histórico coincida com as frequências dos principais modos de vibração da estrutura, dentro do intervalo total de frequências a ser considerado no espectro (de 0Hz a 4Hz, por exemplo). Isso para que se garanta a excitação desses modos por esses harmônicos. Os termos  $\varphi_{ik}$  são ângulos de fase, variando entre 0 a  $2\pi$ , gerados aleatoriamente, com probabilidade uniforme, por rotina computacional. São gerados ângulos de fase para cada um dos N harmônicos formadores dos históricos.

O segundo passo do método consiste em se obter a matriz triangular inferior  $\mathbf{C}$  formada pelos coeficientes de correlação  $C_{ij}$ , que serão utilizados para correlacionar o histórico independente  $u_i(t)$  de um determinado ponto com os históricos independentes dos demais pontos. A matriz  $\mathbf{C}$  é tal que:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ C_{i1} & C_{i1} & \dots & C_{ii} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ C_{n1} & C_{n3} & \dots & \dots & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Sendo  $R_{ij}$  a covariância entre dois pontos com históricos independentes, os coeficientes da matriz  $\mathbf{C}$  podem ser obtidos pelas formulas recursivas abaixo.

Para coeficientes da diagonal:

$$C_{ii} = \sqrt{\left\{ \left( \frac{R_{ii}}{\sigma_u^2} \right) - \sum_{k=1}^{i-1} C_{ik}^2 \right\}} \quad (4.5)$$

Para coeficientes fora da diagonal:

$$C_{ij} = \left( \frac{R_{ij}}{\sigma_u^2} - \sum_{k=1}^{j-1} C_{ik} \cdot C_{jk} \right) / C_{ii} \quad (4.6)$$

onde  $\sigma_u^2$  é a variância do espectro comum  $S_u(f)$  dado pela curva LQH, que pode ser obtida por integração numérica:

$$\sigma_u^2 = \int_0^{\infty} S_u(f) df \quad (4.7)$$

Finalmente, na ultima etapa do método são somadas as duas parcelas da velocidade flutuante, correlacionando-se a parcela  $u_j(t)$  com os coeficientes da matriz  $C$ . Para uma estrutura com  $n$  nós, a velocidade flutuante final em um ponto  $i$  pode ser expressa pela seguinte equação:

$$u_i(t)_{TOTAL} = \sum_{j=i}^n C_{ij} \cdot u_j(t) + \varepsilon_i(t) \quad (4.8)$$

Caso o espectro utilizado não varie com a altura  $z$ , como o espectro de Davenport ou de Harris, pode-se desprezar a parcela  $\varepsilon_i(t)$ :

$$u_i(t)_{TOTAL} = \sum_{j=i}^n C_{ij} \cdot u_j(t) \quad (4.9)$$

Da Figura 4.2 à Figura 4.4 são ilustrados os resultados do método para uma determinada situação com 11 pontos de geração.

24.12	16.65	14.22	12.61	11.41	10.45	9.66	8.99	8.41	7.91	7.46	7.06	6.71	6.38	6.08	5.81	5.56	5.33	5.12	4.92	4.73	4.56	4.40	4.31
16.65	24.12	18.57	16.34	14.79	13.59	12.62	11.80	11.10	10.48	9.94	9.45	9.00	8.60	8.23	7.90	7.58	7.29	7.03	6.77	6.54	6.32	6.11	5.99
14.22	18.57	24.12	18.86	16.67	15.13	13.94	12.97	12.15	11.44	10.81	10.26	9.76	9.32	8.91	8.53	8.19	7.87	7.58	7.30	7.05	6.80	6.58	6.45
12.61	16.34	18.86	24.12	19.04	16.88	15.36	14.17	13.19	12.37	11.66	11.03	10.47	9.97	9.52	9.11	8.73	8.38	8.06	7.76	7.48	7.22	6.98	6.84
11.41	14.79	16.67	19.04	24.12	19.17	17.04	15.52	14.34	13.37	12.54	11.82	11.20	10.64	10.13	9.68	9.26	8.88	8.53	8.20	7.90	7.62	7.36	7.21
10.45	13.59	15.13	16.88	19.17	24.12	19.27	17.16	15.66	14.48	13.51	12.68	11.96	11.33	10.77	10.26	9.81	9.39	9.00	8.65	8.32	8.02	7.74	7.57
9.66	12.62	13.94	15.36	17.04	19.27	24.12	19.35	17.26	15.77	14.99	13.62	12.80	12.08	11.45	10.88	10.38	9.92	9.50	9.11	8.76	8.43	8.12	7.95
8.99	11.80	12.97	14.17	15.52	17.16	19.35	24.12	19.42	17.35	15.87	14.69	13.73	12.90	12.18	11.55	10.98	10.48	10.01	9.59	9.20	8.85	8.52	8.33
8.41	11.10	12.15	13.19	14.34	15.66	17.26	19.42	24.12	19.48	17.43	15.95	14.78	13.82	12.99	12.27	11.64	11.07	10.56	10.10	9.68	9.29	8.93	8.73
7.91	10.48	11.44	12.37	13.37	14.48	15.77	17.35	19.48	24.12	19.53	17.50	16.03	14.86	13.90	13.07	12.35	11.72	11.15	10.64	10.18	9.75	9.36	9.14
7.46	9.94	10.81	11.66	12.54	13.51	14.59	15.87	17.43	19.53	24.12	19.58	17.56	16.09	14.93	13.97	13.15	12.43	11.79	11.23	10.72	10.25	9.82	9.59
7.06	9.45	10.26	11.03	11.82	12.68	13.62	14.69	15.95	17.50	19.58	24.12	19.62	17.61	16.16	15.00	14.04	13.21	12.50	11.86	11.29	10.78	10.32	10.06
6.71	9.00	9.76	10.47	11.20	11.96	12.80	13.73	14.78	16.03	17.56	19.62	24.12	19.66	17.66	16.21	15.06	14.10	13.28	12.56	11.93	11.36	10.84	10.56
6.38	8.60	9.32	9.97	10.64	11.33	12.08	12.90	13.82	14.86	16.09	17.61	19.66	24.12	19.70	17.71	16.26	15.11	14.16	13.28	12.56	11.93	11.36	10.84
6.08	8.23	8.91	9.52	10.13	10.77	11.45	12.18	12.99	13.90	14.93	16.16	17.66	19.70	24.12	19.73	17.75	16.31	15.17	14.21	13.39	12.67	12.04	11.69
5.81	7.90	8.53	9.11	9.68	10.26	10.88	11.55	12.27	13.07	13.97	15.00	16.21	17.71	19.73	24.12	19.76	17.79	16.36	15.21	14.26	13.44	12.73	12.34
5.56	7.58	8.19	8.73	9.26	9.81	10.38	10.98	11.64	12.35	13.15	14.04	15.06	16.26	17.75	19.76	24.12	19.79	17.83	16.40	15.26	14.31	13.49	13.05
5.33	7.29	7.87	8.38	8.88	9.39	9.92	10.48	11.07	11.72	12.43	13.21	14.10	15.11	16.31	17.79	19.79	24.12	19.81	17.86	16.44	15.30	14.35	13.85
5.12	7.03	7.58	8.06	8.53	9.00	9.50	10.01	10.56	11.15	11.79	12.50	13.28	14.16	15.17	16.36	17.83	19.81	24.12	19.84	17.90	16.48	15.34	14.75
4.92	6.77	7.30	7.76	8.20	8.65	9.11	9.59	10.10	10.64	11.23	11.86	12.56	13.34	14.21	15.21	16.40	17.86	19.84	24.12	19.86	17.93	16.51	15.81
4.73	6.54	7.05	7.48	7.90	8.32	8.76	9.20	9.68	10.18	10.72	11.29	11.93	12.62	13.39	14.26	15.26	16.44	17.90	19.86	24.12	19.88	17.96	17.07
4.56	6.32	6.80	7.22	7.62	8.02	8.43	8.85	9.29	9.75	10.25	10.78	11.36	11.98	12.67	13.44	14.31	15.30	16.48	17.93	19.88	24.12	19.90	18.67
4.40	6.11	6.58	6.98	7.36	7.74	8.12	8.52	8.93	9.36	9.82	10.32	10.84	11.42	12.04	12.73	13.49	14.35	15.34	16.51	17.96	19.90	24.12	20.98
4.31	5.99	6.45	6.84	7.21	7.57	7.95	8.33	8.73	9.14	9.59	10.06	10.56	11.10	11.69	12.34	13.05	13.85	14.75	15.81	17.07	18.67	20.98	24.12

Figura 4.2 – Exemplo de matriz  $\mathbf{R}$  formada por coeficientes de covariância para 11 pontos. (Espectro de Davenport,  $V_0 = 35\text{m/s}$ , cat = III).



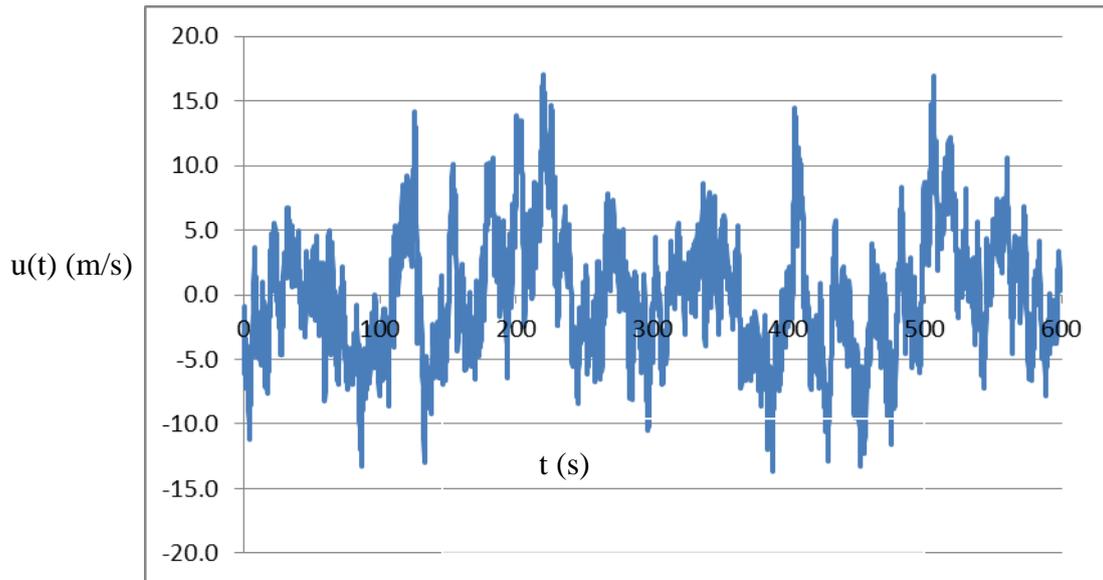


Figura 4.4 – Exemplo de histórico de velocidades flutuantes, em um ponto, gerado com o Método Estocástico. (Davenport,  $V_o = 35\text{m/s}$ , Cat. = III).

Note-se na Figura 4.2 que os valores da diagonal da matriz  $R$  são iguais à variância do espectro gerador dos históricos, pois a covariância entre um nó e si mesmo é igual a variância do espectro. À medida que os fatores  $R_{ij}$  vão sendo calculados entre nós mais distantes, ocorre um decaimento em relação à variância, em função do co-espectro dos nós  $S_{u_i, u_j}(f)$ , apresentado na seção 2.2.6.

Com as flutuações de velocidade geradas, apresentadas pelas equações (4.8) e (4.9), podem ser calculadas as forças flutuantes do vento turbulento a partir da equação (2.18).

## 4.2 Método do Vento Sintético

### 4.2.1 Etapas do Método do Vento Sintético

A presente seção aborda o método do vento sintético desenvolvido por FRANCO (1993). Posteriormente o método sofreu as modificações sugeridas por CARRIL (2000) e mais tarde por FRANCO *et al.* (2011). O método do vento sintético é um método de geração não determinístico do vento turbulento e apresenta diversas diferenças em relação ao Método Estocástico apresentado anteriormente, principalmente no algoritmo de geração, também baseado no algoritmo de SHINOZUKA e JAN (1972), e na metodologia de consideração da correlação espacial entre os diferentes pontos no espaço.

A seguir são apresentadas as etapas do método, tal como originalmente formulado:

- a) Determinação da velocidade de projeto;
- b) Determinação do espectro de potência a ser utilizado;
- c) Cálculo da frequência fundamental de vibração  $r$ , obtida na análise de vibrações livres do modelo, através de um programa computacional;
- d) Determinação das alturas com relação ao solo  $z_i$ , área de influência  $A_i$  e coeficiente de arrasto  $Ca_i$  para os nós da estrutura, que serão utilizadas para cálculos das forças em cada nó;
- e) Determinação de  $N$  harmônicos com  $N$  ângulos de fase aleatórios cada, variando de 0 a  $2\pi$  (ângulos de fase gerados com distribuição uniforme);
- f) Decomposição das pressões em médias e flutuantes;
- g) Determinação dos fatores de correlação espacial das velocidades a serem utilizados;
- h) Determinação das forças flutuantes no tempo em cada nó, considerando as devidas reduções pelos fatores de correlação espacial;
- i) Obtenção da força flutuante resultante no centro de rajada, somando-se as forças flutuantes de cada nó, e aplicação desta no centro de rajada, no modelo computacional;

j) Análise computacional da estrutura sujeita ao carregamento aerodinâmico da força flutuante no centro de rajada;

k) Determinação do pico de resposta para a análise dinâmica da estrutura com a carga dinâmica de vento no centro de rajada, gerada pelo vento sintético.

#### 4.2.2 Determinação da Velocidade de Projeto

A velocidade média de projeto, aqui definida como  $V_p$ , é a formulada pela equação (4.10). Como apresentado anteriormente, corresponde à velocidade média em um intervalo de tempo de 10 minutos tomada à uma altura de 10 metros:

$$V_p = 0,69 \cdot S1 \cdot S3 \cdot b \cdot V_0(z_{ref}) \quad (4.10)$$

Essa velocidade será utilizada para a obtenção da frequência adimensional  $X_1(f)$  nas relações utilizadas para a formulação espectro de potência, vistas no item a seguir.

#### 4.2.3 Espectros de Potência do Vento

O presente trabalho utilizará o espectro de potência de Davenport, tal como proposto originalmente pelo Método do Vento Sintético. A formulação do espectro de potência de Davenport é dada a seguir:

$$\frac{f \cdot S(f)}{u_*^2} = 4 \cdot \frac{X_1(f)^2}{(1 + X_1(f)^2)^{4/3}} \quad (4.11)$$

$$X_1(f) = \frac{1200 \cdot f}{V_p} \quad (4.12)$$

- $f$  é a frequência do harmônico;
- $V_p$  é a velocidade média do vento em 10 minutos a 10 metros de altura em relação ao solo (velocidade de projeto);
- $u_*$  é a velocidade de fricção ou velocidade de cisalhamento no escoamento do vento;
- $S(f)$  é o Espectro de Potência do vento;
- $X_1(f)$  é a frequência adimensional;

#### 4.2.4 *Decomposição do Espectro de Potência*

Nessa etapa, assim como no Método Estocástico, o espectro é dividido em um número finito de harmônicos que serão posteriormente somados entre si com fases aleatórias  $\varphi_k$ , variando aleatoriamente de 0 a  $2\pi$ , para a obtenção de um histórico aleatório no tempo. Esse somatório também é baseado no algoritmo proposto por SHINOZUKA e JAN (1972). Sua particularidade é que as amplitudes de cada harmônico são normalizadas pela soma total das amplitudes dos harmônicos.

O número mínimo de harmônicos para o vento sintético é  $N = 11$ . No presente trabalho foram considerados  $N = 600$  harmônicos. Tal consideração tem o objetivo de decompor o espectro de potência com uma precisão adequada, minimizando erros, tendo em vista que nos tempos atuais já existem os recursos computacionais necessários para isso.

Segundo FRANCO (1993), a função do histórico aleatório no tempo pode ser expressa por:

$$P'(t) = \sum_{k=1}^N C_k \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot f_r}{r_k} \cdot t + \varphi_k\right) \quad (4.13)$$

onde:

- $N$  – número de harmônicos;
- $f_r$ - frequência fundamental da estrutura;
- $\varphi_k$ - ângulo de fase gerado aleatoriamente;
- $r$  – Harmônico ressonante;
- $k$  – Harmônico em questão;
- $r_k = 2^{k-R}$  – relação entre o harmônico e o harmônico ressonante;
- $t$  - tempo de 0 a 600s;
- $C_k$  – fator de amplitude encontrado pela integração do espectro de potência nos intervalos de frequência dos harmônicos;

Os fatores de amplitude podem ser obtidos como se segue:

$$C_k = \sqrt{2} \cdot \sum_{k=1}^N \sqrt{(Su(f_k) \cdot \Delta f_k)} \quad (4.14)$$

Normalizando-se os coeficientes  $C_k$  chega-se aos coeficientes  $c_k$ :

$$c_k = \frac{C_k}{\sum_1^N C_k} \quad (4.15)$$

Segundo FRANCO (1993), quando é considerado um número baixo de harmônicos, tal como  $N=11$  (número de harmônicos considerado no método original), a contribuição do harmônico ressonante é superestimada por um fator da ordem de dois. FRANCO (1993) chegou a essa conclusão após estudos sobre estruturas de aço e de concreto na região de ressonância (OBATA, 2009). Devido a esse fato, torna-se necessário reduzir a amplitude do harmônico ressonante ( $c_r$ ) pela metade e, a fim de manter o somatório total de amplitudes igual a 1, somar o valor de  $\frac{c_r}{4}$  às amplitudes dos harmônicos vizinhos ( $c_{r+1}$  e  $c_{r-1}$ ). Portanto, os coeficientes corrigidos passam a ser:

$$c_r^* = \frac{c_r}{2} \quad (4.16)$$

$$c_{r+1}^* = c_{r+1} + \frac{c_r}{4} \quad (4.17)$$

$$c_{r-1}^* = c_{r-1} + \frac{c_r}{4} \quad (4.18)$$

onde  $c_r^*$ ,  $c_{r+1}^*$  e  $c_{r-1}^*$  são os coeficientes de amplitudes normalizados após a aplicação da correção, para seus respectivos harmônicos. A Figura 4.5 ilustra a correção discutida, para um exemplo de  $N=11$  harmônicos.

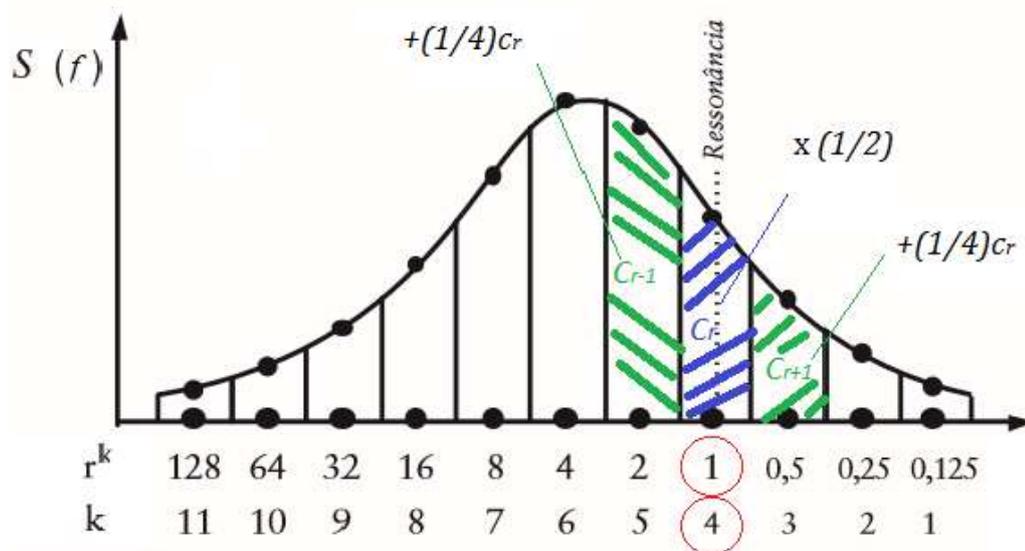


Figura 4.5 – Correção a ser aplicada para um exemplo com  $N = 11$  harmônicos.

A correção apresentada acima se torna desnecessária para valores elevados de  $N$  (FRANCO *et al.* (2011)) como é o caso do presente trabalho, em que serão usados  $N = 600$  harmônicos. Portanto, essa correção não foi aplicada.

Ao utilizar o método do vento sintético considerando um número de harmônicos  $N$  muito maior, FRANCO e MEDEIROS (2011) observaram que o método perde precisão enquanto deveria resultar em análises mais precisas. Segundo os referidos autores, isso deve-se ao fato, pela formulação original do método, da energia de flutuação das pressões não se conservar com o aumento de  $N$ . Para corrigir o problema, sugeriram que a normalização dos coeficientes de amplitude fosse obtida pela seguinte expressão:

$$c_k = \frac{C_k}{\sqrt{6,125 \cdot \sum_1^N C_k^2}} \quad (4.19)$$

Como o número  $N$  será igual a 600, a referida correção é aplicável ao presente trabalho.

Finalmente, considerando a normalização dos coeficientes  $C_k$ , conforme a equação (4.19), chega-se à equação normalizada para os harmônicos:

$$p'(t) = \sum_{k=1}^N c_k \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot f_r}{r_k} \cdot t + \varphi_k\right) \quad (4.20)$$

Note-se que a função  $p'(t)$  é normalizada e não apresenta unidade, diferentemente das funções no tempo, do Método Estocástico, que apresentam a unidade de velocidade de m/s.  $p'(t)$  é uma função aleatória, formada por  $N$  harmônicos, que teria amplitude total igual a 1, caso todos os harmônicos formadores fossem somados com a mesma fase, o que tem uma probabilidade ínfima de ocorrer.

#### 4.2.5 Correlação Espacial das Velocidades

A correlação espacial das velocidades flutuantes do vento entre dois pontos da estrutura submetida ao vento turbulento pode ser descrita em função da distância  $d$  entre os pontos e da frequência de rajada  $f$  (SIMIU & SCANLAN, 1996).

$$Coh(d, f) = e^{-\hat{f}} \quad (4.21)$$

onde:

$$\hat{f} = \frac{f \cdot \sqrt{(C_z^2 \cdot (z_1 - z_2)^2 + C_y^2 \cdot (y_1 - y_2)^2)}}{V_p} \quad (4.22)$$

sendo  $(y_1, y_2)$  e  $(z_1, z_2)$  coordenadas dos dois pontos da estrutura na direção perpendicular ao fluxo do vento e na direção vertical, respectivamente.  $C_y$  e  $C_z$  são coeficientes de decaimento exponencial determinados experimentalmente.

Segundo as orientações de FRANCO (1993), pode-se adotar, a favor da segurança, os valores de  $C_z = 7$  e de  $C_y = 12$ .

Para estruturas predominantemente verticais, pode-se utilizar somente a correlação vertical de velocidade. Sendo assim:

$$Coh(\Delta z, f) = \exp\left(-\frac{7 \cdot \Delta z \cdot f_k}{V_p}\right) \quad (4.23)$$

onde,

$$\Delta z = |z_1 - z_2| \quad (4.24)$$

Conforme a Figura 4.6, observa-se que o coeficiente de correlação varia de 1, quando  $\Delta z = 0$ , até 0, quando  $\Delta z \rightarrow \infty$ . Para representar tal efeito, FRANCO (1993) propôs o conceito de tamanho de rajada, ou seja, a dimensão de uma rajada perfeitamente correlacionada que induz o mesmo efeito na estrutura.

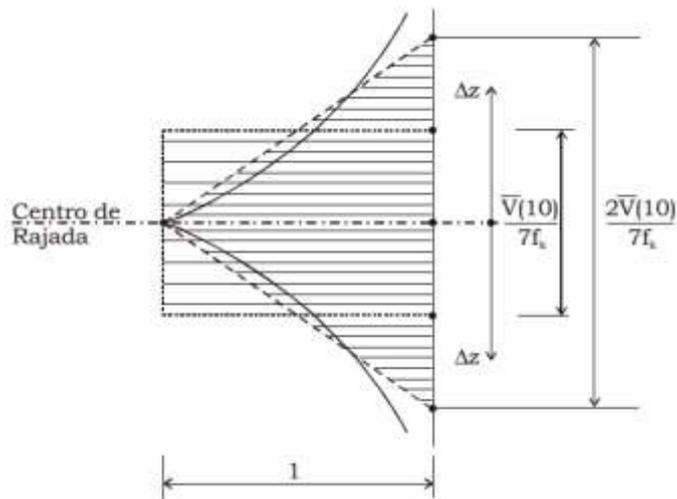


Figura 4.6 – Rajadas equivalentes, FRANCO (1993)

Uma aproximação da equivalência de efeitos é obtida igualando-se as resultantes das pressões  $p'$ , em que o coeficiente de correlação é:

$$Coh(p')(\Delta z, f) = \left[ \exp\left(-\frac{7 \cdot \Delta z \cdot f_k}{V_p}\right) \right]^2 = \exp\left(-\frac{14 \cdot \Delta z \cdot f_k}{V_p}\right) \quad (4.25)$$

Assim, pode-se determinar a altura da rajada equivalente:

$$\Delta z_k = 2 \int_0^\infty \exp\left(-\frac{14 \cdot \Delta z \cdot f_k}{V_p}\right) d(\Delta z) = \frac{V_p}{7 f_k} \quad (4.26)$$

Para cada harmônico com respectiva frequência, adota-se uma correlação espacial com dois triângulos variando de 1 a 0 e com uma altura total dada por:

$$2\Delta z_k = \frac{2V_p}{7f_k} \quad (4.27)$$

O Centro de Rajada deve ser adotado de forma arbitrária. Deve-se escolher o ponto da estrutura que irá resultar nos maiores efeitos na resposta final. Caso não se tenha certeza do melhor ponto a ser adotado, devem ser feitas diversas tentativas.

Sendo determinada a ordenada do Centro de Rajada no eixo  $z$  ( $G_c$ ), pode-se determinar os coeficientes de redução das pressões flutuantes correspondente à cada um dos harmônicos  $k$ , para um determinado ponto  $i$  com altura  $z_i$ :

$$Cr_k(z_i) = \left(\frac{1}{\Delta z_k}\right) \cdot (G_c - z_i) + 1 \text{ se } G_c \leq z_i \leq G_c + \Delta z_k \quad (4.28)$$

ou,

$$Cr_k(z_i) = \left(-\frac{1}{\Delta z_k}\right) \cdot (G_c - z_i) + 1 \text{ se } G_c - \Delta z_k \leq z_i \leq G_c \quad (4.29)$$

Cabe ressaltar que o presente método só considera a correlação espacial ao longo da altura, não sendo considerada a correlação para pontos com diferentes valores de  $y$ .

#### 4.2.6 Pressões Flutuantes e Pressões Médias

Para definir a relação entre as pressões flutuantes e as pressões médias, o método de FRANCO (1993) baseia-se na relação entre a velocidade média ( $t = 600$  segundos) e a velocidade de rajada ( $t = 3$  segundos) válida para a categoria II da ABNT NBR 6123:1988 à altitude de 10 metros. Segundo o Método do Vento Sintético de FRANCO (1993), a pressão de rajada ( $t=3$  segundos) é a soma entre a pressão média de ( $t = 600$  segundos) e o pico de pressão flutuante. A relação entre a pressão de rajada em 3s e a pressão média em 600s para categoria II à 10 metros de altura é dada por:

$$\frac{q_{600}}{q_3} = \left(\frac{V_{600}}{V_3}\right)^2 = 0,69^2 = 0,48 \quad (4.30)$$

Tendo em vista a relação apresentada, pode-se dizer que, para a categoria II à 10 metros de altura, 48% da pressão de rajada ( $t = 3s$ ) corresponde à pressão média, logo 52% correspondem ao pico da pressão flutuante. No entanto, essa relação não é constante para todas as categorias de rugosidade e para valores de altitude diferentes de 10m.

Como adição ao método, CARRIL (2000) propôs uma modificação complementar à essa relação, considerando as expressões contidas na ABNT NBR 6123:1988 para a velocidade média ( $t = 600s$ ) e a velocidade de rajada ( $t = 3s$ ), para cada categoria e altitude tornando variáveis as relações entre as pressões médias e as pressões máximas flutuantes, em função da rugosidade do terreno e da altura em questão.

Portanto, em CARRIL (2000) a relação entre a velocidade média e a velocidade de rajada é dada por:

$$V_{600}(z) = 0,69bV_0 \left(\frac{z}{10}\right)^p \quad (4.31)$$

$$V_3(z) = 1,00bV_0 \left(\frac{z}{10}\right)^p \quad (4.32)$$

$V_0$  é a velocidade básica do vento medida sobre terreno de categoria II, a uma altitude de 10 metros, sobre 3 segundos. Os parâmetros  $b$  e  $p$  são definidos conforme as características do terreno.

Finalmente, temos para cada nó  $z_i$ , os respectivos picos de pressões flutuantes:

$$q_f(z_i) = \frac{1}{2}\rho \left( V_3^2(z_i) - V_{600}^2(z_i) \right) \quad (4.33)$$

Os picos de força flutuantes podem ser obtidos com a seguinte expressão:

$$F_f(z_i) = A_i \cdot Ca_i \cdot q_f(z_i) \quad (4.34)$$

$A_i$  é a área de exposição ao vento no nó  $i$  e  $Ca_i$  o coeficiente de arrasto aerodinâmico no nó  $i$ .

#### 4.2.7 Força Flutuante Resultante no Centro de Rajada

Para uma estrutura com  $n$  nós e considerando-se  $N$  harmônicos, a força flutuante no tempo correspondente à contribuição de um nó  $i$  da estrutura, pode ser obtida utilizando-se as equações (4.20), (4.28), (4.29) e (4.34).

$$\hat{F}_i(t) = \sum_{k=1}^N F_f(z_i) \cdot Cr_k(z_i) \cdot c_k \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot f_r}{r_k} \cdot t + \varphi_k\right) \quad (4.35)$$

sendo  $Cr_k(z_i)$  o coeficiente de redução do harmônico  $k$  para o respectivo nó  $i$  e  $c_k$  a amplitude normalizada do harmônico  $k$ .

A força flutuante resultante  $\hat{F}_{cr}(t)$ , a ser aplicada no Centro de Rajada da estrutura, é obtida somando-se a contribuição dos  $n$  nós:

$$\hat{F}_{cr}(t) = \sum_{i=1}^n \hat{F}_i(t) \quad (4.36)$$

## 5 ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS SUBMETIDAS AO VENTO TURBULENTO

A análise dinâmica de uma estrutura tem como objetivo obter o comportamento dinâmico estrutural da mesma quando submetida à um carregamento dinâmico como o vento turbulento, no caso particular do presente trabalho. Esse comportamento pode ser expresso a partir de respostas dinâmicas tais como acelerações, velocidades e deslocamentos bem como esforços internos ocasionados pelo carregamento dinâmico.

As ações dinâmicas podem ser bem definidas ao longo do tempo (determinísticas) ou podem ser aleatórias ao longo do tempo (aleatórias). O vento turbulento é um exemplo de ação dinâmica aleatória, pois não é possível se prever o valor exato da velocidade do vento em um dado instante do tempo. Com isso, o fenômeno deve ser tratado com parâmetros probabilísticos para descrever suas ações e os efeitos ocasionados nas estruturas.

Esse capítulo tem por objetivo apresentar de maneira sucinta a formulação das equações diferenciais de movimento e alguns métodos para sua solução. Os métodos para a solução do problema dinâmico, aqui a serem apresentados, podem ser classificados em duas formas, análise dinâmica no domínio do tempo e análise dinâmica com solução modal no domínio da frequência.

Foram adotadas as seguintes hipóteses para a formulação das equações deste capítulo:

- i. a estrutura tem comportamento linear elástico;
- ii. o amortecimento estrutural é viscoso;
- iii. as forças devidas ao vento são calculadas com base no campo de velocidades de vento, não sendo perturbadas pelo movimento da estrutura.

## 5.1 Formulação do Problema Dinâmico

Uma estrutura com  $N$  graus de liberdade tem seu comportamento dinâmico descrito por um sistema de equações do movimento. O sistema é formado por equações diferenciais de segunda ordem em função do tempo e podem ser descritas em sua forma matricial como se segue:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (5.1)$$

$\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{K}$  são respectivamente a matriz de massa, de amortecimento e de rigidez do sistema estrutural;  $\ddot{\mathbf{X}}(t)$ ,  $\dot{\mathbf{X}}(t)$  e  $\mathbf{X}(t)$  são respectivamente os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos nodais em função do tempo;  $\mathbf{F}(t)$  é o vetor de forças nodais externas em função do tempo.

Existem, na literatura clássica, vários métodos para se resolver a equação diferencial apresentada em (5.1). Um método comumente usado é o da superposição modal, por conduzir a um sistema de equações desacopladas, desde que o amortecimento seja proporcional.

O método da superposição modal consiste em se fazer uma transformação de coordenadas físicas, reescrevendo os deslocamentos em termos dos modos naturais de vibração. Ou seja,

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{A}(t) \quad (5.2)$$

$\mathbf{\Phi}$  e  $\mathbf{A}(t)$  são respectivamente as matrizes de autovetores e os vetores de amplitudes de resposta associada às coordenadas modais, correspondentes aos modos de vibração da estrutura.

Utilizando-se essa transformação de coordenadas e multiplicando-se ambos os lados da equação por  $\mathbf{\Phi}^T$ , o sistema de equações diferenciais do problema pode ser reescrito como:

$$\mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi} \ddot{\mathbf{A}}(t) + \mathbf{\Phi}^T \mathbf{C} \mathbf{\Phi} \dot{\mathbf{A}}(t) + \mathbf{\Phi}^T \mathbf{K} \mathbf{\Phi} \mathbf{A}(t) = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{F}(t) \quad (5.3)$$

Em razão das propriedades de ortogonalidade que os autovetores apresentam em relação à matriz de massa, o problema passa a ser formado por um sistema de equações diferenciais desacopladas para cada modo de vibração  $j$ :

$$\bar{m}_j \ddot{a}_j(t) + \bar{c}_j \dot{a}_j(t) + \bar{k}_j a_j(t) = \bar{p}_j(t) \quad (5.4)$$

onde:

$a_j(t)$  é a amplitude de resposta associada ao modo  $j$  com frequência angular  $\omega_j$ ;

$\bar{m}_j = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi}$ , é a massa modal associada ao modo  $j$ ;

$\bar{k}_j = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{K} \mathbf{\Phi} \mathbf{A}$ , é a rigidez modal;

$\bar{p}_j = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{F}(t)$ , é a força modal.

$\bar{c}_j = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{C} \mathbf{\Phi}$ , é o amortecimento modal proporcional.

O amortecimento modal  $\bar{c}_j$  pode ser definido como:

$$\bar{c}_j = 2\xi_{est,j} \bar{m}_j \omega_j \quad (5.5)$$

$\xi_{est,j}$  é a taxa de amortecimento estrutural da estrutura em questão.

Do problema de autovalores, têm-se:

$$\mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_j = \omega_j^2 \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_j \quad (5.6)$$

Multiplicando ambos os lados da equação (5.6) por  $\Phi^T$ , obtém-se a relação entre a rigidez modal e a massa modal,  $\bar{k}_j = \omega_j^2 \bar{m}_j$ .

Dessa forma o sistema de equações do problema fica desacoplado e cada uma das equações do sistema, correspondentes a modos de vibração distintos, são parte da resposta total do problema. As equações correspondentes aos principais modos de vibração para um dado problema dinâmico apresentam as maiores contribuições para a resposta. É necessário, apenas, a resolução dessas equações diferenciais para se obter uma excelente aproximação da resposta final.

As equações diferenciais do problema podem ser resolvidas no domínio do tempo, através da integração numérica das equações ou no domínio da frequência, representando as excitações através de integrais de Fourier. A subseção 5.2 apresenta métodos que podem ser utilizados para a resolução das equações diferenciais de movimento.

## 5.2 Métodos para a Solução do Sistema de Equações Diferenciais de Movimento

Essa seção trata dos métodos de resolução do sistema de equações diferenciais de equilíbrio do problema dinâmico apresentado no item anterior, para a obtenção da resposta dinâmica da estrutura. No presente trabalho optou-se por obter as respostas considerando, em separado, apenas a parcela dinâmica das forças do vento turbulento  $\hat{F}(t)$ , para a melhor comparação entre os métodos de análise aerodinâmica que são aqui objetos de estudo.

Por se tratarem de respostas provenientes de solicitações aleatórias, essas devem receber o devido tratamento estatístico, que será assunto de seções posteriores. A Figura 5.1 apresenta um gráfico representativo da resposta em termos de deslocamentos de uma estrutura submetida a um carregamento dinâmico aleatório ao longo do tempo.

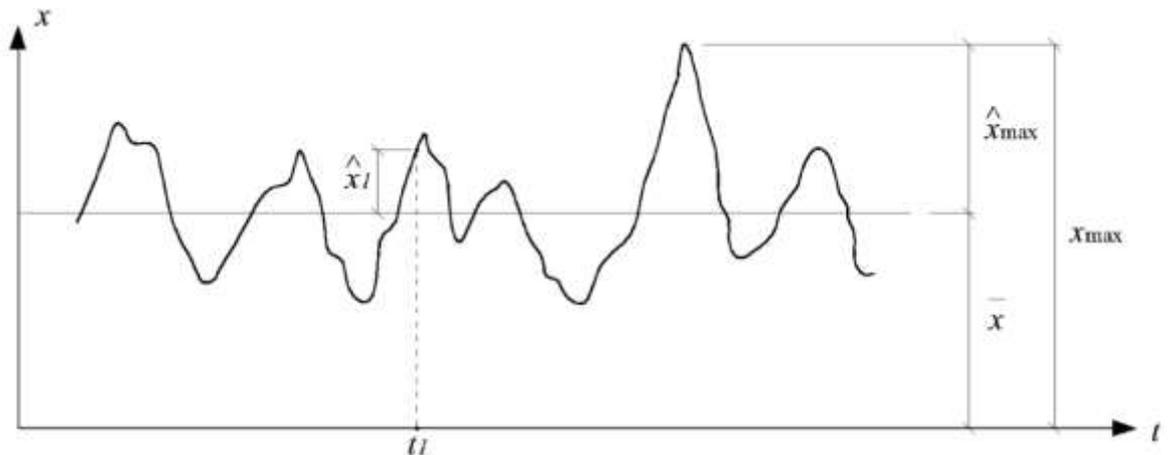


Figura 5.1 – Resposta de deslocamentos de uma determinada estrutura submetida a um carregamento dinâmico aleatório no tempo (CARDOSO JÚNIOR, 2011)

Na Figura 5.1  $\hat{x}_i$  é a resposta flutuante de deslocamentos da estrutura em um determinado instante de tempo  $t_i$ ,  $\hat{x}_{max}$  é o máximo valor da resposta flutuante,  $\bar{x}$  é a resposta média de deslocamentos e  $x_{max}$  é a máxima resposta total em deslocamentos. Como no presente trabalho serão feitas as análises apenas para a parcela flutuante da força de vento ao longo do tempo, os resultados serão apresentados em termos de  $\hat{x}_{max}$ .

As subseções 5.2.1 e 5.2.2 apresentam os métodos de solução modal no domínio do tempo e de solução modal no domínio da frequência, respectivamente. A subseção 5.2.1.1 apresenta a metodologia de tratamento estatístico utilizada para a correta análise probabilística

dos resultados de respostas dinâmicas obtidas com a Solução Modal no Domínio do Tempo, apresentada em 5.2.1.

### 5.2.1 Solução Modal no Domínio do Tempo

A solução modal no domínio do tempo consiste em se integrar as equações de equilíbrio desacopladas a partir de métodos de solução de equações diferenciais por integração, como o *Runge Kutta de quarta ordem*, por exemplo. Pode-se utilizar programas computacionais que apresentam a análise dinâmica no domínio do tempo implementada, considerando como entrada os históricos de vento no tempo, que foram assunto do capítulo 4. Em particular, nesse trabalho, foi utilizado o programa SAP2000 v 18 para se fazer esses tipos de análise.

Considerando a normalização pela massa modal, equações (5.5) e (5.6), pode-se reescrever a equação (5.4) da seguinte forma:

$$\ddot{a}_j(t) + 2\xi_{est,j}\omega_j\dot{a}_j(t) + \omega_j^2 a_j(t) = \frac{\bar{p}_j(t)}{\bar{m}_j} \quad (5.7)$$

Considerando uma estrutura com  $n$  nós, como a ilustrada Figura 5.2, e baseando-se na equação (2.21), pode-se calcular a força de vento  $\hat{F}_k$  em cada nó  $k$  da estrutura.  $\hat{F}_k$  é a parcela dinâmica da força total de vento que é função da velocidade flutuante do vento  $u_k$  e da velocidade relativa da estrutura  $\dot{x}_k$ , em cada nó  $k$  da estrutura. Determinadas, também, a parcela da velocidade média  $\bar{U}_k$  e a área  $A_k$  de exposição ao vento no determinado nó  $k$ , constrói-se o vetor de forças flutuantes  $\hat{F}$ , que pode ser multiplicado pelo autovetor  $\phi_j^T$  de um determinado modo  $j$ . Com isso chega-se à seguinte expressão para a força modal no tempo:

$$\bar{p}_j(t) = \frac{\rho}{2} \sum_{k=1}^n C a_k A_k \phi_{j,k} [2\bar{U}_k u_k(t) - 2\bar{U}_k \dot{x}_k(t)] \quad (5.8)$$

onde  $\phi_{j,k}$  corresponde ao valor da componente do autovetor do modo  $j$  no respectivo nó  $k$ . Tendo em vista que a derivada da amplitude de resposta é a velocidade, tem-se que

$\dot{x}_k(t) = \phi_{j,k} \dot{a}_{j,k}(t)$ . Utilizando essa relação, pode-se reescrever a equação (5.4) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_j(t) + 2\omega_j \left[ \xi_{est,j} + \frac{\rho \sum_{k=1}^n \phi_{j,k}^2 C a_k A_k \bar{U}_k}{\bar{m}_j \omega_j} \right] \dot{a}_j(t) + \omega_j^2 a_j(t) &= \\ &= \frac{\rho}{\bar{m}_j} \sum_{k=1}^n \phi_{j,k} C a_k A_k \bar{U}_k u_k(t) \end{aligned} \quad (5.9)$$

ou,

$$\ddot{a}_j(t) + 2\omega_j (\xi_{est,j} + \xi_{aer,j}) \dot{a}_j(t) + \omega_j^2 a_j(t) = \frac{\bar{p}_j(t)}{\bar{m}_j} \quad (5.10)$$

$\xi_{est,j}$  é a taxa de amortecimento estrutural e  $\xi_{aer,j}$  a taxa de amortecimento aerodinâmico, ambas correspondentes ao modo de vibração  $j$ . Sendo:

$$\xi_{aer,j} = \frac{\rho \sum_{k=1}^n \phi_{j,k}^2 C a_k A_k \bar{U}_k}{\bar{m}_j \omega_j} \quad (5.11)$$

Com a solução da equação diferencial mostrada em (5.7), para um determinado modo  $j$ , tem-se o valor da amplitude  $a_j(t)$  para este modo. A partir da relação apresentada na equação (5.12), pode-se obter a resposta em termos de deslocamentos a partir da amplitude de resposta, para o respectivo modo  $j$ :

$$x_{k,j}(t) = \sum_j \phi_{j,k} a_j(t) \quad (5.12)$$

Em que  $\phi_{j,k}$  é a componente do autovetor do modo  $j$  no nó  $k$  da estrutura.

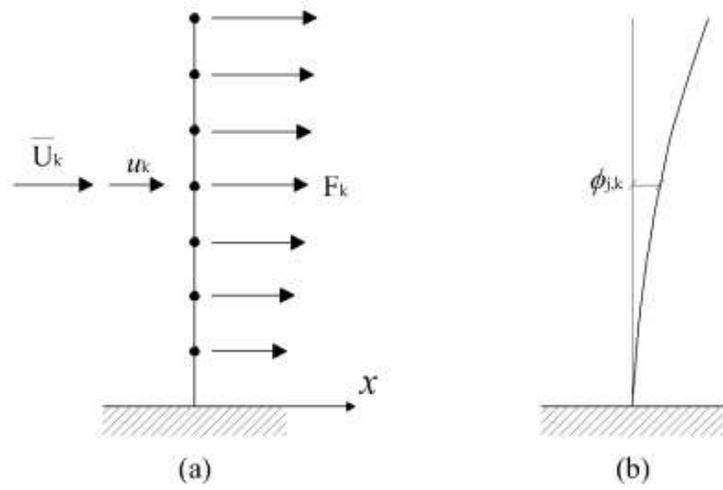


Figura 5.2 – (a) estrutura discretizada em  $n$  nós; (b) forma modal. (CARDOSO JÚNIOR, 2011)

### 5.2.1.1 Metodologia de Tratamento Estatístico das Respostas Dinâmicas Obtidas no Domínio do Tempo

Como apontado anteriormente, as gerações das velocidades flutuantes do vento turbulento no domínio do tempo tem caráter aleatório, portanto os valores das máximas respostas dinâmicas a serem obtidas em termos de deslocamentos, acelerações, esforços e tensões, também são aleatórios.

Tendo em vista esse fato, nos exemplos a serem apresentados no presente trabalho utilizou-se a seguinte metodologia: para cada exemplo foram realizadas 20 gerações de velocidades flutuantes e foram obtidas 20 respostas de deslocamentos no tempo, e para cada uma dessas respostas foi determinada a estimativa de deslocamento máximo, a partir do produto entre o desvio padrão das amostras e o fator de pico (ver equações (5.30) e (5.31) na seção 5.5.2). Para esse conjunto de 20 deslocamentos máximos, para cada exemplo, determinou-se a média dos valores como sendo o valor representativo do deslocamento para o método em questão.

Para fins comparativos, foi determinada a função cumulativa de probabilidades de Gumbel para os 20 resultados de máximo deslocamento no topo, em cada exemplo, onde se comparou o valor da probabilidade de ocorrência acumulada correspondente à média desses 20 valores.

A função cumulativa de densidade de probabilidade de Gumbel é expressa pela equação (5.13) a seguir:

$$F(x, \mu, \beta) = e^{-e^{-(x-\mu)/\beta}} \quad (5.13)$$

onde  $x$  é o valor da grandeza analisada, no caso deslocamentos, ao qual se deseja obter a probabilidade de ocorrência acumulada, e  $\mu$  e  $\beta$  são parâmetros da distribuição de Gumbel que podem ser obtidos pelas seguintes expressões:

$$\sigma_x = \frac{\beta\pi}{\sqrt{6}} \quad (5.14)$$

$$E(X) = \mu + \gamma \cdot \beta \quad (5.15)$$

$\sigma_x$  e  $E(X)$  são o desvio padrão e a média do conjunto total de valores de deslocamentos obtidos em diferentes gerações do vento turbulento, respectivamente, para um dado exemplo, e  $\gamma = 0,5772$  é a constante de Euler-Mascheroni. O mesmo conceito, aqui aplicado para deslocamentos, pode ser utilizado em outras respostas da análise aerodinâmica tal como esforços, tensões e acelerações. A Figura 5.3 exemplifica a distribuição cumulativa de Gumbel para diferentes valores de  $\mu$  e  $\beta$ .

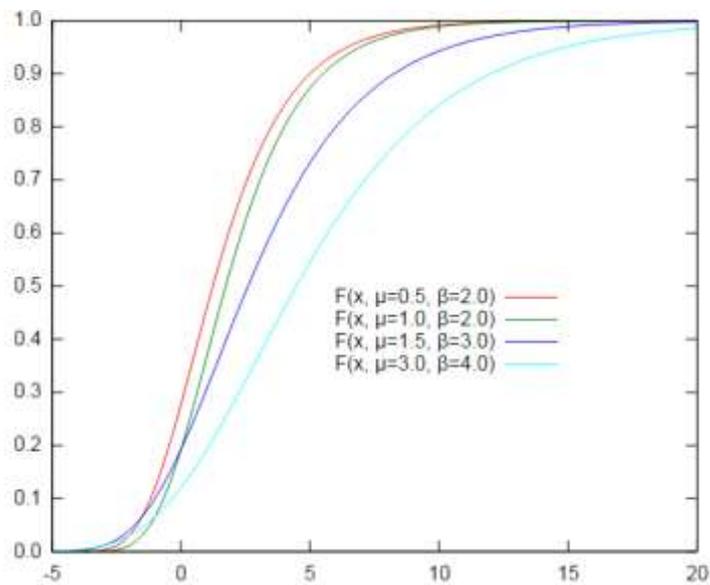


Figura 5.3 – Curva de densidade de probabilidade cumulativa de Gumbel para diferentes valores de  $\mu$  e  $\beta$ .

Em resumo, sendo determinadas a média e o desvio padrão de um conjunto de valores de resposta determina-se a distribuição cumulativa de Gumbel correspondente. Para facilitar o tratamento dos dados no presente trabalho, optou-se por utilizar o programa CUMFREQ (2017), que determina automaticamente o melhor ajuste da curva cumulativa de

probabilidades de Gumbel para um determinado conjunto de valores. Para tal, o programa utiliza o método da regressão. A Figura 5.4 apresenta um gráfico característico gerado pelo programa CUMFREQ (2017) para um dado conjunto de valores, onde o eixo horizontal corresponde à grandeza dos valores analisados e o eixo vertical corresponde ao valor de probabilidade acumulada correspondente.

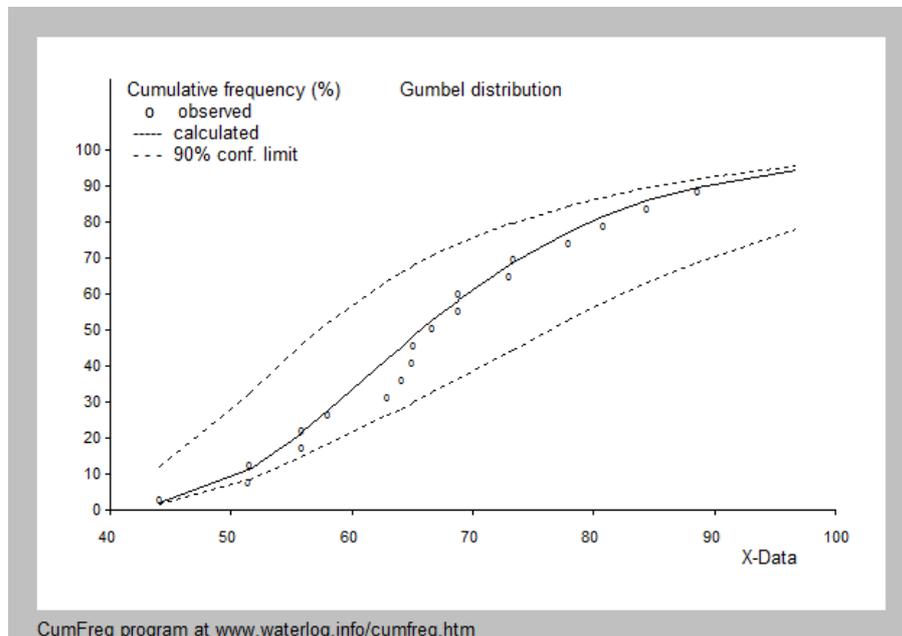


Figura 5.4 – Curva de densidade de probabilidade cumulativa de Gumbel ajustada pelo programa CUMFREQ, para um determinado conjunto de valores de resposta.

### 5.2.2 Solução Modal no Domínio da Frequência

Como mencionado anteriormente, o método da superposição modal transforma o sistema de equações de movimento em um sistema de equações desacopladas para cada modo de vibração  $j$ , apresentado na equação (5.4). Aplicando-se a Transformada de Fourier no sistema de equações (5.4), em ambos os lados das equações:

$$\text{Fourier}[\bar{m}_j \ddot{a}_j(t) + \alpha_j \bar{m}_j \dot{a}_j(t) + \bar{k}_j a_j(t)] = \text{Fourier}[\bar{p}_j(t)] \quad (5.16)$$

obtem-se, assim, o sistema de equações no domínio da frequência:

$$-\bar{m}_j \omega^2 a_j(\omega) + i \cdot \omega [\alpha_j \bar{m}_j] a_j(\omega) + \bar{k}_j a_j(\omega) = \bar{p}_j(\omega) \quad (5.17)$$

A equação diferencial (5.17) é uma função complexa, no domínio da frequência. Segundo DAVENPORT (1961) a solução para essa equação pode ser escrita em termos das funções de densidade espectral como:

$$S_{a,j}(f) = \frac{1}{\bar{m}_j^2 (2\pi \cdot f_r)^4} \cdot |H(f)|^2 \cdot S_{p,j}(f) \quad (5.18)$$

onde,

$S_{a,j}(f)$  é a densidade espectral das amplitudes de resposta  $a_j$  para o modo  $j$ ;

$f_r$  é a frequência natural do modo  $j$ ;

$|H(f)|^2$  é a admitância mecânica descrita na equação (5.19);

$S_{p,j}(f)$ , é a densidade espectral da força modal.

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{f}{f_r}\right)^2\right]^2 + 4\xi_r^2 \left(\frac{f}{f_r}\right)^2} \quad (5.19)$$

$\xi_r = \xi_{est} + \xi_{aer}$  é a razão de amortecimento crítico, dada no item 5.2.1.

Considerando uma estrutura com apenas um nó  $k$ , admite-se uma força  $\hat{F}_k$  aplicada no nó, cuja função de densidade espectral dessa é dada por  $S_{\hat{F},j}(f)$ , pode-se escrever  $S_{p,j}(f)$ , como:

$$S_{p,j}(f) = \phi_{j,k}^2 S_{\hat{F},j}(f) \quad (5.20)$$

onde  $\phi_{j,k}$  é a componente do autovetor do modo  $j$  na direção da força de vento no nó  $k$ .

Sendo  $\hat{F}_k$  a parcela flutuante da força de vento descrita na equação (2.18), pode-se analogamente escrever a densidade espectral da força como:

$$S_{\hat{F},j}(f) = (\rho \bar{U}_k C_a A_e)^2 S_u(f) \quad (5.21)$$

Admitindo-se agora a aplicação de forças em vários nós, de uma estrutura discretizada em  $n$  nós, tem-se que:

$$S_{p,j}(f) = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \phi_{j,k} \phi_{j,l} S_{\hat{F}k,\hat{F}l}(f) \quad (5.22)$$

$S_{\hat{F}k,\hat{F}l}(f)$  é o espectro cruzado das forças aplicadas nos nós  $k$  e  $l$ :

$$S_{\hat{F}k,\hat{F}l}(f) = \frac{\rho^2}{4} (2\bar{U}_k)(2\bar{U}_l) C_{a_k} C_{a_l} A_{e_k} A_{e_l} S_{u_k,u_l}(f) \quad (5.23)$$

$S_{u_k,u_l}(f)$  é o co-espectro de potência que considera a correlação espacial da velocidade flutuante  $u$  entre os nós  $k$  e  $l$  da estrutura, conforme apresentado na seção 2.2.6.

$$S_{uk,ul}(f) = \sqrt{S_{uk}(f)} \sqrt{S_{ul}(f)} \text{Coh}(\Delta r, f) \quad (5.24)$$

$S_{uk}(f)$  e  $S_{ul}(f)$  são , respectivamente, os espectros de turbulência nos nós  $k$  e  $l$ ;  
 $\text{Coh}(\Delta r, f)$  é o co-espectro normalizado, dado pela equação (2.11).

Substituindo as equações (5.23) e (5.24) na equação (5.22) chega-se ao espectro da força modal:

$$S_{p,j}(f) = \frac{\rho^2}{4} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \phi_{j,k} \phi_{j,l} (2\bar{U}_k)(2\bar{U}_l) C_{a_k} C_{a_l} A_{e_k} A_{e_l} \sqrt{S_{uk}(f)} \sqrt{S_{ul}(f)} \text{Coh}(\Delta r, f) \quad (5.25)$$

Dessa forma, a equação da densidade espectral da amplitude  $a_j$ , em (5.18), fica totalmente definida. Com isso pode-se obter a variância desse espectro para o modo  $j$ , integrando-se o espectro ao infinito em relação à frequência:

$$\sigma_{a,j}^2 = \int_0^{\infty} S_{a,j}(f) df \quad (5.26)$$

A variância de um deslocamento  $x$  qualquer, considerando-se apenas um modo de vibração é obtida com:

$$\sigma_{x,j}^2 = \phi_j^2 \sigma_{a,j}^2 \quad (5.27)$$

Para  $m$  modos de vibração chega-se a:

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \phi_i \phi_j \sigma_{a,i} \sigma_{a,j} \quad (5.28)$$

Os termos cruzados da equação (5.28) podem ser desprezados nos casos de estruturas de baixo amortecimento e com modos de vibração com valores de frequência afastados (CLOUGH e PENZIEN, 1995), resultando em:

$$\sigma_x^2 = \sum_{j=1}^m \phi_j^2 \sigma_{a,j}^2 \quad (5.29)$$

Os valores de deslocamento máximos da parcela flutuante de vento podem ser obtidos pela estimativa de pico:

$$\hat{x}_{max} = g \cdot \sigma_x \quad (5.30)$$

Na expressão acima  $g$  é o fator de pico cuja expressão foi deduzida por DAVENPORT (1961), para respostas com distribuição de probabilidade gaussiana, como no caso de estruturas submetidas à ação de vento turbulento:

$$g = \sqrt{2 \ln(\nu T)} + \frac{0,577}{\sqrt{2 \ln(\nu T)}} \quad (5.31)$$

$\nu$  é a frequência efetiva da resposta e  $T$  o intervalo de tempo da estimativa. Sendo assim o produto  $\nu T$  é o número de ciclos da resposta. Para uma análise no domínio da frequência, geralmente  $\nu$  é tomado igual a frequência do modo de vibração considerado.

Finalmente, caso se deseje obter esforços na estrutura, pode-se utilizar a equação (5.32) para se calcular forças nodais equivalentes para cada modo de vibração:

$$\hat{F}_{j,k} = g \sigma_{a,j} \omega_j^2 m_k \phi_{j,k} \quad (5.32)$$

A expressão acima consiste na distribuição de forças equivalentes ao longo da estrutura de acordo com a distribuição de massas e as formas modais dos respectivos modos de

vibração da estrutura, resultando nos mesmos deslocamentos na estrutura obtidos em uma análise no domínio da frequência. Note-se que para se obter o desvio padrão da amplitude de resposta  $\sigma_{a,j}$  é necessário toda a análise da estrutura no domínio da frequência.

### 5.2.3 Modelo Discreto do Item 9 da ABNT NBR 6123:1988

A ABNT NBR 6123:1988 apresenta, em seu Item 9, o método do Modelo Discreto que tem por objetivo obter forças estáticas equivalentes à parcela dinâmica do vento turbulento. A formulação do método é proveniente da formulação da Solução Modal no Domínio da Frequência apresentada na seção 5.2.2 do presente trabalho. O método consiste, basicamente, em se obter forças estáticas que resultem nos mesmos deslocamentos na estrutura quando submetida à uma análise no domínio da frequência para o vento turbulento.

As forças estáticas equivalentes à parcela dinâmica do vento turbulento, segundo o método do Modelo Discreto, podem ser definidas como:

$$\hat{F}_{j,k} = F_H \psi_k \phi_{j,k} \quad (5.33)$$

sendo  $\psi_k = m_k/m_o$ , onde  $m_k$  é a massa para um determinado nó  $k$  da estrutura e  $m_o$  é uma massa de referência qualquer.  $F_H$  pode ser definido como:

$$F_H = \frac{\rho \bar{U}^2(z_{ref})}{2} b^2 A_o \frac{\sum_{k=1}^n \beta_k \phi_{j,k}}{\sum_{k=1}^n \psi_k \phi_{j,k}^2} \cdot \xi \quad (5.34)$$

$$\beta_k = C_{a_k} \frac{A_{e_k}}{A_o} \left( \frac{z_k}{z_{ref}} \right)^p \quad (5.35)$$

$A_o$  é uma área de referência qualquer e  $z_{ref} = 10 \text{ m}$ . Os parâmetros  $b$  e  $p$  podem ser obtidos na Tabela 2.1. O fator  $\xi$  pode ser definido como:

$$\xi = g \omega_j \gamma \quad (5.36)$$

onde: 
$$\gamma^2 = 4 \int_0^\infty \frac{|H(f)|^2 S_{uk}(f) Coh_u^{med}(\Delta r, f)}{\bar{U}_{ref}^2} df;$$

$g$  é o fator de pico definido na equação (5.31) e  $\omega_j$  é a frequência angular do respectivo modo de vibração.

O fator  $\xi$  é denominado fator de amplificação dinâmica. Esse fator foi determinado por GALINDEZ (1979) para as cinco categorias presentes na ABNT NBR 6123:1988 e para diversas estruturas com distintas características aerodinâmicas, tais como, frequências dos modos de vibração, relação entre altura e largura, altura total e amortecimento. Foi considerado o espectro de potência de Harris para essas determinações. Com a contribuição de GALINDEZ (1979), foram gerados ábacos para a obtenção direta dos fatores de amplificação dinâmica  $\xi$  que constam na ABNT NBR6123:1988, em seu Item 9, no Método do Modelo Discreto. Esses ábacos são aqui apresentados da Figura 5.5 à Figura 5.9, para as cinco categorias da ABNT NBR 6123:1988.

Ao confeccionar os ábacos em seu trabalho, GALINDEZ (1979) considerou o fator de admitância aerodinâmica  $\chi^2(f)$ , que também considera a correlação espacial das velocidades, em conjunto com o co-espectro normalizado  $Coh_u(\Delta r, f)$ . Portanto a correlação espacial foi duplamente considerada na obtenção do fator  $\gamma^2$  (ALGABA, 2016), conforme a equação abaixo:

$$\gamma^2 = 4 \int_0^\infty \frac{|H(f)|^2 S_{uk}(f) \chi^2(f) Coh_u^{med}(\Delta r, f)}{\bar{U}_{ref}^2} df \quad (5.37)$$

sendo:

$$\chi(f) = \left[ \frac{1}{1 + \left( \frac{2f\sqrt{A}}{U} \right)^{4/3}} \right]^2 \quad (5.38)$$

onde:

$f$  é a frequência das rajadas;

$A$  é a dimensão característica da estrutura, maior dimensão da superfície.

Em face dessa consideração, os ábacos presentes no método discreto da ABNT NBR 6123:1988 apresentam resultados com valores cerca de 50% inferiores em relação ao método de análise modal no domínio da frequência. ALGABA (2016) propôs a correção ao método, gerando novamente os ábacos para obtenção do fator de amplificação  $\xi$  a partir da equação (5.36) sem considerar a admitância aerodinâmica  $\chi^2(f)$ .

Nos exemplos numéricos a serem apresentados na seção 6 serão feitas análises considerando o método do Modelo Discreto original da ABNT NBR 6123:1988, utilizando os ábacos da norma atual, e análises considerando a correção proposta por ALGABA (2016). Com isso, serão comparadas as diferenças obtidas nas respostas finais em deslocamentos para as distintas abordagens.

Sendo  $\hat{Q}_j$  o valor da resposta dinâmica associada a um modo de vibração  $j$  (força, momento fletor, cortante, etc) proveniente da parcela dinâmica do vento turbulento e  $r$  o número de modos considerado na análise, segundo formulado na ABNT NBR 6123:1988 os efeitos de cada modo podem ser combinados com a equação abaixo:

$$\hat{Q} = \left[ \sum_{j=1}^r \hat{Q}_j^2 \right]^{1/2} \quad (5.39)$$

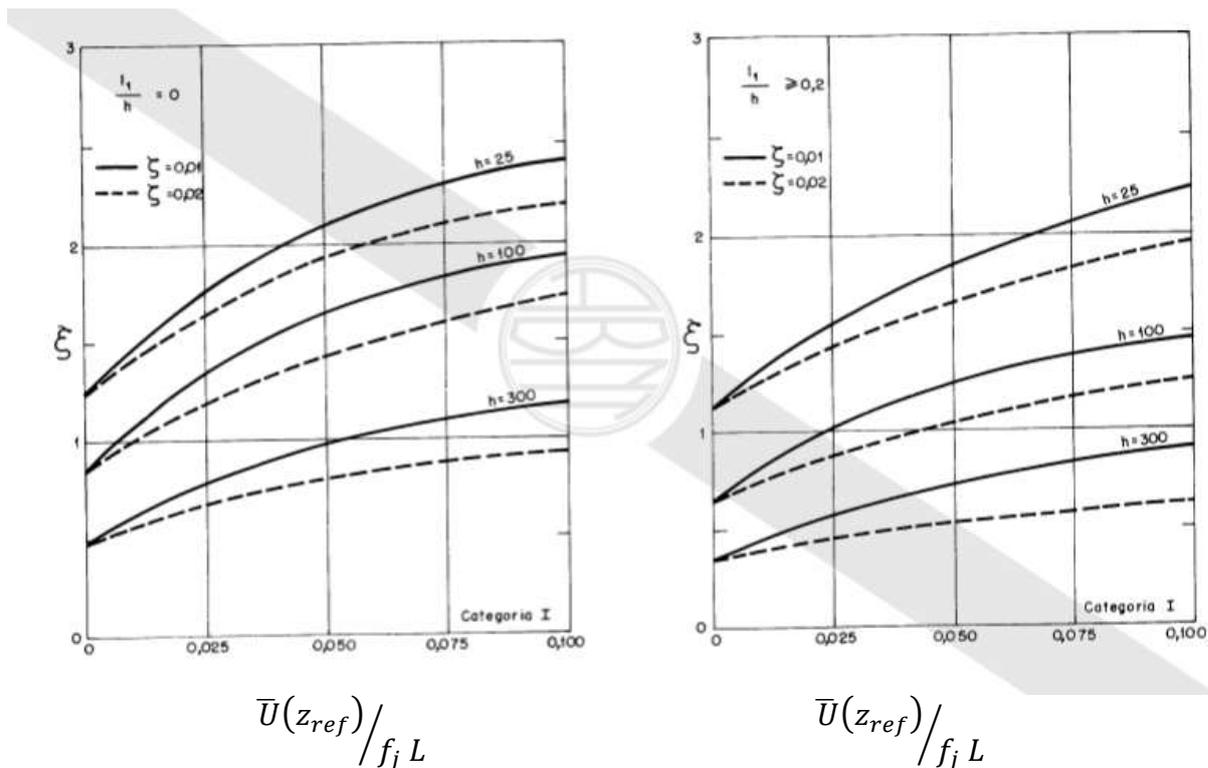


Figura 5.5 – Ábacos do fator de amplificação dinâmica  $\xi$  para Categoria I, segundo ABNT NBR 6123:1988 (L=1800m).

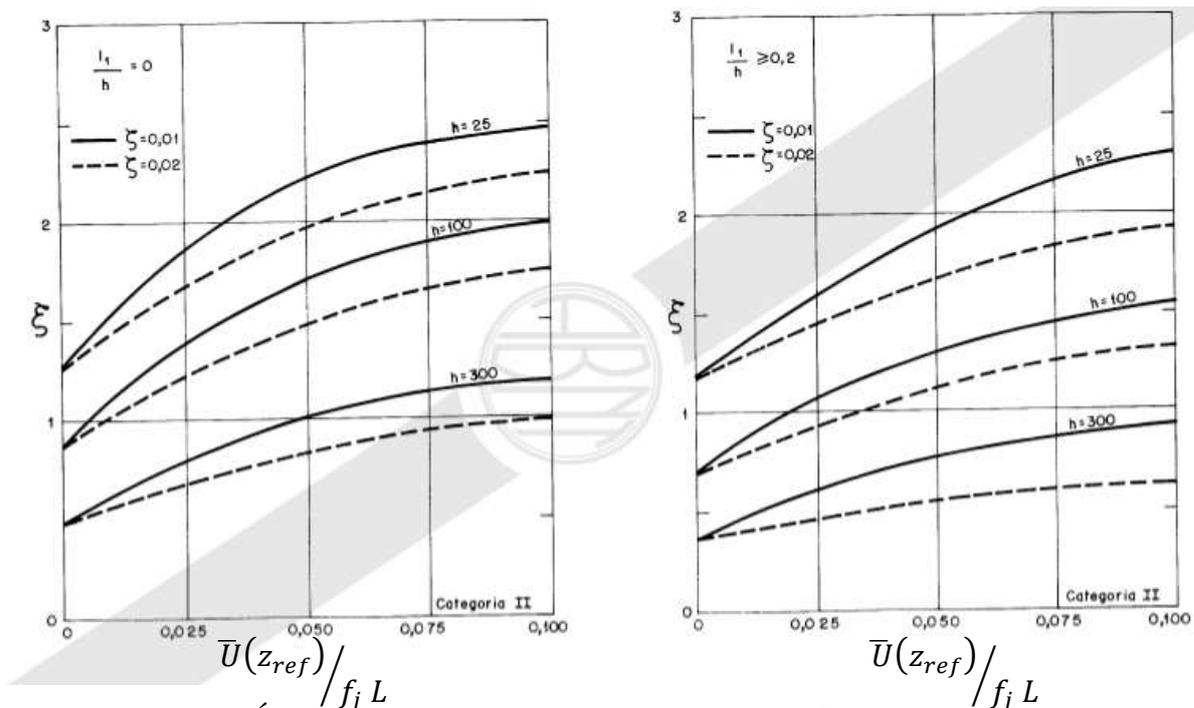


Figura 5.6 – Ábacos do fator de amplificação dinâmica  $\xi$  para Categoria II, segundo a ABNT NBR 6123:1988 (L=1800m).

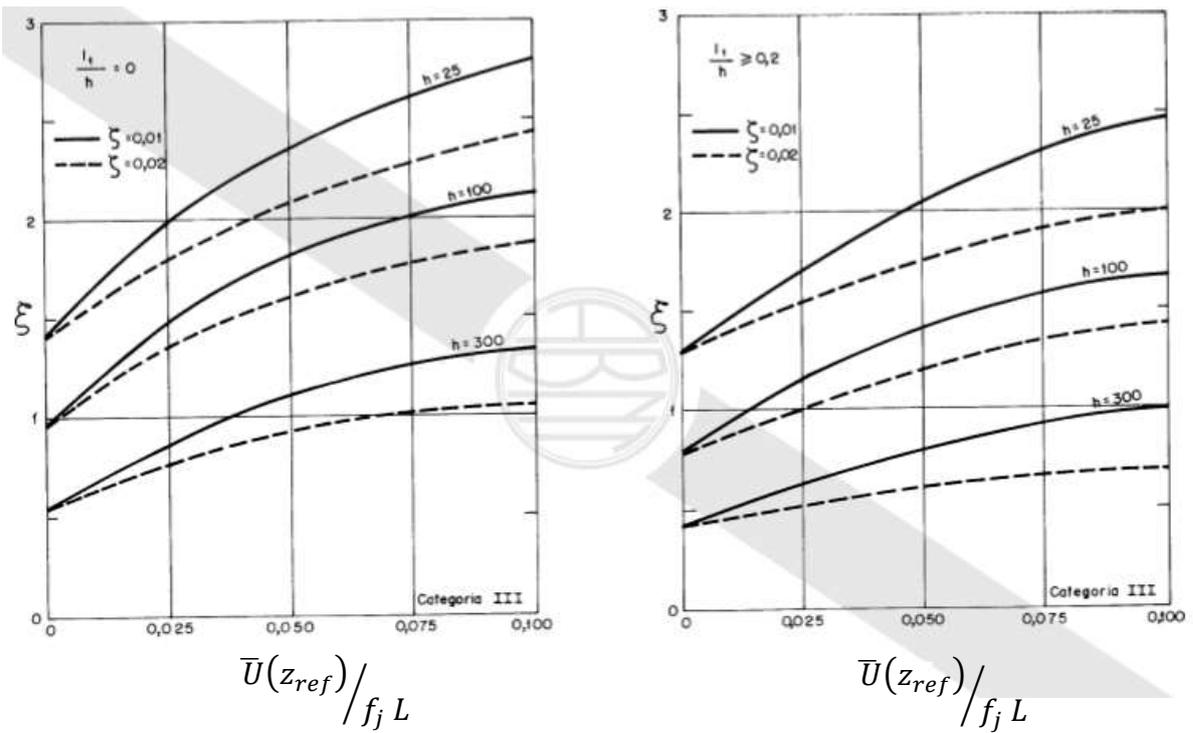


Figura 5.7 – Ábacos do fator de amplificação dinâmica  $\xi$  para Categoria III, segundo a ABNT NBR 6123:1988 ( $L=1800\text{m}$ ).

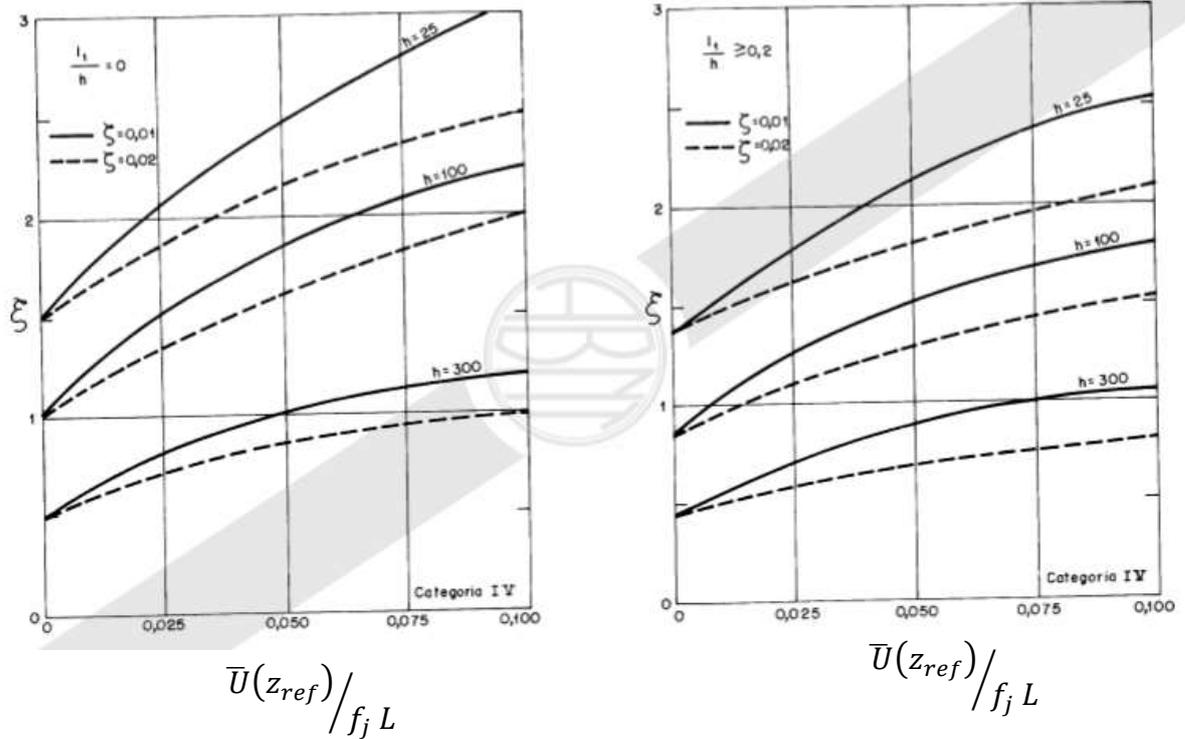


Figura 5.8 – Ábacos do fator de amplificação dinâmica  $\xi$  para Categoria IV, segundo a ABNT NBR 6123:1988 ( $L=1800m$ ).

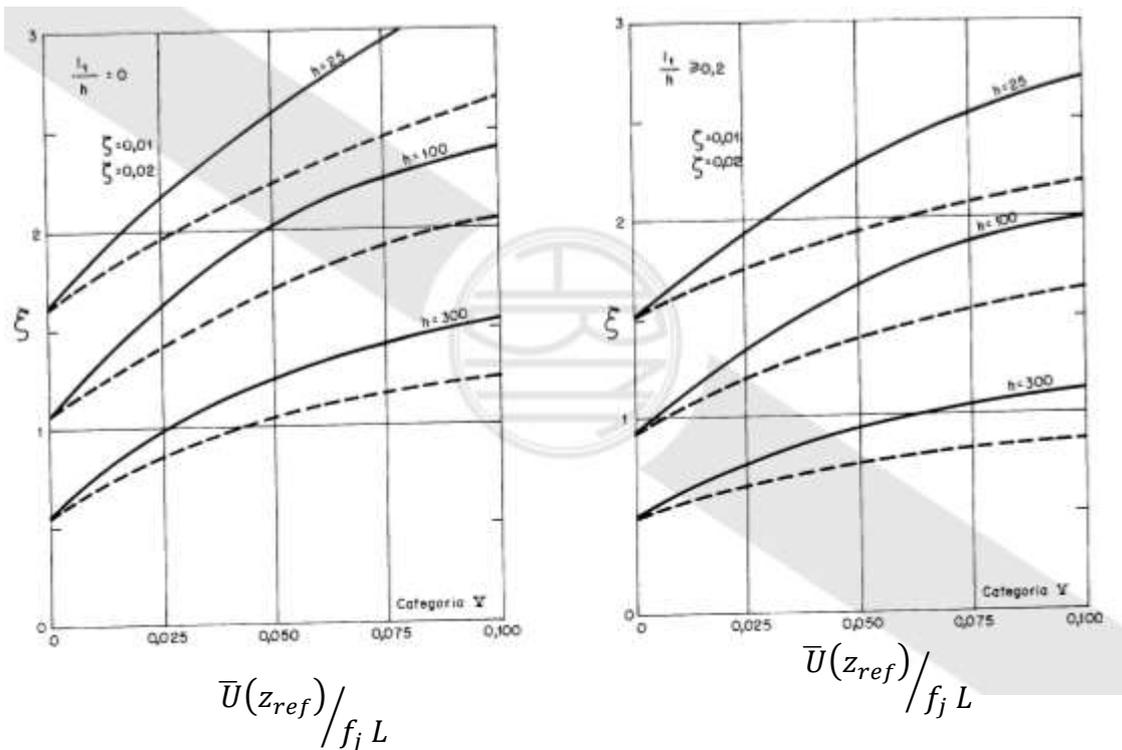


Figura 5.9 – Ábacos do fator de amplificação dinâmica  $\xi$  para Categoria V, segundo ABNT NBR 6123:1988 ( $L=1800m$ ).

## 6 EXEMPLOS NUMÉRICOS

### 6.1 Chaminé de 113 m de Altura em Blumenau

O exemplo a ser apresentado foi o mesmo utilizado por FRANCO e MEDEIROS (2011) para apresentar novas considerações acerca do método do vento sintético em artigo na revista TQS NEWS Nº33 (2011).

Trata-se de uma chaminé de 113 m de altura em Blumenau, construída à mesma época da publicação do referido artigo. A Figura 6.1 apresenta a chaminé.

O diâmetro interno da casca da chaminé é de 4,70 m, constante ao longo da altura e o diâmetro externo é de 5,40 m desde à fundação até a altura de 20m acima dessa, passando posteriormente para 5,14 m.

Portanto, as paredes têm 35 cm de espessura, até 20m, e 22 cm de espessura na parte superior. Internamente, a estrutura conta com um fuste para a passagem dos gases com diâmetro interno de 2,70 m, composta por tijolos refratários de 11,4 cm de espessura. O volume total do refratário é de 126 m<sup>3</sup> e sua massa total é de 274 t. A massa total da estrutura de concreto da chaminé é de 1.081 t.

Para a melhor comparação com o exemplo do referido artigo, não foi calculado o amortecimento aerodinâmico. A taxa de amortecimento total foi considerada como  $\xi = \xi_{est} + \xi_{aer} = 1,6\%$ , assim como no artigo.

Para a resolução do problema pelos diversos métodos, a chaminé foi discretizada em um modelo estrutural de  $n = 24$  nós, formado por elementos finitos de barra, no programa SAP2000 versão 18. A Tabela 6.1 apresenta, em números, as características aerodinâmicas da chaminé em questão, para cada nó do modelo. Sendo  $n$  o número do respectivo nó,  $z$  e  $y$  as coordenadas nodais dos respectivos nós na direção da altura e na direção transversal ao vento, respectivamente,  $d_i$  o diâmetro externo da seção de concreto,  $h_i$  a altura de influência do nó,  $A_i$  a área de exposição ao vento,  $Ca$  o coeficiente de arrasto aerodinâmico e  $m_i$  a massa equivalente concentrada em cada nó.

Os três primeiros modos de vibração da estrutura apresentam frequências iguais a  $f_1 = 0,261\text{Hz}$ ,  $f_2 = 1,52\text{ Hz}$ ,  $f_3 = 4,00\text{ Hz}$ , respectivamente. Os modos de vibração com frequências acima desses modos não tem grande contribuição na resposta dinâmica para o carregamento aerodinâmico, portanto serão considerados apenas os primeiros três modos de vibração. Os modos de vibração são apresentados na Figura 6.2 e a Tabela 6.2 apresenta as coordenadas normais dos autovetores dos respectivos modos.

A seguir são apresentados os dados do vento na região da chaminé:

### **Dados do vento na região de Blumenau.**

#### Velocidade básica do vento

$$V_o = 42,5\text{ m/s}$$

#### Rugosidade do terreno: Categoria II

Parâmetros de rugosidade:

$$\text{(intervalo de tempo = 3s): } b = 1,00 \text{ e } p = 0,085$$

$$\text{(intervalo de tempo = 600s): } b = 1,00 \text{ e } p = 0,15$$

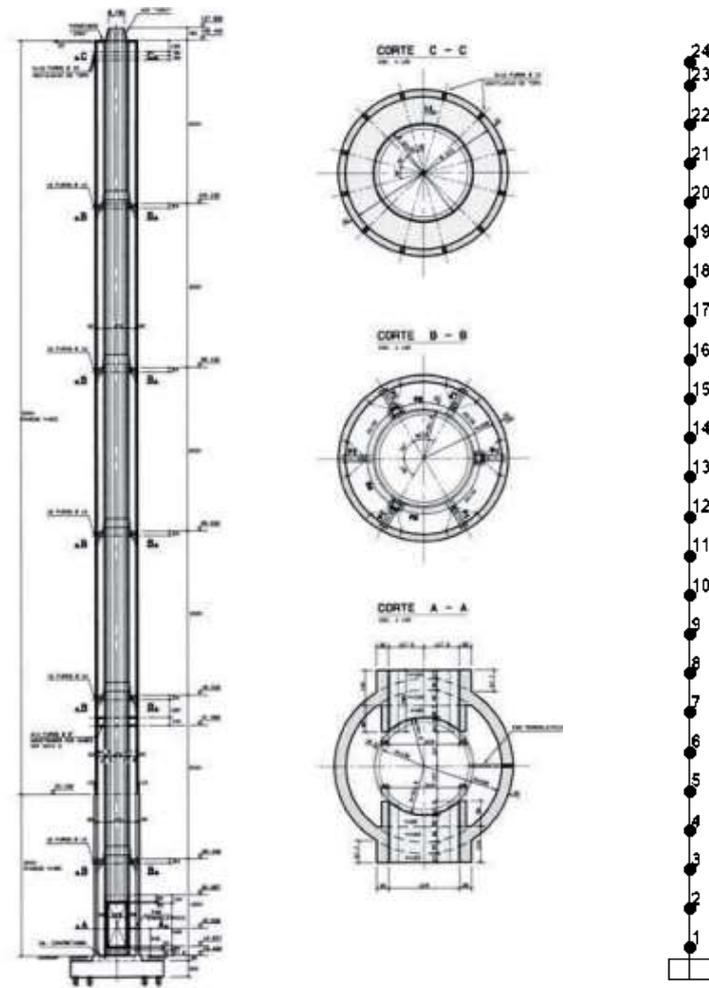
$$\text{(intervalo de tempo = 3600s): } b = 1,00 \text{ e } p = 0,16$$

#### Fator Topográfico:

$$S_1 = 0,95$$

#### Fator Estatístico:

$$S_3 = 1,00$$



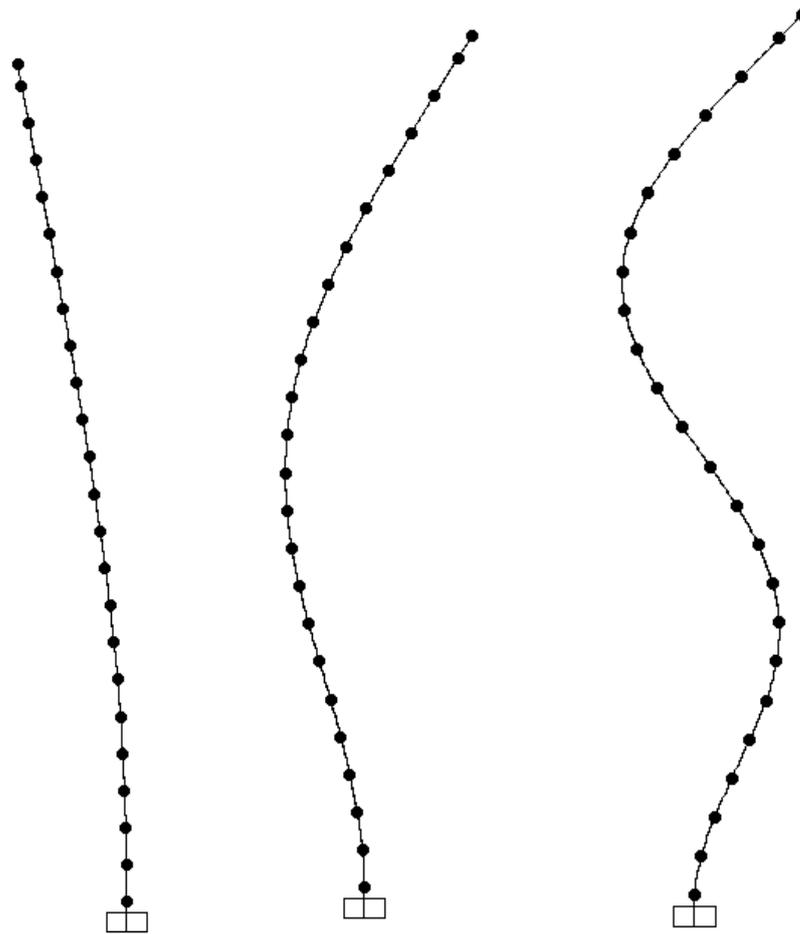
(a)

(b)

Figura 6.1 – (a) Chaminé construída em Blumenau com 113 m de altura total. (b) Discretização em elementos finitos de barra no programa SAP2000.

Tabela 6.1 – Características aerodinâmicas da chaminé

n	z(m)	y(m)	d <sub>i</sub> (m)	h <sub>i</sub> (m)	A <sub>i</sub> (m <sup>2</sup> )	Ca	m <sub>i</sub> (ton)
1	0	0	5,40	5,00	13,5	0,6	34,7
2	5	0	5,40	5,00	27	0,6	69,4
3	10	0	5,40	5,00	27	0,6	69,4
4	15	0	5,40	5,00	27	0,6	69,4
5	20	0	5,14	5,00	25,7	0,6	69,4
6	25	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
7	30	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
8	35	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
9	40	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
10	45	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
11	50	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
12	55	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
13	60	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
14	65	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
15	70	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
16	75	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
17	80	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
18	85	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
19	90	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
20	95	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
21	100	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
22	105	0	5,14	5,00	25,7	0,6	42,5
23	110	0	5,14	5,00	20,56	0,6	34,0
24	113	0	5,14	5,00	7,71	0,6	12,7



(a)

(b)

(c)

Figura 6.2 – (a) Primeiro modo de flexão lateral da estrutura ( $f_1 = 0,260\text{Hz}$ ).  
(b) Segundo modo de flexão lateral da estrutura ( $f_2 = 1,51\text{ Hz}$ ). (c) Terceiro modo de flexão lateral da estrutura ( $f_3 = 3,96\text{ Hz}$ ).

Tabela 6.2 – Coordenadas dos autovetores normalizados dos três primeiros modos de vibração da chaminé.

n	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$
1	0,00	0	0
2	0,00	-0,02	0,06
3	0,01	-0,07	0,18
4	0,02	-0,14	0,34
5	0,04	-0,22	0,51
6	0,06	-0,32	0,66
7	0,09	-0,42	0,76
8	0,12	-0,52	0,79
9	0,16	-0,61	0,73
10	0,2	-0,68	0,59
11	0,24	-0,72	0,39
12	0,29	-0,74	0,14
13	0,35	-0,72	-0,11
14	0,4	-0,67	-0,35
15	0,46	-0,59	-0,53
16	0,52	-0,48	-0,65
17	0,58	-0,33	-0,67
18	0,64	-0,17	-0,6
19	0,71	0,02	-0,44
20	0,77	0,22	-0,19
21	0,83	0,43	0,11
22	0,9	0,65	0,44
23	0,96	0,87	0,79
24	1	1	1

### 6.1.1 Cálculo Estático pela ABNT NBR 6123:1988

A presente seção tem por objetivo realizar uma análise estática da estrutura submetida ao vento de acordo com a formulação da ABNT NBR6123:1988, a partir da velocidade característica de vento em cada ponto da estrutura.

Ressalta-se que a velocidade característica representa uma velocidade total de pico de rajada em um intervalo de tempo  $t$  considerado, incluindo as parcelas média e flutuante do vento e, até mesmo, apresentando valor maior que a soma das duas em certos casos, de forma conservadora. Porém, não é feita a análise dinâmica da estrutura e sim uma análise estática, com as forças de vento obtidas a partir dessas velocidades. Esse tipo de análise pode ser adequado e conservador para estruturas que não apresentam características dinâmicas relevantes para o vento turbulento, mas é inadequado para estruturas em que a dinâmica é importante para a análise, como no caso da presente estrutura, por não considerar a amplificação dinâmica sofrida por essa quando submetida ao vento turbulento. Essa afirmação será evidenciada pelos resultados a serem apresentados.

Sendo a maior dimensão da chaminé (113m) maior que 80m, a estrutura não se enquadra nas Classes A, B ou C definidas na ABNT NBR6123:1988, logo o intervalo de tempo  $t$  em que são tomadas as velocidades características para cada ponto da estrutura deve ser obtido a partir do método iterativo formulado na seção 3. No presente exemplo foram necessárias três iterações para que o intervalo de tempo  $t$  convergisse para o valor  $t = 17,9$  s. As Tabelas 6.3, 6.4 e 6.5 apresentam os parâmetros obtidos com as três iterações para os 24 nós da estrutura.

Estando determinado o intervalo de tempo de tomada da velocidade característica, essa pode ser obtida, para cada ponto da estrutura, a partir das equações (3.4) e (3.5) e as forças estáticas de vento podem ser obtidas a partir da equação (3.6). A Tabela 6.6 apresenta, para cada nó da estrutura, as velocidades de vento características e as respectivas forças de vento estáticas obtidas. A partir desse carregamento gerado, foi feita a análise estática da estrutura e obteve-se o deslocamento no topo igual a 21,5 cm, como apresentado na Figura 6.3.

Tabela 6.3 – Primeira iteração do método iterativo do ANEXO A da ABNT NBR6123:1988 para a determinação do intervalo de tempo a ser considerado na obtenção da velocidade característica.

h (m)	1ª iteração						
	t <sub>1</sub> (s)	Tabela 22 da ABNT NBR6123:1988 – Interpolação					V <sub>k</sub> (t <sub>1</sub> )
		t <sub>inf</sub> (s)	S2(t <sub>inf</sub> )	t <sub>sup</sub> (s)	S2(t <sub>sup</sub> )	S2(t <sub>1</sub> )	
0	19,9	15	0,86	20	0,83	0,83	33,5
5	19,9	15	0,90	20	0,87	0,87	34,9
10	19,9	15	0,93	20	0,90	0,90	36,4
15	19,9	15	0,97	20	0,94	0,94	38,0
20	19,9	15	1,00	20	0,97	0,97	39,2
25	19,9	15	1,02	20	0,99	0,99	40,0
30	19,9	15	1,04	20	1,02	1,02	41,2
35	19,9	15	1,06	20	1,03	1,03	41,6
40	19,9	15	1,08	20	1,05	1,05	42,4
45	19,9	15	1,09	20	1,06	1,06	42,8
50	19,9	15	1,10	20	1,07	1,19	48,0
55	19,9	15	1,11	20	1,08	1,20	48,5
60	19,9	15	1,12	20	1,09	1,21	48,9
65	19,9	15	1,13	20	1,10	1,22	49,3
70	19,9	15	1,14	20	1,11	1,23	49,7
75	19,9	15	1,15	20	1,12	1,24	50,1
80	19,9	15	1,16	20	1,13	1,25	50,5
85	19,9	15	1,17	20	1,14	1,26	50,7
90	19,9	15	1,17	20	1,14	1,26	50,9
95	19,9	15	1,18	20	1,15	1,27	51,1
100	19,9	15	1,18	20	1,16	1,24	50,1
105	19,9	15	1,19	20	1,17	1,25	50,4
110	19,9	15	1,20	20	1,18	1,26	50,7
113	19,9	15	1,20	20	1,18	1,26	51,0

Notas:

t<sub>1</sub> = estimativa inicial do intervalo de tempo da velocidade característica;

t<sub>inf</sub> = limite inferior do intervalo de tempo que apresenta valores de S2 na Tabela 22 da ABNT NBR 6123:1988, no qual t<sub>1</sub> se encontra;

t<sub>sup</sub> = limite superior do intervalo de tempo que apresenta valores de S2 na Tabela 22 da ABNT NBR 6123:1988, no qual t<sub>1</sub> se encontra;

S2(t<sub>inf</sub>) = valor de S2 para t<sub>inf</sub>;

S2(t<sub>sup</sub>) = valor de S2 para t<sub>sup</sub>;

S2(t<sub>1</sub>) = valor de S2 para t<sub>1</sub>;

V<sub>k</sub> (t<sub>1</sub>) = velocidade característica para t<sub>1</sub> em determinadas alturas da estrutura.

Tabela 6.4 – Segunda iteração do método iterativo do ANEXO A da ABNT NBR6123:1988 para a determinação do intervalo de tempo a ser considerado na obtenção da velocidade característica.

h (m)	2ª iteração						V <sub>k</sub> (t <sub>1</sub> )
	t <sub>2</sub> (s)	tabela 22 da ABNT NBR6123:1988 (Interpolação)					
		t <sub>inf</sub> (s)	S2(t <sub>inf</sub> )	t <sub>sup</sub> (s)	S2(t <sub>sup</sub> )	S2(t <sub>1</sub> )	
0	16,6	15	0,86	20	0,83	0,85	34,3
5	16,6	15	0,90	20	0,87	0,89	35,7
10	16,6	15	0,93	20	0,90	0,92	37,2
15	16,6	15	0,97	20	0,94	0,96	38,8
20	16,6	15	1,00	20	0,97	0,99	40,0
25	16,6	15	1,02	20	0,99	1,01	40,8
30	16,6	15	1,04	20	1,02	1,03	41,7
35	16,6	15	1,06	20	1,03	1,05	42,4
40	16,6	15	1,08	20	1,05	1,07	43,2
45	16,6	15	1,09	20	1,06	1,08	43,6
50	16,6	15	1,10	20	1,07	1,09	44,0
55	16,6	15	1,11	20	1,08	1,10	44,4
60	16,6	15	1,12	20	1,09	1,11	44,8
65	16,6	15	1,13	20	1,10	1,12	45,2
70	16,6	15	1,14	20	1,11	1,13	45,6
75	16,6	15	1,15	20	1,12	1,14	46,0
80	16,6	15	1,16	20	1,13	1,15	46,4
85	16,6	15	1,17	20	1,14	1,16	46,6
90	16,6	15	1,17	20	1,14	1,16	46,8
95	16,6	15	1,18	20	1,15	1,27	51,1
100	16,6	15	1,18	20	1,16	1,17	47,4
105	16,6	15	1,18	20	1,16	1,17	47,4
110	16,6	15	1,18	20	1,16	1,17	47,4
113	16,6	15	1,18	20	1,16	1,17	47,4

Notas:

t<sub>1</sub> = estimativa inicial do intervalo de tempo da velocidade característica;

t<sub>inf</sub> = limite inferior do intervalo de tempo que apresenta valores de S2 na Tabela 22 da ABNT NBR 6123:1988, no qual t<sub>2</sub> se encontra;

t<sub>sup</sub> = limite superior do intervalo de tempo que apresenta valores de S2 na Tabela 22 da ABNT NBR 6123:1988, no qual t<sub>2</sub> se encontra;

S2(t<sub>inf</sub>) = valor de S2 para t<sub>inf</sub>;

S2(t<sub>sup</sub>) = valor de S2 para t<sub>sup</sub>;

S2(t<sub>1</sub>) = valor de S2 para t<sub>2</sub>;

V<sub>k</sub> (t<sub>1</sub>) = velocidade característica para t<sub>1</sub> em determinadas alturas da estrutura.

Tabela 6.5 – Terceira iteração do método iterativo do ANEXO A da ABNT NBR6123:1988 para a determinação do intervalo de tempo a ser considerado na obtenção da velocidade característica.

h (m)	3ª iteração						
	t <sub>3</sub> (s)	tabela 22 da ABNT NBR6123 (Interpolação)					V <sub>k</sub> (t <sub>1</sub> )
		t <sub>inf</sub> (s)	S2(t <sub>inf</sub> )	t <sub>sup</sub> (s)	S2(t <sub>sup</sub> )	S2(t <sub>1</sub> )	
0	17,9	15	0,86	20	0,83	0,84	34,0
5	17,9	15	0,90	20	0,87	0,88	35,4
10	17,9	15	0,93	20	0,90	0,91	36,8
15	17,9	15	0,97	20	0,94	0,95	38,5
20	17,9	15	1,00	20	0,97	0,98	39,7
25	17,9	15	1,02	20	0,99	1,00	40,5
30	17,9	15	1,04	20	1,02	1,03	41,5
35	17,9	15	1,06	20	1,03	1,04	42,1
40	17,9	15	1,08	20	1,05	1,06	42,9
45	17,9	15	1,09	20	1,06	1,07	43,3
50	17,9	15	1,10	20	1,07	1,08	43,7
55	17,9	15	1,11	20	1,08	1,09	44,1
60	17,9	15	1,12	20	1,09	1,10	44,5
65	17,9	15	1,13	20	1,10	1,11	44,9
70	17,9	15	1,14	20	1,11	1,12	45,3
75	17,9	15	1,15	20	1,12	1,13	45,7
80	17,9	15	1,16	20	1,13	1,14	46,1
85	17,9	15	1,17	20	1,14	1,15	46,3
90	17,9	15	1,17	20	1,14	1,15	46,5
95	17,9	15	1,18	20	1,15	1,27	51,1
100	17,9	15	1,18	20	1,16	1,17	47,2
105	17,9	15	1,18	20	1,16	1,17	47,2
110	17,9	15	1,18	20	1,16	1,17	47,2
113	17,9	15	1,18	20	1,16	1,17	47,2

Notas:

t<sub>3</sub> = estimativa inicial do intervalo de tempo da velocidade característica;

t<sub>inf</sub> = limite inferior do intervalo de tempo que apresenta valores de S2 na Tabela 22 da ABNT NBR6123:1988, no qual t<sub>3</sub> se encontra;

t<sub>sup</sub> = limite superior do intervalo de tempo que apresenta valores de S2 na Tabela 22 da ABNT NBR 6123:1988, no qual t<sub>3</sub> se encontra;

S2(t<sub>inf</sub>) = valor de S2 para t<sub>inf</sub>;

S2(t<sub>sup</sub>) = valor de S2 para t<sub>sup</sub>;

S2(t<sub>1</sub>) = valor de S2 para t<sub>3</sub>;

V<sub>k</sub> (t<sub>1</sub>) = velocidade característica para t<sub>3</sub> em determinadas alturas da estrutura.

Tabela 6.6 – Velocidades e forças de vento características ao longo da altura para o método estático da ABNT NBR 6123:1988, em um intervalo de tempo  $t = 17,9$  s.

Nó	$V_k(z)$ (m/s)	$F_k(z)$ kN
1	34,0	5,7
2	35,4	12,4
3	36,8	13,4
4	38,5	14,7
5	39,7	14,9
6	40,5	15,5
7	41,5	16,3
8	42,1	16,7
9	42,9	17,4
10	43,3	17,7
11	43,7	18,0
12	44,1	18,4
13	44,5	18,7
14	44,9	19,0
15	45,3	19,4
16	45,7	19,7
17	46,1	20,1
18	46,3	20,2
19	46,5	20,4
20	51,1	24,7
21	47,2	21,0
22	47,2	21,0
23	47,2	16,8
24	47,2	6,3



Nó	$x(\text{cm})$
24(Topo)	21,5

Figura 6.3 – Deslocamento total  $x$  no topo da estrutura para cargas estáticas equivalentes segundo ABNT NBR 6123:1988

### 6.1.2 Cálculo por Métodos Dinâmicos

Nas seguintes subseções serão apresentados o desenvolvimento e os resultados da análise da chaminé para os diferentes métodos de análise aerodinâmica da estrutura, descritos em seções anteriores deste trabalho. Para a representação da turbulência, foi escolhido o espectro de Davenport em todos os métodos de análise aerodinâmica a serem apresentados. O espectro de Davenport para os dados do vento descritos na seção 6.1 é apresentado na Figura 6.4.

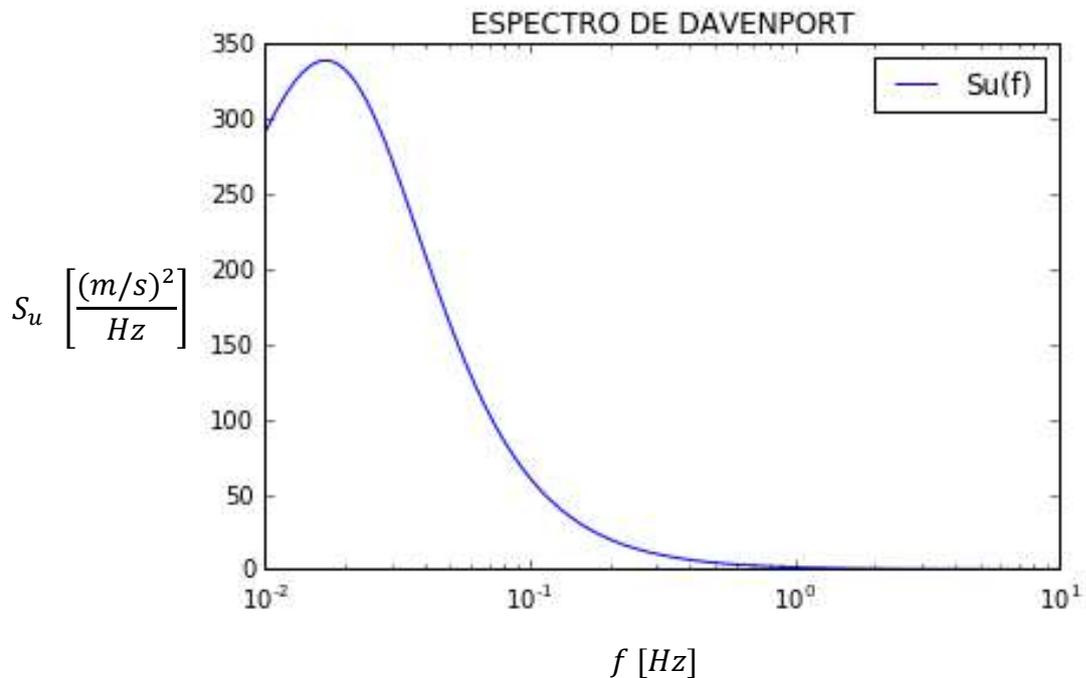


Figura 6.4 – Espectro potência de Davenport para as características do vento na região da chaminé (eixo das frequências em escala logarítmica).

### 6.1.2.1 Cálculo da Parcela da Velocidade Média do Vento

Tendo em vista os dados do vento na região da chaminé em questão, o perfil de velocidades médias de vento ao longo da altura da  $z$  da chaminé, no intervalo de tempo de 10 minutos, pode ser obtido pela a equação (2.1). Esse perfil é aqui apresentado na Figura 6.5.

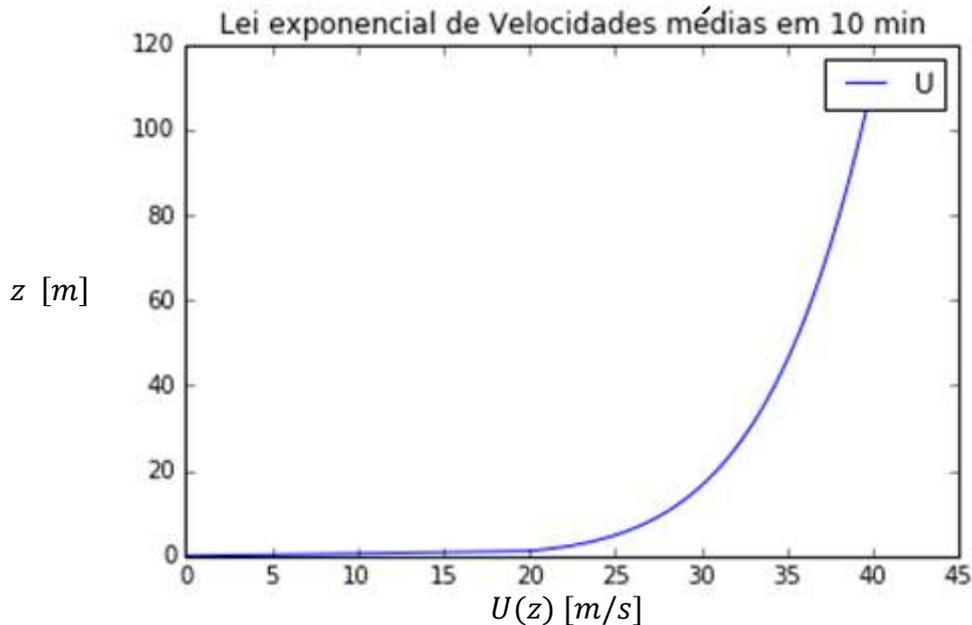


Figura 6.5 – Perfil de velocidades médias  $U(z)$  em 10 minutos ao longo da altura  $z$  para o presente exemplo.

Com a equação (2.17), foram obtidas as parcelas médias da força de vento para cada ponto da estrutura, cada qual com respectivas velocidades médias  $U(z)$ . A Tabela 6.7 apresenta as velocidades médias em 10 minutos e as respectivas parcelas médias da força de vento calculadas para cada nó da estrutura.

Como a parcela média da força de vento é uma parcela estática, pode-se fazer a análise estática no modelo para esse carregamento, e com isso obter o deslocamento no topo para a velocidade média de vento na estrutura. O resultado obtido para esse deslocamento foi de 14,6 cm. A Figura 6.6 apresenta a deformada da estrutura para o carregamento da parcela média da velocidade do vento.

Tabela 6.7 – Velocidade média e força média do vento, em 10 minutos, para cada nó  $i$  da estrutura.

Nó	$\bar{U}(z)$ (m/s)	$\bar{F}(z)$ kN
1	7,0	0,24
2	25,1	6,26
3	27,9	7,70
4	29,6	8,70
5	30,9	9,02
6	32,0	9,65
7	32,8	10,19
8	33,6	10,67
9	34,3	11,11
10	34,9	11,51
11	35,5	11,88
12	36,0	12,22
13	36,4	12,55
14	36,9	12,85
15	37,3	13,14
16	37,7	13,42
17	38,1	13,68
18	38,4	13,93
19	38,7	14,17
20	39,0	14,40
21	39,4	14,63
22	39,6	14,84
23	39,9	12,04
24	40,1	4,55



Nó	$\bar{x}$ (cm)
24(Topo)	14,6

Figura 6.6– Deslocamento  $\bar{x}$  no topo da estrutura para a parcela média em 10 minutos da velocidade de vento.

### 6.1.2.2 Parcela Dinâmica do Vento pelo Método de Superposição Modal no Domínio da Frequência

Para a resolução do problema no presente método, desenvolveu-se um programa na linguagem computacional *PYTHON 2.7*. Serão aqui apresentados os resultados gráficos e numéricos da saída do programa.

Da Figura 6.7 à Figura 6.9 são apresentados os gráficos do espectro da força modal para os três modos de vibração considerados, sendo consideradas a correlação espacial entre os nós da estrutura, de acordo com a formulação apresentada nas equações (5.22) a (5.24) na seção 5.2.2. Da Figura 6.10 a Figura 6.12 são apresentados os gráficos da Admitância Mecânica nos três modos de vibração considerados, como formulado na equação (5.19).

Os espectros de amplitude de resposta ( $S_a$ ) são apresentados nas Figura 6.13 a 6.15. Nesses gráficos, cabe observar que a resposta pode ser dividida em duas partes: a parcela de **Background**, que corresponde à parte quasi-estática da resposta, e a parcela **Ressonante**, correspondente à parte de amplificação dinâmica da resposta que ocorre na região da frequência de excitação do respectivo modo de vibração (DAVENPORT (1961)). Nas referidas figuras essas parcelas são indicadas com a letra **B** para resposta de **Background** e com a letra **R** para a resposta **Ressonante**. Observando-se essas figuras, nota-se que a parcela **Ressonante** é consideravelmente mais significativa, em relação à parcela de **Background**, no primeiro modo em comparação com os outros dois modos de vibração considerados. Isso indica que amplificação dinâmica devida ao vento turbulento é bastante superior no primeiro modo de vibração em relação aos outros dois modos. Esse fato é constatado no desenvolvimento do presente exemplo, a ser apresentado a seguir.

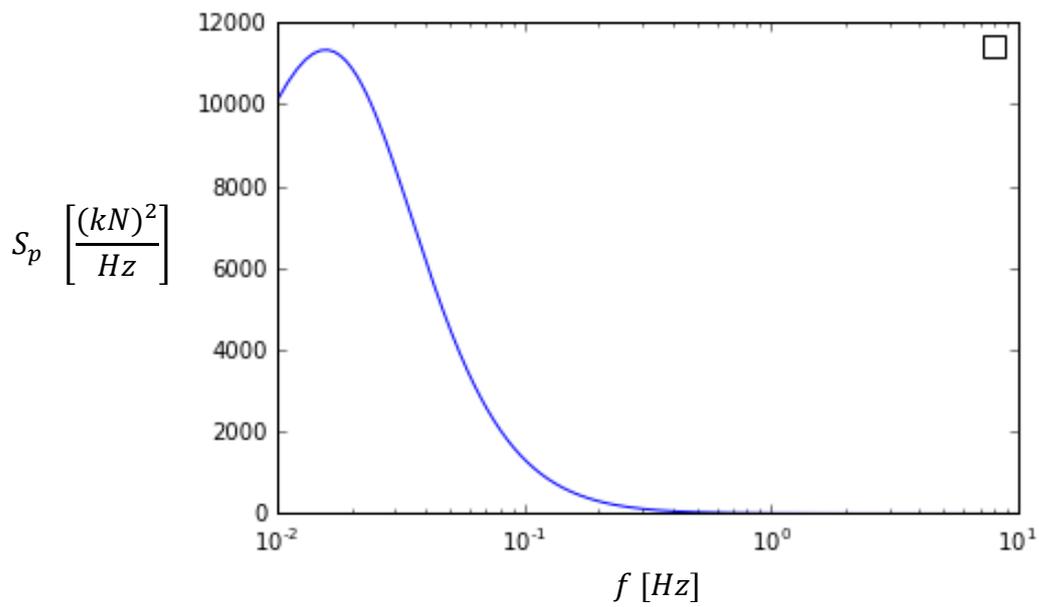


Figura 6.7 – Espectro da força modal para o primeiro modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica).

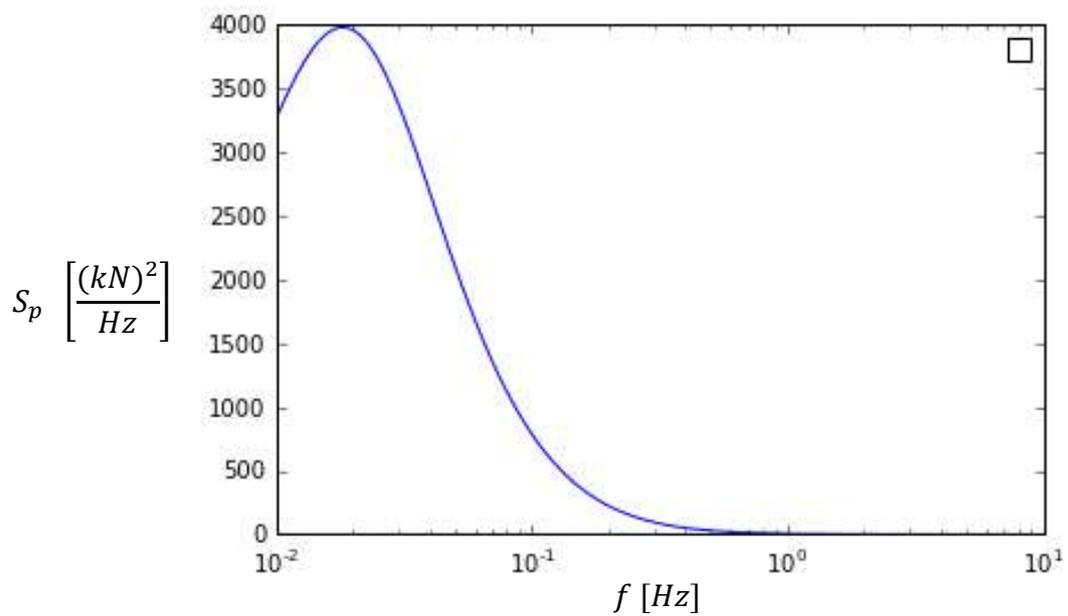


Figura 6.8 – Espectro da força modal para o segundo modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica).

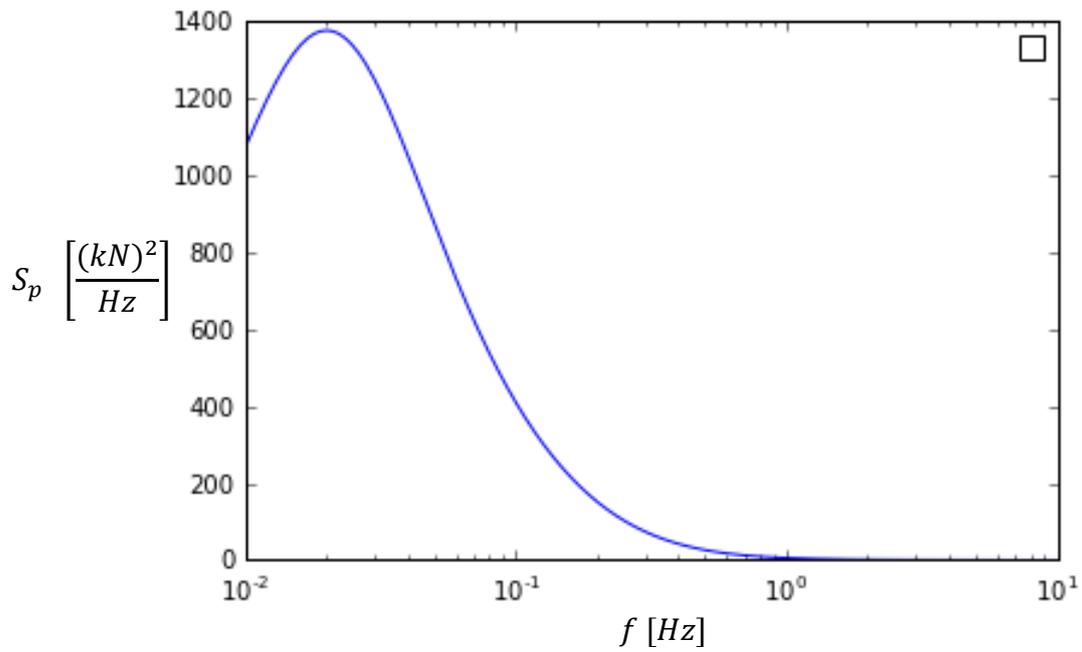


Figura 6.9 – Espectro da força modal para o terceiro modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica).

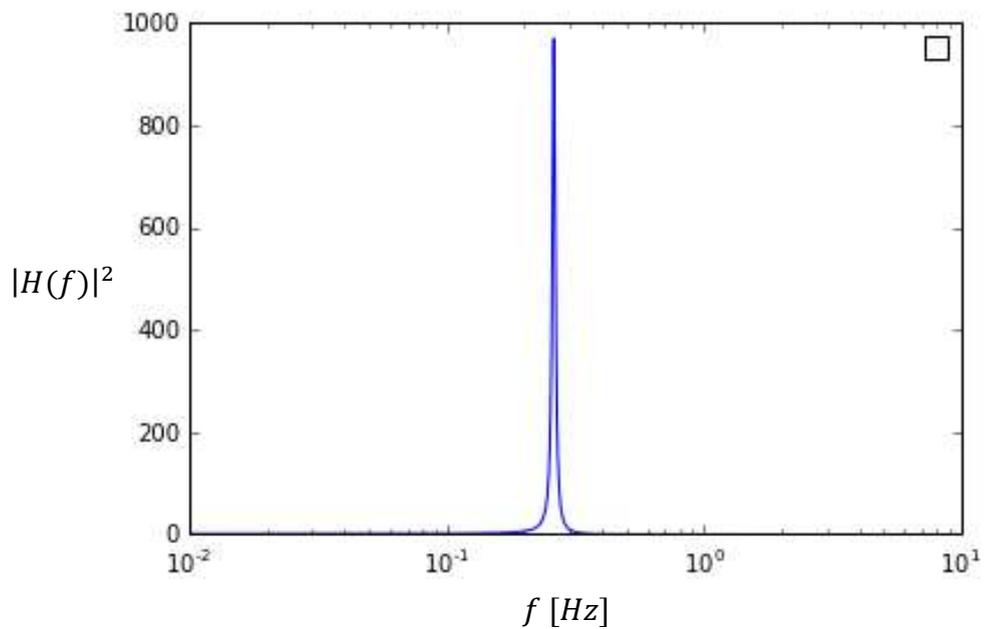


Figura 6.10 – Admitância mecânica em função da frequência para o primeiro modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica).

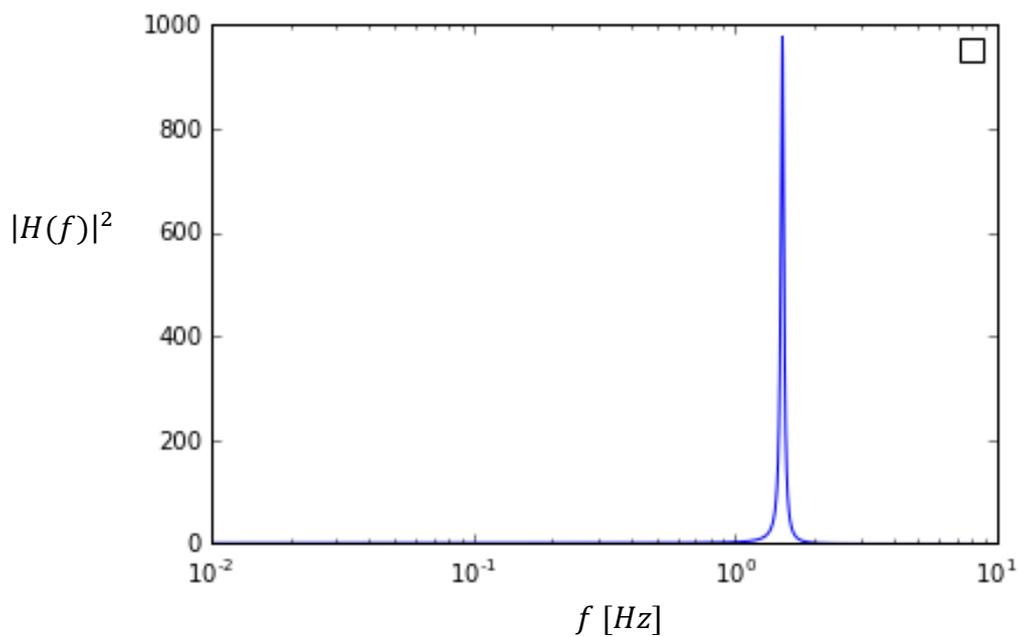


Figura 6.11 – Admitância mecânica em função da frequência para o segundo modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica).

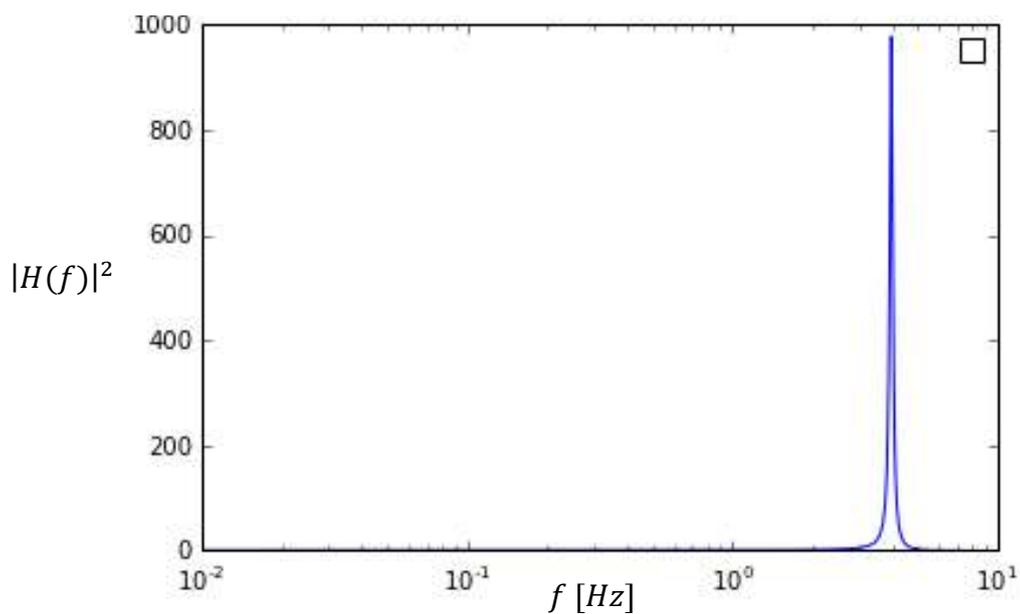


Figura 6.12 – Admitância mecânica em função da frequência para o terceiro modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica).

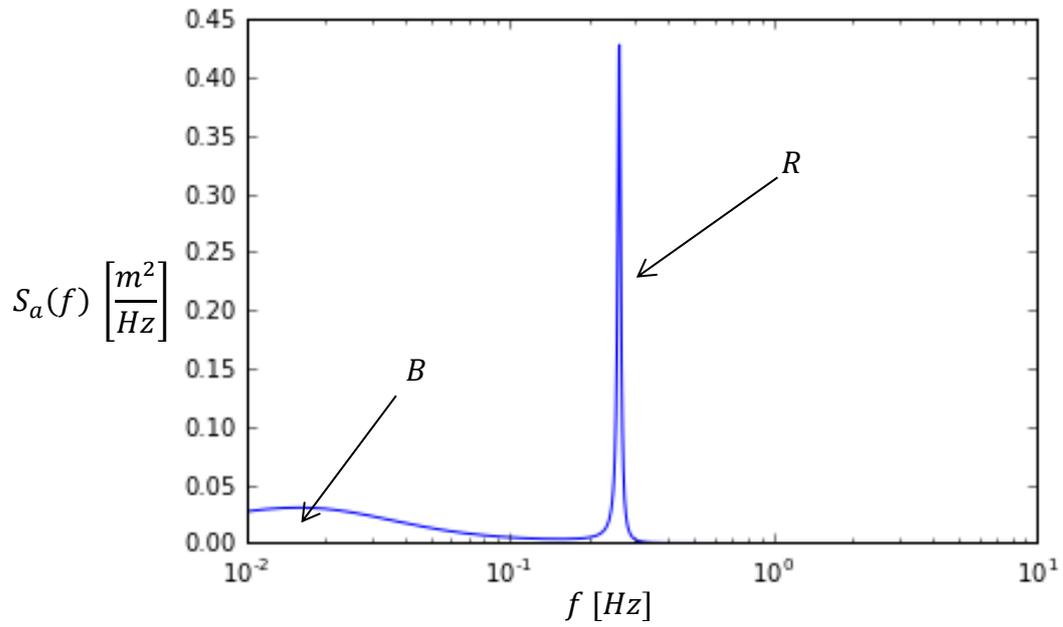


Figura 6.13 – Espectro da amplitude de resposta para o primeiro modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica).

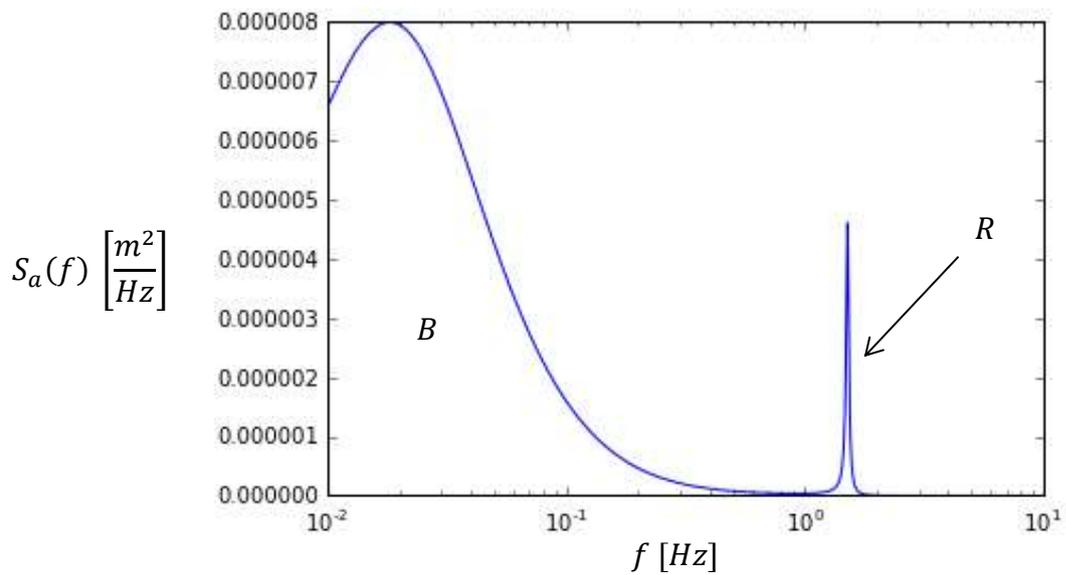


Figura 6.14 – Espectro da amplitude de resposta para o segundo modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica).

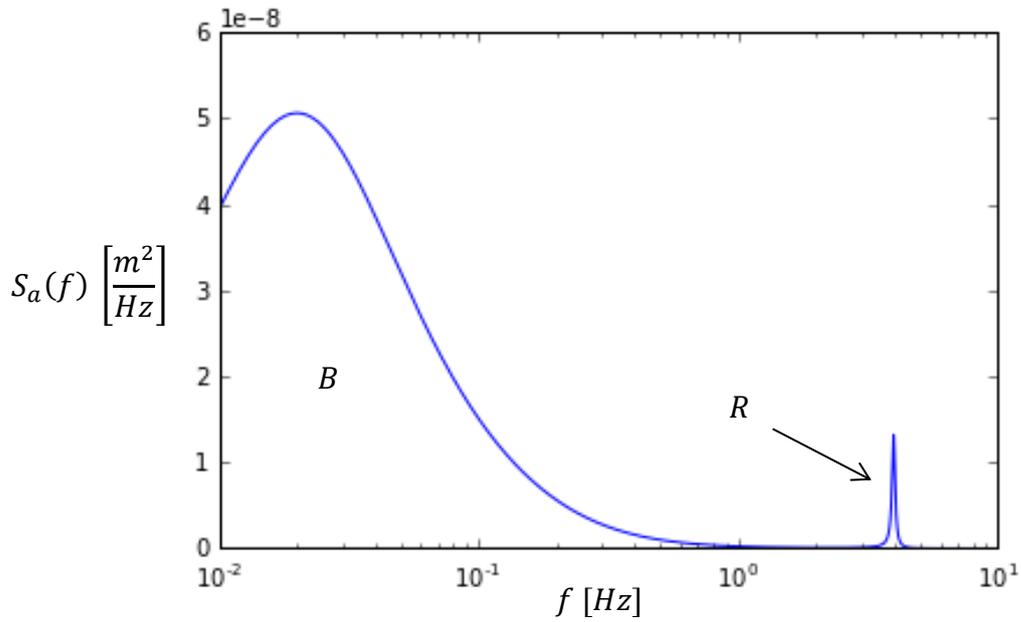


Figura 6.15 – Espectro da amplitude de resposta para o terceiro modo de vibração do presente exemplo (eixo das frequências em escala logarítmica).

Integrando-se os gráficos das Figura 6.13 a 6.15, utilizando-se a equação (5.26), obtém-se os seguintes valores de variância da amplitude de resposta, nos respectivos modos de vibração:

$$\sigma_{a,1}^2 = \int_0^{\infty} S_{a,1}(f)df = 0,00738 (m^2) \quad (6.1)$$

$$\sigma_{a,2}^2 = \int_0^{\infty} S_{a,1}(f)df = 9,42 \times 10^{-7} (m^2) \quad (6.2)$$

$$\sigma_{a,3}^2 = \int_0^{\infty} S_{a,1}(f)df = 8,25 \times 10^{-9} (m^2) \quad (6.3)$$

Pela equação (5.27) pode-se obter a variância da resposta em deslocamentos no topo. Como o valor da coordenada normal do autovetor no topo da chaminé é igual a 1 em todos os três modos considerados, temos que:

$$\sigma_{x,1}^2 = 1^2 \times \sigma_{a,1}^2 = 0,00738 \text{ (m}^2\text{)} \quad (6.4)$$

$$\sigma_{x,2}^2 = 1^2 \times \sigma_{a,2}^2 = 9,42 \times 10^{-7} \text{ (m}^2\text{)} \quad (6.5)$$

$$\sigma_{x,3}^2 = 1^2 \times \sigma_{a,3}^2 = 8,25 \times 10^{-9} \text{ (m}^2\text{)} \quad (6.6)$$

A partir da equação (5.31), considerando-se  $T = 600$  s e sendo  $\nu$  a frequência em Hz de cada modo de vibração, obtém-se o fator de pico para cada modo considerado:

$$g_1 = 3,36 \quad (6.7)$$

$$g_2 = 3,85 \quad (6.8)$$

$$g_3 = 4,09 \quad (6.9)$$

Utilizando-se da equação (5.30) temos a contribuição de cada modo para o deslocamento flutuante máximo no topo na direção do vento:

$$\hat{x}_{max,1} = g_1 \cdot \sqrt{\sigma_{x,1}^2} = 0,289 \text{ m} \quad (6.10)$$

$$\hat{x}_{max,2} = g_2 \cdot \sqrt{\sigma_{x,2}^2} = 3,74 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (6.11)$$

$$\hat{x}_{max,3} = g_3 \cdot \sqrt{\sigma_{x,3}^2} = 3,71 \times 10^{-4} \text{ m} \quad (6.12)$$

Finalmente, o deslocamento máximo flutuante no topo é obtido a partir da equação (5.39):

$$\hat{x}_{max} = \sqrt{\hat{x}_{max,1}^2 + \hat{x}_{max,2}^2 + \hat{x}_{max,3}^2} = 0,289 \text{ m} = 29 \text{ cm} \quad (6.13)$$

### 6.1.2.3 Parcela Dinâmica do Vento pelo Método do Modelo Discreto (Item 9 ABNT NBR6123:1988)

A seguir apresenta-se a análise da chaminé pelo método do modelo discreto, presente na ABNT NBR 6123:1988, segundo a formulação apresentada na seção 5.2.3. As cargas estáticas equivalentes foram calculadas por duas maneiras distintas: segundo a metodologia original da ABNT NBR 6123:1988 via equação (5.33) e utilizando a correção proposta ao método via equação (5.32). Os efeitos dos três modos de vibração considerados foram combinados de acordo com a equação (5.39). As tabelas contendo as etapas de cálculo constam em anexo na seção 9.

A Tabela 9.1 apresenta o cálculo dos parâmetros necessários para a obtenção do fator de amplificação dinâmica  $\xi$ , extraído do ábaco apresentado na Figura 5.6. Da Tabela 9.2 à Tabela 9.4 são apresentados os cálculos das cargas equivalentes associadas aos respectivos modos de vibração para cada nó da estrutura.

A Tabela 9.5 apresenta as cargas estáticas equivalentes para os três modos de vibração utilizando a correção proposta por ALGABA (2016), tendo sido utilizado um programa computacional de autoria própria para resolver as equações formuladas no domínio da frequência. Finalmente, a Tabela 6.8 compara os resultados de deslocamentos no topo para a parcela flutuante do vento turbulento obtida pelas duas maneiras aqui discutidas.

Tabela 6.8– Deslocamento  $\hat{x}$  no topo da estrutura para a parcela flutuante do vento calculado segundo método discreto do Item 9 da ABNT NBR6123:1988.

Nó	$\hat{x}(\text{cm})^*$	$\hat{x}(\text{cm})^{**}$
24(Topo)	16,2	29,0

\*valor de deslocamento obtido utilizando o método original como consta na ABNT NBR 6123:1988.

\*\*valor de deslocamento obtido utilizando correção proposta por ALGABA (2016).

#### 6.1.2.4 Parcela Dinâmica do Vento pelo Método de Superposição Modal no Domínio do Tempo

##### 6.1.2.4.1 Cálculo com Históricos de Vento Gerados pelo Método Estocástico

Assim como no método anterior, foi desenvolvido um programa na linguagem *PYTHON 2.7* para a geração de históricos de velocidade flutuante no tempo a partir de espectros de potência de acordo com a metodologia apresentada na seção 4.1.

Para o algoritmo de geração de velocidades flutuantes a partir do espectro de potências, apresentado nas equações (4.2) e (4.3), foram considerados  $N = 600$  harmônicos. Como já comentado na seção 4.1, esse método cria históricos de velocidade flutuante independentes em cada um dos nós da estrutura e, posteriormente, correlaciona os históricos em função da distância dos nós de acordo com a formulação matricial explicitada na equação (4.4). A Figura 6.16 e 6.18 apresentam os históricos de velocidade flutuante no tempo, para uma dada geração, anteriormente e posteriormente à aplicação da correlação espacial, para o nó 24 da estrutura da chaminé.

Para validar a coerência do método, pode-se comparar o autoespectro ( $\text{FFT}[u(t)]$ ) do histórico de velocidades flutuantes gerado para o nó (anteriormente à aplicação da correlação espacial) com o espectro de potência de Davenport utilizado na geração. Como os históricos de velocidades flutuantes foram gerados a partir do espectro de Davenport, apresentado na Figura 6.4, o autoespectro do histórico de velocidades deve seguir a mesma tendência do espectro de Davenport, porém não totalmente igual a esse, visto que a geração a partir deste algoritmo não é contínua em todo o domínio da frequência. A Figura 6.17 ilustra essa comparação.

Além disso, o desvio padrão teórico das velocidades flutuantes, que pode ser obtido a partir da raiz quadrada da integral do espectro de potências, deve ter valor próximo ao desvio padrão das velocidades flutuantes da geração, obtido a partir da área abaixo do gráfico do autoespectro do histórico de velocidades flutuantes, ou diretamente a partir do desvio padrão dos valores de velocidades flutuantes geradas no tempo:

$$\sigma_{u,TEORICO} = \sqrt{\int_0^{\infty} S_u(f)df} = 5,18 \text{ m/s} \quad (6.14)$$

$$\sigma_{u,GERADO} = \text{Área}\{FFT[u(t)]\} = 5,11 \text{ m/s} \quad (6.15)$$

Nota-se que os valores de desvio padrão das velocidades flutuantes geradas a partir do presente método estáé muito próximo ao teórico, o que valida a coerência do método.

A partir dos históricos de velocidade flutuantes gerados para os 24 nós da estrutura, já correlacionados, são obtidos históricos de forças flutuantes em cada nó, segundo a equação (2.18). O histórico da força de vento flutuante para o nó do topo da estrutura (24), em uma dada geração, é ilustrado na Figura 6.19. Esses históricos servem como entrada para a análise dinâmica no domínio do tempo (*Time History*) no programas de análise estrutural. Em particular nos exemplos deste trabalho, foi utilizado o programa SAP2000v18 para realizar tais análises, como citado anteriormente.

Como resultado da análise dinâmica do modelo da chaminé no SAP2000, é obtido o histórico da resposta de deslocamentos flutuantes  $\hat{x}$  no topo da estrutura. A Figura 6.20 apresenta esse histórico, para uma dada geração de carregamento. O autoespectro, obtido com a Transformada de Fourier das respostas de deslocamento flutuantes  $\hat{x}$  no topo da estrutura ao longo do tempo, é apresentado na Figura 6.21. Novamente, nota-se que a contribuição do primeiro modo ( $f_1 = 0,260\text{Hz}$ ) é muito superior à dos outros dois modos de vibração considerados ( $f_2 = 1,51 \text{ Hz}$  e  $f_3 = 3,96 \text{ Hz}$ ).

Devido a aleatoriedade da geração do carregamento no presente método, foram realizadas 20 gerações de carregamento para as quais foram obtidos os respectivos picos de

resposta em deslocamento no topo, calculados como o produto entre o fator de pico e o desvio padrão de cada amostra temporal. Considerou-se o valor médio entre os 20 picos obtidos como sendo o valor representativo da análise. A título de comparação, obteve-se a distribuição cumulativa de Gumbel para os 20 valores de pico a fim de se saber a probabilidade acumulada correspondente.

A Tabela 6.9 apresenta os desvios padrão, os fatores de pico e os valores de pico de deslocamentos no topo da chaminé para as análises das 20 gerações e a Figura 6.22 apresenta a distribuição cumulativa de Gumbel ajustada a partir dos 20 deslocamentos máximos obtidos.

Pela Tabela 6.9, observa-se que o deslocamento médio, para esse método, está em torno de 31,2 cm, valor de deslocamento este próximo ao obtido pelo método de Análise Modal no Domínio da Frequência.

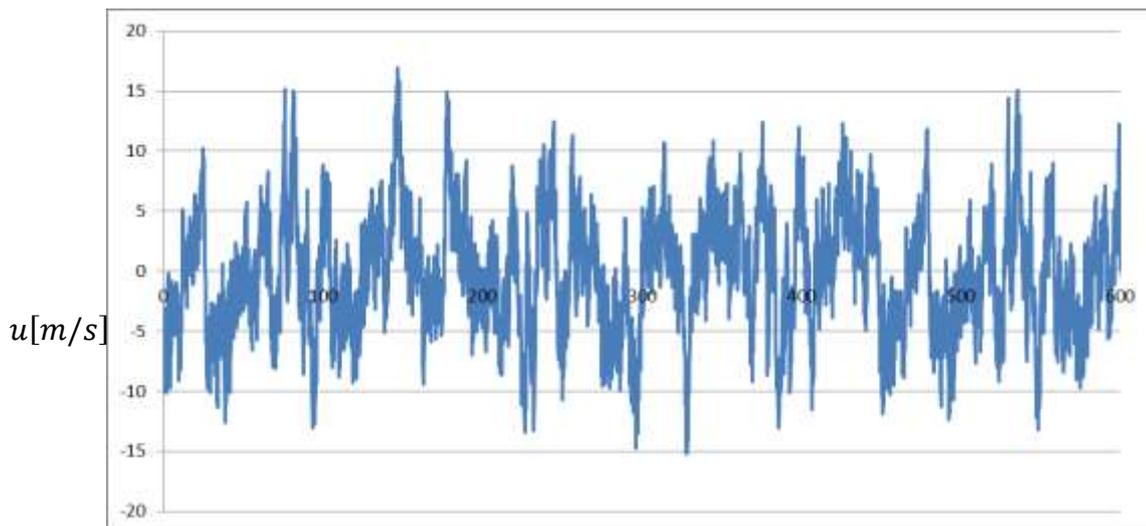


Figura 6.16 – Histórico de velocidade flutuante do vento no topo (nó 24), sem correlação espacial com os históricos gerados para os outros nós da estrutura, gerado com o programa computacional utilizando o Método Estocástico (geração nº17).

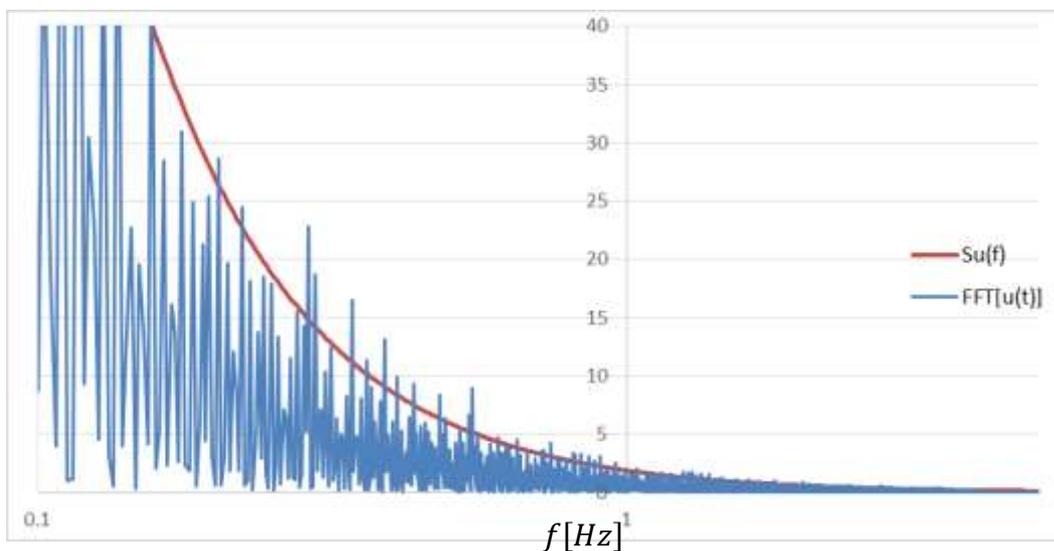


Figura 6.17 – Comparação do autoespectro (Transformada Rápida de Fourier – FFT[u(t)]) do histórico de velocidades flutuantes gerado para o nó 24, sem a correlação espacial com os históricos dos demais nós (geração nº17).

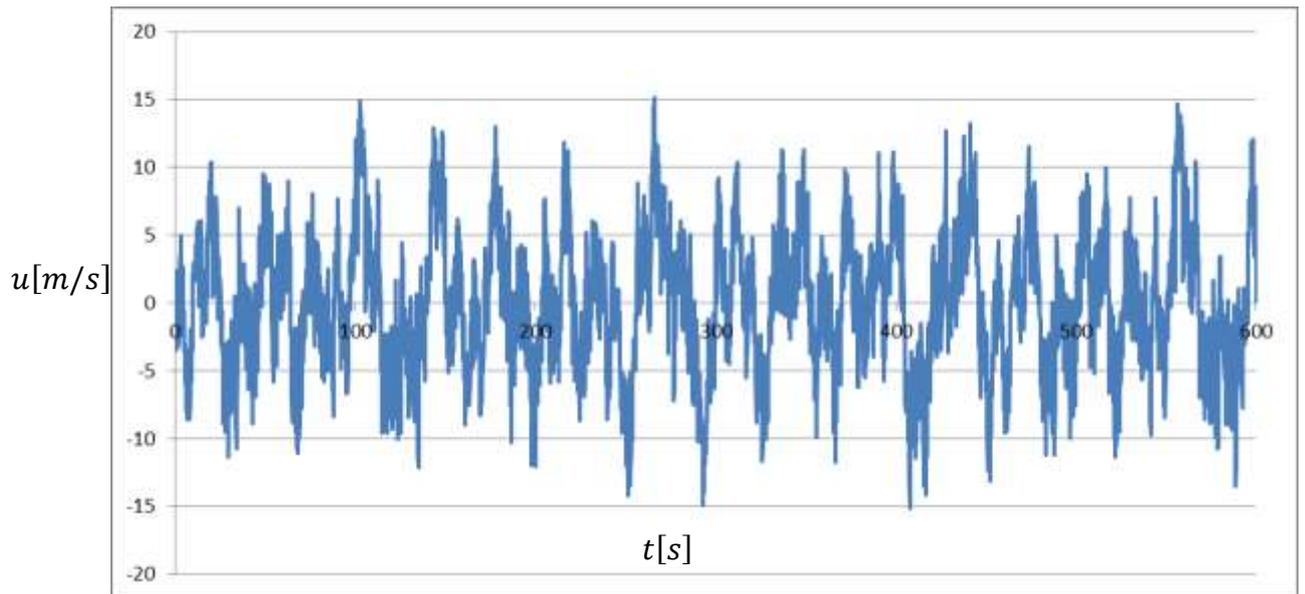


Figura 6.18 – Histórico de velocidade flutuante do vento no topo (nó 24), após correlação espacial com os históricos gerados para os outros nós da estrutura, gerado com o programa computacional utilizando o Método Estocástico (geração nº17).

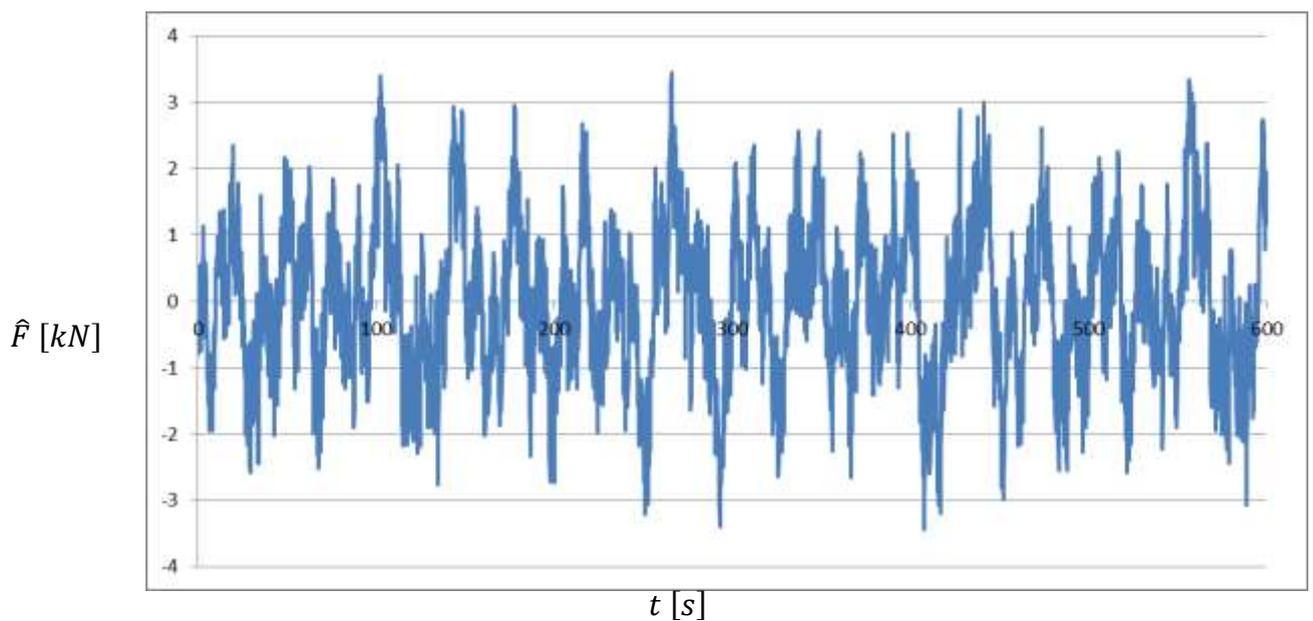


Figura 6.19 – Histórico da parcela flutuante da força de vento no topo (nó 24) gerado com o programa computacional utilizando o Método Estocástico (geração nº17).

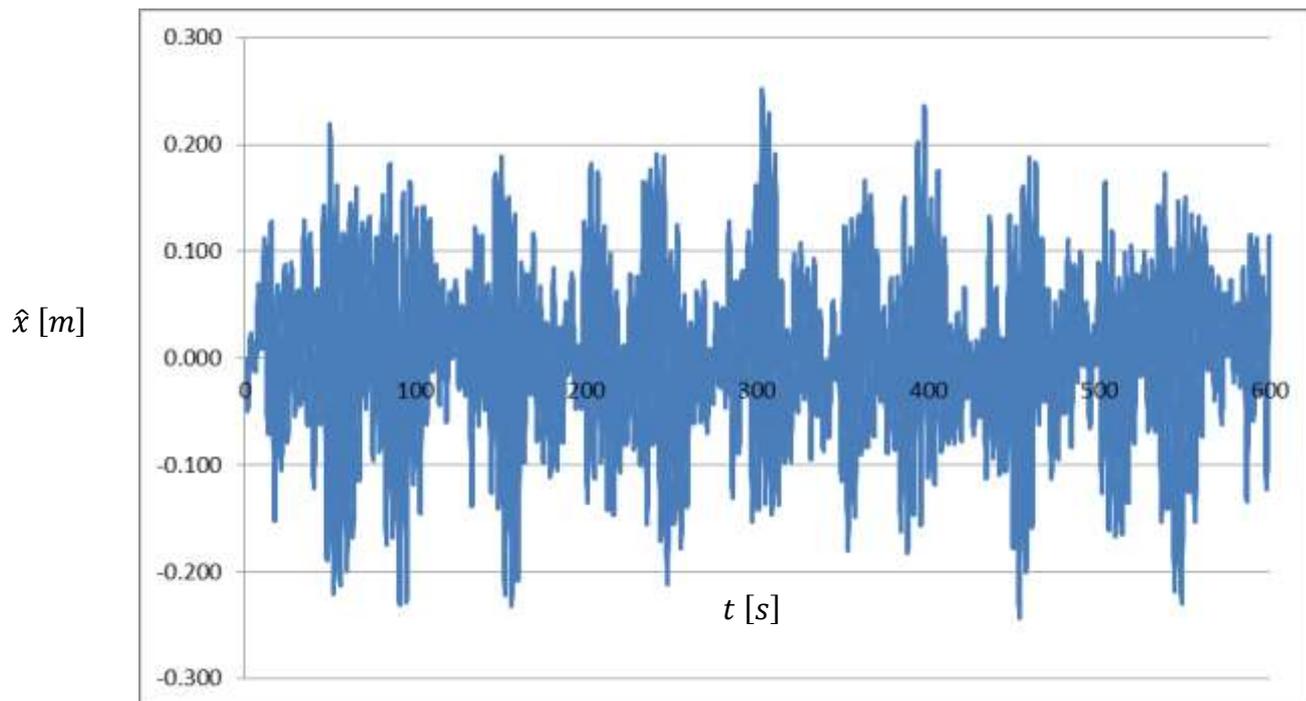


Figura 6.20 – Resposta de deslocamentos no topo da chaminé ao longo do tempo para a parcela flutuante do vento turbulento, obtidos com históricos de velocidade do Método Estocástico (geração nº17).

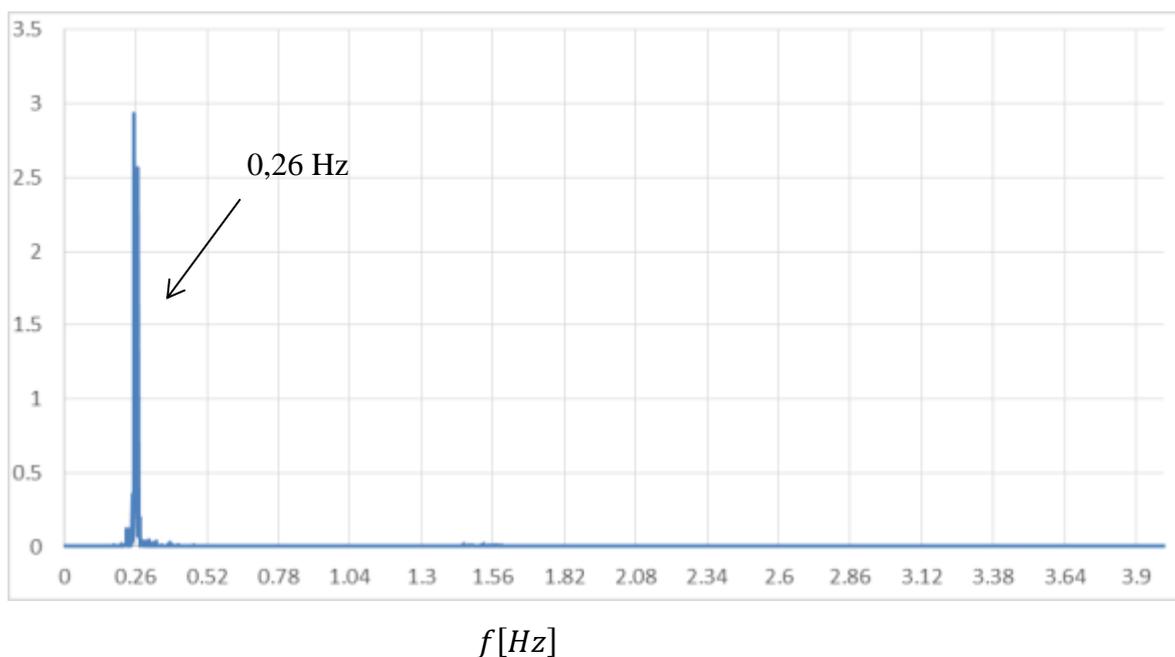


Figura 6.21 – Auto espectro do deslocamento no topo da chaminé (geração nº17).

Tabela 6.9 – Desvios padrão, fatores de pico e deslocamentos máximos no topo da chaminé para 20 gerações diferentes de carregamento, pelo Método Estocástico.

Geração	$\sigma_x$ (m)	g	$X_{m\acute{a}x}$ (cm)
1	0,074	3,56	26,4
2	0,092	3,56	32,8
3	0,084	3,54	29,8
4	0,099	3,54	35,2
5	0,091	3,54	32,1
6	0,064	3,54	22,8
7	0,077	3,53	27,1
8	0,079	3,53	27,9
9	0,097	3,55	34,5
10	0,098	3,54	34,7
11	0,103	3,55	36,5
12	0,083	3,54	29,6
13	0,092	3,53	32,5
14	0,081	3,56	28,7
15	0,085	3,55	30,1
16	0,108	3,56	38,5
17	0,102	3,56	36,2
18	0,086	3,55	30,6
19	0,079	3,54	28,0
20	0,083	3,55	29,4
Média	0,088	3,55	31,2

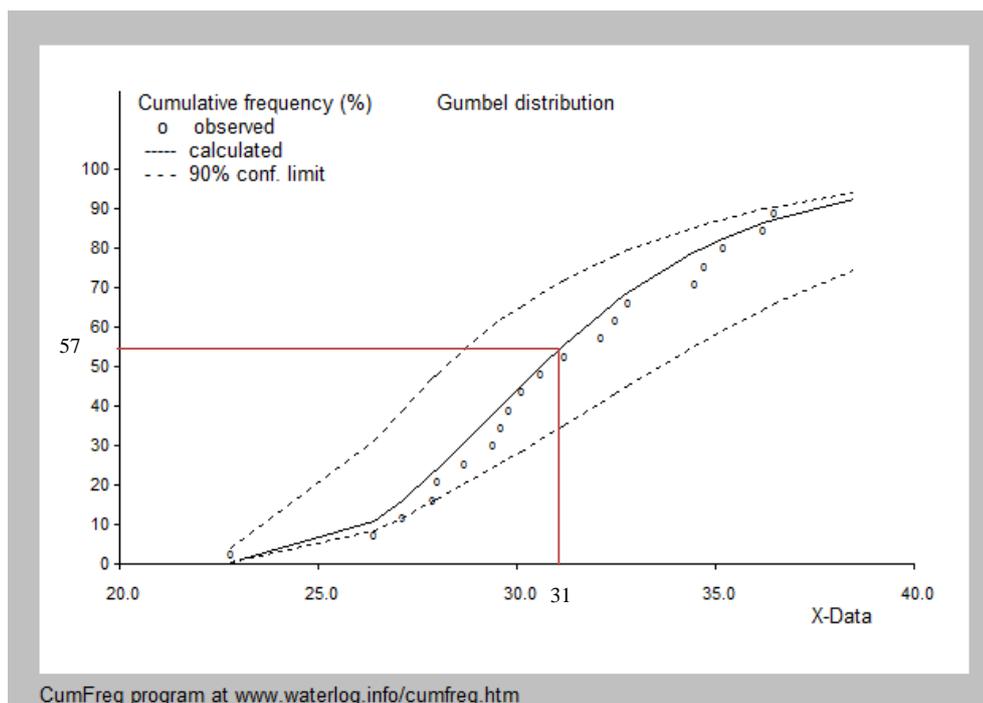


Figura 6.22 – Distribuição cumulativa de probabilidades de Gumbel, ajustada a partir dos máximos deslocamentos no topo da chaminé para as 20 gerações de carregamento do Método Estocástico (deslocamento em centímetros no eixo horizontal e probabilidade acumulada em % no eixo vertical).

#### 6.1.2.4.2 Cálculo com Históricos de Vento Gerados pelo Método do Vento Sintético

Para o Método do Vento Sintético, foi criada uma rotina computacional, programada na linguagem *PYTHON* 2.7, assim como nos métodos anteriores, seguindo a mesma metodologia exposta na seção 4.2.

No trabalho de FRANCO e MEDEIROS (2011) em que o presente exemplo foi apresentado, os autores acharam mais coerente utilizar a velocidade média do vento em um intervalo de tempo de 1 hora (3600s) para se obter os valores dos picos estimados das forças flutuantes do vento como formulados na equações (4.30) a (4.34), ao invés de considerar 10 minutos (600s), como originalmente considerado pelo método. A velocidade média em 1 hora pode ser obtida da seguinte forma:

$$V_{3600}(z) = 0,65bV_0 \left(\frac{z}{10}\right)^p \quad (6.16)$$

sendo  $b$  e  $p$  os parâmetros de rugosidade da categoria para o intervalo de tempo considerado (1h). Essa consideração não causa mudanças significativas nos resultados finais, já que a velocidade média em 1 hora é muito próxima, em valores, da velocidade média em 600s. Para se respeitar o que foi feito em FRANCO e MEDEIROS (2011), bem como validar o programa feito para o Método do Vento Sintético, optou-se por utilizar essa mesma consideração. Todas as tabelas com as etapas de cálculo do método do vento sintético para o presente exemplo são apresentadas em anexo na seção 9.

Sendo apresentada tal consideração, podem-se obter os picos estimados de forças flutuantes pela mesma formulação apresentada nas equações (4.30) a (4.34). A Tabela 9.6 apresenta os valores da força de rajada em 3 segundos, a parcela média em 3600 segundos e o pico da força flutuante para os 24 nós da estrutura. Note-se que a relação entre força flutuante e a força de rajada em 3 segundos é de 58% para o presente caso.

A partir da equação (4.19) são obtidas as amplitudes normalizadas  $c_k$ , providas do espectro de Davenport considerado, para cada um dos 600 harmônicos. A Tabela 9.7 apresenta as frequências dos harmônicos consideradas bem como as respectivas amplitudes normalizadas.

Os fatores de redução dos harmônicos que consideram a correlação espacial, obtidos a partir das equações (4.28) e (4.29), são apresentados na Tabela 9.8 (para alguns dos 600 harmônicos). Para a presente análise, o nó 21 foi considerado como sendo o centro de rajada.

A partir da equação (4.35) é obtida a força total no centro de rajada (nó 21) para cada instante de tempo ao longo do período de 600 segundos (10 minutos) e, com esse carregamento dinâmico no domínio do tempo, é feita a análise dinâmica no programa SAP2000 a fim de se obter as respostas. A Figura 6.23 apresenta a força no centro de rajada da chaminé ao longo do tempo, para uma das gerações de carregamento realizadas e a Figura 6.24 apresenta a resposta em deslocamentos no topo para essa respectiva geração do carregamento.

Assim como no Método Estocástico, devido à aleatoriedade da geração do carregamento no Método do Vento Sintético, foram realizadas 20 gerações de carregamento para as quais foram obtidas as respectivas respostas em deslocamentos no topo, a fim de se obter o valor médio entre os picos das 20 análises. Nesse caso também se ajustou a distribuição cumulativa de Gumbel para os 20 valores de pico, a título de comparação.

A Tabela 6.10 apresenta os valores de desvios padrão, fatores de pico e estimativas de pico de deslocamentos no topo da chaminé para as análises das 20 gerações e a Figura 6.25 apresenta a distribuição cumulativa de Gumbel ajustada a partir dos 20 deslocamentos máximos obtidos. Pela média dos valores de deslocamentos máximos na Tabela 6.10, observa-se que o deslocamento representativo, para esse método, está em torno de 18,2 cm. Esse valor está bem próximo ao valor obtido por FRANCO e MEDEIROS (2011) para o mesmo exemplo, utilizando o Método do Vento Sintético (19cm).

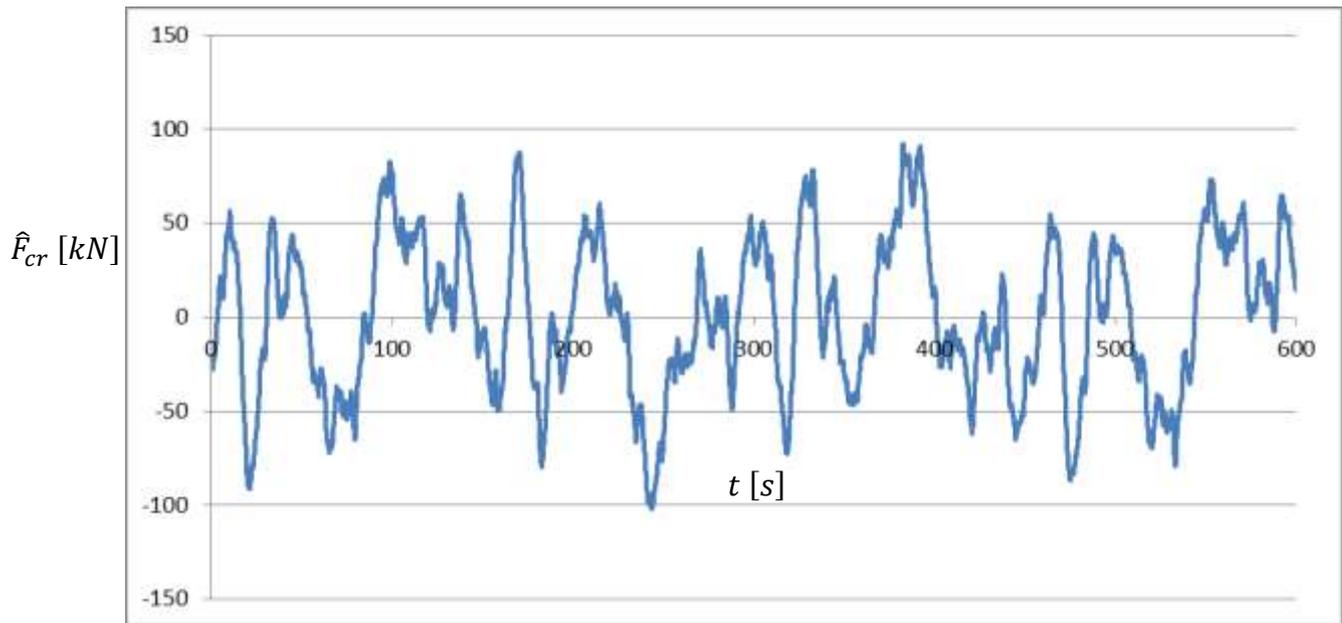


Figura 6.23 – Força total gerada pelo Método do Vento Sintético, aplicada no centro de rajada da estrutura (nó 21) (geração n°8)

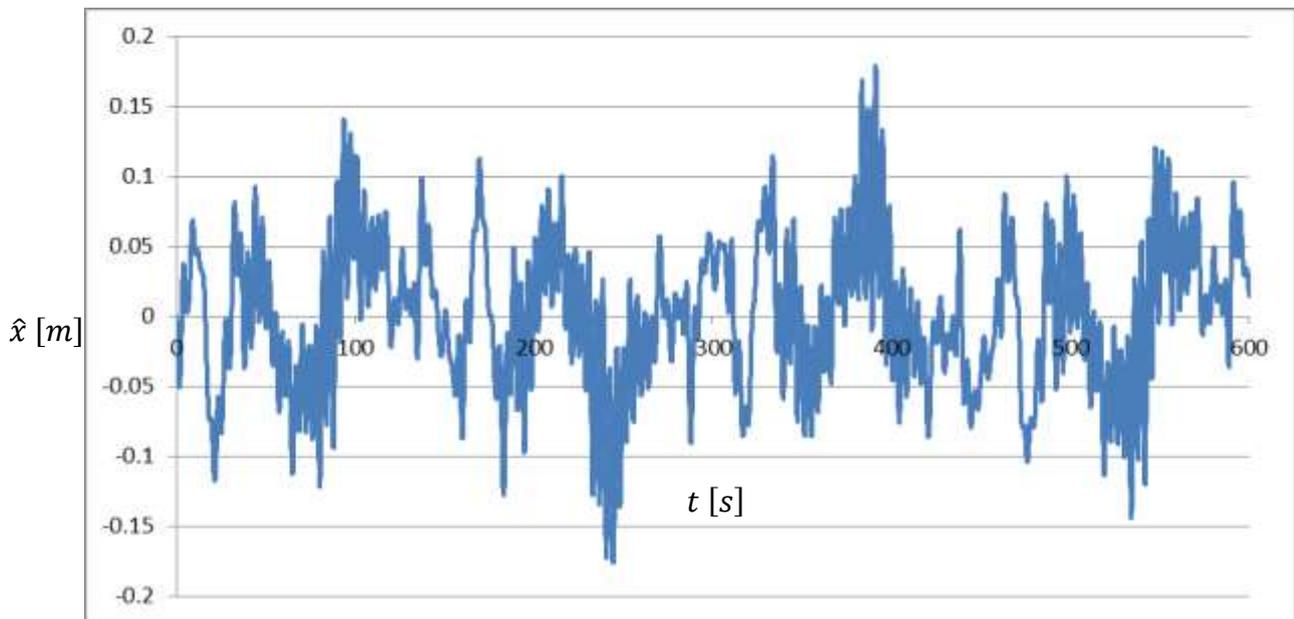


Figura 6.24 – Resposta em deslocamentos no topo da chaminé ao longo do tempo para a parcela flutuante do vento turbulento, obtidos com a força flutuante no centro de rajada da estrutura, segundo o Método do Vento Sintético (geração n°8).

Tabela 6.10 – Desvios padrão, fatores de pico e deslocamentos máximos no topo da chaminé para 20 gerações diferentes de carregamento, pelo método do Vento Sintético.

Geração	$\sigma_x$ (m)	g	$X_{m\acute{a}x}$ (cm)
1	0,054	3,35	18,0
2	0,053	3,38	18,0
3	0,053	3,43	18,3
4	0,055	3,36	18,6
5	0,054	3,36	18,0
6	0,054	3,40	18,2
7	0,055	3,46	18,9
8	0,053	3,32	17,7
9	0,053	3,41	18,0
10	0,054	3,40	18,2
11	0,054	3,39	18,3
12	0,054	3,40	18,5
13	0,053	3,38	17,9
14	0,054	3,41	18,3
15	0,054	3,37	18,1
16	0,053	3,35	17,7
17	0,054	3,39	18,1
18	0,053	3,36	17,9
19	0,055	3,46	18,9
20	0,054	3,40	18,2
Média	0,054	3,39	18,2

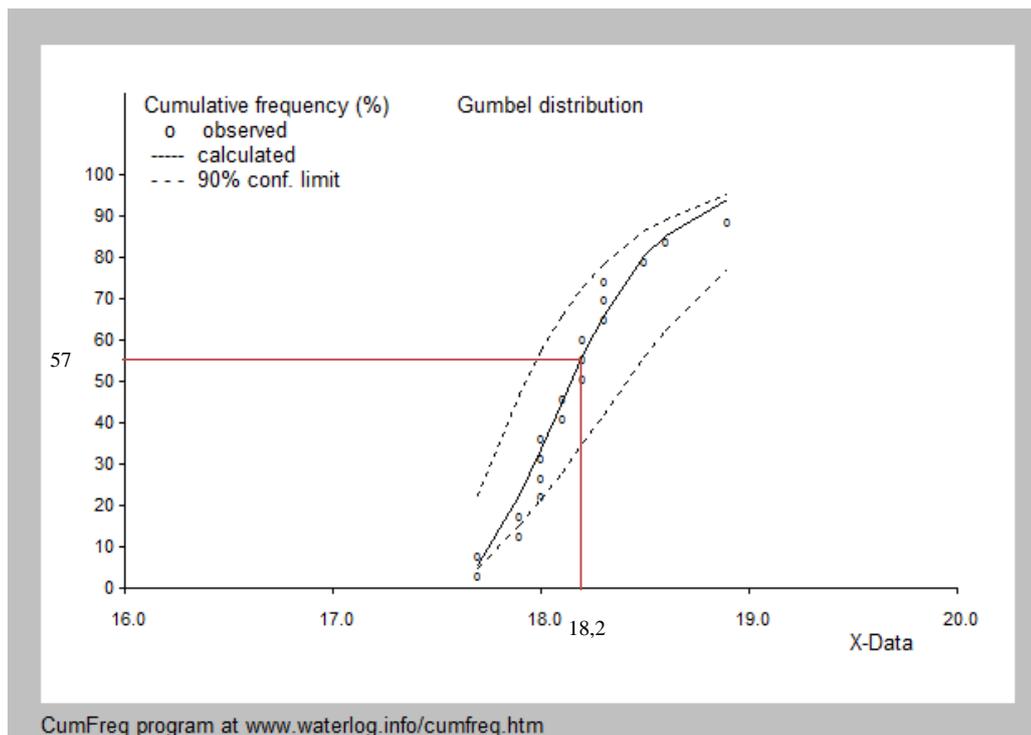


Figura 6.25 – Distribuição cumulativa de probabilidades de Gumbel, ajustada a partir dos máximos deslocamentos no topo da chaminé para as 20 gerações de carregamento do Método do Vento Sintético (deslocamentos em centímetros no eixo horizontal e probabilidade acumulada em % no eixo vertical).

### 6.1.3 Resumo de Resultados para o Exemplo da Chaminé de 113m

Como já esperado, todos os métodos de análise aerodinâmica apresentaram resultados superiores de deslocamentos totais no topo em relação ao método estático da ABNT NBR 6123:1988. Como já comentado, a presente estrutura apresenta características dinâmicas que resultam em grande excitação pelo carregamento dinâmico do vento turbulento. Por exemplo, a frequência do seu primeiro modo de vibração é 0,26 Hz, valor que se encontra em uma região de bastante energia no espectro de turbulência.

Dentre os métodos de análise dinâmica da estrutura submetida ao vento turbulento, os métodos de análise no domínio da frequência e o método de análise no domínio do tempo com históricos de vento gerados pelo Método Estocástico apresentaram boa correlação, com valores máximos característicos de deslocamentos flutuantes no topo em torno de 29~31cm e com deslocamentos totais no topo em torno de 44~46cm. Comparado a esses, o método no domínio do tempo com históricos de vento gerados pelo Método do Vento Sintético

apresentou valor de deslocamento máximo flutuante no topo inferior, igual a 18,2cm e um total de 32,8cm, considerando a parcela da velocidade média do vento.

Sendo o método do domínio da frequência o que se aproxima mais da formulação teórica do vento turbulento e por ser um método analítico, ele é o que melhor representa a correlação espacial do vento turbulento entre os diferentes nós da estrutura, já que essa é feita diretamente por expressões analíticas apresentadas na seção 5.2.2. Por isso, pode-se dizer que o método no domínio da frequência serve aqui como um *benchmarking* para os demais. A sua boa correlação com o Método Estocástico evidencia a eficiência desse método em representar a correlação espacial das velocidades de vento para os diferentes pontos da estrutura, na sua forma matricial, que tem sua origem nas funções de co-espectro de correlação espacial.

Já o Método do Vento Sintético considera diversas aproximações que se refletem em diferenças nos resultados finais, principalmente na consideração da correlação espacial e na obtenção das amplitudes dos harmônicos, que nesse caso são amplitudes normalizadas obtidas a partir do espectro de potência, ao invés de serem diretamente amplitudes de velocidade em m/s. Ou seja, os harmônicos não representam, diretamente, as velocidades flutuantes. Esses harmônicos são posteriormente multiplicados por estimativas de pico de força flutuante que são considerados, de maneira aproximada, como uma porcentagem da força de rajada em 3 segundos, dando assim um sentido físico para os harmônicos.

Ressalte-se que PFEIL *et al.* (2012) realizaram a mesma comparação entre o método da solução modal no domínio da frequência e o Método do Vento Sintético para o mesmo exemplo da referida chaminé com 113m de altura, com o mesmo intuito de verificar a eficácia do método. Neste trabalho, foram obtidos resultados de deslocamentos muito próximos aos obtidos na presente Dissertação e chegou-se às mesmas conclusões quanto às imprecisões do Método do Vento Sintético.

Cabe-se comentar, também, que o método discreto presente na ABNT NBR 6123:1988 apresentou valor de deslocamento bem abaixo ao apresentado pelo método do domínio da frequência, mesmo que tenha apresentado um resultado um pouco superior ao método estático da mesma norma. Porém, quando se aplica a correção ao método proposta por ALGABA (2016) o resultado para o deslocamento no topo aproxima-se do valor obtido pelo método do domínio da frequência.

A Tabela 6.11 apresenta o resumo dos resultados das análises aqui apresentadas.

Tabela 6.11 – Resumo de deslocamentos no topo da chaminé obtidos com os diferentes métodos apresentados

		Deslocamentos no Topo(cm)			Razão de Amplificação Dinâmica *
		Médio ( $\bar{x}$ )	Flutuante ( $\hat{x}$ )	Total ( $x$ )	
Método estático ABNT NBR 6123:1988		-	-	21,5	1,00
Método discreto Item 9 ABNT NBR(1988) (Original)		14,6	16,2	30,8	1,43
Método discreto Item 9 ABNT NBR(1988) (Com Correção)**			29,0	43,6	2,02
Análise Modal no Domínio da Frequência			29,0	43,6	2,03
Domínio do Tempo	Estocástico		31,2	45,8	2,13
	Vento Sintético		18,2	32,8	1,52

Nota:

\* Razão calculada entre o deslocamento total correspondente ao respectivo método e o deslocamento total obtido utilizando-se o método estático da ABNT ABNT NBR 6123:1988 (21,5 cm).

\*\*valor de deslocamento obtido utilizando correção proposta por ALGABA (2016)

## 6.2 Prédio de 60 Andares (~180m) em Balneário Camboriú

O segundo exemplo a ser estudado se refere a um prédio fictício de 60 andares, tal como apresentado na Figura 6.27. Esse exemplo, apesar de não ser real, representa bem em suas características os prédios que vem sendo construídos, à época do presente trabalho, em Balneário Camboriú. Esses projetos, em sua grande maioria, são desenvolvidos com o auxílio de um programa de análise estrutural que gera todo o detalhamento das estruturas de edifícios em concreto armado como resultado final a partir dos esforços nos elementos estruturais, tendo como entradas as características geométricas e físicas dos modelos estruturais e os carregamentos aos quais esses serão submetidos.

No que tange à análise aerodinâmica do edifício, esse programa conta com o Método do Vento Sintético em sua programação para gerar os históricos de força flutuante de vento no tempo e, com isso, fazer a análise dinâmica. Por isso, torna-se importante a avaliação da aplicação desse método para edifícios tão altos e, conseqüentemente, tão flexíveis e susceptíveis às amplificações dinâmicas de deslocamentos e esforços.

Como já mencionado, o prédio a ser analisado apresenta 60 andares, e apresenta 180 metros de altura total, com pés-direitos de 3 metros entre andares. Em planta, tem dimensões de 40x40 metros. Todos os seus elementos estruturais são em concreto armado com  $f_{ck} = 50$  MPa e módulo de elasticidade  $E \sim 33,7$  GPa. Todas as vigas do edifício apresentam dimensões de 18x50 cm e todos os seus pilares apresentam dimensões de 50x90 cm. Os vãos entre pilares são todos de 8 metros. Para o enrijecimento lateral, a estrutura do edifício conta com um núcleo de contraventamento em concreto armado com dimensões de 8x8 metros, com paredes de 50 centímetros de espessura. A Figura 6.28 apresenta a geometria da estrutura em planta, bem como as dimensões de seus elementos estruturais, e a Figura 6.29 apresenta a estrutura do edifício em corte.

As Tabela 6.12 e 6.13 apresentam as propriedades aerodinâmicas do edifício para cada andar, sendo  $z$  a altura do andar em relação ao solo,  $A_i$  é a área total de exposição da fachada para um determinado andar,  $m_i$  a massa total concentrada para um determinado andar e  $C_a$  o coeficiente de arrasto aerodinâmico.

O coeficiente de arrasto aerodinâmico (igual a 1,4 para todos os andares) foi calculado com base no ábaco para edificações paralelepípedicas em vento de baixa turbulência, presente na ABNT NBR 6123:1988 e reproduzida aqui na Figura 6.26. Salienta-se que a escolha do ábaco de baixa turbulência é mais conservadora que a do ábaco de alta turbulência. Para se utilizar o ábaco de alta turbulência da ABNT NBR 6123:1988, a altura do edifício em questão não deveria superar o dobro da altura média dos edifícios vizinhos na direção do vento e, tendo em vista a linha do horizonte de edifícios atual em Balneário Camboriú, ainda ocorrem muitos casos em que os edifícios não atendem essa condição, principalmente na direção do vento provindo do mar. Por isso, é mais seguro optar pelo ábaco em baixa turbulência.

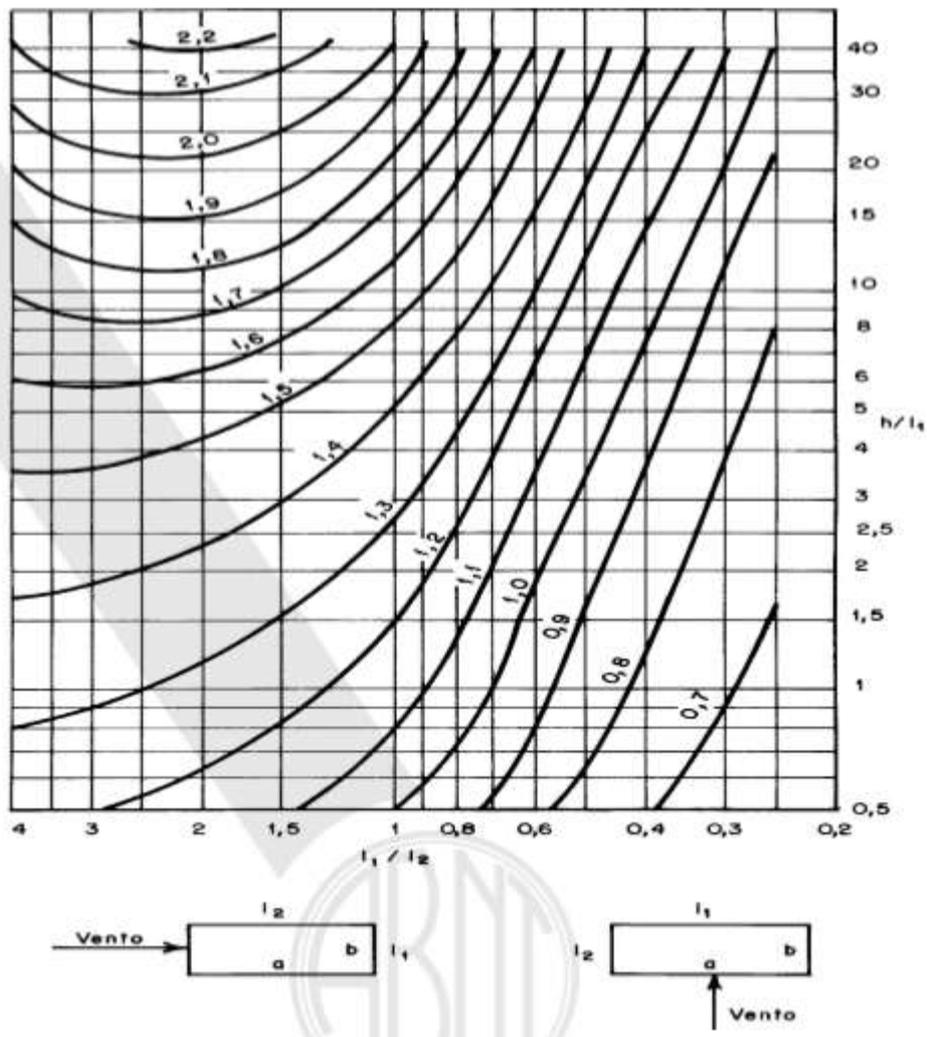
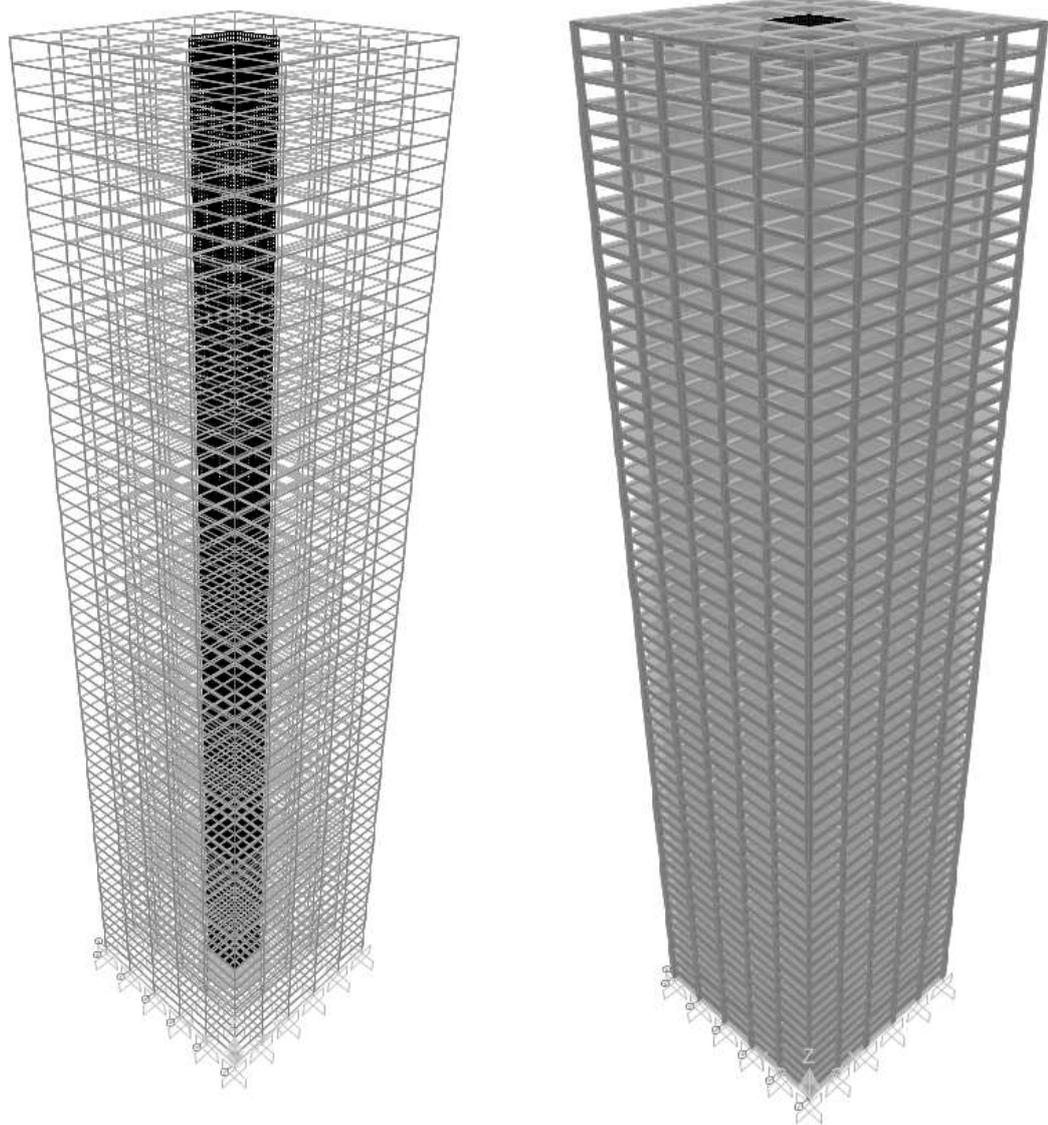


Figura 6.26 – Coeficiente de arrasto  $C_a$ , para edificações paralelepípedicas em vento de baixa turbulência.



(a)

(b)

Figura 6.27 – (a) Visualização global do modelo 3D completo do edifício, em elementos finitos. (b) Visualização global extrudada do modelo 3D do edifício

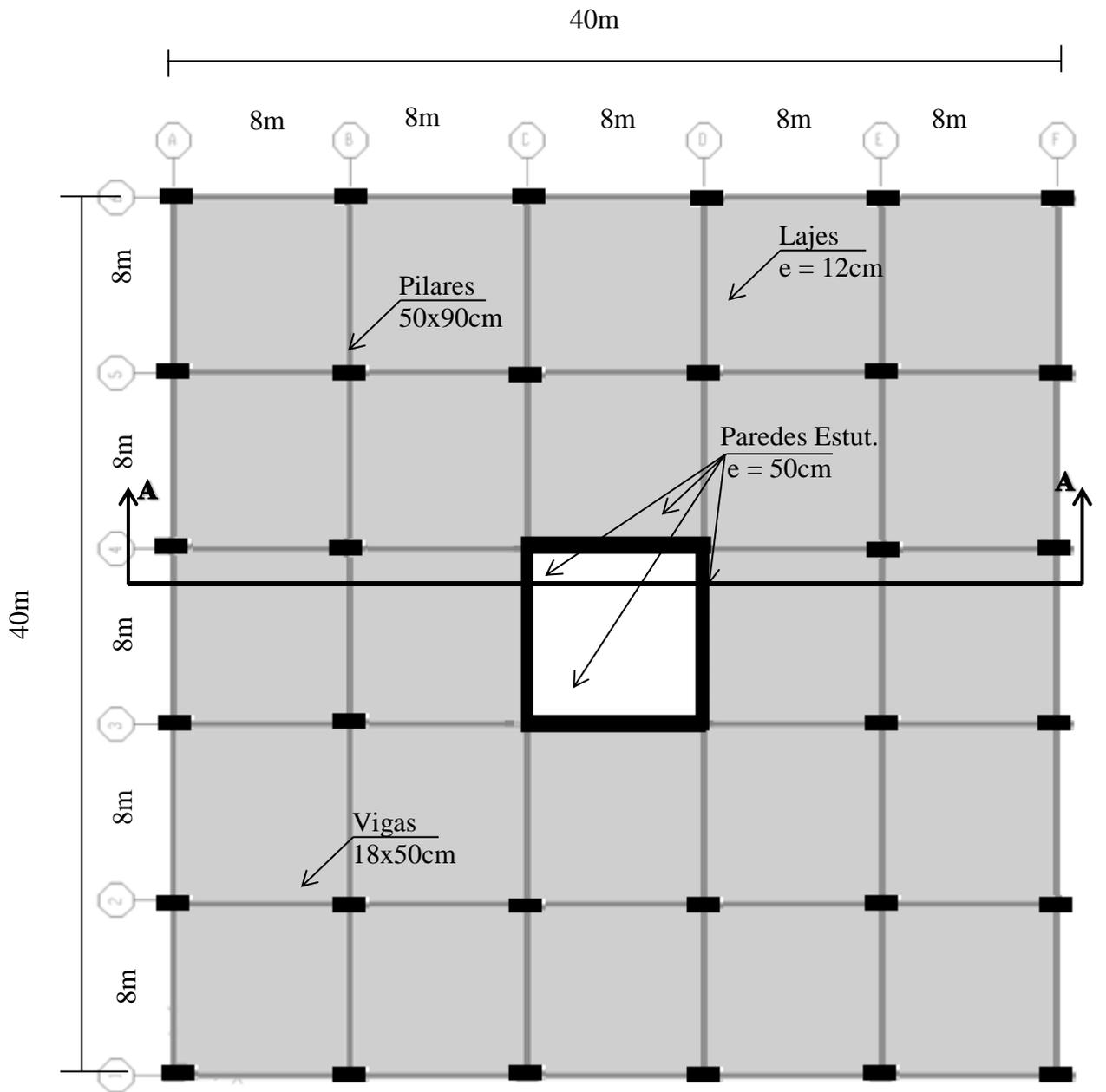


Figura 6.28 – Visualização em planta do pavimento tipo do edifício.

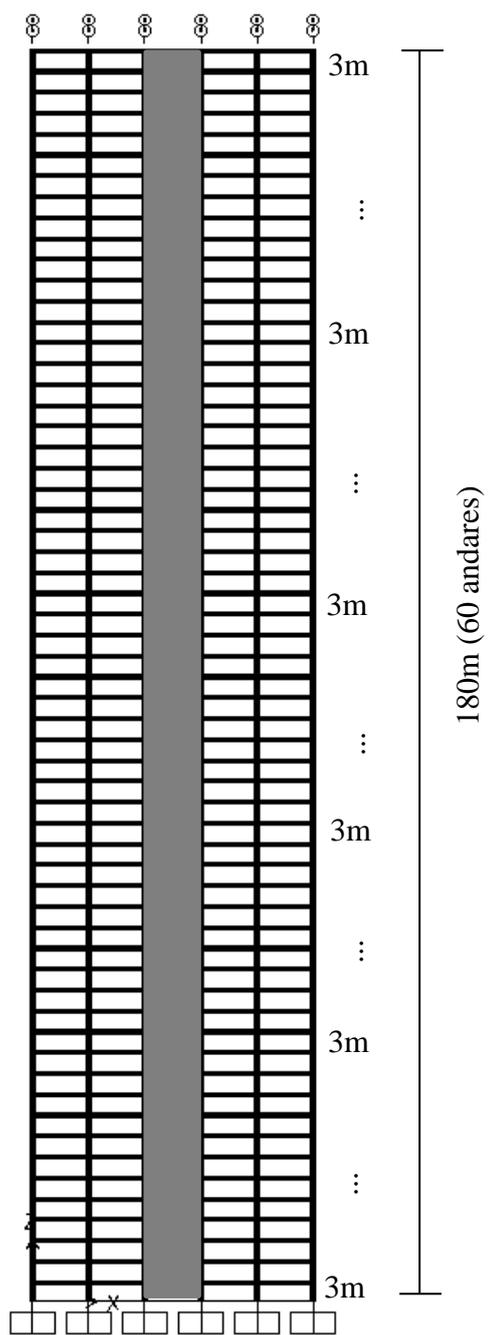


Figura 6.29 – Visualização do corte AA do edifício a ser estudado.

Tabela 6.12 – Propriedades do edifício para cada um dos 60 andares.

Andar	z(m)	$A_i(m^2)$	$m_i(t)$	Ca
1	0	60	677,7	1,4
2	3	120	790,7	1,4
3	6	120	790,7	1,4
4	9	120	790,7	1,4
5	12	120	790,7	1,4
6	15	120	790,7	1,4
7	18	120	790,7	1,4
8	21	120	790,7	1,4
9	24	120	790,7	1,4
10	27	120	790,7	1,4
11	30	120	790,7	1,4
12	33	120	790,7	1,4
13	36	120	790,7	1,4
14	39	120	790,7	1,4
15	42	120	790,7	1,4
16	45	120	790,7	1,4
17	48	120	790,7	1,4
18	51	120	790,7	1,4
19	54	120	790,7	1,4
20	57	120	790,7	1,4
21	60	120	790,7	1,4
22	63	120	790,7	1,4
23	66	120	790,7	1,4
24	69	120	790,7	1,4
25	72	120	790,7	1,4
26	75	120	790,7	1,4
27	78	120	790,7	1,4
28	81	120	790,7	1,4
29	84	120	790,7	1,4
30	87	120	790,7	1,4
31	90	120	790,7	1,4
32	93	120	790,7	1,4
33	96	120	790,7	1,4
34	99	120	790,7	1,4
35	102	120	790,7	1,4
36	105	120	790,7	1,4
37	108	120	790,7	1,4
38	111	120	790,7	1,4
39	114	120	790,7	1,4
40	117	120	790,7	1,4
41	120	120	790,7	1,4

Tabela 6.13 – Continuação da Tabela anterior.

Andar	z(m)	A <sub>i</sub> (m <sup>2</sup> )	m <sub>i</sub> (t)	Ca
42	123	120	790,7	1,4
43	126	120	790,7	1,4
44	129	120	790,7	1,4
45	132	120	790,7	1,4
46	135	120	790,7	1,4
47	138	120	790,7	1,4
48	141	120	790,7	1,4
49	144	120	790,7	1,4
50	147	120	790,7	1,4
51	150	120	790,7	1,4
52	153	120	790,7	1,4
53	156	120	790,7	1,4
54	159	120	790,7	1,4
55	162	120	790,7	1,4
56	165	120	790,7	1,4
57	168	120	790,7	1,4
58	171	120	790,7	1,4
59	174	120	790,7	1,4
60	177	120	790,7	1,4
61	180	60	677,7	1,4

Em se tratando de uma estrutura de edifício flexível em concreto armado, a frequência natural do primeiro modo de vibração pode ser estimada pela expressão de HIRSCH e BACHMANN *apud* CEB (1991):

$$f(\text{Hz}) = 0,4 \left( \frac{100}{h} \right)^{1,6} \quad (6.17)$$

sendo  $h$  a altura do edifício em metros. Para 180 metros de altura, pela expressão cima, tem-se aproximadamente  $f = 0,15$  Hz. Com o modelo 3D completo do edifício no SAP2000, obteve-se a frequência  $f = 0,15$  Hz para o primeiro modo de vibração, o que prova a coerência do modelo estudado.

A Figura 6.30 apresenta os primeiros quatro modos de vibração da estrutura obtidos com o modelo completo 3D da estrutura no SAP2000.

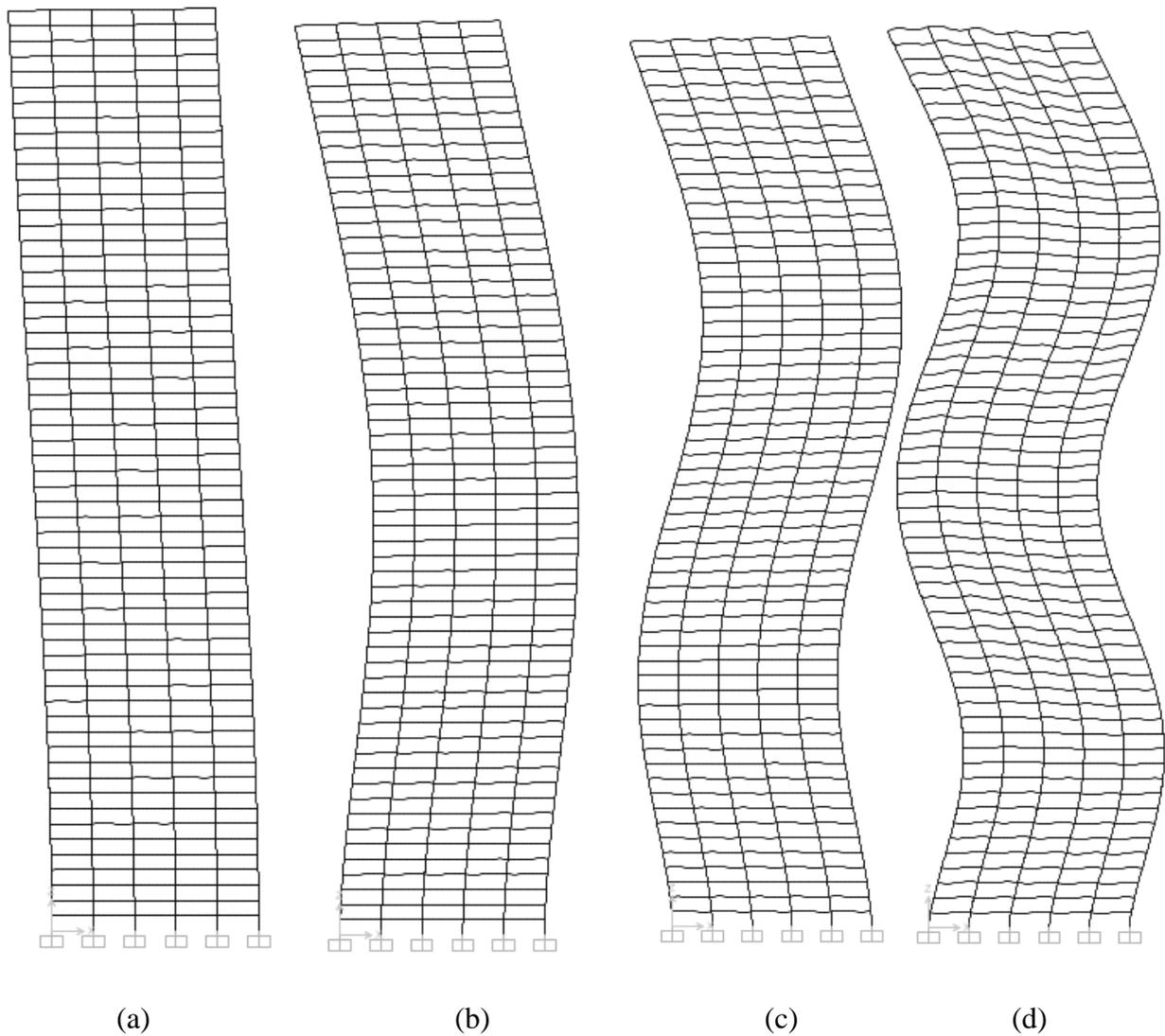


Figura 6.30 – (a) Primeiro modo, flexão lateral da estrutura ( $f_1 = 0,15$  Hz). (b) Segundo modo, flexão lateral ( $f_2 = 0,61$  Hz). (c) Terceiro modo, flexão lateral ( $f_3 = 1,45$ Hz). (d) Quarto modo, flexão lateral ( $f_4 = 2,59$  Hz).

Com o intuito de simplificar e reduzir o esforço computacional, calibrou-se um modelo computacional unifilar formado por elementos de pórtico plano com propriedades equivalentes, tendo em vista que não há a necessidade da análise computacional 3D do modelo, já que o objetivo é se estudar o comportamento do edifício quando submetido à turbulência na direção do vento (*alongwind*). A Figura 6.31 apresenta o modelo equivalente citado.

Ressalte-se que não serão consideradas as correlações espaciais na direção *y* (transversal ao vento) para os pontos da fachada com uma mesma altura *z*, ou seja, para uma mesma altura todos os pontos da fachada terão correlação total, o que reduz a um ponto de aplicação da resultante do vento por andar. A consideração da correlação entre os diferentes pontos da fachada em *y* ocasionariam respostas torcionais que não são objetivos do presente estudo.

A tabela a seguir apresenta as propriedades das barras equivalentes, calibradas para se obter o mesmo comportamento estrutural do modelo completo 3D:

Tabela 6.14 – Propriedades equivalentes das barras do modelo unifilar do edifício.

Área da Seção Transversal	29,42 m <sup>2</sup>
Momento de Inércia	635,92 m <sup>4</sup>
Área de Cisalhamento	1,5 m <sup>2</sup>

A Figura 6.31 apresenta o modelo unifilar equivalente e a Figura 6.32 apresenta os quatro modos de vibração considerados e as respectivas frequências, para esse modelo.

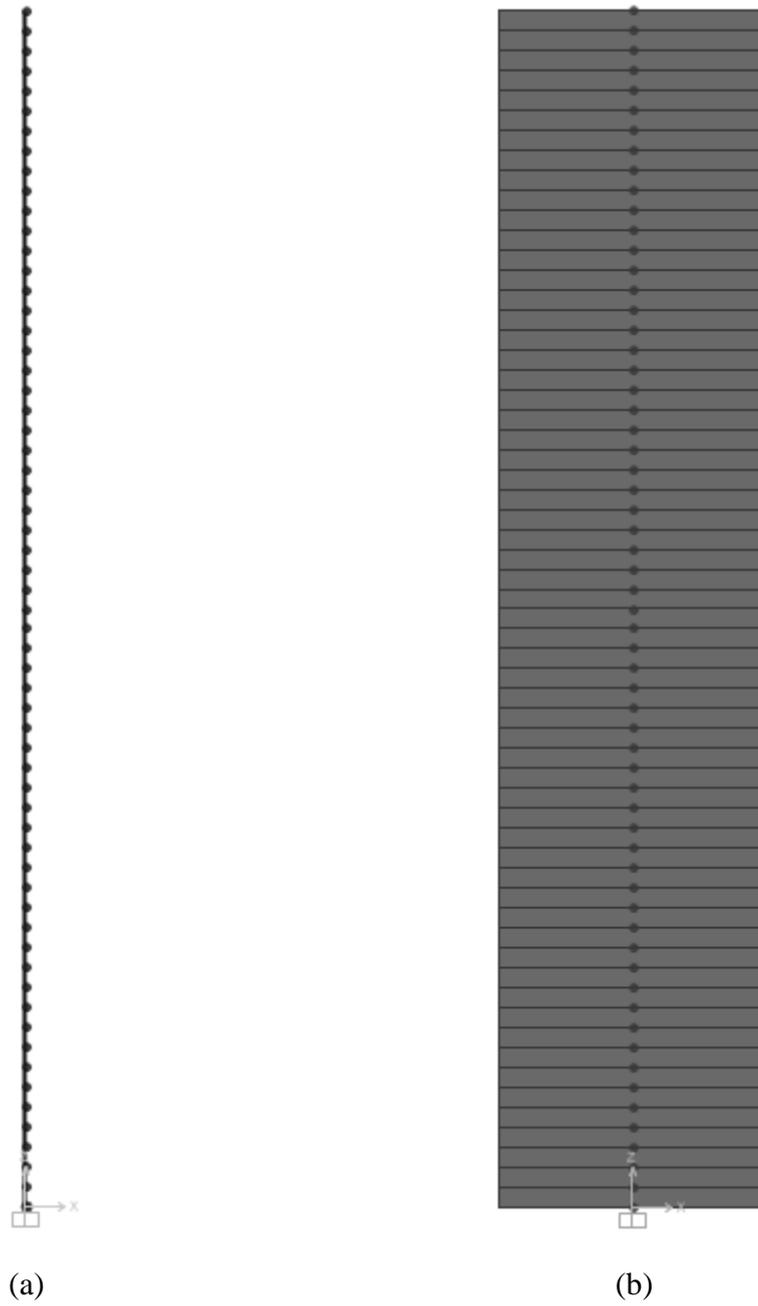


Figura 6.31 – (a) Visualização do modelo unifilar em pórtico plano do edifício, com elementos finitos de barra (b) Visualização extrudada do modelo unifilar do edifício em pórtico plano.

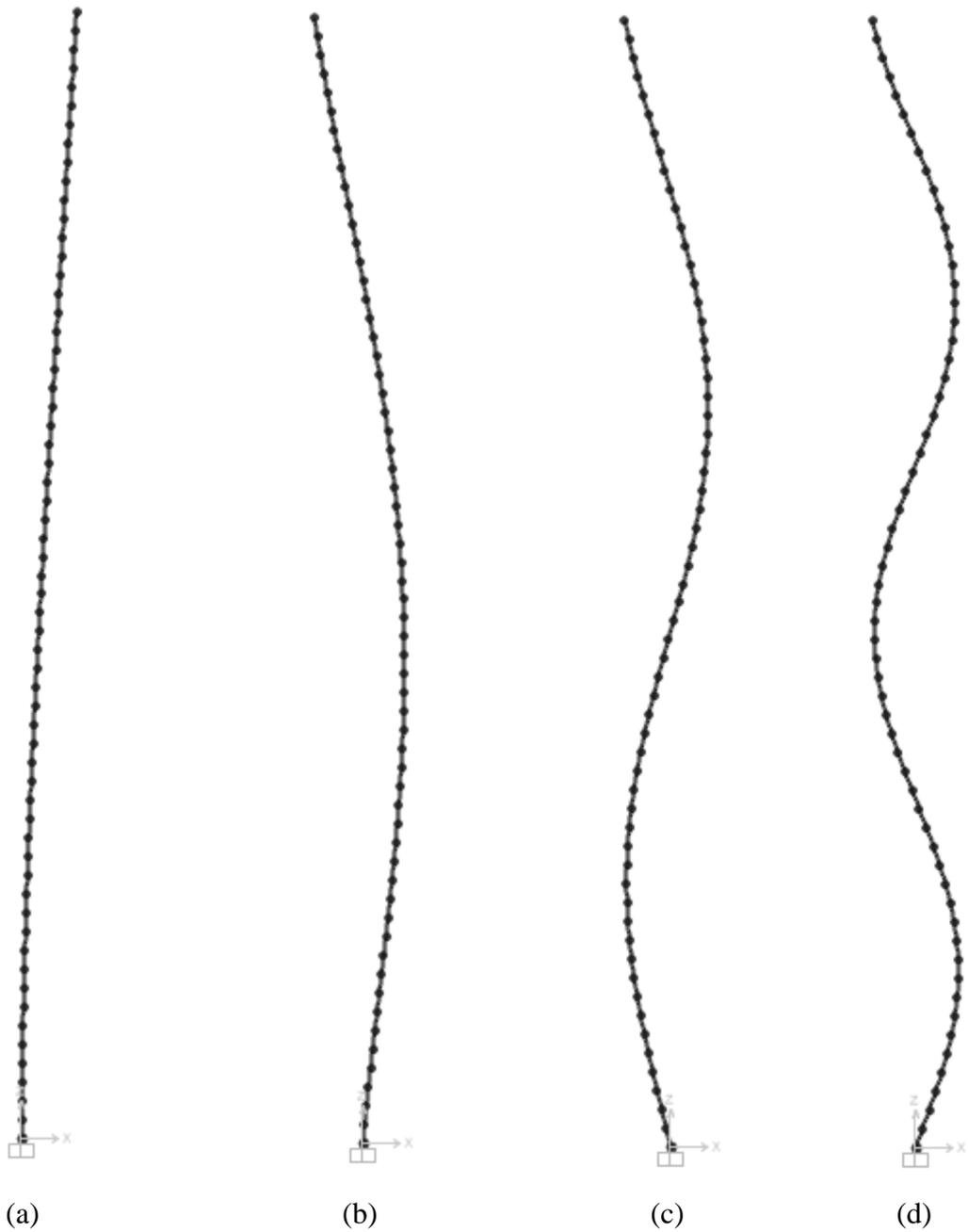


Figura 6.32 – (a) Primeiro modo, flexão lateral da estrutura ( $f_1 = 0,14$  Hz). (b) Segundo modo, flexão lateral ( $f_2 = 0,68$  Hz). (c) Terceiro modo, flexão lateral da estrutura ( $f_3 = 1,49$  Hz). (d) Quarto modo, flexão lateral ( $f_4 = 2,32$  Hz).

A partir da Tabela 6.15 verifica-se a correlação entre os valores de frequências de modos de vibração para os dois modelos. Os valores obtidos são suficientemente próximos.

Tabela 6.15 – Correlação entre as frequências dos modos de vibração do modelo completo 3D com as frequências dos modos para o modelo unifilar equivalente.

Modo	FREQ.(Hz)	
	EQUIVALENTE.	COMPLETO
1	0,14	0,15
2	0,68	0,61
3	1,49	1,45
4	2,32	2,59

As Tabela 6.16 e 6.17 apresentam os autovetores normalizados para os quatro modos de vibração considerados.

Tabela 6.16 – Autovetores normalizados para os respectivos quatro modos de vibração considerados

Nó	$\phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$	$\Phi_4$
1	0	0	0	0
2	0	-0,04	0,1	-0,16
3	0,01	-0,07	0,19	-0,32
4	0,01	-0,11	0,29	-0,47
5	0,02	-0,16	0,39	-0,61
6	0,02	-0,2	0,48	-0,73
7	0,03	-0,24	0,57	-0,83
8	0,04	-0,29	0,66	-0,91
9	0,04	-0,34	0,73	-0,96
10	0,05	-0,38	0,8	-0,99
11	0,06	-0,43	0,85	-0,98
12	0,07	-0,47	0,9	-0,95
13	0,09	-0,52	0,93	-0,89
14	0,1	-0,56	0,95	-0,8
15	0,11	-0,6	0,96	-0,69
16	0,12	-0,64	0,96	-0,56
17	0,14	-0,67	0,94	-0,41
18	0,15	-0,71	0,9	-0,25
19	0,16	-0,74	0,86	-0,09
20	0,18	-0,76	0,8	0,08
21	0,19	-0,79	0,73	0,25
22	0,21	-0,81	0,66	0,41
23	0,23	-0,82	0,57	0,55
24	0,24	-0,84	0,47	0,68

Tabela 6.17 – Continuação da Tabela anterior

Nó	$\phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$	$\Phi_4$
25	0,26	-0,84	0,37	0,79
26	0,28	-0,85	0,27	0,87
28	0,31	-0,84	0,05	0,95
29	0,33	-0,83	-0,06	0,94
30	0,35	-0,82	-0,17	0,91
31	0,37	-0,8	-0,28	0,85
32	0,39	-0,78	-0,38	0,77
33	0,41	-0,75	-0,47	0,66
34	0,43	-0,72	-0,55	0,53
35	0,45	-0,69	-0,63	0,38
36	0,47	-0,65	-0,69	0,22
37	0,49	-0,61	-0,74	0,06
38	0,51	-0,56	-0,78	-0,1
39	0,53	-0,51	-0,81	-0,26
40	0,55	-0,46	-0,82	-0,41
41	0,58	-0,4	-0,82	-0,55
42	0,6	-0,34	-0,8	-0,67
43	0,62	-0,28	-0,77	-0,77
44	0,64	-0,21	-0,73	-0,84
45	0,66	-0,14	-0,67	-0,88
46	0,68	-0,07	-0,6	-0,9
47	0,7	0	-0,52	-0,88
48	0,72	0,07	-0,43	-0,84
49	0,75	0,14	-0,33	-0,77
50	0,77	0,21	-0,22	-0,67
51	0,79	0,29	-0,11	-0,55
52	0,81	0,36	0,01	-0,41
53	0,83	0,44	0,13	-0,25
54	0,85	0,51	0,25	-0,08
55	0,87	0,59	0,37	0,1
56	0,9	0,66	0,49	0,27
57	0,92	0,73	0,6	0,44
58	0,94	0,8	0,71	0,61
59	0,96	0,87	0,82	0,76
60	0,98	0,93	0,91	0,89
61	1,00	1,00	1,00	1,00

As características do vento na região do edifício são apresentadas a seguir:

**Dados de vento na região de Balneário Camboriú**

Velocidade básica do vento

$$V_0 = 42,5 \text{ m/s}$$

Rugosidade do terreno: Categoria II

Parâmetros de rugosidade:

(intervalo de tempo = 3s):  $b = 1,00$  e  $p = 0,085$

(intervalo de tempo = 600s) :  $b = 1,00$  e  $p = 0,15$

(intervalo de tempo = 3600s) :  $b = 1,00$  e  $p = 0,16$

Fator Topográfico:

$$S_1 = 1,00$$

Fator Estatístico:

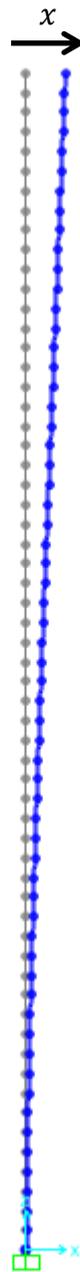
$$S_3 = 1,00$$

### 6.2.1 Cálculo Estático pela ABNT NBR 6123:1988

Seguindo o mesmo processo realizado para o exemplo da chaminé na seção 6.1.1, foram calculadas as forças estáticas equivalentes para o prédio submetido ao vento de projeto, conforme a ABNT NBR 6123.

Tendo o prédio 180 metros de altura, este não se encontra dentro das classes A, B ou C definidas pela ABNT NBR 6123 e, novamente, utilizou-se o método iterativo apresentado na seção 3 para determinar o intervalo de tempo de tomada da velocidade característica em que o prédio se enquadra. Foram necessárias três iterações para que o intervalo de tempo convergisse para o valor de  $t = 26,1$  s. A partir dos fatores  $S_2$  calculados para esse intervalo de tempo, em cada altura foram calculadas velocidades características. Da Tabela 9.9 à Tabela 9.14 são apresentados valores de cálculo das três iterações realizadas.

Com as velocidades características obtidas foram calculadas as forças de vento características ao longo da altura do edifício, apresentadas na Tabela 9.15 do Anexo. Com a análise do edifício, foi obtido o deslocamento no topo da estrutura  $x = 59,0$  cm. A Figura 6.33 apresenta a deformada do modelo unifilar equivalente para o carregamento com cargas estáticas.



Nó	$x(\text{cm})$
61(Topo)	59,0

Figura 6.33 – Deslocamento total  $x$  no topo da estrutura para cargas estáticas equivalentes

### 6.2.2 Cálculo pelos Métodos Dinâmicos

Nesta seção serão apresentados os resultados das análises do edifício por meio dos diferentes métodos dinâmicos estudados. Os procedimentos para cada análise seguem os mesmos conceitos apresentados e explicados na seção 6.1.2, portanto os resultados dessas análises para o prédio do presente exemplo serão apresentados e comentados de forma sucinta. A Figura 6.34 apresenta o espectro de potência de Davenport usado nas análises deste exemplo.

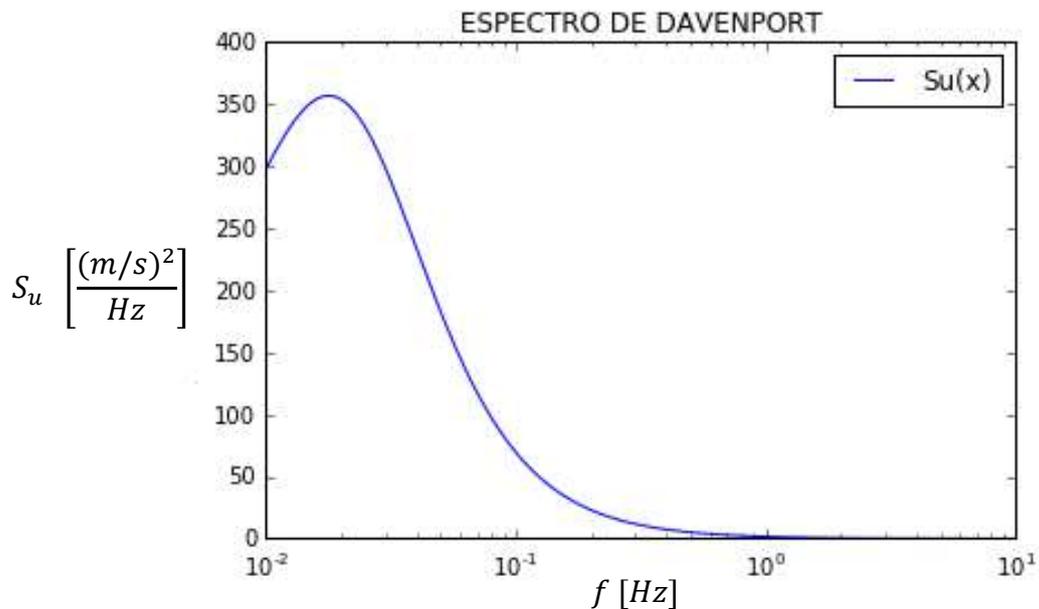


Figura 6.34 – Espectro de Davenport para os dados de vento apresentados no presente exemplo.

### 6.2.2.1 Cálculo da Parcela da Velocidade Média do Vento

Utilizando-se a mesma metodologia apresentada na seção 6.1.2.1 para a chaminé, foram calculadas as forças provenientes da parcela média da velocidade de vento, em cada altura do edifício deste exemplo. A Figura 6.35 apresenta a lei potencial de velocidades médias ao longo da altura  $z$  para o presente exemplo.

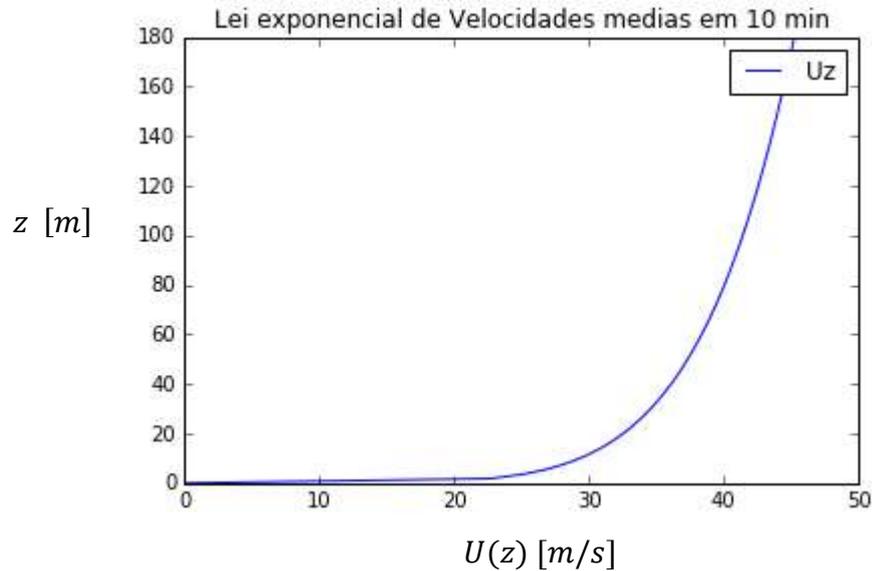


Figura 6.35 – Lei potencial de velocidades ao longo da altura para os dados citados no presente exemplo

Os resultados das velocidades médias e forças obtidas são aqui apresentados de forma sucinta na Tabela 6.18 e os resultados da análise do modelo unifilar para esse carregamento são apresentados na Tabela 6.20. O deslocamento  $\bar{x}$  obtido no topo do prédio foi de 43,5cm.

Tabela 6.18 – Velocidade média e força média do vento, em 10 minutos, para cada nó  $i$  da estrutura do Prédio

Nó	$\bar{U}(z)$ (m/s)	$\bar{F}(z)$ kN
1	3,7	0,7
2	24,5	61,7
3	27,2	75,9
4	28,9	85,7
5	30,1	93,5
6	31,2	99,9
7	32,0	105,6
8	32,8	110,5
9	33,4	115,1
10	34,0	119,2
11	34,6	123,0
12	35,1	126,6
13	35,5	130,0
14	36,0	133,1
15	36,4	136,1
16	36,7	138,9
17	37,1	141,7
18	37,4	144,3
19	37,8	146,8
20	38,1	149,2
21	38,4	151,5
22	38,6	153,7
23	38,9	155,9
24	39,2	158,0
25	39,4	160,0
26	39,7	162,0
27	39,9	163,9
28	40,1	165,7
29	40,4	167,6
30	40,6	169,3
31	40,8	171,1
32	41,0	172,8
33	41,2	174,4
34	41,4	176,0

Tabela 6.19 – Continuação da Tabela anterior.

Nó	$\bar{U}(z)$ (m/s)	$\bar{F}(z)$ kN
36	41,7	179,2
37	41,9	180,7
38	42,1	182,2
39	42,2	183,6
40	42,4	185,1
41	42,6	186,5
42	42,7	187,9
43	42,9	189,2
44	43,0	190,6
45	43,2	191,9
46	43,3	193,2
47	43,5	194,5
48	43,6	195,7
49	43,8	197,0
50	43,9	198,2
51	44,0	199,4
52	44,2	200,6
53	44,3	201,8
54	44,4	202,9
55	44,5	204,1
56	44,7	205,2
57	44,8	206,3
58	44,9	207,4
59	45,0	208,5
60	45,1	209,5
61	45,2	105,3

Tabela 6.20 – Deslocamento  $\bar{x}$  no topo da estrutura do prédio para a parcela da velocidade média de vento em 10 minutos

Nó	$x(\text{cm})$
61(Topo)	43,5

### 6.2.2.2 Cálculo da Parcela Dinâmica do Vento pelo Método de Superposição Modal no Domínio da Frequência

A seguir serão apresentados os resultados da análise aerodinâmica do edifício segundo o método da superposição modal no domínio da frequência, seguindo a mesma metodologia apresentada na seção 6.1.2.2 para o exemplo da chaminé. No caso do prédio, para todas as análises aerodinâmicas a serem apresentadas, foi considerado um amortecimento estrutural  $\xi_{est} = 1,0\%$  e para cada um dos quatro modos considerados foi calculado o amortecimento aerodinâmico correspondente, pela equação (5.11), sendo esses adicionados ao amortecimento estrutural:

$$\xi_{aer,1} = \frac{\rho \sum_{k=1}^n \phi_{j,k}^2 C a_k A_k \bar{U}_k}{\bar{m}_j \omega_j} = 0,63\% \quad (6.18)$$

$$\xi_{aer,2} = \frac{\rho \sum_{k=1}^n \phi_{j,k}^2 C a_k A_k \bar{U}_k}{\bar{m}_j \omega_j} = 0,12\% \quad (6.19)$$

$$\xi_{aer,3} = \frac{\rho \sum_{k=1}^n \phi_{j,k}^2 C a_k A_k \bar{U}_k}{\bar{m}_j \omega_j} = 0,05\% \quad (6.20)$$

$$\xi_{aer,4} = \frac{\rho \sum_{k=1}^n \phi_{j,k}^2 C a_k A_k \bar{U}_k}{\bar{m}_j \omega_j} = 0,03\% \quad (6.21)$$

Da Figura 6.36 à Figura 6.39 são apresentados os espectros da força modal para os quatro respectivos modos de vibração considerados na análise. Da Figura 6.40 à Figura 6.43 são apresentados os gráficos das admitâncias mecânicas ( $|H(f)|^2$ ) para os respectivos modos de vibração considerados. Os espectros de amplitude de resposta são apresentados da Figura 6.44 à Figura 6.47, para cada um dos respectivos modos.

Integrando-se os gráficos dos espectros das amplitudes de resposta, utilizando-se da equação (5.26), obtém-se os seguintes valores de variância da amplitude de resposta, nos respectivos modos de vibração:

$$\sigma_{a,1}^2 = \int_0^{\infty} S_{a,1}(f)df = 0,058908 \text{ (m}^2\text{)} \quad (6.22)$$

$$\sigma_{a,2}^2 = \int_0^{\infty} S_{a,2}(f)df = 1,3793 \times 10^{-5} \text{ (m}^2\text{)} \quad (6.23)$$

$$\sigma_{a,3}^2 = \int_0^{\infty} S_{a,3}(f)df = 1,8526 \times 10^{-7} \text{ (m}^2\text{)} \quad (6.24)$$

$$\sigma_{a,4}^2 = \int_0^{\infty} S_{a,4}(f)df = 1,5925 \times 10^{-8} \text{ (m}^2\text{)} \quad (6.25)$$

Pela equação (5.27) pode-se obter a variância da resposta em deslocamentos no topo. Como o valor da coordenada normal do autovetor no topo da chaminé é igual a 1 em todos os três modos considerados, temos que:

$$\sigma_{x,1}^2 = 1^2 \times \sigma_{a,1}^2 = 0,058908 \text{ (m}^2\text{)} \quad (6.26)$$

$$\sigma_{x,2}^2 = 1^2 \times \sigma_{a,2}^2 = 1,3793 \times 10^{-5} \text{ (m}^2\text{)} \quad (6.27)$$

$$\sigma_{x,3}^2 = 1^2 \times \sigma_{a,3}^2 = 1,8526 \times 10^{-7} \text{ (m}^2\text{)} \quad (6.28)$$

$$\sigma_{x,4}^2 = 1^2 \times \sigma_{a,4}^2 = 1,5925 \times 10^{-8} \text{ (m}^2\text{)} \quad (6.29)$$

A partir da equação (5.31), considerando  $T = 600$  s e sendo  $\nu$  a frequência em Hz de cada modo de vibração, obtém-se o fator de pico para cada modo considerado:

$$g_1 = 3,17 \quad (6.30)$$

$$g_2 = 3,63 \quad (6.31)$$

$$g_3 = 3,84 \quad (6.32)$$

$$g_4 = 3,96 \quad (6.33)$$

Utilizando-se a equação (5.30) temos a contribuição de cada modo para o deslocamento flutuante máximo no topo na direção do vento:

$$\hat{x}_{max,1} = g_1 \cdot \sqrt{\sigma_{x,1}^2} = 0,769 \text{ m} \quad (6.341)$$

$$\hat{x}_{max,2} = g_2 \cdot \sqrt{\sigma_{x,2}^2} = 0,013 \text{ m} \quad (6.35)$$

$$\hat{x}_{max,3} = g_3 \cdot \sqrt{\sigma_{x,3}^2} = 1,653 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (6.36)$$

$$\hat{x}_{max,4} = g_4 \cdot \sqrt{\sigma_{x,4}^2} = 4,997 \times 10^{-4} \text{ m} \quad (6.37)$$

O deslocamento máximo flutuante no topo é obtido a partir da equação (5.39).

$$\hat{x}_{max} = \sqrt{\hat{x}_{max,1}^2 + \hat{x}_{max,2}^2 + \hat{x}_{max,3}^2 + \hat{x}_{max,4}^2} = 0,769 \text{ m} = 77 \text{ cm} \quad (6.38)$$

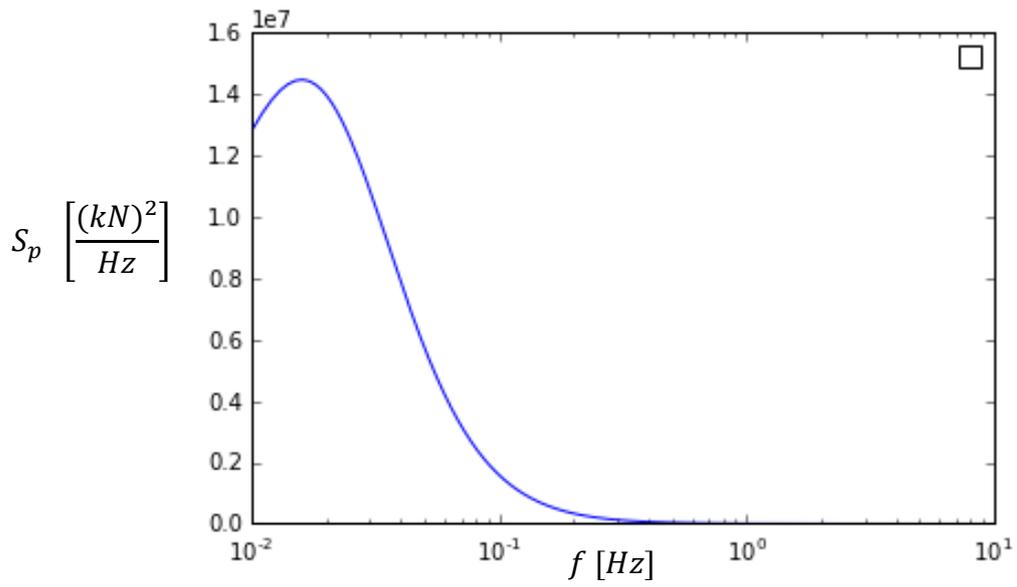


Figura 6.36 – Espectro da força modal para o primeiro modo de vibração do presente exemplo

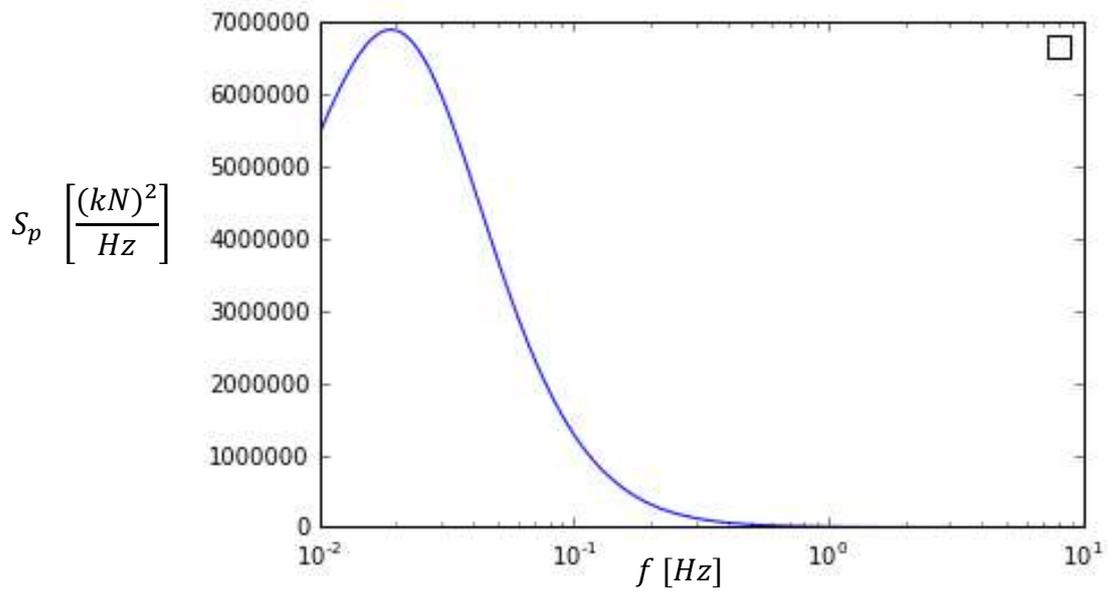


Figura 6.37 – Espectro da força modal para o segundo modo de vibração do presente exemplo.

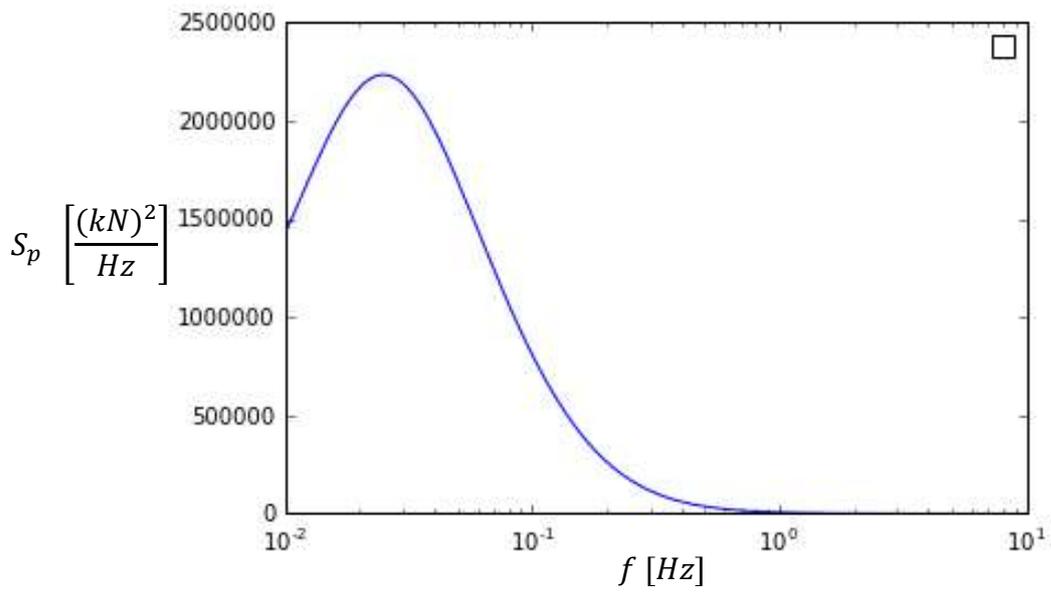


Figura 6.38 – Espectro da força modal para o terceiro modo de vibração do presente exemplo.

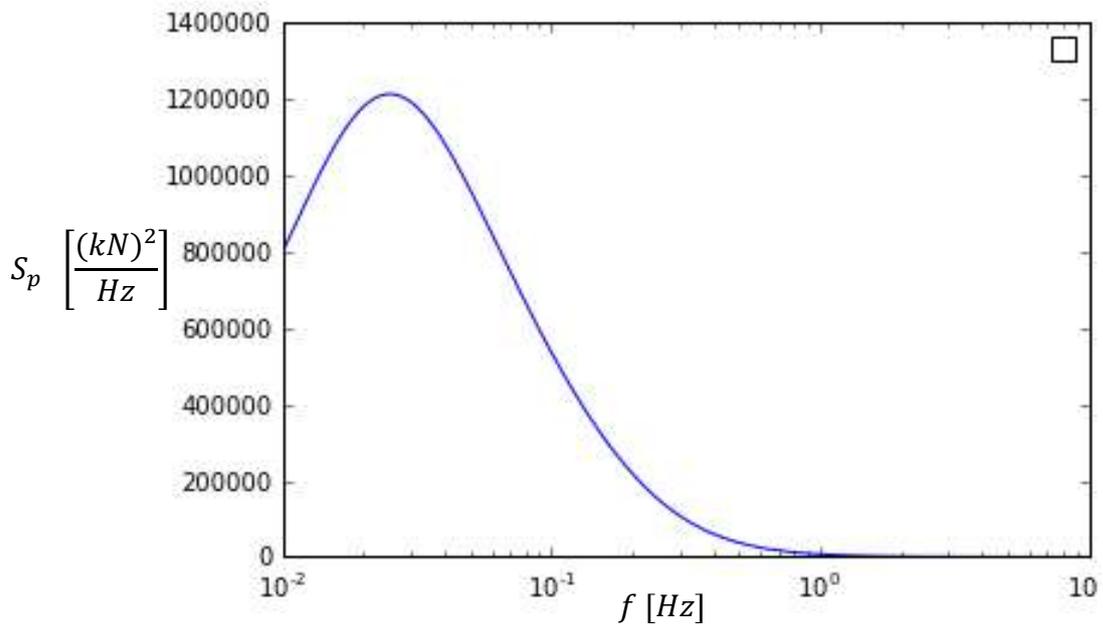


Figura 6.39 – Espectro da força modal para o quarto modo de vibração do presente exemplo.

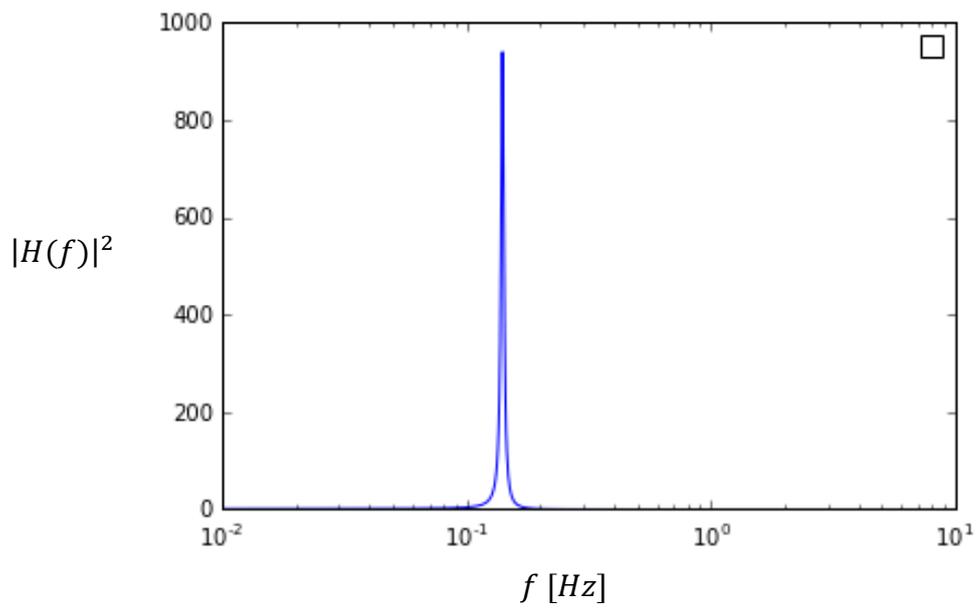


Figura 6.40 – Admitância mecânica em função da frequência para o primeiro modo de vibração do edifício.

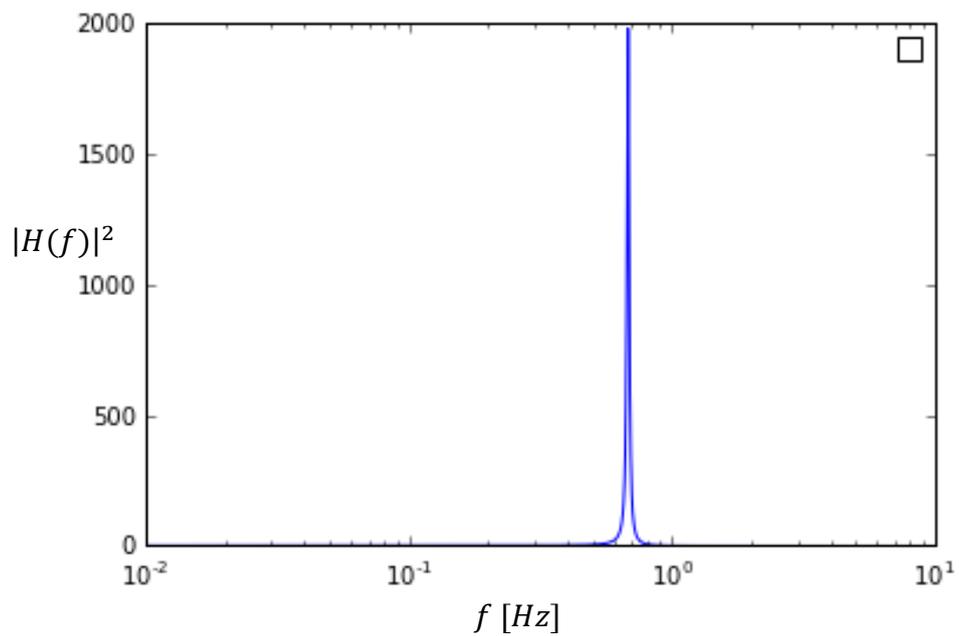


Figura 6.41 – Admitância mecânica em função da frequência para o segundo modo de vibração do edifício.

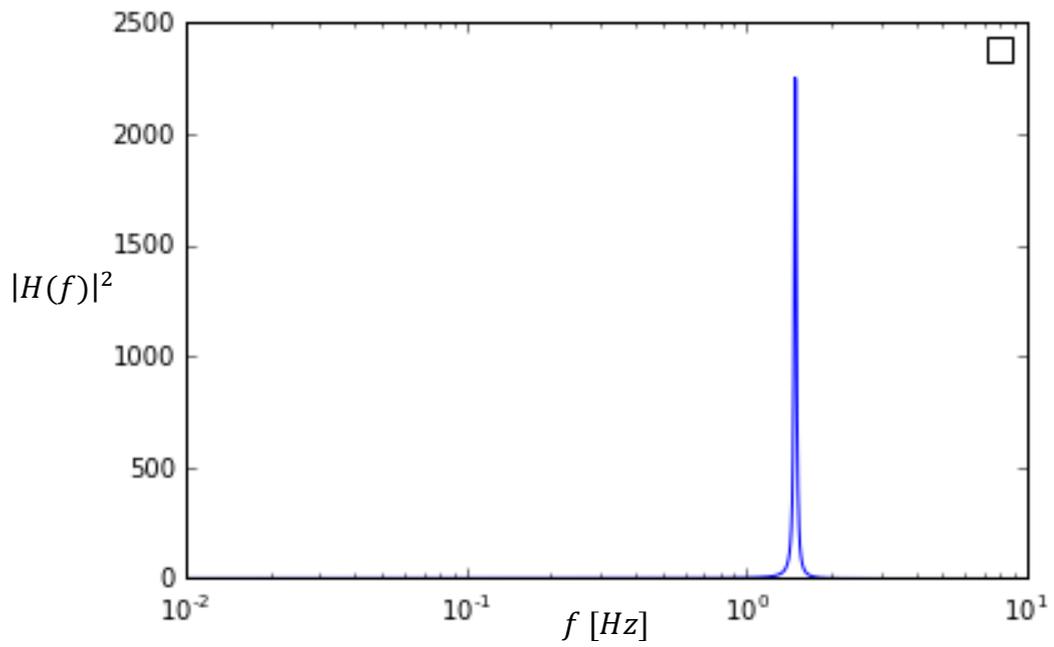


Figura 6.42 – Admitância mecânica em função da frequência para o terceiro modo de vibração do edifício.

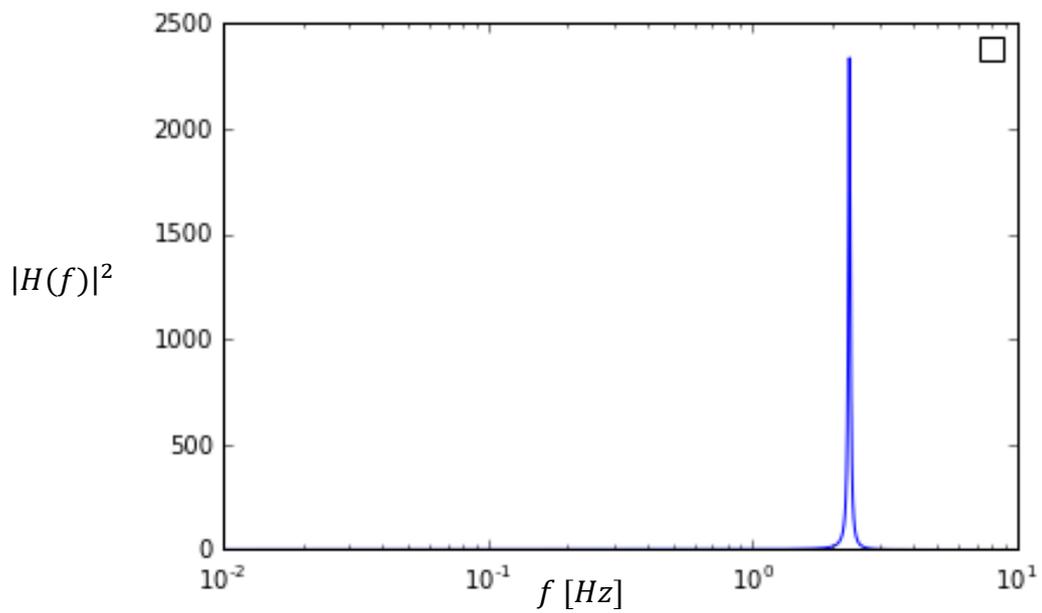


Figura 6.43 – Admitância mecânica em função da frequência para o quarto modo de vibração do edifício.

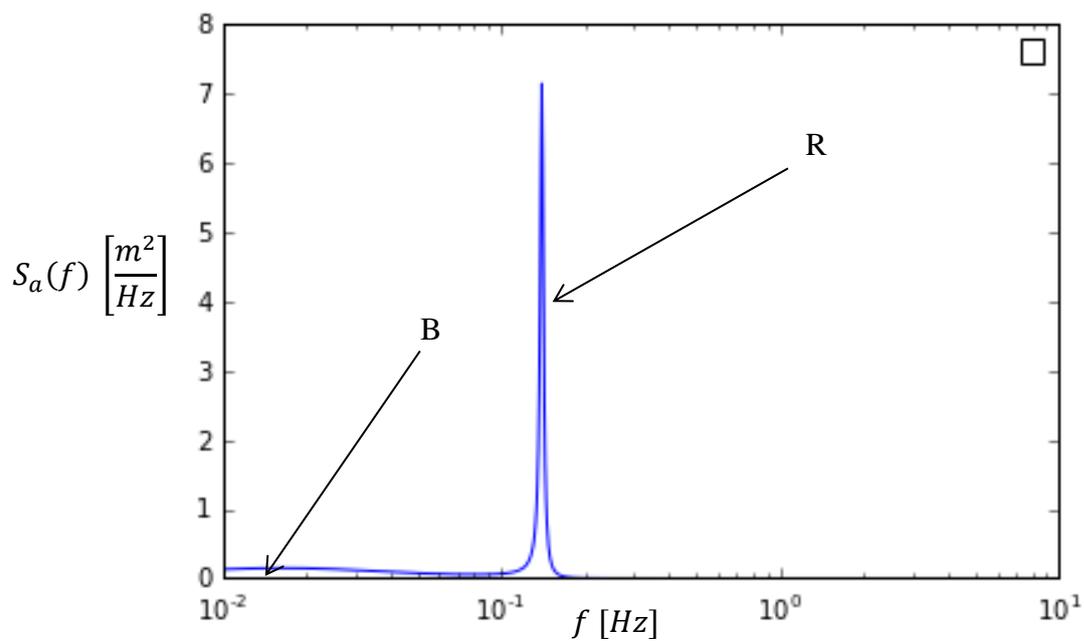


Figura 6.44 – Espectro da amplitude de resposta para o primeiro modo de vibração do presente exemplo.

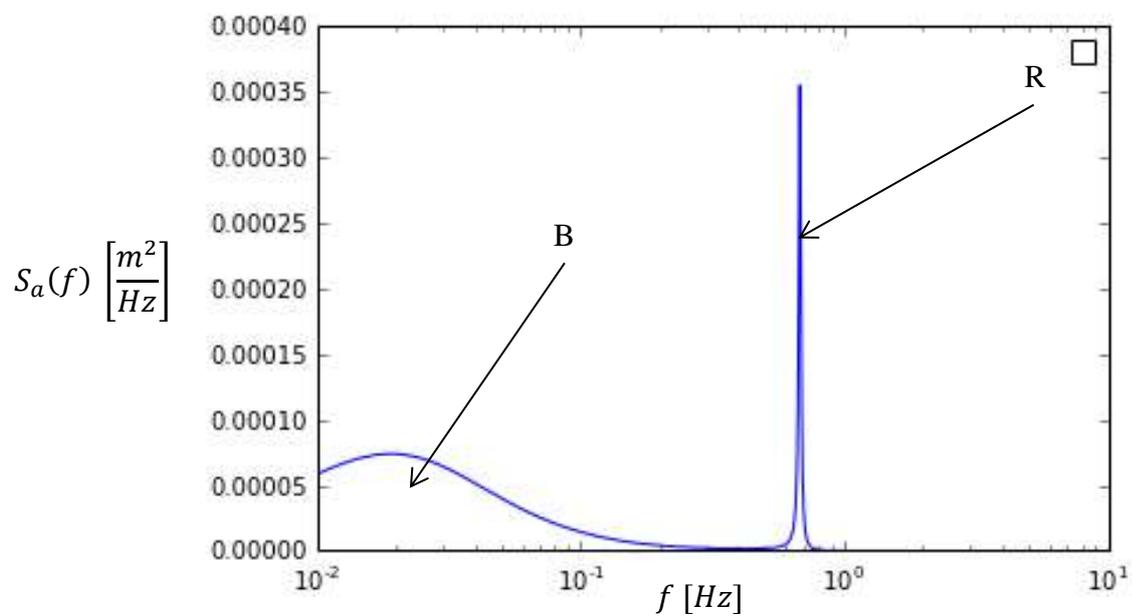


Figura 6.45 – Espectro da amplitude de resposta para o segundo modo de vibração do presente exemplo.

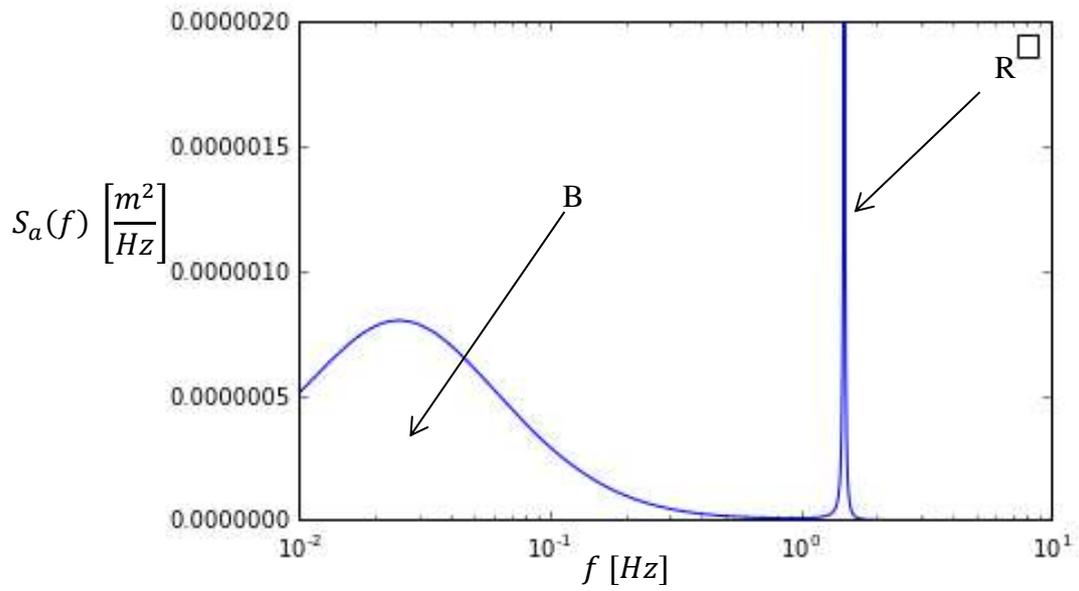


Figura 6.46 – Espectro da amplitude de resposta para o terceiro modo de vibração do presente exemplo.

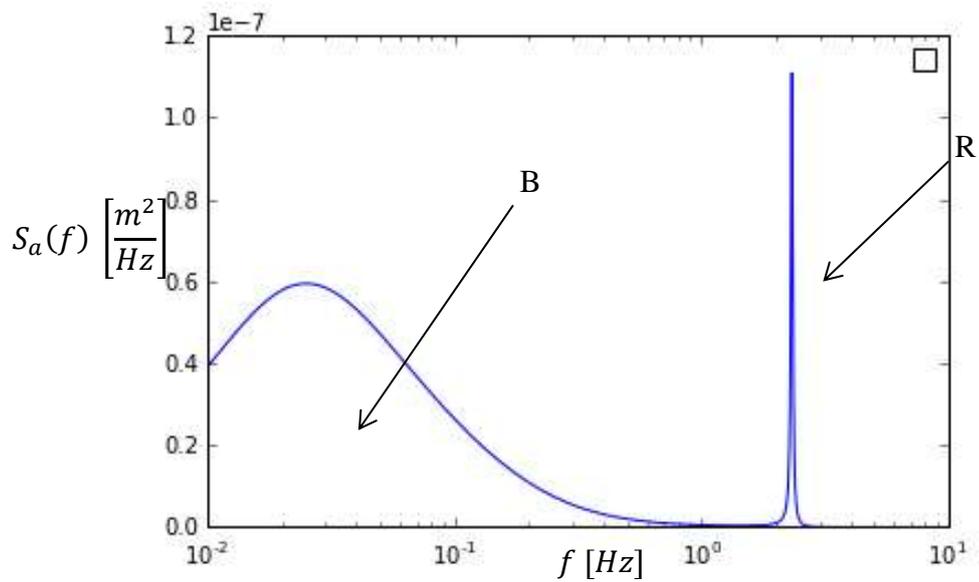


Figura 6.47 – Espectro da amplitude de resposta para o quarto modo de vibração do presente exemplo.

### 6.2.2.3 Parcela Dinâmica do Vento pelo Método do Modelo Discreto (Item 9, ABNT NBR6123:1988)

Nesta seção apresentam-se os resultados da análise do prédio a partir do método do modelo discreto (item 9 da ABNT NBR 6123:1988). A presente análise segue os mesmos preceitos já explicados na seção 6.1.2.3 para o exemplo da chaminé.

Assim como na seção 6.1.2.3, também foram consideradas duas abordagens: solução via formulação original presente na ABNT NBR 6123 1988 e solução via correção proposta por ALGABA (2016). Os resultados e passos de cálculo para cada um dos modos de vibração considerados constam da Tabela 9.17 à Tabela 9.27 no anexo

Tabela 6.21– Deslocamento  $\hat{x}$  no topo da estrutura para a parcela flutuante do vento calculado segundo método discreto do Item 9 da ABNT NBR6123:1988.

Nó	$\hat{x}(\text{cm})^*$	$\hat{x}(\text{cm})^{**}$
24(Topo)	54,6	74,0

\*valor de deslocamento obtido utilizando método original como consta na ABNT NBR 6123:1988.

\*\*valor de deslocamento obtido utilizando a correção proposta por ALGABA(2016)

### 6.2.2.4 Cálculo da Parcela Dinâmica do Vento pelo Método de Superposição Modal no Domínio do Tempo

Nos itens dessa seção são apresentados os resultados das análises dinâmicas por superposição modal no domínio do tempo, com históricos de vento gerados com os dois métodos estudados no presente trabalho, tal com já feito para o exemplo da chaminé na seção 6.1.2.4.

Os amortecimentos considerados nas duas análises para cada modo de vibração foram os mesmos calculados em 6.2.2.2, considerando-se  $\xi_{est} = 1\%$ :

$$\xi_1 = \xi_{est} + \xi_{aer,1} = 1,63\% \quad (6.39)$$

$$\xi_2 = \xi_{est} + \xi_{aer,2} = 1,12\% \quad (6.402)$$

$$\xi_3 = \xi_{est} + \xi_{aer,3} = 1,05\% \quad (6.41)$$

$$\xi_4 = \xi_{est} + \xi_{aer,4} = 1,03\% \quad (6.42)$$

#### 6.2.2.4.1 Cálculo com Históricos de Vento Gerados pelo Método Estocástico

Considerando os dados do vento na região do prédio a ser estudado, foram realizadas 20 gerações de carregamento do vento turbulento pelo Método Estocástico. Com as análises dinâmicas desses 20 carregamentos, em separado, foram obtidas as respostas dinâmicas de deslocamentos flutuantes no topo do edifício.

A Figura 6.48 apresenta a resposta dinâmica de deslocamentos ao longo do tempo no topo do edifício, para a vigésima geração de carregamento, e a Figura 6.49 apresenta o autoespectro dessa resposta. Nota-se novamente o destaque do primeiro modo de vibração da estrutura (0,15 Hz) na contribuição da resposta total.

A partir dos máximos valores de deslocamentos no topo do edifício em cada uma das 20 respostas obtidas, obteve-se a média igual a 80,8 cm e então ajustou-se a curva da distribuição cumulativa de probabilidades com o auxílio do programa CUMFREQ. A Tabela 6.22 apresenta os valores dos desvios padrão, fatores de pico e os máximos deslocamentos flutuantes no topo obtidos em cada análise. A Figura 6.50 apresenta a distribuição cumulativa de Gumbel para o presente método.

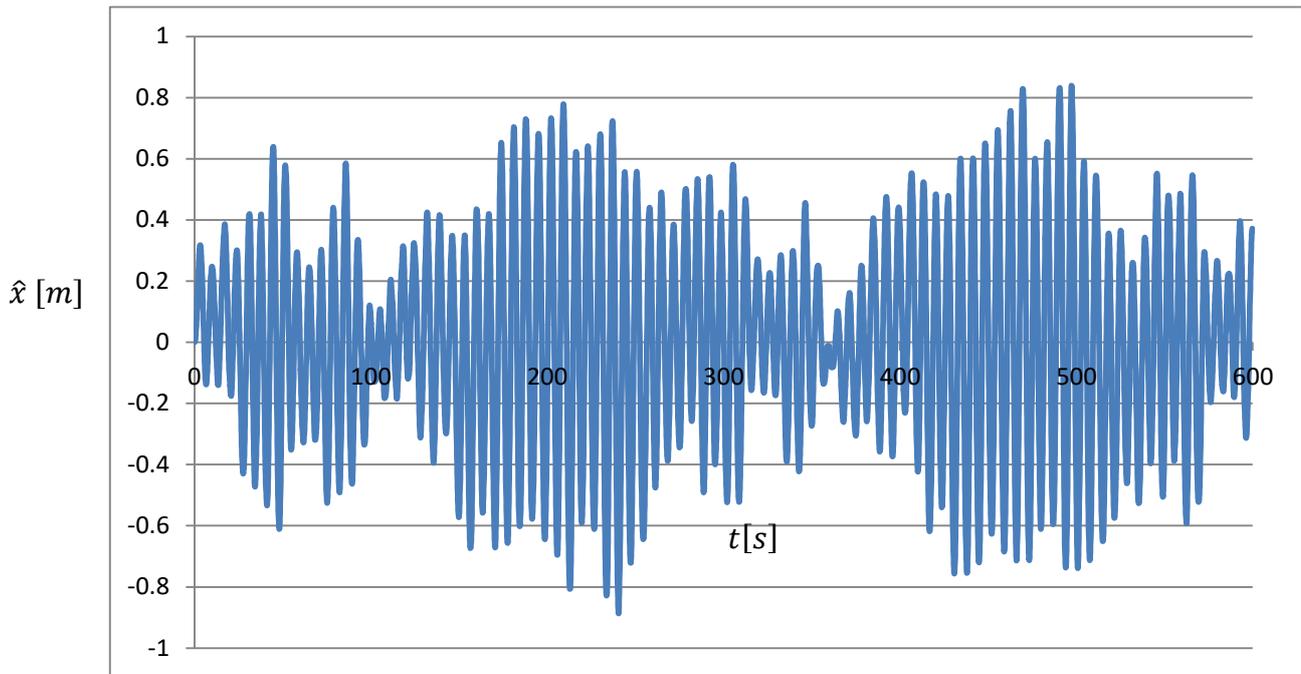


Figura 6.48 – Resposta de deslocamentos no topo do prédio ao longo do tempo para a parcela flutuante do vento turbulento, obtido com históricos de velocidade do método Estocástico (geração nº20).

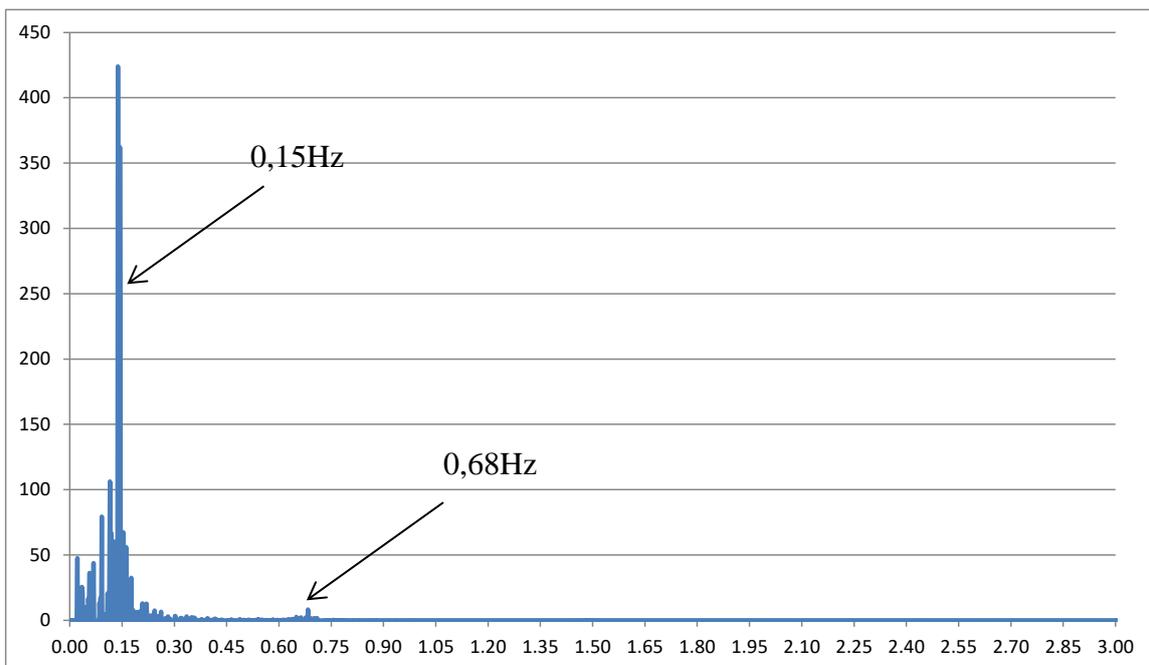


Figura 6.49 – Autoespectro da resposta de deslocamentos flutuantes no topo do edifício, para a geração nº 20 do Método Estocástico.

Tabela 6.22 – Valores de desvios padrão, fatores de pico e deslocamentos flutuantes máximos obtidos para as 20 gerações de carregamento pelo Método Estocástico.

Geração	$\sigma_x$ (m)	$g$	$x_{\text{máx}}$ (cm)
1	0,226	3,38	76,5
2	0,294	3,37	99,1
3	0,180	3,36	60,7
4	0,191	3,37	64,3
5	0,357	3,39	120,9
6	0,138	3,38	46,5
7	0,253	3,38	85,6
8	0,229	3,37	77,3
9	0,223	3,38	75,4
10	0,247	3,37	83,0
11	0,173	3,38	58,4
12	0,189	3,35	63,4
13	0,371	3,37	125,1
14	0,207	3,38	69,8
15	0,254	3,37	85,5
16	0,294	3,38	99,4
17	0,222	3,38	75,0
18	0,167	3,37	56,0
19	0,290	3,39	98,1
20	0,286	3,37	96,5
Média	0,240	3,37	80,8

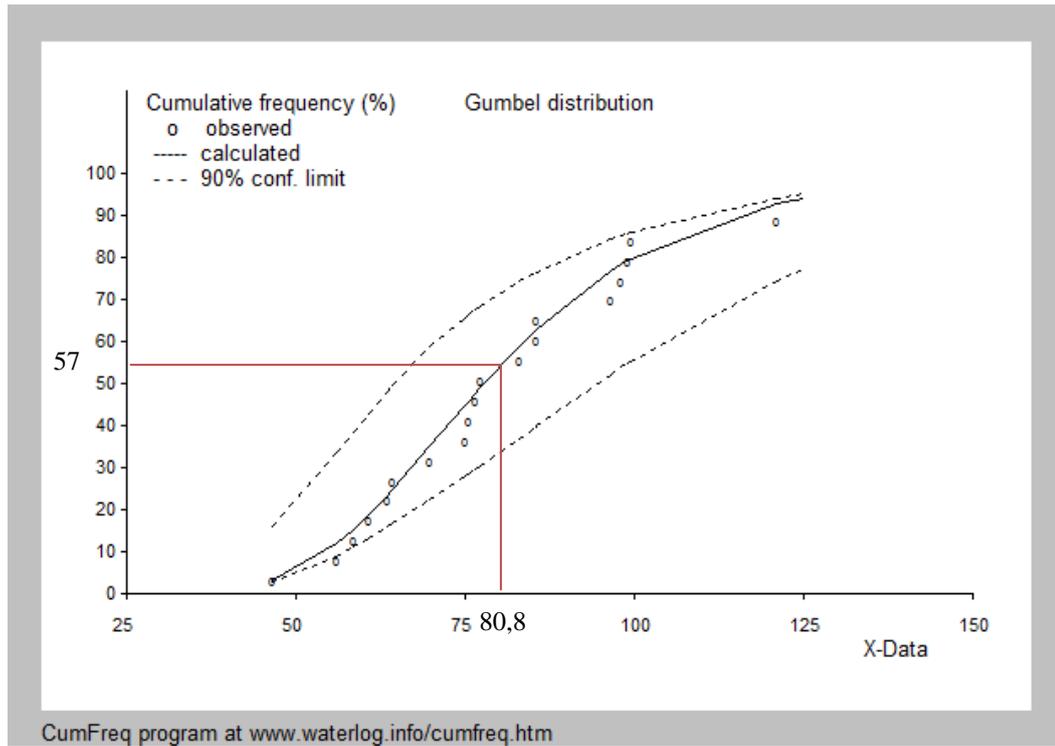


Figura 6.50 – Distribuição cumulativa de probabilidades de Gumbel, ajustada a partir dos máximos deslocamentos no topo do edifício para as 20 gerações de carregamento do Método Estocástico (deslocamento em centímetros no eixo horizontal e probabilidade acumulada em % no eixo vertical).

#### 6.2.2.4.2 Cálculo com Históricos de Vento Gerados pelo Método do Vento Sintético

O mesmo procedimento do item anterior foi seguido para a presente análise. Serão apresentados, sucintamente, os resultados da análise para o Método do Vento Sintético a seguir. O deslocamento flutuante característico no topo do edifício obtido foi de 46,3 cm.

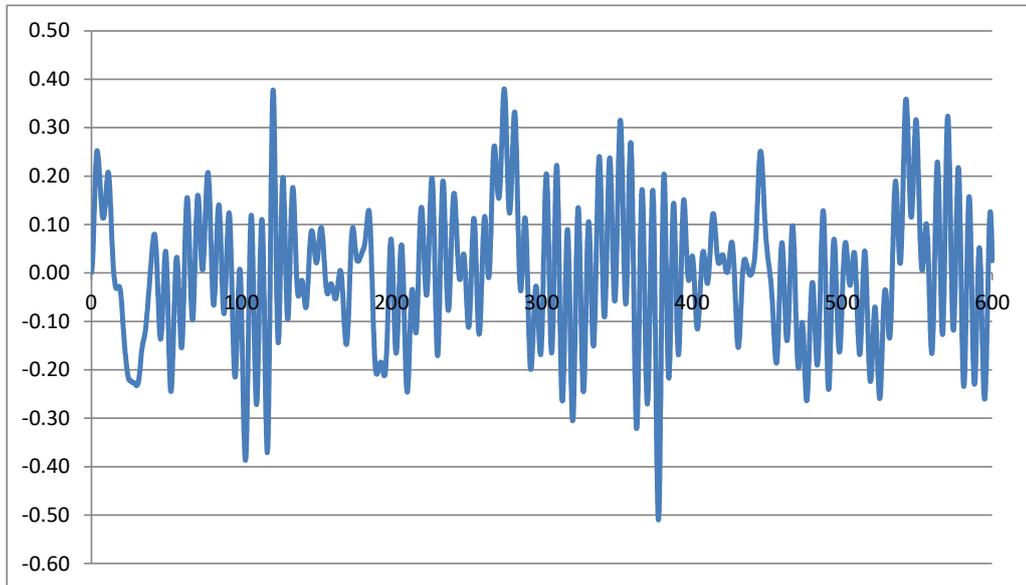


Figura 6.51 – Resposta de deslocamentos no topo do prédio ao longo do tempo para a parcela flutuante do vento turbulento, obtido com históricos de velocidade do Método do Vento Sintético (geração nº10).

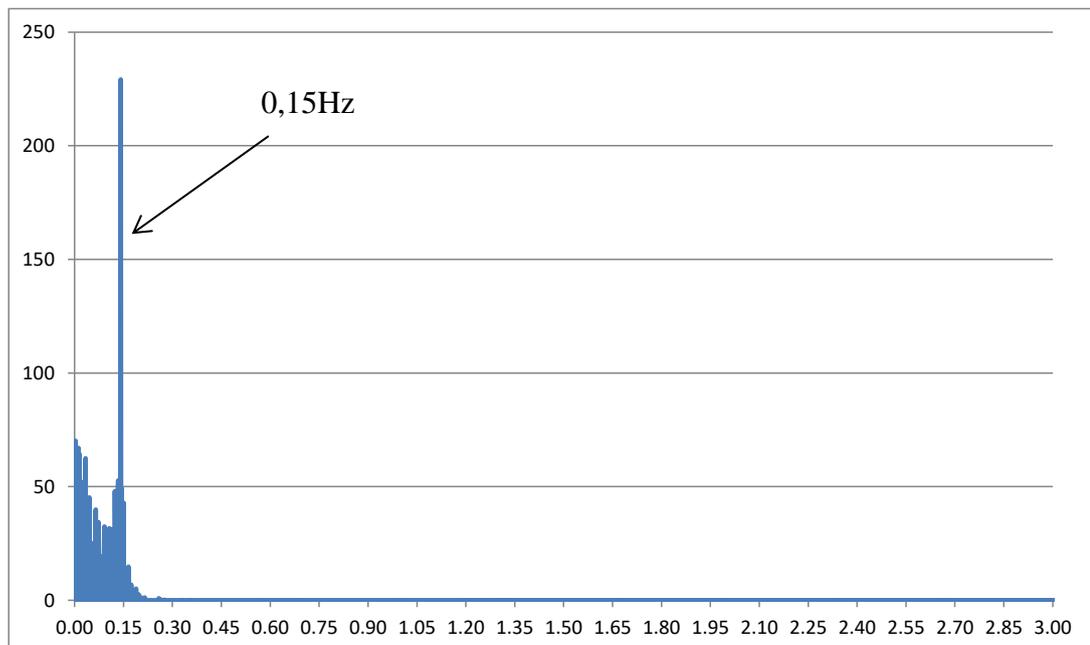


Figura 6.52 – Autoespectro da resposta de deslocamentos flutuantes no topo do edifício, para a geração nº 10 do método do Vento Sintético.

Tabela 6.23 – Valores de desvios padrão, fatores de pico e deslocamentos flutuantes máximos obtidos para as 20 gerações de carregamento pelo método do Vento Sintético.

Geração	$\sigma_x$ (m)	$g$	$X_{m\acute{a}x}$ (cm)
1	0,14	3,28	45,3
2	0,14	3,30	46,9
3	0,14	3,28	44,9
4	0,14	3,30	45,7
5	0,14	3,29	47,4
6	0,14	3,33	45,6
7	0,14	3,25	45,4
8	0,15	3,30	48,5
9	0,15	3,32	48,6
10	0,14	3,28	45,7
11	0,14	3,28	45,3
12	0,14	3,29	45,1
13	0,14	3,34	48,1
14	0,14	3,33	45,0
15	0,14	3,31	45,0
16	0,14	3,31	45,9
17	0,14	3,31	45,5
18	0,14	3,27	45,4
19	0,15	3,33	50,7
20	0,14	3,29	45,2
Média	0,140	3,30	46,3

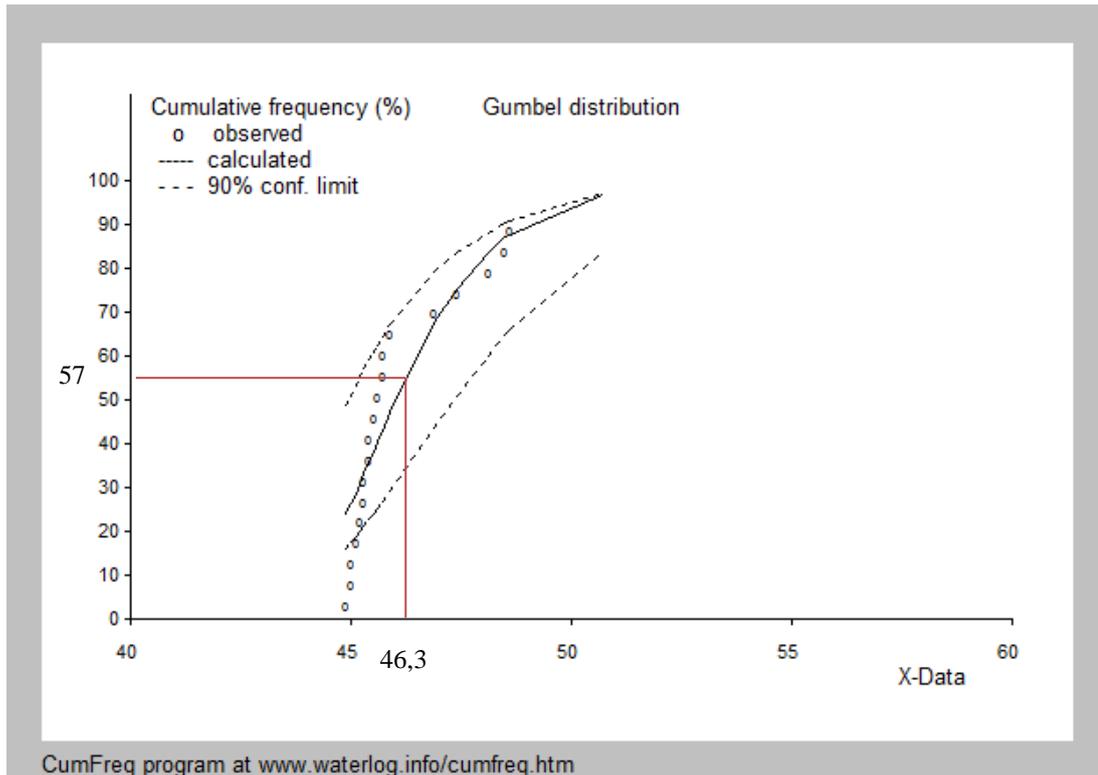


Figura 6.53 – Distribuição cumulativa de probabilidades de Gumbel, ajustada a partir dos máximos deslocamentos no topo da chaminé para as 20 gerações de carregamento do Método do Vento Sintético (deslocamento em centímetros no eixo horizontal e probabilidade acumulada em % no eixo vertical).

### 6.2.3 *Resumo de Resultados para o Exemplo do Prédio de 60 Andares em Balneário Camboriú*

A seguir, na Tabela 6.24, apresenta-se o resumo dos resultados de deslocamentos no topo para a análise aerodinâmica do edifício em estudo, pelos diferentes métodos abordados ao longo do presente trabalho. Os resultados mostraram a mesma tendência apresentada pelos resultados desses mesmos métodos de análise aplicados ao exemplo da chaminé, pelos motivos já explicados na seção 6.2.3.

Note-se, também para esse exemplo, que o método no domínio da frequência apresentou um resultado de deslocamento flutuante próximo ao valor médio dos deslocamentos flutuantes do Método Estocástico no domínio do tempo, respectivamente 77cm e 80,8cm.

Observa-se que a variabilidade entre os picos de deslocamento flutuante nas 20 análises no Método Estocástico é maior que no exemplo da chaminé. Isto deve-se ao fato de que as características dinâmicas do edifício são mais acentuadas que as do exemplo anterior (modos de vibração com frequência mais baixa, mais massa existente ao longo da estrutura, mais área de arrasto aerodinâmico, etc.). Portanto, a estrutura é mais sensível à variabilidade ocasionada pela aleatoriedade na geração dos carregamentos dinâmicos, o que gera uma variabilidade maior nos resultados de deslocamentos.

A Tabela 6.24 apresenta o resumo e a comparação de resultados entre os métodos de análise aplicados ao exemplo do edifício.

Tabela 6.24 – Resumo de deslocamentos no topo do edifício obtidos com os diferentes métodos apresentados

		Deslocamentos no Topo(cm)			Razão de amplificação dinâmica *
		Médio ( $\bar{x}$ )	Flutuante ( $\hat{x}$ )	Total ( $x$ )	
Método estático ABNT NBR 6123:1988		-	-	59,0	1,00
Método discreto Item 9 ABNT NBR(1988) (Original)		43,5	54,6	98,1	1,66
Método discreto Item 9 ABNT NBR(1988) (Com Correção)**			74,0	117,5	1,99
Análise Modal no Domínio da Frequência			77,0	120,5	2,04
Domínio do Tempo	Estocástico		80,8	124,3	2,10
	Vento Sintético		43,6	87,1	1,47

Nota:

\* Razão calculada entre o deslocamento total correspondente ao respectivo método e o deslocamento total obtido utilizando-se o método estático da ABNT NBR 6123:1988 (59 cm).

\*\*valor de deslocamento obtido utilizando correção proposta por ALGABA (2016)

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como principal objetivo, este trabalho buscou estudar o comportamento dinâmico de estruturas submetidas ao vento turbulento, ocasionado por tormentas do tipo Ciclone Extratropical. Para tal, dissertou-se acerca das características desse fenômeno e da metodologia de sua formulação matemática.

Foram abordados métodos de solução para a análise aerodinâmica do problema no Domínio do Tempo e no Domínio da Frequência, focando a comparação entre o Método do Vento Sintético e os métodos presentes na ABNT NBR 6123:1988, comumente utilizados no Brasil, frente a métodos consolidados e de uso corrente internacional, sendo esses últimos o Método de Solução Modal no Domínio do Tempo com históricos de vento gerados pela Metodologia Estocástica presente nos trabalhos de BUTCHHOLDT (1985) e o Método de Solução Modal no Domínio da Frequência (MSMDF).

A comparação entre resultados destes métodos foi feita através de dois exemplos numéricos de estruturas: uma chaminé de 113 m de altura existente em Blumenau e um prédio fictício de 60 andares, localizado na região de Balneário Camboriú. O segundo é um exemplo de projetos que vem sendo desenvolvidos atualmente no Brasil.

Em geral, nos dois exemplos, o Método de Solução Modal no Domínio na Frequência (MSMDF) e o Método Estocástico de BUTCHHOLDT (1985) apresentaram bons resultados, com boa correlação entre si. Em contrapartida, o Método do Vento Sintético e os métodos presentes na ABNT NBR 6123:1988 não apresentaram bons resultados e obtiveram valores de amplificação dinâmica bem inferiores aos dois métodos citados anteriormente, em ambos os exemplos.

Ressalte-se que o Método Estocástico no domínio do tempo, dentre os outros métodos, é o mais completo e refinado, visto que, além de apresentar resultados que correlacionam bem com os métodos teóricos, com ele é possível se observar todo o comportamento dinâmico da estrutura ao longo do tempo quando submetida ao vento turbulento.

O Método do Vento Sintético, apesar de também ser um método de geração não determinística do vento como o Método Estocástico, apresenta em sua formulação diversas

aproximações e considerações que fazem seus resultados diferirem consideravelmente em comparação com o Método Estocástico. Essas diferenças se encontram principalmente na consideração do método que corresponde à correlação espacial do vento turbulento entre os diferentes pontos da estrutura e no processo de transformação do espectro de potência da turbulência em históricos no domínio do tempo.

Quanto aos métodos da Norma Brasileira ABNT NBR 6123:1988 cabe separar o Método de Carregamento Estático e o Método do Modelo Discreto. O primeiro trata-se de um método meramente estático sem nenhuma consideração dos fatores dinâmicos de amplificação e que, obviamente, apresentou resultados bastante inferiores se comparados com os dos outros métodos, visto que as estruturas utilizadas como exemplo apresentam grande sensibilidade à parcela dinâmica do vento turbulento.

O Método do Modelo Discreto consiste em um método simplificado de obtenção de cargas estáticas dinâmico-equivalentes, derivado do MS MDF original, se utilizando de ábacos confeccionados a partir de diversos resultados de aplicação do MS MDF em diferentes estruturas. Porém, as considerações feitas na confecção desses ábacos ocasionam resultados inferiores ao esperado. Com a utilização da correção proposta por ALGABA (2016), todavia, o método do Modelo Discreto apresenta bons resultados se comparado ao MS MDF original. Contudo essa correção não é prevista na presente versão da ABNT NBR 6123 (1988).

Portanto, conclui-se que devam ser feitas correções na ABNT NBR 6123:1988 considerando a inclusão de métodos de análise que contemplem a análise dinâmica de estruturas submetidas ao vento turbulento, visto que, no contexto atual, os métodos presentes na Norma e outros fora desta, que vêm sendo utilizados frequentemente no Brasil, não apresentam resultados seguros em relação a métodos já consolidados experimentalmente. À época da presente dissertação, uma comissão de especialistas brasileiros estuda o assunto, visando à atualização da ABNT NBR 6123:1988 e é sabido que este tema está entre os demais abordados.

## 8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *ABNT NBR 6123. Forças Devidas ao Vento em Edificações*, 1988.

ALGABA, F.G. *Avaliação de Métodos Teóricos para Estimativa do Comportamento de Edifícios Altos sob a Ação de Vento Turbulento*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2016.

BLESSMANN, J. *O vento na engenharia estrutural*. 2.ed. Porto Alegre, UFRGS, 1995.

BLESSMANN, J. *Introdução ao estudo das ações dinâmicas do vento*. 2.ed. Porto Alegre, UFRGS, 1998.

BUCHHOLDT, H. A. *An Introduction to Cable Roof Structures*. Cambridge; New York: Cambridge University Press, 1985.

CARDOSO JÚNIOR, S. D. *Edificações Flexíveis sob Ação Dinâmica de Vento Turbulento*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2011.

CARRIL, C. F. *Análise Numérica e Experimental do Efeito Dinâmico do Vento em Torres Metálicas Treliçadas para Telecomunicações*. Universidade de São Paulo - USP. São Paulo, 2000.

CLOUGH, R.W. e PENZIEN, J. *Dynamics of Structures*. 3.ed. New York: McGraw Hill, 1995.

CUMFREQ, in: <https://www.waterlog.info/cumfreq.htm>

DAVENPORT, A. G. The application of statistical concepts to the Wind loading of structures, *Proceedings Institution of Civil Engineers*, vol. 19, p. 449-472, London, 1961.

DAVENPORT, A. G. The buffeting of structures by gust. *Symposium nº 16, Wind Effects on Buildings and Structures*, v.1, Paper 9, p. 357-391, Teddington, England, 1963.

DAVENPORT, A. G. Gust Loading Factors, *Journal of the Structural Division ASCE - American Society of Civil Engineers*, Vol. 93, No. ST3, pp.11-34, 1967.

DIAS, M. A. F. S. D. *Furacões e Tornados: um espetáculo de rotação na atmosfera terrestres*, REVISTA USP, São Paulo, n.72, p. 44-53, dezembro/fevereiro 2006-2007.

DYRBYE, C., HANSEN, S. O. *Wind Loads on Structures*, John Wiley & Sons, England, 1997.

EUROCODE 1. *Actions on structures – Part 1-4: General actions – Wind actions*. The European Standard EN 1991-1-4, 2005.

FRANCO, M. Direct along wind dynamic analysis of tall structures. *Boletim técnico da Escola Politécnica da USP*, São Paulo, EPUSP, BT/PEF/9303, 1993.

FRANCO, M. O “Vento Sintético” e a Análise Dinâmica das Estruturas de Grande Altura no Domínio do Tempo. *Boletim Técnico BT/PEF/0302 da Escola Politécnica da USP*, São Paulo, 2003.

FRANCO, M. e ISYUMOV, N. Overview of Procedures for Evaluating the Effects on Tall Buildings. *2nd International Conference, C.T.B.U.H., High Technology Buildings*, São Paulo, 1997

FRANCO, M. e MEDEIROS, S. R. P. O método do “vento sintético” - Novas considerações. *TQS News*, p 38-46., São Paulo/ SP, Agosto 2011.

GALINDEZ, E. E. *Resposta dinâmica de estruturas na direção da velocidade média do vento*. Dissertação M.Sc., UFRGS, Rio Grande do Sul, RS, Brasil, 1979.

HARRIS, R. I. *The Nature of the Wind*. The Modern Design of Wind Sensitive Structures, Construction Industry Research and Information Association. Paper 3, p. 29-55, London, 1970.

HIRSCH, G. e BACHMANN, H. Wind- Induced Vibration Of Structures. *CEB (1991) - Comité européen du béton. Vibration problems in structures: Bulletin d'Information. No. 209*. p 79-120, Lausanne, Switzerland.

HOLMES, J. D. *Wind Loading of Structures*, Taylor & Francis Ed., USA, 2007.

LAZANHA, E. C. *Análise Dinâmica Elasto-Plástica de Estruturas Metálicas sob Excitação Aleatória de Vento* - Dissertação de M.Sc. Universidade de São Paulo - USP. São Paulo, 2003.

LEITE, E B. *Análise Comparativa Entre Respostas de Torre de Transmissão Sujeita a Carregamentos Obtidos Através do Método do Vento Sintético e da Norma ABNT NBR 6123/88*. Dissertação de M.Sc., UTFPR, Curitiba, PR, Brasil, 2015.

MONBET, V., AILLIOT, P. e PREVOSTO, M. Survey of Stochastic Models for Wind and Sea State Time Series. *Probabilistic Engineering Mechanics*, n. 22, p. 113–126, 2007.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL, *National Building Code of Canada* , 2015.

PFEIL, M. S. *Comportamento Aeroelástico de Pontes Estaiadas*, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1993.

PFEIL, M. S *et al. Edificações flexíveis sob a ação dinâmica do vento turbulento*. XXXV Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, 35, Rio de Janeiro, Brasil, 2012.

PFEIL, M. S. *et al. Avaliação de métodos teóricos para estimativa de comportamento de edificações flexíveis sob a ação de vento turbulento*. IX Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, Rio de Janeiro, Brasil, 2016.

RIERA, J. e BLESSMANN, J. *Respuesta dinãmica de estructuras em direcci3n del viento*. XX Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, 20, Cordoba, Argentina, 1979.

SHINOZUKA, M e JAN, C.M. *Digital simulation of random processes and its applications*. Journal of Sound and Vibrations, 25, 111-28,1972

SIMIU, E. e SCANLAN, R. *Wind Effects on Structures*, 3rd Ed. John Wiley & Sons, 1996.

VALENTE, L.S. *Análise dinãmica para efeito de tornado e impacto de míssil*, Dissertaç3o de M.Sc., POLI/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2012.

VENANZI, I. e MATERAZZI, A. L. Multi-objective Optimization of Wind-excited Structures. *Engineering Structures*, n. 29, p. 983–990, 2007.

YASUI, H. *et al.* Study on Evaluation Time in Typhoon Simulation based on Monte Carlo Method. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, n. 90,p. 1529–1540, 2002.

## 9 ANEXO

Tabela 9.1 – Cálculo de parâmetros para obtenção do fator de amplificação dinâmica  $\xi$ , no ábaco da Figura 5.6 ( $L=1800m$ ), para o exemplo da chaminé.

modo	$f_j$	$\bar{U}(z_{ref})/(f_j*L)$	$\xi$
1	0,261	0,059299	1,5
2	1,51	0,010264	1,0
3	3,96	0,003914	0,8

Tabela 9.2 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Primeiro Modo de Vibração (exemplo da chaminé).

Modo 1												
nó	$\phi_i$	$m_i$	$C_a$	$A_i$	$z_i$	$\psi_i$	$\psi_i*\phi_i^2$	$\beta_i$	$\beta_i*\phi_i$	$\xi$	FH	$\hat{F}_i(kN)$
1	0	34,68	0,6	13,5	0,0	3,47	0,00	0,20	0,00	1,50	5,56	0,00
2	0	69,36	0,6	27,0	5,0	6,94	0,00	1,46	0,00	1,50	5,56	0,00
3	0,01	69,36	0,6	27,0	10,0	6,94	0,00	1,62	0,02	1,50	5,56	0,39
4	0,02	69,36	0,6	27,0	15,0	6,94	0,00	1,72	0,03	1,50	5,56	0,77
5	0,04	69,36	0,6	25,7	20,0	6,94	0,01	1,71	0,07	1,50	5,56	1,54
6	0,06	42,48	0,6	25,7	25,0	4,25	0,02	1,77	0,11	1,50	5,56	1,42
7	0,09	42,48	0,6	25,7	30,0	4,25	0,03	1,82	0,16	1,50	5,56	2,13
8	0,12	42,48	0,6	25,7	35,0	4,25	0,06	1,86	0,22	1,50	5,56	2,84
9	0,16	42,48	0,6	25,7	40,0	4,25	0,11	1,90	0,30	1,50	5,56	3,78
10	0,2	42,48	0,6	25,7	45,0	4,25	0,17	1,93	0,39	1,50	5,56	4,73
11	0,24	42,48	0,6	25,7	50,0	4,25	0,24	1,96	0,47	1,50	5,56	5,67
12	0,29	42,48	0,6	25,7	55,0	4,25	0,36	1,99	0,58	1,50	5,56	6,85
13	0,35	42,48	0,6	25,7	60	4,25	0,52	2,02	0,71	1,50	5,56	8,27
14	0,4	42,48	0,6	25,7	65	4,25	0,68	2,04	0,82	1,50	5,56	9,46
15	0,46	42,48	0,6	25,7	70	4,25	0,90	2,06	0,95	1,50	5,56	10,87
16	0,52	42,48	0,6	25,7	75	4,25	1,15	2,09	1,08	1,50	5,56	12,29
17	0,58	42,48	0,6	25,7	80	4,25	1,43	2,11	1,22	1,50	5,56	13,71
18	0,64	42,48	0,6	25,7	85	4,25	1,74	2,13	1,36	1,50	5,56	15,13
19	0,71	42,48	0,6	25,7	90	4,25	2,14	2,14	1,52	1,50	5,56	16,78
20	0,77	42,48	0,6	25,7	95	4,25	2,52	2,16	1,66	1,50	5,56	18,20
21	0,83	42,48	0,6	25,7	100	4,25	2,93	2,18	1,81	1,50	5,56	19,62
22	0,9	42,48	0,6	25,7	105	4,25	3,44	2,19	1,97	1,50	5,56	21,27
23	0,96	33,98	0,6	20,56	110	3,40	3,13	1,77	1,70	1,50	5,56	18,15
24	1	12,74	0,6	7,71	113	1,27	1,27	0,67	0,67	1,50	5,56	7,09
$\Sigma=$							22,85		17,82			

Tabela 9.3 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Segundo Modo de Vibração (exemplo da chaminé).

Modo 2												
nó	$\phi_i$	$m_i$	$C_a$	$A_i$	$z_i$	$\psi_i$	$\psi_i^2$	$\beta_i$	$\beta_i \phi_i$	$\xi$	FH	$\hat{F}_i(\text{kN})$
1	0	34,68	0,6	13,5	0,0	3,47	0,00	0,20	0,00	1,00	-1,82	0,00
2	-0,02	69,36	0,6	27,0	5,0	6,94	0,00	1,46	-0,03	1,00	-1,82	0,25
3	-0,07	69,36	0,6	27,0	10,0	6,94	0,03	1,62	-0,11	1,00	-1,82	0,88
4	-0,14	69,36	0,6	27,0	15,0	6,94	0,14	1,72	-0,24	1,00	-1,82	1,76
5	-0,22	69,36	0,6	25,7	20,0	6,94	0,34	1,71	-0,38	1,00	-1,82	2,77
6	-0,32	42,48	0,6	25,7	25,0	4,25	0,43	1,77	-0,57	1,00	-1,82	2,47
7	-0,42	42,48	0,6	25,7	30,0	4,25	0,75	1,82	-0,76	1,00	-1,82	3,24
8	-0,52	42,48	0,6	25,7	35,0	4,25	1,15	1,86	-0,97	1,00	-1,82	4,01
9	-0,61	42,48	0,6	25,7	40,0	4,25	1,58	1,90	-1,16	1,00	-1,82	4,71
10	-0,68	42,48	0,6	25,7	45,0	4,25	1,96	1,93	-1,31	1,00	-1,82	5,25
11	-0,72	42,48	0,6	25,7	50,0	4,25	2,20	1,96	-1,41	1,00	-1,82	5,55
12	-0,74	42,48	0,6	25,7	55,0	4,25	2,33	1,99	-1,47	1,00	-1,82	5,71
13	-0,72	42,48	0,6	25,7	60	4,25	2,20	2,02	-1,45	1,00	-1,82	5,55
14	-0,67	42,48	0,6	25,7	65	4,25	1,91	2,04	-1,37	1,00	-1,82	5,17
15	-0,59	42,48	0,6	25,7	70	4,25	1,48	2,06	-1,22	1,00	-1,82	4,55
16	-0,48	42,48	0,6	25,7	75	4,25	0,98	2,09	-1,00	1,00	-1,82	3,70
17	-0,33	42,48	0,6	25,7	80	4,25	0,46	2,11	-0,70	1,00	-1,82	2,55
18	-0,17	42,48	0,6	25,7	85	4,25	0,12	2,13	-0,36	1,00	-1,82	1,31
19	0,02	42,48	0,6	25,7	90	4,25	0,00	2,14	0,04	1,00	-1,82	-0,15
20	0,22	42,48	0,6	25,7	95	4,25	0,21	2,16	0,48	1,00	-1,82	-1,70
21	0,43	42,48	0,6	25,7	100	4,25	0,79	2,18	0,94	1,00	-1,82	-3,32
22	0,65	42,48	0,6	25,7	105	4,25	1,79	2,19	1,43	1,00	-1,82	-5,01
23	0,87	33,98	0,6	20,56	110	3,40	2,57	1,77	1,54	1,00	-1,82	-5,37
24	1	12,74	0,6	7,71	113	1,27	1,27	0,67	0,67	1,00	-1,82	-2,31
$\Sigma=$							24,70		-9,43			

Tabela 9.4 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Terceiro Modo de Vibração (exemplo da chaminé).

Modo 3												
nó	$\phi_i$	$m_i$	$C_a$	$A_i$	$z_i$	$\psi_i$	$\psi_i \cdot \phi_i^2$	$\beta_i$	$\beta_i \cdot \phi_i$	$\xi$	FH	$\hat{F}_i(\text{kN})$
1	0	34,68	0,6	13,5	0,0	3,47	0,00	0,20	0,00	0,80	0,76	0,00
2	0,06	69,36	0,6	27,0	5,0	6,94	0,02	1,46	0,09	0,80	0,76	0,31
3	0,18	69,36	0,6	27,0	10,0	6,94	0,22	1,62	0,29	0,80	0,76	0,94
4	0,34	69,36	0,6	27,0	15,0	6,94	0,80	1,72	0,59	0,80	0,76	1,78
5	0,51	69,36	0,6	25,7	20,0	6,94	1,80	1,71	0,87	0,80	0,76	2,67
6	0,66	42,48	0,6	25,7	25,0	4,25	1,85	1,77	1,17	0,80	0,76	2,12
7	0,76	42,48	0,6	25,7	30,0	4,25	2,45	1,82	1,38	0,80	0,76	2,44
8	0,79	42,48	0,6	25,7	35,0	4,25	2,65	1,86	1,47	0,80	0,76	2,54
9	0,73	42,48	0,6	25,7	40,0	4,25	2,26	1,90	1,39	0,80	0,76	2,34
10	0,59	42,48	0,6	25,7	45,0	4,25	1,48	1,93	1,14	0,80	0,76	1,89
11	0,39	42,48	0,6	25,7	50,0	4,25	0,65	1,96	0,77	0,80	0,76	1,25
12	0,14	42,48	0,6	25,7	55,0	4,25	0,08	1,99	0,28	0,80	0,76	0,45
13	-0,11	42,48	0,6	25,7	60	4,25	0,05	2,02	-0,22	0,80	0,76	-0,35
14	-0,35	42,48	0,6	25,7	65	4,25	0,52	2,04	-0,71	0,80	0,76	-1,12
15	-0,53	42,48	0,6	25,7	70	4,25	1,19	2,06	-1,09	0,80	0,76	-1,70
16	-0,65	42,48	0,6	25,7	75	4,25	1,79	2,09	-1,36	0,80	0,76	-2,09
17	-0,67	42,48	0,6	25,7	80	4,25	1,91	2,11	-1,41	0,80	0,76	-2,15
18	-0,6	42,48	0,6	25,7	85	4,25	1,53	2,13	-1,28	0,80	0,76	-1,93
19	-0,44	42,48	0,6	25,7	90	4,25	0,82	2,14	-0,94	0,80	0,76	-1,41
20	-0,19	42,48	0,6	25,7	95	4,25	0,15	2,16	-0,41	0,80	0,76	-0,61
21	0,11	42,48	0,6	25,7	100	4,25	0,05	2,18	0,24	0,80	0,76	0,35
22	0,44	42,48	0,6	25,7	105	4,25	0,82	2,19	0,97	0,80	0,76	1,41
23	0,79	33,98	0,6	20,56	110	3,40	2,12	1,77	1,40	0,80	0,76	2,03
24	1	12,74	0,6	7,71	113	1,27	1,27	0,67	0,67	0,80	0,76	0,96
$\Sigma=$							26,52		5,27			

Tabela 9.5 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 com correção proposta na seção 5.2.3 (exemplo da chaminé).

Nó	$\hat{F}_i(\text{kN})$		
	modo 1	modo 2	modo 3
1	0,00	0,00	0,00
2	0,00	-0,47	0,96
3	0,54	-1,64	2,88
4	1,07	-3,28	5,45
5	2,14	-5,15	8,17
6	1,97	-4,59	6,47
7	2,96	-6,02	7,45
8	3,94	-7,45	7,75
9	5,25	-8,74	7,16
10	6,57	-9,75	5,79
11	7,88	-10,32	3,83
12	9,52	-10,61	1,37
13	11,49	-10,32	-1,08
14	13,13	-9,60	-3,43
15	15,10	-8,46	-5,20
16	17,07	-6,88	-6,38
17	19,04	-4,73	-6,57
18	21,01	-2,44	-5,89
19	23,31	0,29	-4,32
20	25,28	3,15	-1,86
21	27,25	6,16	1,08
22	29,55	9,32	4,32
23	25,22	9,98	6,20
24	9,85	4,30	2,94

Tabela 9.6 – Separação da Força de Rajada ( $t = 3s$ ) em Força Média ( $t = 3600s$ ) e Força Flutuante ( $F_f$ ) para os 24 nós da estrutura (exemplo da chaminé) (forças em kN).

<i>nó</i>	$F(3s)$	$F(3600s)$	$F_f$	$F_f/F(3s)$
1	8,09	3,42	4,67	0,58
2	16,18	6,83	9,34	0,58
3	16,18	6,83	9,34	0,58
4	17,33	7,32	10,01	0,58
5	17,32	7,32	10,00	0,58
6	17,99	7,60	10,39	0,58
7	18,56	7,84	10,72	0,58
8	19,05	8,05	11,00	0,58
9	19,49	8,23	11,25	0,58
10	19,88	8,40	11,48	0,58
11	20,24	8,55	11,69	0,58
12	20,57	8,69	11,88	0,58
13	20,88	8,82	12,06	0,58
14	21,16	8,94	12,22	0,58
15	21,43	9,06	12,38	0,58
16	21,69	9,16	12,52	0,58
17	21,93	9,26	12,66	0,58
18	22,15	9,36	12,79	0,58
19	22,37	9,45	12,92	0,58
20	22,58	9,54	13,04	0,58
21(c.r.)	22,77	9,62	13,15	0,58
22	22,96	9,70	13,26	0,58
23	18,52	7,82	10,69	0,58
24	6,98	2,95	4,03	0,58

Tabela 9.7 – Frequências dos  $N = 600$  harmônicos considerados na execução do presente método e as respectivas amplitudes normalizadas  $c_k$  de cada harmônico (em destaque, os harmônicos ressonantes com os 3 modos de vibração considerados) – exemplo da chaminé.

$N$	$f(\text{Hz})$	$c_k$
1	0,004	0,07966
2	0,011	0,11216
3	0,018	0,11842
4	0,024	0,11372
5	0,031	0,10550
6	0,037	0,09682
7	0,044	0,08878
8	0,051	0,08166
9	0,057	0,07545
...	...	...
40 (1ºmodo)	0,261	0,02313
41	0,269	0,02266
42	0,275	0,02221
43	0,282	0,02178
...	...	...
229 (2ºmodo)	1,512	0,00540
230	1,518	0,00538
231	1,525	0,00536
232	1,532	0,00534
233	1,538	0,00532
234	1,545	0,00530
...	...	...
599 (3ºmodo)	3,96	0,00242
600	3,965	0,00242
	SOMA=	1,00

Tabela 9.8 – Coeficientes de redução das forças flutuantes  $Cr_k$  em cada nó, para cada um dos N=600 harmônicos considerados (em destaque, os harmônicos ressonantes com os 3 modos de vibração considerados) – exemplo da chaminé.

nó	Fatores de redução para cada harmônico								
	N=1	N=2	...	N=40(1ºmodo)	...	N=229(2ºmodo)	...	N=599(3ºmodo)	N=600
1	0,89	0,71	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
2	0,89	0,72	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
3	0,90	0,74	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
4	0,90	0,75	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
5	0,91	0,77	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
6	0,91	0,78	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
7	0,92	0,80	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
8	0,93	0,81	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
9	0,93	0,83	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
10	0,94	0,84	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
11	0,94	0,85	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
12	0,95	0,87	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
13	0,95	0,88	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
14	0,96	0,90	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
15	0,97	0,91	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
16	0,97	0,93	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
17	0,98	0,94	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
18	0,98	0,96	...	0,00	...	0,00	...	0,00	0,00
19	0,99	0,97	...	0,30	...	0,00	...	0,00	0,00
20	0,99	0,99	...	0,65	...	0,00	...	0,00	0,00
21(c.r)	1,00	1,00	...	1,00	...	1,00	...	1,00	1,00
22	0,99	0,99	...	0,65	...	0,00	...	0,00	0,00
23	0,99	0,97	...	0,30	...	0,00	...	0,00	0,00
24	0,99	0,96	...	0,09	...	0,00	...	0,00	0,00

Tabela 9.9 – Primeira iteração do método iterativo do ANEXO A da ABNT NBR 6123:1988 para a determinação do intervalo de tempo a ser considerado na obtenção da velocidade característica, em cada andar do prédio.

h (m)	1ª iteração						$V_k(t_1)$
	$t_1$ (s)	tabela 22 da ABNT NBR6123:1988 (1988) (Interpolação)					
		$t_{inf}$ (s)	$S2(t_{inf})$	$t_{sup}$ (s)	$S2(t_{sup})$	$S2(t^1)$	
0	31,8	30	0,80	45	0,77	0,80	33,9
3	31,8	30	0,80	45	0,77	0,80	33,9
6	31,8	30	0,84	45	0,81	0,83	35,4
9	31,8	30	0,87	45	0,84	0,87	36,8
12	31,8	30	0,89	45	0,86	0,89	37,7
15	31,8	30	0,91	45	0,88	0,91	38,5
18	31,8	30	0,93	45	0,90	0,92	39,2
21	31,8	30	0,94	45	0,91	0,94	39,8
24	31,8	30	0,96	45	0,93	0,96	40,7
27	31,8	30	0,97	45	0,94	0,97	41,1
30	31,8	30	0,99	45	0,96	0,99	41,9
33	31,8	30	1,00	45	0,97	1,00	42,4
36	31,8	30	1,01	45	0,98	1,01	42,8
39	31,8	30	1,02	45	0,99	1,02	43,2
42	31,8	30	1,03	45	1,00	1,03	43,6
45	31,8	30	1,03	45	1,00	1,03	43,6
48	31,8	30	1,04	45	1,01	1,04	44,1
51	31,8	30	1,05	45	1,02	1,05	44,5
54	31,8	30	1,05	45	1,02	1,05	44,5
57	31,8	30	1,06	45	1,03	1,06	44,9
60	31,8	30	1,07	45	1,04	1,07	45,3
63	31,8	30	1,08	45	1,05	1,07	45,6
66	31,8	30	1,08	45	1,06	1,08	45,8
69	31,8	30	1,09	45	1,06	1,08	46,1
72	31,8	30	1,09	45	1,07	1,09	46,3
75	31,8	30	1,10	45	1,07	1,10	46,6
78	31,8	30	1,10	45	1,08	1,10	46,8
81	31,8	30	1,11	45	1,08	1,11	47,0
84	31,8	30	1,11	45	1,09	1,11	47,2
87	31,8	30	1,12	45	1,09	1,11	47,3
90	31,8	30	1,12	45	1,09	1,12	47,5
93	31,8	30	1,12	45	1,10	1,12	47,6
96	31,8	30	1,13	45	1,10	1,12	47,8
99	31,8	30	1,13	45	1,10	1,13	47,9
102	31,8	30	1,13	45	1,11	1,13	48,1
105	31,8	30	1,14	45	1,11	1,14	48,3
108	31,8	30	1,14	45	1,12	1,14	48,4

Tabela 9.10 – Continuação da Tabela 9.9.

1ª iteração (continuação)							
h (m)	t <sub>1</sub> (s)	tabela 22 da ABNT NBR 6123:1988 (Interpolação)					V <sub>k</sub> (t <sub>1</sub> )
		t <sub>inf</sub> (s)	S2(t <sub>inf</sub> )	t <sub>sup</sub> (s)	S2(t <sub>sup</sub> )	S2(t <sub>1</sub> )	
111	31,8	30	1,15	45	1,12	1,14	48,6
114	31,8	30	1,15	45	1,13	1,15	48,8
117	31,8	30	1,16	45	1,13	1,15	49,0
120	31,8	30	1,16	45	1,13	1,16	49,2
123	31,8	30	1,16	45	1,14	1,16	49,3
126	31,8	30	1,17	45	1,14	1,16	49,4
129	31,8	30	1,17	45	1,14	1,17	49,5
132	31,8	30	1,17	45	1,15	1,17	49,7
135	31,8	30	1,17	45	1,15	1,17	49,8
138	31,8	30	1,18	45	1,15	1,17	49,9
141	31,8	30	1,18	45	1,15	1,18	50,0
144	31,8	30	1,18	45	1,16	1,18	50,2
147	31,8	30	1,19	45	1,16	1,18	50,3
150	31,8	30	1,19	45	1,16	1,19	50,4
153	31,8	30	1,19	45	1,17	1,19	50,6
156	31,8	30	1,20	45	1,17	1,19	50,7
159	31,8	30	1,20	45	1,17	1,20	50,9
162	31,8	30	1,20	45	1,18	1,20	50,9
165	31,8	30	1,20	45	1,18	1,20	51,0
168	31,8	30	1,20	45	1,18	1,20	51,1
171	31,8	30	1,21	45	1,18	1,20	51,1
174	31,8	30	1,21	45	1,18	1,20	51,2
177	31,8	30	1,21	45	1,18	1,21	51,2
180	31,8	30	1,21	45	1,18	1,21	51,3

Notas:

t<sub>1</sub> = estimativa inicial do intervalo de tempo da velocidade característica;

t<sub>inf</sub> = limite inferior do intervalo de tempo que apresenta valores de S2 na Tabela 22 da ABNT NBR6123:1988, no qual t<sub>1</sub> se encontra;

t<sub>sup</sub> = limite superior do intervalo de tempo que apresenta valores de S2 na Tabela 22 da ABNT NBR 6123:1988, no qual t<sub>1</sub> se encontra;

S2(t<sub>inf</sub>) = valor de S2 para t<sub>inf</sub>;

S2(t<sub>sup</sub>) = valor de S2 para t<sub>sup</sub>;

S2(t<sub>1</sub>) = valor de S2 para t<sub>1</sub>;

V<sub>k</sub> (t<sub>1</sub>) = velocidade característica para t<sub>1</sub> nas determinadas alturas da estrutura

Tabela 9.11 – Segunda iteração do método iterativo do ANEXO A da ABNT NBR6123:1988 para a determinação do intervalo de tempo a ser considerado na obtenção da velocidade característica, em cada andar do prédio.

h (m)	2ª iteração						V <sub>k</sub> (t <sub>2</sub> )
	t <sub>2</sub> (s)	tabela 22 da ABNT NBR6123:1988 (Interpolação)					
		t <sub>inf</sub> (s)	S2(t <sub>inf</sub> )	t <sub>sup</sub> (s)	S2(t <sub>sup</sub> )	S2(t <sub>2</sub> )	
0	26,3	20	0,83	30	0,80	0,81	34,4
3	26,3	20	0,83	30	0,80	0,81	34,4
6	26,3	20	0,86	30	0,84	0,84	35,9
9	26,3	20	0,90	30	0,87	0,88	37,4
12	26,3	20	0,92	30	0,89	0,90	38,2
15	26,3	20	0,94	30	0,91	0,92	39,1
18	26,3	20	0,95	30	0,93	0,93	39,7
21	26,3	20	0,97	30	0,94	0,95	40,3
24	26,3	20	0,99	30	0,96	0,97	41,2
27	26,3	20	1,00	30	0,97	0,98	41,6
30	26,3	20	1,02	30	0,99	1,00	42,5
33	26,3	20	1,03	30	1,00	1,01	42,9
36	26,3	20	1,04	30	1,01	1,02	43,3
39	26,3	20	1,05	30	1,02	1,03	43,7
42	26,3	20	1,06	30	1,03	1,04	44,2
45	26,3	20	1,06	30	1,03	1,04	44,2
48	26,3	20	1,07	30	1,04	1,05	44,6
51	26,3	20	1,08	30	1,05	1,06	45,0
54	26,3	20	1,08	30	1,05	1,06	45,0
57	26,3	20	1,09	30	1,06	1,07	45,4
60	26,3	20	1,10	30	1,07	1,08	45,9
63	26,3	20	1,10	30	1,08	1,08	46,1
66	26,3	20	1,11	30	1,08	1,09	46,4
69	26,3	20	1,11	30	1,09	1,10	46,6
72	26,3	20	1,12	30	1,09	1,10	46,8
75	26,3	20	1,12	30	1,10	1,11	47,1
78	26,3	20	1,13	30	1,10	1,11	47,3
81	26,3	20	1,14	30	1,11	1,12	47,6
84	26,3	20	1,14	30	1,11	1,12	47,7
87	26,3	20	1,14	30	1,12	1,13	47,8
90	26,3	20	1,14	30	1,12	1,13	48,0
93	26,3	20	1,15	30	1,12	1,13	48,1
96	26,3	20	1,15	30	1,13	1,14	48,3
99	26,3	20	1,16	30	1,13	1,14	48,4
102	26,3	20	1,16	30	1,13	1,14	48,6

Tabela 9.12 – Continuação da Tabela 9.11.

h (m)	2ª iteração (Continuação)						
	t <sub>2</sub> (s)	t <sub>inf</sub> (s)					S2(t <sub>inf</sub> )
		t <sub>inf</sub> (s)	S2(t <sub>inf</sub> )	t <sub>sup</sub> (s)	S2(t <sub>sup</sub> )	S2(t <sub>2</sub> )	
105	26,3	20	1,16	30	1,14	1,15	48,8
108	26,3	20	1,17	30	1,14	1,15	49,0
111	26,3	20	1,17	30	1,15	1,16	49,1
114	26,3	20	1,18	30	1,15	1,16	49,3
117	26,3	20	1,18	30	1,16	1,16	49,5
120	26,3	20	1,19	30	1,16	1,17	49,7
123	26,3	20	1,19	30	1,16	1,17	49,8
126	26,3	20	1,19	30	1,17	1,17	49,9
129	26,3	20	1,19	30	1,17	1,18	50,1
132	26,3	20	1,20	30	1,17	1,18	50,2
135	26,3	20	1,20	30	1,17	1,18	50,3
138	26,3	20	1,20	30	1,18	1,19	50,4
141	26,3	20	1,21	30	1,18	1,19	50,5
144	26,3	20	1,21	30	1,18	1,19	50,7
147	26,3	20	1,21	30	1,19	1,20	50,8
150	26,3	20	1,21	30	1,19	1,20	51,0
153	26,3	20	1,22	30	1,19	1,20	51,1
156	26,3	20	1,22	30	1,20	1,21	51,2
159	26,3	20	1,23	30	1,20	1,21	51,4
162	26,3	20	1,23	30	1,20	1,21	51,5
165	26,3	20	1,23	30	1,20	1,21	51,5
168	26,3	20	1,23	30	1,20	1,21	51,6
171	26,3	20	1,23	30	1,21	1,21	51,6
174	26,3	20	1,23	30	1,21	1,22	51,7
177	26,3	20	1,23	30	1,21	1,22	51,8
180	26,3	20	1,24	30	1,21	1,22	51,8

Notas:

t<sub>2</sub> = estimativa inicial do intervalo de tempo da velocidade característica;

t<sub>inf</sub> = limite inferior do intervalo de tempo que apresenta valores de S2 na Tabela 22 da ABNT NBR 6123:1988, no qual t<sub>2</sub> se encontra;

t<sub>sup</sub> = limite superior do intervalo de tempo que apresenta valores de S2 na Tabela 22 da ABNT NBR6123:1988, no qual t<sub>2</sub> se encontra;

S2(t<sub>inf</sub>) = valor de S2 para t<sub>inf</sub>;

S2(t<sub>sup</sub>) = valor de S2 para t<sub>sup</sub>;

S2(t<sub>1</sub>) = valor de S2 para t<sub>2</sub>;

V<sub>k</sub> (t<sub>1</sub>) = velocidade característica para t<sub>2</sub> nas determinadas alturas da estrutura

Tabela 9.13 – Terceira iteração do método iterativo do ANEXO A da ABNT NBR6123(1988) para a determinação do intervalo de tempo a ser considerado na obtenção da velocidade característica, em cada andar do prédio.

h (m)	3ª iteração						V <sub>k</sub> (t <sub>3</sub> )
	t <sub>3</sub> (s)	tabela 22 da ABNT NBR6123 (Interpolação)				S2(t <sub>2</sub> )	
		t <sub>inf</sub> (s)	S2(t <sub>inf</sub> )	t <sub>sup</sub> (s)	S2(t <sub>sup</sub> )		
0	26,1	20	0,83	30	0,80	0,81	34,4
3	26,1	20	0,83	30	0,80	0,81	34,4
6	26,1	20	0,86	30	0,84	0,84	35,9
9	26,1	20	0,90	30	0,87	0,88	37,4
12	26,1	20	0,92	30	0,89	0,90	38,2
15	26,1	20	0,94	30	0,91	0,92	39,1
18	26,1	20	0,95	30	0,93	0,93	39,7
21	26,1	20	0,97	30	0,94	0,95	40,4
24	26,1	20	0,99	30	0,96	0,97	41,2
27	26,1	20	1,00	30	0,97	0,98	41,6
30	26,1	20	1,02	30	0,99	1,00	42,5
33	26,1	20	1,03	30	1,00	1,01	42,9
36	26,1	20	1,04	30	1,01	1,02	43,3
39	26,1	20	1,05	30	1,02	1,03	43,8
42	26,1	20	1,06	30	1,03	1,04	44,2
45	26,1	20	1,06	30	1,03	1,04	44,2
48	26,1	20	1,07	30	1,04	1,05	44,6
51	26,1	20	1,08	30	1,05	1,06	45,0
54	26,1	20	1,08	30	1,05	1,06	45,0
57	26,1	20	1,09	30	1,06	1,07	45,5
60	26,1	20	1,10	30	1,07	1,08	45,9
63	26,1	20	1,10	30	1,08	1,09	46,1
66	26,1	20	1,11	30	1,08	1,09	46,4
69	26,1	20	1,11	30	1,09	1,10	46,6
72	26,1	20	1,12	30	1,09	1,10	46,9
75	26,1	20	1,12	30	1,10	1,11	47,1
78	26,1	20	1,13	30	1,10	1,11	47,3
81	26,1	20	1,14	30	1,11	1,12	47,6
84	26,1	20	1,14	30	1,11	1,12	47,7
87	26,1	20	1,14	30	1,12	1,13	47,9
90	26,1	20	1,14	30	1,12	1,13	48,0
93	26,1	20	1,15	30	1,12	1,13	48,2
96	26,1	20	1,15	30	1,13	1,14	48,3
99	26,1	20	1,16	30	1,13	1,14	48,4
102	26,1	20	1,16	30	1,13	1,14	48,6

Tabela 9.14 – Continuação da Tabela 9.13.

3ª iteração (Continuação)							
h (m)	t <sub>3</sub> (s)	tabela 22 da ABNT NBR 6123 (Interpolação)					V <sub>k</sub> (t <sub>3</sub> )
		t <sub>inf</sub> (s)	S2(t <sub>inf</sub> )	t <sub>sup</sub> (s)	S2(t <sub>sup</sub> )	S2(t <sub>2</sub> )	
105	26,1	20	1,16	30	1,14	1,15	48,8
108	26,1	20	1,17	30	1,14	1,15	49,0
111	26,1	20	1,17	30	1,15	1,16	49,2
114	26,1	20	1,18	30	1,15	1,16	49,4
117	26,1	20	1,18	30	1,16	1,17	49,5
120	26,1	20	1,19	30	1,16	1,17	49,7
123	26,1	20	1,19	30	1,16	1,17	49,8
126	26,1	20	1,19	30	1,17	1,18	50,0
129	26,1	20	1,19	30	1,17	1,18	50,1
132	26,1	20	1,20	30	1,17	1,18	50,2
135	26,1	20	1,20	30	1,17	1,18	50,3
138	26,1	20	1,20	30	1,18	1,19	50,4
141	26,1	20	1,21	30	1,18	1,19	50,6
144	26,1	20	1,21	30	1,18	1,19	50,7
147	26,1	20	1,21	30	1,19	1,20	50,9
150	26,1	20	1,21	30	1,19	1,20	51,0
153	26,1	20	1,22	30	1,19	1,20	51,1
156	26,1	20	1,22	30	1,20	1,21	51,3
159	26,1	20	1,23	30	1,20	1,21	51,4
162	26,1	20	1,23	30	1,20	1,21	51,5
165	26,1	20	1,23	30	1,20	1,21	51,5
168	26,1	20	1,23	30	1,20	1,21	51,6
171	26,1	20	1,23	30	1,21	1,22	51,7
174	26,1	20	1,23	30	1,21	1,22	51,7
177	26,1	20	1,23	30	1,21	1,22	51,8
180	26,1	20	1,24	30	1,21	1,22	51,8

Notas:

t<sub>3</sub> = estimativa inicial do intervalo de tempo da velocidade característica;

t<sub>inf</sub> = limite inferior do intervalo de tempo que apresenta valores de S2 na Tabela 22 da ABNT NBR 6123:1988, no qual t<sub>2</sub> se encontra;

t<sub>sup</sub> = limite superior do intervalo de tempo que apresenta valores de S2 na Tabela 22 da ABNT NBR6123:1988, no qual t<sub>2</sub> se encontra;

S2(t<sub>inf</sub>) = valor de S2 para t<sub>inf</sub>;

S2(t<sub>sup</sub>) = valor de S2 para t<sub>sup</sub>;

S2(t<sub>1</sub>) = valor de S2 para t<sub>3</sub>;

V<sub>k</sub> (t<sub>1</sub>) = velocidade característica para t<sub>3</sub> nas determinadas alturas da estrutura

Tabela 9.15 – Velocidades e forças de vento características ao longo da altura do prédio para o método estático da ABNT NBR6123:1988, em um intervalo de tempo  $t = 26,1$  s.

Nó	$V_k(z)$ (m/s)	$F_k(z)$ kN
1	34,4	61,0
2	34,4	121,9
3	35,9	132,7
4	37,4	143,9
5	38,2	150,5
6	39,1	157,3
7	39,7	162,5
8	40,4	167,7
9	41,2	174,8
10	41,6	178,5
11	42,5	185,8
12	42,9	189,6
13	43,3	193,3
14	43,8	197,1
15	44,2	201,0
16	44,2	201,0
17	44,6	204,9
18	45,0	208,8
19	45,0	208,8
20	45,5	212,8
21	45,9	216,8
22	46,1	219,0
23	46,4	221,4
24	46,6	223,7
25	46,9	226,0
26	47,1	228,3
27	47,3	230,7
28	47,6	233,1
29	47,7	234,5
30	47,9	235,9
31	48,0	237,3
32	48,2	238,7
33	48,3	240,1
34	48,4	241,5
35	48,6	243,3
36	48,8	245,2
37	49,0	247,0

Tabela 9.16 – Continuação da Tabela 9.15.

Nó	$V_k(z)$ (m/s)	$F_k(z)$ kN
38	49,2	248,8
39	49,4	250,7
40	49,5	252,5
41	49,7	254,4
42	49,8	255,6
43	50,0	256,9
44	50,1	258,1
45	50,2	259,4
46	50,3	260,6
47	50,4	261,9
48	50,6	263,2
49	50,7	264,6
50	50,9	266,1
51	51,0	267,6
52	51,1	269,1
53	51,3	270,6
54	51,4	272,1
55	51,5	272,7
56	51,5	273,4
57	51,6	274,0
58	51,7	274,7
59	51,7	275,3
60	51,8	275,9
61	51,8	138,3

Tabela 9.17 – Cálculo de parâmetros para obtenção do fator de amplificação dinâmica  $\xi$ , no ábaco da Figura 5.6 ( $L=1800m$ ) – exemplo do prédio.

modo	$f_j$	$\bar{U}(z_{ref})/(f_j*L)$	$\xi$
1	0,14	0,116	1,8
2	0,68	0,024	1,1
3	1,49	0,011	0,7
4	2,32	0,007	0,6

Tabela 9.18 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Primeiro Modo de Vibração (PARTE 1) – exemplo do prédio.

Modo 1 (PARTE 1)												
nó	$\phi_i$	$m_i$	Ca	Ai	$z_i$	$\psi_i$	$\psi_i * \phi_i^2$	$\beta_i$	$\beta_i * \phi_i$	$\xi$	FH	$\hat{F}_i$ (kN)
1	0	677,7	1,4	60	0,0	67,77	0,00	1,06	0,00	1,80	4,45	0,00
2	0	790,7	1,4	120	3,0	79,07	0,00	14,02	0,00	1,80	4,45	0,00
3	0,01	790,7	1,4	120	6,0	79,07	0,01	15,56	0,16	1,80	4,45	3,52
4	0,01	790,7	1,4	120	9,0	79,07	0,01	16,54	0,17	1,80	4,45	3,52
5	0,02	790,7	1,4	120	12,0	79,07	0,03	17,27	0,35	1,80	4,45	7,04
6	0,02	790,7	1,4	120	15,0	79,07	0,03	17,85	0,36	1,80	4,45	7,04
7	0,03	790,7	1,4	120	18,0	79,07	0,07	18,35	0,55	1,80	4,45	10,55
8	0,04	790,7	1,4	120	21,0	79,07	0,13	18,78	0,75	1,80	4,45	14,07
9	0,04	790,7	1,4	120	24,0	79,07	0,13	19,16	0,77	1,80	4,45	14,07
10	0,05	790,7	1,4	120	27,0	79,07	0,20	19,50	0,97	1,80	4,45	17,59
11	0,06	790,7	1,4	120	30,0	79,07	0,28	19,81	1,19	1,80	4,45	21,11
12	0,07	790,7	1,4	120	33,0	79,07	0,39	20,09	1,41	1,80	4,45	24,62
13	0,09	790,7	1,4	120	36	79,07	0,64	20,36	1,83	1,80	4,45	31,66
14	0,1	790,7	1,4	120	39	79,07	0,79	20,60	2,06	1,80	4,45	35,18
15	0,11	790,7	1,4	120	42	79,07	0,96	20,84	2,29	1,80	4,45	38,69
16	0,12	790,7	1,4	120	45	79,07	1,14	21,05	2,53	1,80	4,45	42,21
17	0,14	790,7	1,4	120	48	79,07	1,55	21,26	2,98	1,80	4,45	49,25
18	0,15	790,7	1,4	120	51	79,07	1,78	21,45	3,22	1,80	4,45	52,77
19	0,16	790,7	1,4	120	54	79,07	2,02	21,64	3,46	1,80	4,45	56,28
20	0,18	790,7	1,4	120	57	79,07	2,56	21,81	3,93	1,80	4,45	63,32
21	0,19	790,7	1,4	120	60	79,07	2,85	21,98	4,18	1,80	4,45	66,84
22	0,21	790,7	1,4	120	63	79,07	3,49	22,14	4,65	1,80	4,45	73,87
23	0,23	790,7	1,4	120	66	79,07	4,18	22,30	5,13	1,80	4,45	80,91
24	0,24	790,7	1,4	120	69	79,07	4,55	22,45	5,39	1,80	4,45	84,42
25	0,26	790,7	1,4	120	72	79,07	5,35	22,59	5,87	1,80	4,45	91,46
26	0,28	790,7	1,4	120	75	79,07	6,20	22,73	6,36	1,80	4,45	98,49
27	0,3	790,7	1,4	120	78	79,07	7,12	22,86	6,86	1,80	4,45	105,53
28	0,31	790,7	1,4	120	81	79,07	7,60	22,99	7,13	1,80	4,45	109,05
29	0,33	790,7	1,4	120	84	79,07	8,61	23,12	7,63	1,80	4,45	116,08
30	0,35	790,7	1,4	120	87	79,07	9,69	23,24	8,13	1,80	4,45	123,12
31	0,37	790,7	1,4	120	90	79,07	10,82	23,36	8,64	1,80	4,45	130,15
32	0,39	790,7	1,4	120	93	79,07	12,03	23,47	9,15	1,80	4,45	137,19
33	0,41	790,7	1,4	120	96	79,07	13,29	23,59	9,67	1,80	4,45	144,22
34	0,43	790,7	1,4	120	99	79,07	14,62	23,69	10,19	1,80	4,45	151,26
35	0,45	790,7	1,4	120	102	79,07	16,01	23,80	10,71	1,80	4,45	158,30
36	0,47	790,7	1,4	120	105	79,07	17,47	23,90	11,24	1,80	4,45	165,33
37	0,49	790,7	1,4	120	108	79,07	18,98	24,01	11,76	1,80	4,45	172,37

Tabela 9.19 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Primeiro Modo de Vibração (PARTE 2) – exemplo do prédio.

Modo 1 (PARTE 2)												
nó	$\phi_i$	$m_i$	$C_a$	$A_i$	$z_i$	$\psi_i$	$\psi_i \cdot \phi_i^2$	$\beta_i$	$\beta_i \cdot \phi_i$	$\xi$	FH	$\hat{F}_i$ (kN)
38	0,51	790,7	1,4	120	111	79,07	20,57	24,11	12,29	1,80	4,45	179,40
39	0,53	790,7	1,4	120	114	79,07	22,21	24,20	12,83	1,80	4,45	186,44
40	0,55	790,7	1,4	120	117	79,07	23,92	24,30	13,36	1,80	4,45	193,47
41	0,58	790,7	1,4	120	120	79,07	26,60	24,39	14,15	1,80	4,45	204,02
42	0,6	790,7	1,4	120	123	79,07	28,47	24,48	14,69	1,80	4,45	211,06
43	0,62	790,7	1,4	120	126	79,07	30,39	24,57	15,23	1,80	4,45	218,10
44	0,64	790,7	1,4	120	129	79,07	32,39	24,65	15,78	1,80	4,45	225,13
45	0,66	790,7	1,4	120	132	79,07	34,44	24,74	16,33	1,80	4,45	232,17
46	0,68	790,7	1,4	120	135	79,07	36,56	24,82	16,88	1,80	4,45	239,20
47	0,7	790,7	1,4	120	138	79,07	38,74	24,91	17,43	1,80	4,45	246,24
48	0,72	790,7	1,4	120	141	79,07	40,99	24,99	17,99	1,80	4,45	253,27
49	0,75	790,7	1,4	120	144	79,07	44,48	25,06	18,80	1,80	4,45	263,83
50	0,77	790,7	1,4	120	147	79,07	46,88	25,14	19,36	1,80	4,45	270,86
51	0,79	790,7	1,4	120	150	79,07	49,35	25,22	19,92	1,80	4,45	277,90
52	0,81	790,7	1,4	120	153	79,07	51,88	25,29	20,49	1,80	4,45	284,93
53	0,83	790,7	1,4	120	156	79,07	54,47	25,37	21,06	1,80	4,45	291,97
54	0,85	790,7	1,4	120	159	79,07	57,13	25,44	21,62	1,80	4,45	299,00
55	0,87	790,7	1,4	120	162	79,07	59,85	25,51	22,20	1,80	4,45	306,04
56	0,9	790,7	1,4	120	165	79,07	64,05	25,58	23,02	1,80	4,45	316,59
57	0,92	790,7	1,4	120	168	79,07	66,92	25,65	23,60	1,80	4,45	323,63
58	0,94	790,7	1,4	120	171	79,07	69,87	25,72	24,18	1,80	4,45	330,66
59	0,96	790,7	1,4	120	174	79,07	72,87	25,79	24,75	1,80	4,45	337,70
60	0,98	790,7	1,4	120	177	79,07	75,94	25,85	25,34	1,80	4,45	344,73
61	1,00	677,7	1,4	60	180	67,77	67,77	12,96	12,96	1,80	4,45	301,50
$\Sigma=$							1292,30		605,90			

Tabela 9.20 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Segundo Modo de Vibração (PARTE 1) – exemplo do prédio.

Modo 2 (PARTE 1)												
nó	$\phi_i$	$m_i$	Ca	Ai	$z_i$	$\psi_i$	$\psi_i \cdot \phi_i^2$	$\beta_i$	$\beta_i \cdot \phi_i$	$\xi$	FH	$\hat{F}_i$ (kN)
1	0,00	677,7	1,4	60	0,0	67,77	0,00	1,06	0,00	1,10	-1,24	0,00
2	-0,04	790,7	1,4	120	3,0	79,07	0,13	14,02	-0,56	1,10	-1,24	3,92
3	-0,07	790,7	1,4	120	6,0	79,07	0,39	15,56	-1,09	1,10	-1,24	6,87
4	-0,11	790,7	1,4	120	9,0	79,07	0,96	16,54	-1,82	1,10	-1,24	10,79
5	-0,16	790,7	1,4	120	12,0	79,07	2,02	17,27	-2,76	1,10	-1,24	15,70
6	-0,2	790,7	1,4	120	15,0	79,07	3,16	17,85	-3,57	1,10	-1,24	19,62
7	-0,24	790,7	1,4	120	18,0	79,07	4,55	18,35	-4,40	1,10	-1,24	23,55
8	-0,29	790,7	1,4	120	21,0	79,07	6,65	18,78	-5,45	1,10	-1,24	28,45
9	-0,34	790,7	1,4	120	24,0	79,07	9,14	19,16	-6,51	1,10	-1,24	33,36
10	-0,38	790,7	1,4	120	27,0	79,07	11,42	19,50	-7,41	1,10	-1,24	37,28
11	-0,43	790,7	1,4	120	30,0	79,07	14,62	19,81	-8,52	1,10	-1,24	42,19
12	-0,47	790,7	1,4	120	33,0	79,07	17,47	20,09	-9,44	1,10	-1,24	46,12
13	-0,52	790,7	1,4	120	36,0	79,07	21,38	20,36	-10,59	1,10	-1,24	51,02
14	-0,56	790,7	1,4	120	39,0	79,07	24,80	20,60	-11,54	1,10	-1,24	54,95
15	-0,6	790,7	1,4	120	42,0	79,07	28,47	20,84	-12,50	1,10	-1,24	58,87
16	-0,64	790,7	1,4	120	45,0	79,07	32,39	21,05	-13,47	1,10	-1,24	62,80
17	-0,67	790,7	1,4	120	48,0	79,07	35,49	21,26	-14,24	1,10	-1,24	65,74
18	-0,71	790,7	1,4	120	51,0	79,07	39,86	21,45	-15,23	1,10	-1,24	69,66
19	-0,74	790,7	1,4	120	54,0	79,07	43,30	21,64	-16,01	1,10	-1,24	72,61
20	-0,76	790,7	1,4	120	57,0	79,07	45,67	21,81	-16,58	1,10	-1,24	74,57
21	-0,79	790,7	1,4	120	60,0	79,07	49,35	21,98	-17,36	1,10	-1,24	77,51
22	-0,81	790,7	1,4	120	63,0	79,07	51,88	22,14	-17,93	1,10	-1,24	79,48
23	-0,82	790,7	1,4	120	66,0	79,07	53,17	22,30	-18,28	1,10	-1,24	80,46
24	-0,84	790,7	1,4	120	69,0	79,07	55,79	22,45	-18,85	1,10	-1,24	82,42
25	-0,84	790,7	1,4	120	72,0	79,07	55,79	22,59	-18,98	1,10	-1,24	82,42
26	-0,85	790,7	1,4	120	75,0	79,07	57,13	22,73	-19,32	1,10	-1,24	83,40
27	-0,85	790,7	1,4	120	78,0	79,07	57,13	22,86	-19,43	1,10	-1,24	83,40
28	-0,84	790,7	1,4	120	81,0	79,07	55,79	22,99	-19,31	1,10	-1,24	82,42
29	-0,83	790,7	1,4	120	84,0	79,07	54,47	23,12	-19,19	1,10	-1,24	81,44
30	-0,82	790,7	1,4	120	87,0	79,07	53,17	23,24	-19,06	1,10	-1,24	80,46
31	-0,8	790,7	1,4	120	90,0	79,07	50,60	23,36	-18,69	1,10	-1,24	78,49
32	-0,78	790,7	1,4	120	93,0	79,07	48,11	23,47	-18,31	1,10	-1,24	76,53
33	-0,75	790,7	1,4	120	96,0	79,07	44,48	23,59	-17,69	1,10	-1,24	73,59
34	-0,72	790,7	1,4	120	99,0	79,07	40,99	23,69	-17,06	1,10	-1,24	70,65
35	-0,69	790,7	1,4	120	102,0	79,07	37,65	23,80	-16,42	1,10	-1,24	67,70
36	-0,65	790,7	1,4	120	105,0	79,07	33,41	23,90	-15,54	1,10	-1,24	63,78
37	-0,61	790,7	1,4	120	108,0	79,07	29,42	24,01	-14,64	1,10	-1,24	59,85
38	-0,56	790,7	1,4	120	111,0	79,07	24,80	24,11	-13,50	1,10	-1,24	54,95

Tabela 9.21 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Segundo Modo de Vibração (PARTE 2) – exemplo do prédio.

Modo 2 (PARTE 2)												
nó	$\phi_i$	$m_i$	$C_a$	$A_i$	$z_i$	$\psi_i$	$\psi_i \cdot \phi_i^2$	$\beta_i$	$\beta_i \cdot \phi_i$	$\xi$	FH	$\hat{F}_i$ (kN)
39	-0,51	790,7	1,4	120	114,0	79,07	20,57	24,20	-12,34	1,10	-1,24	50,04
40	-0,46	790,7	1,4	120	117,0	79,07	16,73	24,30	-11,18	1,10	-1,24	45,13
41	-0,4	790,7	1,4	120	120,0	79,07	12,65	24,39	-9,76	1,10	-1,24	39,25
42	-0,34	790,7	1,4	120	123,0	79,07	9,14	24,48	-8,32	1,10	-1,24	33,36
43	-0,28	790,7	1,4	120	126,0	79,07	6,20	24,57	-6,88	1,10	-1,24	27,47
44	-0,21	790,7	1,4	120	129,0	79,07	3,49	24,65	-5,18	1,10	-1,24	20,60
45	-0,14	790,7	1,4	120	132,0	79,07	1,55	24,74	-3,46	1,10	-1,24	13,74
46	-0,07	790,7	1,4	120	135,0	79,07	0,39	24,82	-1,74	1,10	-1,24	6,87
47	0,00	790,7	1,4	120	138,0	79,07	0,00	24,91	0,00	1,10	-1,24	0,00
48	0,07	790,7	1,4	120	141,0	79,07	0,39	24,99	1,75	1,10	-1,24	-6,87
49	0,14	790,7	1,4	120	144,0	79,07	1,55	25,06	3,51	1,10	-1,24	-13,74
50	0,21	790,7	1,4	120	147,0	79,07	3,49	25,14	5,28	1,10	-1,24	-20,60
51	0,29	790,7	1,4	120	150,0	79,07	6,65	25,22	7,31	1,10	-1,24	-28,45
52	0,36	790,7	1,4	120	153,0	79,07	10,25	25,29	9,11	1,10	-1,24	-35,32
53	0,44	790,7	1,4	120	156,0	79,07	15,31	25,37	11,16	1,10	-1,24	-43,17
54	0,51	790,7	1,4	120	159,0	79,07	20,57	25,44	12,97	1,10	-1,24	-50,04
55	0,59	790,7	1,4	120	162,0	79,07	27,52	25,51	15,05	1,10	-1,24	-57,89
56	0,66	790,7	1,4	120	165,0	79,07	34,44	25,58	16,88	1,10	-1,24	-64,76
57	0,73	790,7	1,4	120	168,0	79,07	42,14	25,65	18,73	1,10	-1,24	-71,63
58	0,8	790,7	1,4	120	171,0	79,07	50,60	25,72	20,58	1,10	-1,24	-78,49
59	0,87	790,7	1,4	120	174,0	79,07	59,85	25,79	22,43	1,10	-1,24	-85,36
60	0,93	790,7	1,4	120	177,0	79,07	68,39	25,85	24,04	1,10	-1,24	-91,25
61	1	677,7	1,4	60	180,0	67,77	67,77	12,96	12,96	1,10	-1,24	-84,10
$\Sigma=$							1674,59		-358,36			

Tabela 9.22 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Terceiro Modo de Vibração (PARTE 1) – exemplo do prédio.

Modo 3 (PARTE 1)												
nó	$\phi_i$	$m_i$	$C_a$	$A_i$	$z_i$	$\psi_i$	$\psi_i \cdot \phi_i^2$	$\beta_i$	$\beta_i \cdot \phi_i$	$\xi$	FH	$\hat{F}_i$ (kN)
1	0	677,7	1,4	60	0	67,77	0,00	1,06	0,00	0,70	0,31	0,00
2	0,1	790,7	1,4	120	3	79,07	0,79	14,02	1,40	0,70	0,31	2,47
3	0,19	790,7	1,4	120	6	79,07	2,85	15,56	2,96	0,70	0,31	4,70
4	0,29	790,7	1,4	120	9	79,07	6,65	16,54	4,80	0,70	0,31	7,17
5	0,39	790,7	1,4	120	12	79,07	12,03	17,27	6,73	0,70	0,31	9,65
6	0,48	790,7	1,4	120	15	79,07	18,22	17,85	8,57	0,70	0,31	11,87
7	0,57	790,7	1,4	120	18	79,07	25,69	18,35	10,46	0,70	0,31	14,10
8	0,66	790,7	1,4	120	21	79,07	34,44	18,78	12,39	0,70	0,31	16,32
9	0,73	790,7	1,4	120	24	79,07	42,14	19,16	13,99	0,70	0,31	18,05
10	0,8	790,7	1,4	120	27	79,07	50,60	19,50	15,60	0,70	0,31	19,79
11	0,85	790,7	1,4	120	30	79,07	57,13	19,81	16,84	0,70	0,31	21,02
12	0,9	790,7	1,4	120	33	79,07	64,05	20,09	18,09	0,70	0,31	22,26
13	0,93	790,7	1,4	120	36	79,07	68,39	20,36	18,93	0,70	0,31	23,00
14	0,95	790,7	1,4	120	39	79,07	71,36	20,60	19,57	0,70	0,31	23,50
15	0,96	790,7	1,4	120	42	79,07	72,87	20,84	20,00	0,70	0,31	23,74
16	0,96	790,7	1,4	120	45	79,07	72,87	21,05	20,21	0,70	0,31	23,74
17	0,94	790,7	1,4	120	48	79,07	69,87	21,26	19,98	0,70	0,31	23,25
18	0,9	790,7	1,4	120	51	79,07	64,05	21,45	19,31	0,70	0,31	22,26
19	0,86	790,7	1,4	120	54	79,07	58,48	21,64	18,61	0,70	0,31	21,27
20	0,8	790,7	1,4	120	57	79,07	50,60	21,81	17,45	0,70	0,31	19,79
21	0,73	790,7	1,4	120	60	79,07	42,14	21,98	16,05	0,70	0,31	18,05
22	0,66	790,7	1,4	120	63	79,07	34,44	22,14	14,61	0,70	0,31	16,32
23	0,57	790,7	1,4	120	66	79,07	25,69	22,30	12,71	0,70	0,31	14,10
24	0,47	790,7	1,4	120	69	79,07	17,47	22,45	10,55	0,70	0,31	11,62
25	0,37	790,7	1,4	120	72	79,07	10,82	22,59	8,36	0,70	0,31	9,15
26	0,27	790,7	1,4	120	75	79,07	5,76	22,73	6,14	0,70	0,31	6,68
27	0,16	790,7	1,4	120	78	79,07	2,02	22,86	3,66	0,70	0,31	3,96
28	0,05	790,7	1,4	120	81	79,07	0,20	22,99	1,15	0,70	0,31	1,24
29	-0,06	790,7	1,4	120	84	79,07	0,28	23,12	-1,39	0,70	0,31	-1,48
30	-0,17	790,7	1,4	120	87	79,07	2,29	23,24	-3,95	0,70	0,31	-4,20
31	-0,28	790,7	1,4	120	90	79,07	6,20	23,36	-6,54	0,70	0,31	-6,92
32	-0,38	790,7	1,4	120	93	79,07	11,42	23,47	-8,92	0,70	0,31	-9,40
33	-0,47	790,7	1,4	120	96	79,07	17,47	23,59	-11,09	0,70	0,31	-11,62
34	-0,55	790,7	1,4	120	99	79,07	23,92	23,69	-13,03	0,70	0,31	-13,60
35	-0,63	790,7	1,4	120	102	79,07	31,38	23,80	-14,99	0,70	0,31	-15,58
36	-0,69	790,7	1,4	120	105	79,07	37,65	23,90	-16,49	0,70	0,31	-17,07
37	-0,74	790,7	1,4	120	108	79,07	43,30	24,01	-17,76	0,70	0,31	-18,30
38	-0,78	790,7	1,4	120	111	79,07	48,11	24,11	-18,80	0,70	0,31	-19,29

Tabela 9.23 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Terceiro Modo de Vibração (PARTE 2) – exemplo do prédio.

Modo 3 (PARTE 2)												
nó	$\phi_i$	$m_i$	$C_a$	$A_i$	$z_i$	$\psi_i$	$\psi_i \cdot \phi_i^2$	$\beta_i$	$\beta_i \cdot \phi_i$	$\xi$	FH	$\hat{F}_i(\text{kN})$
39	-0,81	790,7	1,4	120	114	79,07	51,88	24,20	-19,60	0,70	0,31	-20,03
40	-0,82	790,7	1,4	120	117	79,07	53,17	24,30	-19,92	0,70	0,31	-20,28
41	-0,82	790,7	1,4	120	120	79,07	53,17	24,39	-20,00	0,70	0,31	-20,28
42	-0,8	790,7	1,4	120	123	79,07	50,60	24,48	-19,58	0,70	0,31	-19,79
43	-0,77	790,7	1,4	120	126	79,07	46,88	24,57	-18,92	0,70	0,31	-19,04
44	-0,73	790,7	1,4	120	129	79,07	42,14	24,65	-18,00	0,70	0,31	-18,05
45	-0,67	790,7	1,4	120	132	79,07	35,49	24,74	-16,58	0,70	0,31	-16,57
46	-0,6	790,7	1,4	120	135	79,07	28,47	24,82	-14,89	0,70	0,31	-14,84
47	-0,52	790,7	1,4	120	138	79,07	21,38	24,91	-12,95	0,70	0,31	-12,86
48	-0,43	790,7	1,4	120	141	79,07	14,62	24,99	-10,74	0,70	0,31	-10,63
49	-0,33	790,7	1,4	120	144	79,07	8,61	25,06	-8,27	0,70	0,31	-8,16
50	-0,22	790,7	1,4	120	147	79,07	3,83	25,14	-5,53	0,70	0,31	-5,44
51	-0,11	790,7	1,4	120	150	79,07	0,96	25,22	-2,77	0,70	0,31	-2,72
52	0,01	790,7	1,4	120	153	79,07	0,01	25,29	0,25	0,70	0,31	0,25
53	0,13	790,7	1,4	120	156	79,07	1,34	25,37	3,30	0,70	0,31	3,22
54	0,25	790,7	1,4	120	159	79,07	4,94	25,44	6,36	0,70	0,31	6,18
55	0,37	790,7	1,4	120	162	79,07	10,82	25,51	9,44	0,70	0,31	9,15
56	0,49	790,7	1,4	120	165	79,07	18,98	25,58	12,54	0,70	0,31	12,12
57	0,6	790,7	1,4	120	168	79,07	28,47	25,65	15,39	0,70	0,31	14,84
58	0,71	790,7	1,4	120	171	79,07	39,86	25,72	18,26	0,70	0,31	17,56
59	0,82	790,7	1,4	120	174	79,07	53,17	25,79	21,14	0,70	0,31	20,28
60	0,91	790,7	1,4	120	177	79,07	65,48	25,85	23,53	0,70	0,31	22,51
61	1	677,7	1,4	60	180	67,77	67,77	12,96	12,96	0,70	0,31	21,20
$\Sigma=$							1905,65		161,53			

Tabela 9.24 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Quarto Modo de Vibração (PARTE 1) – exemplo do prédio.

Modo 4 (PARTE 1)												
nó	$\phi_i$	$m_i$	$C_a$	$A_i$	$z_i$	$\psi_i$	$\psi_i \cdot \phi_i^2$	$\beta_i$	$\beta_i \cdot \phi_i$	$\xi$	FH	$\hat{F}_i$ (kN)
1	0	677,7	1,4	60	0	67,77	0,00	1,06	0,00	0,60	-0,19	0,00
2	-0,16	790,7	1,4	120	3	79,07	2,02	14,02	-2,24	0,60	-0,19	2,39
3	-0,32	790,7	1,4	120	6	79,07	8,10	15,56	-4,98	0,60	-0,19	4,77
4	-0,47	790,7	1,4	120	9	79,07	17,47	16,54	-7,77	0,60	-0,19	7,01
5	-0,61	790,7	1,4	120	12	79,07	29,42	17,27	-10,53	0,60	-0,19	9,10
6	-0,73	790,7	1,4	120	15	79,07	42,14	17,85	-13,03	0,60	-0,19	10,88
7	-0,83	790,7	1,4	120	18	79,07	54,47	18,35	-15,23	0,60	-0,19	12,38
8	-0,91	790,7	1,4	120	21	79,07	65,48	18,78	-17,09	0,60	-0,19	13,57
9	-0,96	790,7	1,4	120	24	79,07	72,87	19,16	-18,39	0,60	-0,19	14,31
10	-0,99	790,7	1,4	120	27	79,07	77,50	19,50	-19,30	0,60	-0,19	14,76
11	-0,98	790,7	1,4	120	30	79,07	75,94	19,81	-19,41	0,60	-0,19	14,61
12	-0,95	790,7	1,4	120	33	79,07	71,36	20,09	-19,09	0,60	-0,19	14,17
13	-0,89	790,7	1,4	120	36	79,07	62,63	20,36	-18,12	0,60	-0,19	13,27
14	-0,8	790,7	1,4	120	39	79,07	50,60	20,60	-16,48	0,60	-0,19	11,93
15	-0,69	790,7	1,4	120	42	79,07	37,65	20,84	-14,38	0,60	-0,19	10,29
16	-0,56	790,7	1,4	120	45	79,07	24,80	21,05	-11,79	0,60	-0,19	8,35
17	-0,41	790,7	1,4	120	48	79,07	13,29	21,26	-8,72	0,60	-0,19	6,11
18	-0,25	790,7	1,4	120	51	79,07	4,94	21,45	-5,36	0,60	-0,19	3,73
19	-0,09	790,7	1,4	120	54	79,07	0,64	21,64	-1,95	0,60	-0,19	1,34
20	0,08	790,7	1,4	120	57	79,07	0,51	21,81	1,74	0,60	-0,19	-1,19
21	0,25	790,7	1,4	120	60	79,07	4,94	21,98	5,50	0,60	-0,19	-3,73
22	0,41	790,7	1,4	120	63	79,07	13,29	22,14	9,08	0,60	-0,19	-6,11
23	0,55	790,7	1,4	120	66	79,07	23,92	22,30	12,26	0,60	-0,19	-8,20
24	0,68	790,7	1,4	120	69	79,07	36,56	22,45	15,26	0,60	-0,19	-10,14
25	0,79	790,7	1,4	120	72	79,07	49,35	22,59	17,85	0,60	-0,19	-11,78
26	0,87	790,7	1,4	120	75	79,07	59,85	22,73	19,77	0,60	-0,19	-12,97
27	0,92	790,7	1,4	120	78	79,07	66,92	22,86	21,03	0,60	-0,19	-13,72
28	0,95	790,7	1,4	120	81	79,07	71,36	22,99	21,84	0,60	-0,19	-14,17
29	0,94	790,7	1,4	120	84	79,07	69,87	23,12	21,73	0,60	-0,19	-14,02
30	0,91	790,7	1,4	120	87	79,07	65,48	23,24	21,15	0,60	-0,19	-13,57
31	0,85	790,7	1,4	120	90	79,07	57,13	23,36	19,85	0,60	-0,19	-12,67
32	0,77	790,7	1,4	120	93	79,07	46,88	23,47	18,07	0,60	-0,19	-11,48
33	0,66	790,7	1,4	120	96	79,07	34,44	23,59	15,57	0,60	-0,19	-9,84
34	0,53	790,7	1,4	120	99	79,07	22,21	23,69	12,56	0,60	-0,19	-7,90
35	0,38	790,7	1,4	120	102	79,07	11,42	23,80	9,04	0,60	-0,19	-5,67
36	0,22	790,7	1,4	120	105	79,07	3,83	23,90	5,26	0,60	-0,19	-3,28
37	0,06	790,7	1,4	120	108	79,07	0,28	24,01	1,44	0,60	-0,19	-0,89
38	-0,1	790,7	1,4	120	111	79,07	0,79	24,11	-2,41	0,60	-0,19	1,49

Tabela 9.25 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 – Quarto Modo de Vibração (PARTE 2) – exemplo do prédio.

Modo 4 (PARTE 2)												
nó	$\phi_i$	$m_i$	$C_a$	$A_i$	$z_i$	$\psi_i$	$\psi_i \cdot \phi_i^2$	$\beta_i$	$\beta_i \cdot \phi_i$	$\xi$	FH	$\hat{F}_i$ (kN)
39	-0,26	790,7	1,4	120	114	79,07	5,35	24,20	-6,29	0,60	-0,19	3,88
40	-0,41	790,7	1,4	120	117	79,07	13,29	24,30	-9,96	0,60	-0,19	6,11
41	-0,55	790,7	1,4	120	120	79,07	23,92	24,39	-13,41	0,60	-0,19	8,20
42	-0,67	790,7	1,4	120	123	79,07	35,49	24,48	-16,40	0,60	-0,19	9,99
43	-0,77	790,7	1,4	120	126	79,07	46,88	24,57	-18,92	0,60	-0,19	11,48
44	-0,84	790,7	1,4	120	129	79,07	55,79	24,65	-20,71	0,60	-0,19	12,52
45	-0,88	790,7	1,4	120	132	79,07	61,23	24,74	-21,77	0,60	-0,19	13,12
46	-0,9	790,7	1,4	120	135	79,07	64,05	24,82	-22,34	0,60	-0,19	13,42
47	-0,88	790,7	1,4	120	138	79,07	61,23	24,91	-21,92	0,60	-0,19	13,12
48	-0,84	790,7	1,4	120	141	79,07	55,79	24,99	-20,99	0,60	-0,19	12,52
49	-0,77	790,7	1,4	120	144	79,07	46,88	25,06	-19,30	0,60	-0,19	11,48
50	-0,67	790,7	1,4	120	147	79,07	35,49	25,14	-16,85	0,60	-0,19	9,99
51	-0,55	790,7	1,4	120	150	79,07	23,92	25,22	-13,87	0,60	-0,19	8,20
52	-0,41	790,7	1,4	120	153	79,07	13,29	25,29	-10,37	0,60	-0,19	6,11
53	-0,25	790,7	1,4	120	156	79,07	4,94	25,37	-6,34	0,60	-0,19	3,73
54	-0,08	790,7	1,4	120	159	79,07	0,51	25,44	-2,04	0,60	-0,19	1,19
55	0,1	790,7	1,4	120	162	79,07	0,79	25,51	2,55	0,60	-0,19	-1,49
56	0,27	790,7	1,4	120	165	79,07	5,76	25,58	6,91	0,60	-0,19	-4,03
57	0,44	790,7	1,4	120	168	79,07	15,31	25,65	11,29	0,60	-0,19	-6,56
58	0,61	790,7	1,4	120	171	79,07	29,42	25,72	15,69	0,60	-0,19	-9,10
59	0,76	790,7	1,4	120	174	79,07	45,67	25,79	19,60	0,60	-0,19	-11,33
60	0,89	790,7	1,4	120	177	79,07	62,63	25,85	23,01	0,60	-0,19	-13,27
61	1	677,7	1,4	60	180	67,77	67,77	12,96	12,96	0,60	-0,19	-12,78
$\Sigma=$							2125,76		-126,74			

Tabela 9.26 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 com correção proposta na seção 5.2.3. (PARTE 1) – exemplo do prédio.

Nó	$\hat{F}_i(\text{kN})-(\text{PARTE1})$			
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
1	0,0	0,0	0,0	0,0
2	0,0	-7,0	10,4	-12,8
3	4,7	-12,3	19,7	-25,7
4	4,7	-19,3	30,1	-37,7
5	9,5	-28,1	40,4	-49,0
6	9,5	-35,2	49,8	-58,6
7	14,2	-42,2	59,1	-66,7
8	19,0	-51,0	68,4	-73,1
9	19,0	-59,8	75,7	-77,1
10	23,7	-66,8	83,0	-79,5
11	28,5	-75,6	88,1	-78,7
12	33,2	-82,7	93,3	-76,3
13	42,7	-91,5	96,4	-71,5
14	47,5	-98,5	98,5	-64,2
15	52,2	-105,5	99,5	-55,4
16	57,0	-112,6	99,5	-45,0
17	66,5	-117,8	97,5	-32,9
18	71,2	-124,9	93,3	-20,1
19	76,0	-130,1	89,2	-7,2
20	85,5	-133,7	83,0	6,4
21	90,2	-138,9	75,7	20,1
22	99,7	-142,5	68,4	32,9
23	109,2	-144,2	59,1	44,2
24	113,9	-147,7	48,7	54,6
25	123,4	-147,7	38,4	63,4
26	132,9	-149,5	28,0	69,9
27	142,4	-149,5	16,6	73,9
28	147,2	-147,7	5,2	76,3
29	156,7	-146,0	-6,2	75,5
30	166,2	-144,2	-17,6	73,1
31	175,7	-140,7	-29,0	68,3
32	185,2	-137,2	-39,4	61,8
33	194,6	-131,9	-48,7	53,0
34	204,1	-126,6	-57,0	42,6
35	213,6	-121,3	-65,3	30,5
36	223,1	-114,3	-71,6	17,7
37	232,6	-107,3	-76,7	4,8
38	242,1	-98,5	-80,9	-8,0

Tabela 9.27 – Cálculo de cargas equivalentes do modelo discreto segundo o Item 9 da ABNT NBR 6123:1988 com correção proposta na seção 5.2.3.(PARTE 2) – exemplo do prédio.

Nó	$\hat{F}_i(\text{kN}) - .(\text{PARTE 2})$			
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
39	251,6	-89,7	-84,0	-20,9
40	261,1	-80,9	-85,0	-32,9
41	275,4	-70,3	-85,0	-44,2
42	284,8	-59,8	-83,0	-53,8
43	294,3	-49,2	-79,8	-61,8
44	303,8	-36,9	-75,7	-67,5
45	313,3	-24,6	-69,5	-70,7
46	322,8	-12,3	-62,2	-72,3
47	332,3	0,0	-53,9	-70,7
48	341,8	12,3	-44,6	-67,5
49	356,1	24,6	-34,2	-61,8
50	365,6	36,9	-22,8	-53,8
51	375,1	51,0	-11,4	-44,2
52	384,5	63,3	1,0	-32,9
53	394,0	77,4	13,5	-20,1
54	403,5	89,7	25,9	-6,4
55	413,0	103,8	38,4	8,0
56	427,3	116,1	50,8	21,7
57	436,8	128,4	62,2	35,3
58	446,3	140,7	73,6	49,0
59	455,8	153,0	85,0	61,0
60	465,3	163,6	94,4	71,5
61	406,9	150,7	88,9	68,8