



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Escola Politécnica
Programa de Projeto de Estruturas

Rodrigo Costa Pereira

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MODELOS AXISSIMÉTRICOS E
ESPACIAIS PARA A ANÁLISE DE INTERAÇÃO DINÂMICA SOLO-
ESTRUTURA**



UFRJ

Rodrigo Costa Pereira

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MODELOS AXISSIMÉTRICOS E ESPACIAIS
PARA A ANÁLISE DE INTERAÇÃO DINÂMICA SOLO-ESTRUTURA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Orientador:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Rio de Janeiro

2018

Pereira, Rodrigo Costa

Estudo comparativo entre modelos axissimétricos e espaciais para a análise de interação dinâmica solo-estrutura / Rodrigo Costa Pereira – 2018.

159.: 30 cm.

Dissertação (Mestrado em Projeto de Estruturas) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Programa de Projeto de Estruturas, Rio de Janeiro, 2018.

Orientador: Sergio Hampshire de Carvalho Santos

1. Interação solo-estrutura, 2. Solo estratificado, 3. Análise dinâmica. I. Santos, Sergio Hampshire de Carvalho II. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Escola Politécnica. III. Título.



UFRJ

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MODELOS AXISSIMÉTRICOS E ESPACIAIS
PARA A ANÁLISE DE INTERAÇÃO DINÂMICA SOLO-ESTRUTURA

Rodrigo Costa Pereira

Orientador:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Dissertação de Mestrado apresentada Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Aprovada pela Banca:

Prof. Sergio Hampshire de Carvalho Santos, D. Sc., UFRJ

Prof. Silvio de Souza Lima, D. Sc., UFRJ

Prof. Webe João Mansur, Ph.D., COPPE/UFRJ

Prof. Marcus Peigas Pacheco, Ph.D., UERJ

Rio de Janeiro
2018

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Agnaldo e Cláudia, pelo contínuo incentivo, apoio, opiniões e dedicação em toda a minha vida. Ao meu irmão Guilherme, pela amizade, companheirismo e ensinamentos em todos os momentos. E a todos os familiares que me apoiaram ao longo dessa jornada, principalmente meus padrinhos, Fernando e Vania, meus tios, Carlos e Eliana e aos meus primos, Victor e Fernanda.

Agradeço à minha esposa Thamiris pelo amor, cumplicidade, compreensão, incentivo e apoio incondicional nesses anos de convivência. Obrigado por ter ficado sempre ao meu lado. Sei que posso contar com você para tudo, obrigado.

Ao professor Sergio, pela dedicação, paciência, boa vontade, pelos ensinamentos, por ser sempre tão solícito e pelos conselhos dados que não se limitam apenas à Universidade.

Agradeço aos meus amigos de faculdade, que continuam ao meu lado e me apoiam.

Aos meus amigos de colégio por todos esses anos de amizade.

Aos meus amigos da PCE e Franchetti, por todo o conhecimento compartilhado e pela ajuda em todos esses anos.

RESUMO

PEREIRA, Rodrigo Costa. **Estudo comparativo entre modelos axissimétricos e espaciais para a análise de interação dinâmica solo-estrutura**. Rio de Janeiro. 2018. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2018.

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre modelos do solo axissimétricos e espaciais para a análise de interação solo-estrutura. A interação solo-estrutura é um assunto complexo, ainda mais quando se trata de cargas dinâmicas, que podem ser, por exemplo, devidas a sismos ou à operação de máquinas. Apesar de normas nacionais, como NBR 15421, e internacionais, como a Norma Americana ASCE 7-16, tratarem do assunto, elas não definem como a estratificação interage com as estruturas de forma precisa. Assim esse trabalho tem o objetivo de orientar a melhor forma para fazer esses modelos em programas computacionais e validá-los de acordo com soluções clássicas para o problema de interação solo-estrutura. São verificados sete casos que se diferenciam conforme o tipo do carregamento (se estático ou dinâmico), o tipo da fundação (se superficial ou profunda) e o tipo de solo (se homogêneo ou heterogêneo). A Conclusão compara de forma geral como se deve trabalhar com cada um dos modelos e também compara os seus resultados.

Palavras-chave: interação solo-estrutura; solo estratificado; análise dinâmica.

ABSTRACT

Pereira, Rodrigo Costa. **Comparative study between axisymmetric and spatial models for the analysis of soil-structure dynamic interaction**. Rio de Janeiro. 2018. Dissertação (Mestrado) – Programa de Projeto de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2018.

This dissertation presents a comparative study between axisymmetric and spatial soil models for soil-structure interaction analysis. Soil-structure interaction is a complex subject, especially when it includes dynamic loads, which can be due, for instance, to earthquakes or to the operation of machines. Although Brazilian standards, such as NBR 15421, and international standards, such as American Standard ASCE 7-16, address this issue, they do not define how layered soils exactly interact with the structures. In this way, this dissertation intends to guide to the best way to develop these models in computational programs and to validate them according to the classic solutions of soil-structure interaction problems. Seven cases are analyzed with different types of load (whether static or dynamic), types of foundation (whether shallow or deep) and types of soil (whether homogeneous or layered). The conclusion generically compares how to work with each of the models and also compares their results.

Keywords: Soil-structure interaction, layered soil, dynamic analysis.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. MODELOS COMPUTACIONAIS AXISSIMÉTRICOS E VERIFICAÇÕES	3
2.1. Modelo estático com fundação superficial flexível em solo homogêneo	4
2.2. Modelo estático com fundação superficial rígida em solo homogêneo	13
2.3. Modelo estático com fundação profunda em solo homogêneo	22
2.4. Modelo estático com fundação superficial rígida em solo heterogêneo	28
2.5. Modelo dinâmico com fundação superficial rígida em solo heterogêneo.....	36
2.6. Modelo dinâmico com fundação profunda em solo homogêneo	57
2.7. Modelo dinâmico com fundação profunda em solo heterogêneo.....	64
3. MODELOS COMPUTACIONAIS ESPACIAIS E VERIFICAÇÕES	70
3.1. Modelo estático com fundação superficial flexível em solo homogêneo	71
3.2. Modelo estático com fundação superficial rígida em solo homogêneo	78
3.3. Modelo estático com fundação profunda em solo homogêneo	89
3.4. Modelo estático com fundação superficial rígida em solo heterogêneo	92
3.5. Modelo dinâmico com fundação superficial rígida em solo heterogêneo.....	95
3.6. Modelo dinâmico com fundação profunda em solo homogêneo	108
3.7. Modelo dinâmico com fundação profunda em solo heterogêneo.....	114
4. CONCLUSÕES	120
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	122
6. ANEXO A – DADOS DE ENTRADA E SAÍDA DO PILAY	124

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 – Esquema com as dimensões utilizadas no modelo 2D em elementos finitos	4
Figura 2-2 – Modelo axissimétrico em elementos finitos	5
Figura 2-3 – Definição do material do solo: 1ª camada	6
Figura 2-4 – Elemento de área para solo: 1ª camada.....	7
Figura 2-5 – Aplicação da carga no modelo.....	8
Figura 2-6 – Deformações no modelo	9
Figura 2-7 – Tensões verticais no modelo (kN/m ²).....	9
Figura 2-8 – Solo submetido a uma carga uniforme vertical circular	11
Figura 2-9 – Definição do material para a fundação <i>E grande</i>	14
Figura 2-10 – Definição das propriedades para o <i>Link</i> : mola	15
Figura 2-11 – Valores das rigidezes da mola para as duas direções.....	16
Figura 2-12 – Eixos locais e propriedades dos <i>Links</i> aplicados	17
Figura 2-13 – Deformações no modelo	17
Figura 2-14 – Numeração dos nós abaixo da fundação.....	19
Figura 2-15 – Modelo considerando a base livre	20
Figura 2-16 – Definição do material para a fundação: C30	23
Figura 2-17 – Divisão da malha utilizada no modelo em elementos finitos	24
Figura 2-18 – Esquema com as dimensões utilizadas no modelo em elementos finitos	25
Figura 2-19 – Modelo axissimétrico em elementos finitos	26
Figura 2-20 – Detalhe da divisão dos elementos próximos à estaca (cor cinza).....	26
Figura 2-21 – Deformação do modelo.....	27
Figura 2-22 – Três cenários de <i>H/R</i> para o modelo, em vermelho a 1ª camada e em azul o semi-espaço	31
Figura 2-23 – Propriedades da 1ª camada para os três casos.....	32
Figura 2-24 – Propriedades do semi-espaço para os três casos.....	33
Figura 2-25 – Gráfico rigidez vertical <i>K</i> (kN/m ²) x <i>H/R</i>	35
Figura 2-26 – Coeficiente de rigidez vertical <i>k_{VV}</i> para caso 2. (LUCO, 1974)	38
Figura 2-27 – Coeficiente de amortecimento vertical <i>c_{VV}</i> para caso 2. (LUCO, 1974)	39
Figura 2-28 – Gráfico <i>D</i> x <i>a₀</i> para o caso 2 com fundação leve conforme Luco	40
Figura 2-29 – Gráfico <i>D</i> x <i>a₀</i> para o caso 2 com fundação pesada conforme Luco.	40
Figura 2-30 – Propriedades da fundação para fundação leve e pesada respectivamente	42

Figura 2-31 – Definição das propriedades para os amortecedores (ex.: 1ª camada).....	44
Figura 2-32 – Valor da constante de amortecimento para a direção vertical (U1).....	45
Figura 2-33 – Eixos locais e propriedades dos <i>Links</i> aplicados	45
Figura 2-34 – Eixos locais e os dois tipos de <i>Links</i> aplicados nos nós laterais do modelo	46
Figura 2-35 – Definição dos parâmetros para a função escolhida (cosseno)	47
Figura 2-36 – Definição do <i>Load Case</i> : carga dinâmica	48
Figura 2-37 – Definição da matriz de amortecimento.....	49
Figura 2-38 – Definição do tempo de integração	50
Figura 2-39 – Janela <i>Plot Functions</i> para extração dos resultados.....	51
Figura 2-40 – Janela <i>Plot Functions</i> para definição do gráfico.....	52
Figura 2-41 – Janela <i>Joint Plot Function</i> para definição do gráfico desejado.	52
Figura 2-42 – Definição do gráfico desejado	53
Figura 2-43 – Gráfico de deslocamento do nó abaixo da fundação no tempo	54
Figura 2-44 – Gráfico D vs. a_0 para fundação leve no caso 2 com $h/a=2$	56
Figura 2-45 – Gráfico D vs. a_0 para fundação pesada no caso 2 com $h/a=2$	57
Figura 2-46 – Propriedades da fundação: C30	58
Figura 2-47 – Profundidade da estaca (em verde) nos 3 cenários: 200, 16 e 30 m.	59
Figura 2-48 – Gráfico de deslocamentos do nó superior central da estaca no tempo	60
Figura 2-49 – Gráfico de comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos	63
Figura 2-50 – Profundidade da estaca (em preto) nos 3 cenários: 200, 16 e 30 m.....	65
Figura 2-51 – Gráfico de deslocamento do nó superior central da estaca pelo tempo ...	66
Figura 2-52 – Gráfico de comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos.	68
Figura 3-1 – Esquema com as dimensões utilizadas no modelo 3D em elementos finitos	71
Figura 3-2 – Janela <i>Solid Properties</i>	72
Figura 3-3 – Definição das propriedades do elemento sólido	72
Figura 3-4 – Janela <i>Move Selected Objects</i>	73
Figura 3-5 – Aba <i>Radial</i> da janela <i>Extrude Areas to solids</i>	74
Figura 3-6 – Modelo 3D em elementos finitos.....	75
Figura 3-7 – Abertura de 1 cm de raio no centro do modelo 3D.....	75
Figura 3-8 – Aplicação da carga no modelo 3D.....	76

Figura 3-9 – Deformações no modelo 3D	77
Figura 3-10 – Tensões verticais no plano $x=0$ (kN/m ²).....	77
Figura 3-11 – Eixos locais dos <i>Links</i> no plano $x-y$	79
Figura 3-12 – Decomposição de K_H em U_2 e U_3 em um ponto qualquer x	80
Figura 3-13 – <i>Show Tables...</i> em <i>Display</i>	81
Figura 3-14 – Tabelas apresentadas em uma nova janela.	82
Figura 3-15 – Tabela <i>Link Property Definitions 02 – Linear</i>	83
Figura 3-16 – Tabela <i>Link Property Definitions 01 – General</i>	83
Figura 3-17 – Janela <i>Import Tabular Database</i>	84
Figura 3-18 – Tabela <i>Joint Coordinates</i>	85
Figura 3-19 – Tabela <i>Connectivity – Link</i>	85
Figura 3-20 – Tabela <i>Link Property Assignments</i>	85
Figura 3-21 – <i>Links</i> aplicados nos nós da fronteira do modelo.	86
Figura 3-22 – Propriedades dos <i>Links</i> no plano $x-y$	87
Figura 3-23 – Deformações do modelo 3D	87
Figura 3-24 – Deformações verticais do modelo (unidades em m).....	88
Figura 3-25 – Esquema com as dimensões utilizadas no modelo 3D em elementos finitos	89
Figura 3-26 – Material “C30”.....	90
Figura 3-27 – Modelo em 3D	91
Figura 3-28 – Três cenários de H/R para o modelo, em vermelho a 1ª camada e em azul o semi-espço	94
Figura 3-29 – Gráfico de rigidez vertical K (kN/m ²) x H/R	95
Figura 3-30 – Gráfico D x a_0 para o caso 2 com fundação leve conforme Luco	96
Figura 3-31 – Gráfico D x a_0 para o caso 2 com fundação pesada conforme Luco	96
Figura 3-32 – <i>Show Tables...</i> em <i>Display</i>	98
Figura 3-33 – <i>Links</i> - Amortecedores	99
Figura 3-34 – Tabela <i>Link Property Definitions 04 – Damper</i>	100
Figura 3-35 – Tabela <i>Link Property Definitions 01 – General</i>	100
Figura 3-36 – Janela <i>Import Tabular Database</i>	101
Figura 3-37 – Tabela <i>Joint Coordinates</i>	102
Figura 3-38 – Tabela <i>Connectivity – Link</i>	102
Figura 3-39 – Tabela <i>Link Property Assignments</i>	102
Figura 3-40 – <i>Links</i> do tipo <i>Damper</i> aplicados nos nós da fronteira do modelo.....	103

Figura 3-41 – Propriedades dos <i>Links</i> tipo <i>Damper</i> no plano x - y	104
Figura 3-42 – Gráfico de deslocamentos do nó abaixo da fundação no tempo.....	105
Figura 3-43 – Gráfico D vs. a_0 para fundação leve no caso 2 com $h/a=2$	107
Figura 3-44 – Gráfico D vs. a_0 para fundação pesada no caso 2 com $h/a=2$	108
Figura 3-45 – Propriedades da fundação: C30.	109
Figura 3-46 – <i>Links</i> do tipo <i>Damper</i> aplicados nos nós da fronteira do modelo.....	110
Figura 3-47 – Gráfico de deslocamentos do nó superior central da estaca no tempo ..	111
Figura 3-48 – Gráfico de comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos	113
Figura 3-49 – Modelo atualizado com solo heterogêneo, molas e amortecedores.....	114
Figura 3-50 – Janela <i>Assign Solid Properties</i>	115
Figura 3-51 – Gráfico de deslocamentos do nó superior central da estaca pelo tempo	116
Figura 3-52 – Gráfico de comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos	118

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2-1 – Valores das reações de apoio verticais por nó.....	10
Tabela 2-2 – Valores de A em função de z/a e r/a (POULOS e DAVIS, 1974)	11
Tabela 2-3 – Valores de B em função de z/a e r/a (POULOS e DAVIS, 1974)	12
Tabela 2-4 – Valores de H em função de z/a e r/a (POULOS e DAVIS, 1974).....	12
Tabela 2-5 – Valores A , B e H em cada ponto.....	12
Tabela 2-6 – Valores A , B e H de deformação e tensão em cada ponto	13
Tabela 2-7 – Comparação dos resultados	13
Tabela 2-8 – Deslocamento vertical de cada nó abaixo da fundação	19
Tabela 2-9 – Verificação da rigidez do <i>link</i> vertical	20
Tabela 2-10 – Verificação da rigidez do <i>link</i> vertical (continuação)	21
Tabela 2-11 – Verificação da rigidez do <i>link</i> horizontal	21
Tabela 2-12 – Dados fixados da 1ª camada e semi-espaço	30
Tabela 2-13 – Relações utilizadas para cálculo das propriedades dos solos	30
Tabela 2-14 – Demais propriedades da 1ª camada e semi-espaço	30
Tabela 2-15 – Rigidez vertical segundo GAZETAS (1983) para os nove cenários.....	31
Tabela 2-16 – Valores de rigidez dos <i>Links</i> para cada tipo de nó	34
Tabela 2-17 – Valores de rigidez obtidos do modelo.....	35
Tabela 2-18 – Comparação das rigidezes para os nove cenários	35
Tabela 2-19 – Cálculo da massa M da fundação	41
Tabela 2-20 – Cálculo da massa específica equivalente ρ_f da fundação	41
Tabela 2-21 – Dados para cálculo dos amortecedores	43
Tabela 2-22 – Valores das constantes de amortecimento para cada tipo de nó.....	43
Tabela 2-23 – Valores obtidos de D para o modelo com fundação leve.....	55
Tabela 2-24 – Valores obtidos de D para o modelo com fundação pesada.....	56
Tabela 2-25 – Resultados obtidos para os três casos e cenários.....	61
Tabela 2-26 – Valores de rigidez e amortecimento obtidos com o programa PILAY ...	62
Tabela 2-27 – Comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos	62
Tabela 2-28 – Resultados obtidos para os 3 casos e cenários	66
Tabela 2-29 – Valores de rigidez e amortecimento obtidos com o programa PILAY ...	67
Tabela 2-30 – Comparação entre os valores de deslocamentos verticais obtidos	67
Tabela 3-1 – Valores de deformações e tensões em cada ponto	78
Tabela 3-2 – Comparação dos resultados com o modelo 3D	78

Tabela 3-3 – Dados fixados da 1ª camada e do semi-espaço	93
Tabela 3-4 – Demais propriedades da 1ª camada e semi-espaço	93
Tabela 3-5 – Rigidez vertical segundo GAZETAS (1983) para os nove cenários.....	93
Tabela 3-6 – Valores de rigidez dos <i>Links</i> para cada tipo de nó	94
Tabela 3-7 – Valores de rigidez obtidos no modelo	94
Tabela 3-8 – Comparação de valores de rigidez.....	95
Tabela 3-9 – Cálculo da massa específica ρ_f da fundação	97
Tabela 3-10 – Valores das constantes de amortecimento para cada tipo de nó.....	97
Tabela 3-11 – Valores de obtidos de D para o modelo com fundação leve	106
Tabela 3-12 – Valores obtidos de D para o modelo com fundação pesada.....	107
Tabela 3-13 – Resultados obtidos para os três casos e cenários.....	111
Tabela 3-14 – Valores de rigidez e amortecimento obtidos com o programa PILAY .	112
Tabela 3-15 – Comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos	112
Tabela 3-16 – Resultados obtidos para os três casos e cenários.....	116
Tabela 3-17 – Valores de rigidez e amortecimento obtidos com o programa PILAY .	117
Tabela 3-18 – Comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos	117

1. INTRODUÇÃO

Os programas de cálculo, de elementos finitos ou de modelagem como SAP2000, Cypecad, TQS, entre outros, fazem parte do dia a dia do engenheiro estrutural. Porém não podemos utilizá-los sem saber as propriedades dos elementos que são utilizados, seus métodos de cálculo, condições de contorno, etc., ou apenas aceitar os resultados que são apresentados sem validá-los.

A interação solo-estrutura é um assunto complexo, ainda mais quando se trata de cargas dinâmicas, que podem ser por exemplo devidas a sismos ou à operação de máquinas. Apesar de normas nacionais, como NBR 15421 (2006), e internacionais, como a Norma Americana ASCE 7-16 (2017), tratarem do assunto, elas não definem como a estratificação interage com as estruturas de forma precisa.

Assim esse trabalho tem o objetivo de orientar a melhor forma para desenvolver modelos do solo axissimétricos e espaciais em programas computacionais, como o SAP2000 (CSI COMPUTERS & STRUCTURES, 2017) e validá-los de acordo com soluções clássicas para o problema de interação solo-estrutura.

São verificados sete casos que se diferenciam conforme o tipo do carregamento (se estático ou dinâmico), com o tipo da fundação (se superficial ou profunda) e com o tipo de solo (se homogêneo ou heterogêneo). As soluções que servem como parâmetro de validação são as obtidas por POULOS e DAVIS (1974), RICHART *et al.* (1970), ROËSSET e ANGELIDES (1980), GAZETAS (1983), LUCO (1974 e 1976) e pelo programa PILAY, desenvolvido por NOVAK e ABOUL-ELLA (1977). Para a construção dos modelos é utilizada a formulação de NOVAK e ABOUL-ELLA (1977) para as molas e a formulação de COOMBS e REIS (1979) e KOLAY *et al.* (2013) para os amortecedores.

O trabalho foi dividido em duas partes principais. A primeira é direcionada para a construção e validação de sete casos do modelo axissimétrico. A segunda parte trata do modelo espacial, de sua construção e validação. Essa divisão, onde se analisa primeiramente o modelo 2D e depois o modelo 3D, foi escolhida para facilitar a construção dos respectivos modelos que se adequam e se desenvolvem com a análise dos vários casos. Por fim, a Conclusão compara de forma geral como se deve trabalhar com cada um dos modelos e também compara os resultados obtidos.

Esta dissertação está inserida na linha de pesquisa de Engenharia Sísmica e de Fundações de Máquinas desenvolvida no Departamento de Estruturas da Escola Politécnica da UFRJ, dando continuidade ao Projeto de Graduação de SANTOS (2011) e à Dissertação de Mestrado de FIDELES (2015).

2. MODELOS COMPUTACIONAIS AXISSIMÉTRICOS E VERIFICAÇÕES

Para analisar e validar a modelagem dos solos e a interação solo-estrutura em elementos finitos foram verificados os seguintes casos:

- a) Verificação do modelo estático com fundação superficial flexível em solo homogêneo, comparando-se com as soluções encontradas em POULOS e DAVIS (1974);
- b) Verificação do modelo estático com fundação superficial rígida em solo homogêneo, comparando-se com a formulação teórica (RICHART et al., 1970) juntamente com a verificação do valor da rigidez das molas;
- c) Verificação do modelo estático com fundação profunda em solo homogêneo, comparando-se com a expressão aproximada para a rigidez vertical da estaca longa de ROËSSET e ANGELIDES (1980);
- d) Verificação do modelo estático com fundação superficial rígida em solo heterogêneo, comparando-se com a rigidez de GAZETAS (1983);
- e) Verificação do modelo dinâmico com fundação superficial rígida em solo heterogêneo, comparando-se com os valores de LUCO (1974);
- f) Verificação do modelo dinâmico com fundação profunda em solo homogêneo, comparando-se com os valores encontrados no programa PILAY (1977);
- g) Verificação do modelo dinâmico com fundação profunda em solo heterogêneo, comparando-se com os valores encontrados no programa PILAY (1977).

Os modelos foram desenvolvidos no programa SAP2000 (CSI COMPUTERS & STRUCTURES, 2010) com elementos do tipo *asolid* (modelo axissimétrico) e com força excitadora vertical. As fundações superficiais e profundas consideradas modelam sapatas circulares e estacas circulares, utilizando um modelo axissimétrico.

2.1. Modelo estático com fundação superficial flexível em solo homogêneo

Para a verificação em questão, o modelo axissimétrico, mostrado nas Figuras 2-1 e 2-2, possui profundidade igual a 200 m, raio igual a 80 m, raio da fundação igual a 8 m e altura da fundação igual a 0,2 m. Os elementos foram divididos em uma malha de 2 m x 2 m.

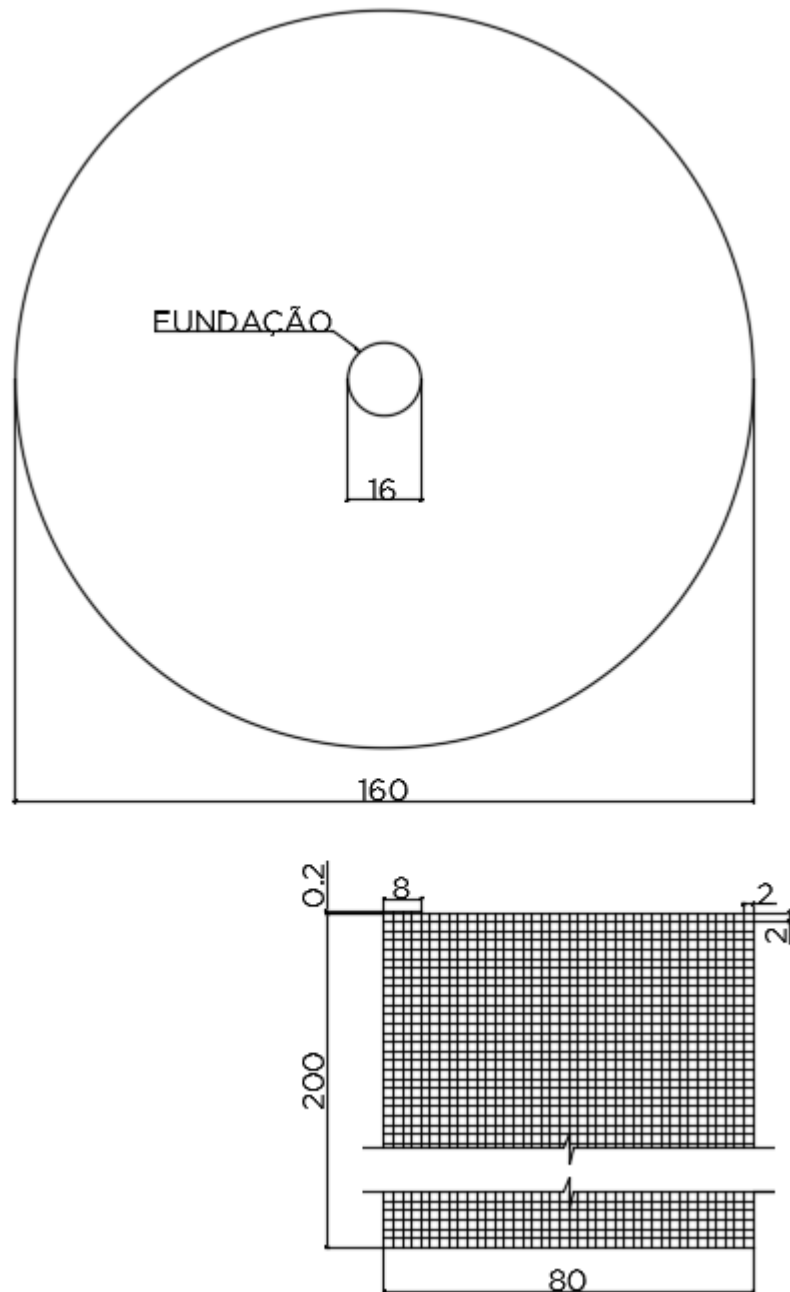


Figura 2-1 – Esquema com as dimensões utilizadas no modelo 2D em elementos finitos

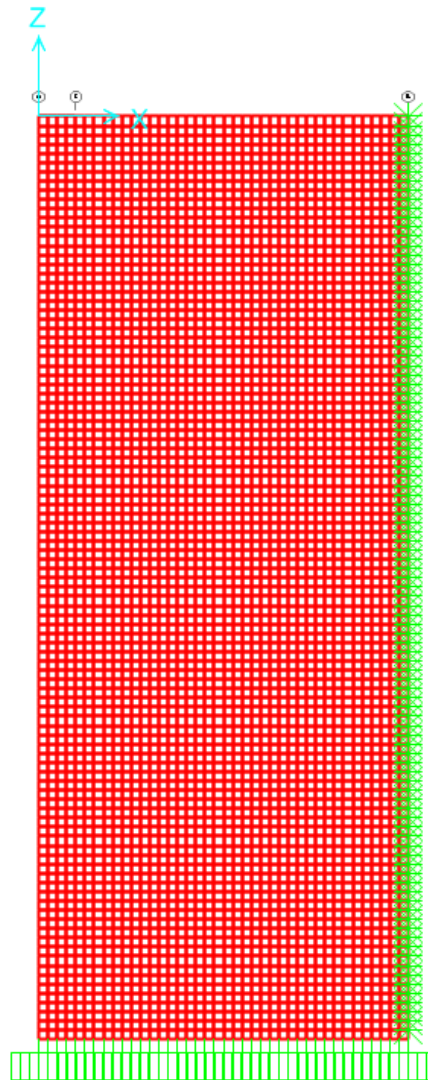


Figura 2-2 – Modelo axissimétrico em elementos finitos

O solo considerado, chamado de 1ª camada, possui as seguintes características (ver Figura 2-3):

- Peso específico $\rho_1 = 17 \text{ kN/m}^3$;
- Módulo de elasticidade $E_1 = 260000 \text{ kN/m}^2$;
- Coeficiente de Poisson $\nu_1 = 0,3$;
- Módulo de deformação transversal $G_1 = 100000 \text{ kN/m}^2$.

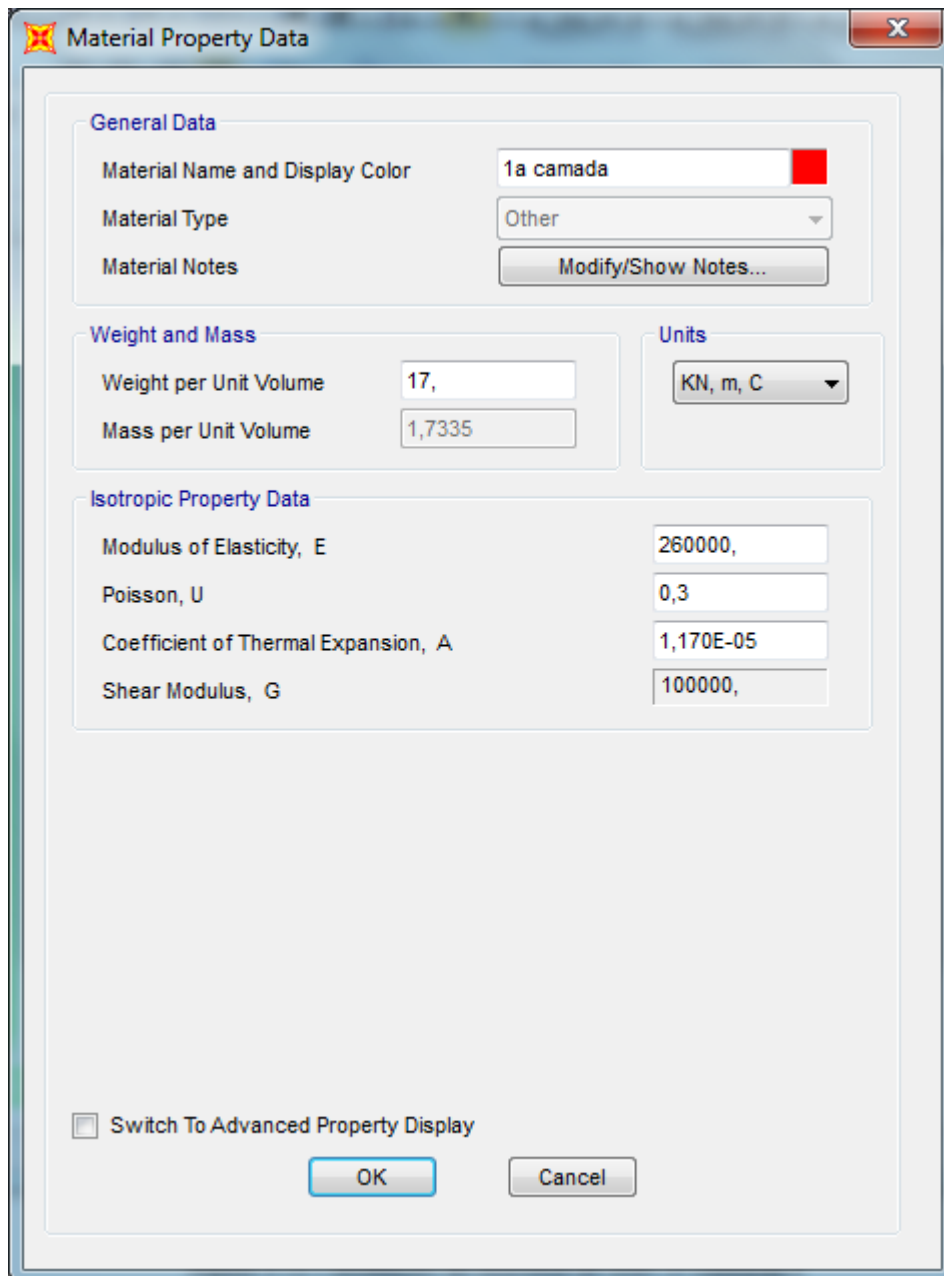


Figura 2-3 – Definição do material do solo: 1ª camada

Para a verificação de fundação superficial flexível e melhor comparação com as soluções encontradas em POULOS e DAVIS (1974), o material da fundação é considerado como flexível. Para isso as suas propriedades são iguais às do solo.

Como dito anteriormente, os elementos de área são do tipo *asolid* rotacionados de 360° e com a opção de *Incompatible Modes* (modos de flexão incompatíveis) ativada, conforme a Figura 2-4. Segundo o próprio CSI, em geral para elementos do tipo *asolid* deve ser usada a opção *Incompatible Modes*. Ela automaticamente inclui uma melhoria

na formulação de um elemento plano em seu comportamento à flexão, sem ser necessário um maior refinamento da malha.

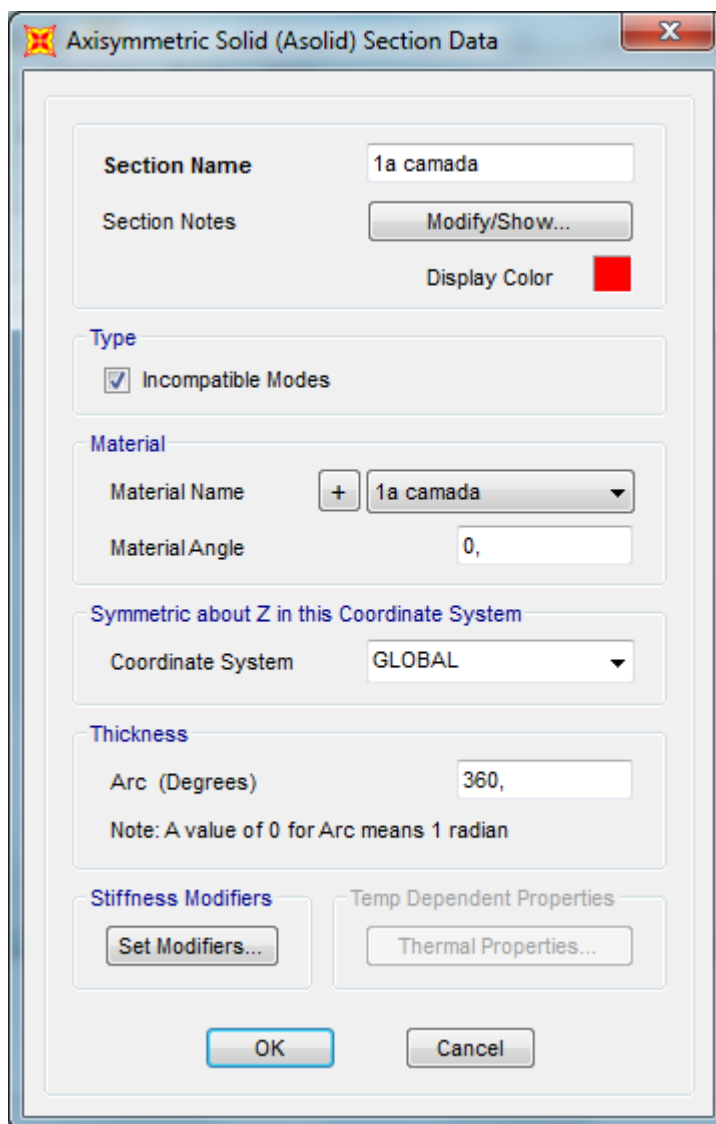


Figura 2-4 – Elemento de área para solo: 1ª camada

Nas fronteiras do modelo foram inseridas as condições de contorno: os nós da base do modelo foram considerados como engastados e os nós laterais como apoiados na direção horizontal, eixo x .

A carga considerada na fundação é igual a 50 kN/m^2 . A aplicação desta carga no modelo é feita através de *Surface Pressure* em *Area Loads*. A força é aplicada no nível do solo, para isso é escolhida a opção *Edge* em *Loaded Face* e escolhida a face do elemento de fundação em contato com o solo, no caso a face 1 (ver Figura 2-5).

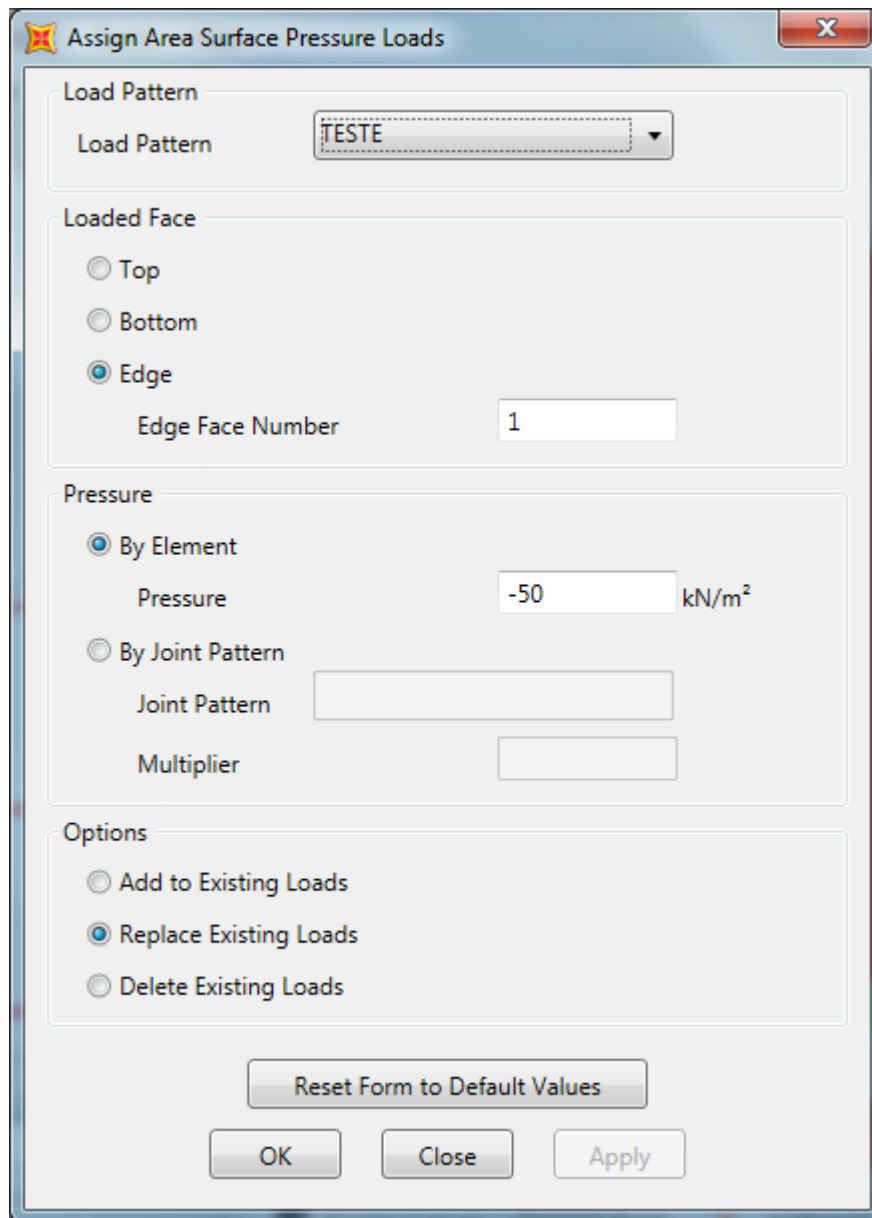


Figura 2-5 – Aplicação da carga no modelo

Foi verificado e será comprovado a seguir que quando uma carga por área é inserida no elemento *asolid*, ela é aplicada em toda a sua área.

Com o modelo definido podemos analisá-lo. Os resultados de deformações e tensões são apresentados nas Figuras 2-6 e 2-7.

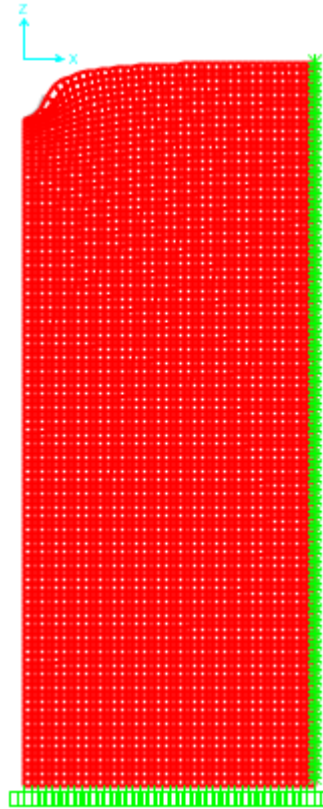


Figura 2-6 – Deformações no modelo

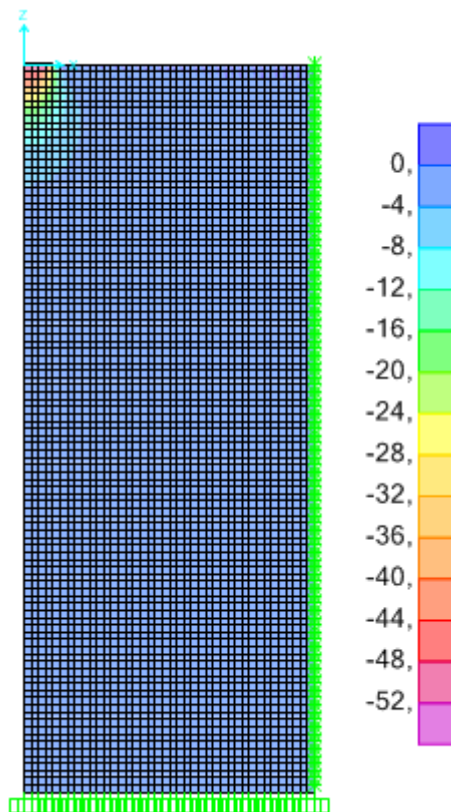


Figura 2-7 – Tensões verticais no modelo (kN/m²)

O valor da carga considerada distribuída na fundação é de 50 kN/m². Assim temos que a força total (F_t), em kN, é a carga distribuída vezes a área de aplicação:

$$F_t = 50 \times \pi \times 8^2 = 10053,1 \text{ kN} \quad (2.1)$$

Extraíndo-se os valores das reações de apoio na vertical, dos nós engastados, obtém-se a Tabela 2-1. Ela mostra o valor da reação de apoio na vertical (F3) por nó. Esses valores são somados na tabela e chega-se ao mesmo resultado de 10053,1 kN, comprovando que a carga é aplicada a toda a área do elemento.

Tabela 2-1 – Valores das reações de apoio verticais por nó

Nó	F3 (KN)	Nó	F3 (KN)
1	2,109	2230	276,776
2	248,525	2331	289,247
5	12,655	2432	301,711
208	25,309	2533	314,17
313	37,96	2634	326,624
413	50,608	2735	339,074
513	63,251	2836	351,523
614	75,888	2937	363,971
715	88,518	3038	376,419
816	101,141	3139	388,87
917	113,755	3240	401,324
1018	126,359	3341	413,782
1119	138,954	3442	426,247
1220	151,538	3543	438,719
1321	164,111	3644	451,199
1422	176,673	3745	463,689
1523	189,223	3846	476,189
1624	201,763	3947	488,701
Soma (kN)		10053,1	

POULOS e DAVIS (1974) apresentaram expressões gerais para as tensões e deformações em solos com carregamento uniforme vertical circular, conforme definido na Figura 2-8, sendo o sistema de eixos radial definido como: z é a profundidade positiva para baixo e r é a coordenada radial.

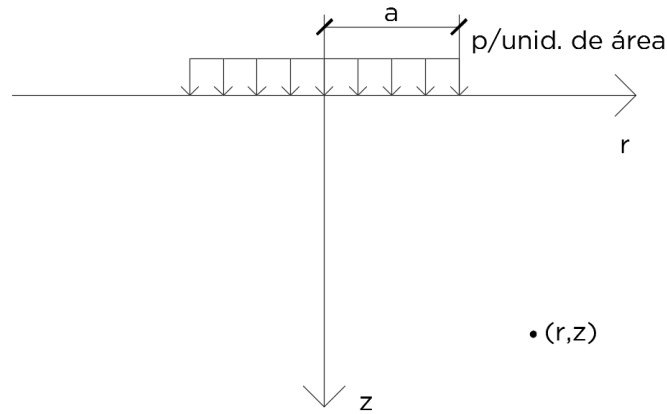


Figura 2-8 – Solo submetido a uma carga uniforme vertical circular

As fórmulas para a tensão vertical (σ_z) e a deformação (Δ_z) estão apresentadas abaixo.

$$\sigma_z = -p \cdot (A + B) \quad (2.2)$$

$$\Delta_z = -p \cdot \frac{1 + \nu}{E} \cdot a \cdot \left[\frac{-z}{a} \cdot A + (1 - \nu) \cdot H \right] \quad (2.3)$$

Nestas expressões, A , B e H são funções mostradas nas Tabelas 2-2 a 2-4; p é o valor do carregamento distribuído (kN/m²); ν é o coeficiente de Poisson do solo; E é o módulo de elasticidade do solo (kN/m²); a é o raio da fundação ou da aplicação da carga (m); z é a profundidade (m).

Tabela 2-2 – Valores de A em função de z/a e r/a (POULOS e DAVIS, 1974)

TABLE 3.6
FUNCTION "A"
(Ahlvín and Ulery, 1962)

r/a z/a	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.5	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14
0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	.99050	.89748	.88579	.86126	.78797	.43015	.09645	.02787	.00856	.00211	.00084	.00042	0	0	0	0	0	0
0.2	.80388	.79824	.77884	.73483	.63014	.38269	.15433	.05251	.01680	.00419	.00167	.00083	.00048	.00030	.00020	0	0	0
0.3	.71265	.70518	.68316	.62690	.52081	.34375	.17964	.07199	.02440	.00622	.00250	0	0	0	0	0	0	0
0.4	.62861	.62015	.59241	.53767	.44329	.31048	.18709	.08593	.03118	.00701	.00270	.00118	.00053	.00025	.00014	.00009	0	0
0.5	.55279	.54403	.51622	.46448	.38590	.28156	.18556	.09499	.03701	.01013	.00407	.00209	.00118	.00071	.00053	.00025	.00014	.00009
0.6	.48550	.47691	.45078	.40427	.33676	.25588	.17952	.10010	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.7	.42654	.41874	.39491	.35428	.29833	.21727	.17124	.10228	.04558	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.8	.37531	.36832	.34729	.31243	.26581	.21297	.16206	.10236	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.9	.33104	.32492	.30669	.27707	.23832	.19468	.15253	.10094	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	.29289	.28763	.27005	.24697	.21468	.17868	.14329	.09849	.05185	.01742	.00761	.00393	.00226	.00143	.00097	.00050	.00029	.00018
1.2	.23178	.22795	.21662	.19890	.17626	.15301	.12570	.09192	.05260	.01935	.00871	.00459	.00269	.00171	.00115	0	0	0
1.5	.16795	.16552	.15877	.14804	.13436	.11892	.10296	.08048	.05116	.02142	.01013	.00548	.00325	.00210	.00141	.00073	.00043	.00027
2	.10557	.10453	.10140	.09647	.09011	.08269	.07471	.06275	.04496	.02221	.01160	.00659	.00399	.00264	.00180	.00094	.00056	.00036
2.5	.07152	.07098	.06947	.06698	.06373	.05974	.05555	.04880	.03787	.02145	.01221	.00732	.00463	.00308	.00214	.00115	.00068	.00043
3	.05132	.05101	.05022	.04886	.04707	.04487	.04241	.03839	.03150	.01980	.01220	.00770	.00505	.00346	.00242	.00132	.00079	.00051
4	.02986	.02976	.02907	.02802	.02832	.02749	.02651	.02490	.02193	.01392	.01109	.00768	.00536	.00384	.00282	.00160	.00099	.00065
5	.01942	.01938	0	0	.01835	0	0	0	.01573	.01249	.00949	.00708	.00527	.00394	.00298	.00179	.00113	.00075
6	.01361	0	0	0	.01307	0	0	0	.01168	.00983	.00795	.00628	.00492	.00384	.00291	.00188	.00124	.00084
7	.01005	0	0	0	.00976	0	0	0	.00894	.00784	.00661	.00548	.00445	.00360	.00291	.00193	.00130	.00091
8	.00772	0	0	0	.00753	0	0	0	.00703	.00635	.00554	.00472	.00398	.00332	.00276	.00189	.00134	.00094
9	.00612	0	0	0	.00600	0	0	0	.00566	.00520	.00466	.00409	.00353	.00301	.00256	.00184	.00133	.00096
10	0	0	0	0	0	0	0	0	.00477	.00465	.00438	.00397	.00352	.00326	.00273	.00241	0	0

Tabela 2-3 – Valores de B em função de z/a e r/a (POULOS e DAVIS, 1974)

TABLE 3.7
FUNCTION "B"
(Ahivin and Ulery, 1962)

r/a z/a	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.5	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	.09852	.10140	.11138	.13424	.18796	.05388	-.07899	-.02672	-.00845	-.00210	-.00084	-.00042						
0.2	.18857	.19306	.20772	.23524	.25983	.08513	-.07759	-.04448	-.01593	-.00412	-.00166	-.00083	-.00024	-.00015	-.00010			
0.3	.26362	.26787	.28018	.29483	.27257	.10757	-.04316	-.04999	-.02166	-.00999	-.00245							
0.4	.32016	.32259	.32748	.32773	.26925	.12404	-.00766	-.04535	-.02522									
0.5	.35777	.35752	.35323	.33106	.26236	.13591	.02165	-.05855	-.02651	-.00991	-.00388	-.00199	-.00116	-.00073	-.00049	-.00025	-.00014	-.00009
0.6	.37831	.37531	.36308	.32822	.25411	.14440	.04457	-.02101										
0.7	.38487	.37962	.36072	.31929	.24658	.14986	.06209	-.00702	-.02329									
0.8	.38091	.37408	.35135	.30699	.25779	.15292	.07550	.00614										
0.9	.36962	.36275	.33734	.29299	.22891	.15404	.08507	.01795										
1	.35355	.34553	.32075	.27819	.21978	.15355	.09210	.02814	-.01005	-.01115	-.00608	-.00344	-.00210	-.00135	-.00092	-.00048	-.00028	-.00018
1.2	.33485	.30730	.28481	.24836	.20113	.14915	.10002	.04378	.00023	-.00995	-.00632	-.00378	-.00236	-.00156	-.00107			
1.5	.25602	.25025	.23338	.20694	.17368	.13732	.10193	.05745	-.01385	-.00669	-.00600	-.00401	-.00265	-.00181	-.00126	-.00068	-.00040	-.00026
2	.17889	.18144	.16644	.15198	.13375	.11331	.09254	.06371	.02836	.00028	-.00410	-.00371	-.00278	-.00202	-.00148	-.00084	-.00050	-.00033
2.5	.12807	.12633	.12126	.11527	.10298	.09130	.07869	.06022	.03429	.00661	-.00130	-.00271	-.00250	-.00201	-.00156	-.00094	-.00059	-.00039
3	.09487	.09394	.09099	.08635	.08033	.07325	.06531	.05354	.03511	.01112	.00157	-.00134	-.00192	-.00179	-.00151	-.00099	-.00065	-.00046
4	.05707	.05666	.05562	.05383	.05145	-.04773	-.04532	-.03995	-.02474	.01522	.00810	.00371	.00132	.00013	.00013	-.00041	-.00070	-.00061
5	.03772	.03760				.03584			.01968	.01380	.00867	.00496	.00254	.00110	.00028	-.00037	-.00047	-.00045
6	.02666					.01868			.01577	.01204	.00842	.00547	.00332	.00185	.00093	-.00002	-.00029	-.00037
7	.01980					.01459			.01279	.01034	.00779	.00554	.00372	.00236	.00141	.00035	-.00008	-.00025
8	.01526					.01170			.01054	.00888	.00705	.00535	.00386	.00265	.00178	.00066	.00012	-.00012
9	.01212							.00924	.00879	.00764	.00631	.00501	.00382	.00281	.00199			
10																		

Tabela 2-4 – Valores de H em função de z/a e r/a (POULOS e DAVIS, 1974)

TABLE 3.13
FUNCTION "H"
(Ahivin and Ulery, 1962)

r/a z/a	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.5	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14
0	2.0	1.97987	1.91751	1.80575	1.62553	1.27319	.93676	.71185	.51671	.35815	.25200	.20045	.16626	.14315	.12576	.09918	.08346	.07023
0.1	1.80998	1.79018	1.72886	1.61961	1.44711	1.18107	.92670	.70888	.51637	.33794	.25184	.20081						
0.2	1.63961	1.62068	1.56242	1.46001	1.30614	1.09996	.90098	.70074	.51382	.33726	.25162	.20072	.16688	.14288	.12512			
0.3	1.48806	1.47044	1.40979	1.32442	1.19210	1.02740	.86726	.68823	.50966	.33638	.25124							
0.4	1.35407	1.33802	1.28963	1.20822	1.09555	.96202	.83042	.67238	.50412									
0.5	1.23607	1.22176	1.17894	1.10830	1.01312	.90298	.79308	.65429	.49728	.35293	.24996	.19982	.16668	.14273	.12483	.09996	.08295	.07123
0.6	1.13238	1.11998	1.08350	1.02154	.94120	.84917	.75653	.63469										
0.7	1.04131	1.03037	.99794	.91049	.87742	.80030	.72143	.61442	.48061									
0.8	.96125	.95175	.92386	.87928	.82136	.75571	.68809	.59398										
0.9	.89072	.88251	.85856	.82616	.77950	.71495	.65677	.57361										
1	.82843	.82005	.80465	.76809	.72587	.67769	.62701	.55364	.48122	.31877	.24386	.19673	.16516	.14182	.12394	.09952	.08292	.07104
1.2	.72410	.71882	.70370	.67937	.64814	.61187	.57329	.51532	.45013	.31162	.24070	.19520	.16369	.14099	.12350			
1.5	.60555	.60233	.57246	.57635	.55559	.53138	.50496	.46379	.39872	.29945	.25495	.19053	.16199	.14058	.12281	.09876	.08270	.07064
2	.47214	.47022	.44512	.45654	.44502	.43202	.41702	.39242	.35054	.27740	.22418	.18618	.15846	.13762	.12124	.09792	.08196	.07026
2.5	.38518	.38403	.38098	.37608	.36940	.36155	.35243	.33698	.30913	.25550	.21208	.17898	.15395	.13463	.11928	.09700	.08115	.06980
3	.32457	.32403	.32184	.31887	.31464	.30969	.30381	.29364	.27453	.23487	.19977	.17154	.14919	.13119	.11694	.09558	.08061	.06897
4	.24620	.24584	.24420	.25128	.24168	.23932	.23648	.23164	.22188	.19908	.17640	.15596	.13864	.12396	.11172	.09300	.07864	.06848
5	.19805	.19785				.19453			.18450	.17080	.15575	.14130	.12785	.11615	.10585	.08915	.07675	.06695
6	.16554					.16326			.15750	.14868	.13842	.12792	.11778	.10836	.09990	.08562	.07452	.06522
7	.14217					.14077			.13699	.13097	.12404	.11620	.10845	.10103	.09387	.08197	.07210	.06377
8	.12448					.12352			.12112	.11680	.11176	.10600	.09976	.09400	.08848	.07800	.06928	.06200
9	.11079					.10989			.10854	.10548	.10161	.09702	.09234	.08784	.08258	.07407	.06678	.05976
10								.09900	.09820	.09510	.09290	.08988	.08500	.08180	.07710			

Os pontos avaliados ($r; z$) são: (0;0), (0;5), (0;10), (0;20) e (0;30). Adotando-se os mesmos valores de coeficiente de Poisson do solo, carregamento distribuído, módulo de elasticidade do solo e raio da fundação, pode-se encontrar primeiramente os valores das funções A , B e H e depois os valores da deformação e da tensão em cada ponto de estudo.

Tabela 2-5 – Valores A , B e H em cada ponto

z	z/a	A	B	H
0	0	1	0	2
-5	-0,625	0,47076	0,37995	1,109613
-10	-1,25	0,221142	0,301712	0,704342
-20	-2,5	0,07152	0,12807	0,38518
-30	-3,75	0,035225	0,06652	0,265793

Tabela 2-6 – Valores A , B e H de deformação e tensão em cada ponto

z	Δ_z (m)	σ_z (kN/m ²)
0	-0,0028	-50,000
-5	-0,0021	-42,536
-10	-0,0015	-26,143
-20	-0,0009	-9,980
-30	-0,0006	-5,087

Os valores de tensão e deformação para os mesmos pontos foram extraídos do modelo e os resultados são comparados na Tabela 2-7.

Tabela 2-7 – Comparação dos resultados

Parâmetros de saída	Posição vertical (m)	SAP2000	POULOS e DAVIS (1974)	Diferença Percentual
U_z (m) em $r = 0$ m	$z = 0$ m	-0,0027	-0,0028	4%
	$z = -5$ m	-0,0020	-0,0021	9%
	$z = -10$ m	-0,0014	-0,0015	9%
	$z = -20$ m	-0,0008	-0,0009	11%
	$z = -30$ m	-0,0006	-0,0006	6%
Tensão vertical (kN/m ²) em $r = 0$ m	$z = 0$ m	-50,4593	-50,000	-1%
	$z = -5$ m	-37,9186	-42,536	11%
	$z = -10$ m	-23,2827	-26,143	11%
	$z = -20$ m	-9,1566	-9,980	8%
	$z = -30$ m	-4,6116	-5,087	9%

Pode-se concluir que os resultados do modelo em elementos finitos apresentado estão coerentes com os obtidos com a formulação de POULOS e DAVIS (1974). A diferença percentual máxima entre os valores é de apenas 11%. Resultados coerentes são obtidos somente para fundação com mesmo material do solo.

2.2. Modelo estático com fundação superficial rígida em solo homogêneo

Para a verificação da fundação superficial rígida foi utilizado o modelo anterior como base. A geometria, a carga e as características do solo são as mesmas, mas para essa verificação o material da fundação deve ser considerado como rígido. Assim o módulo de elasticidade da fundação é 10^5 vezes maior que o do solo, resultando em $2,6 \times 10^{10}$ kN/m², conforme mostrado na Figura 2-9. Esse material foi chamado de *E grande*.

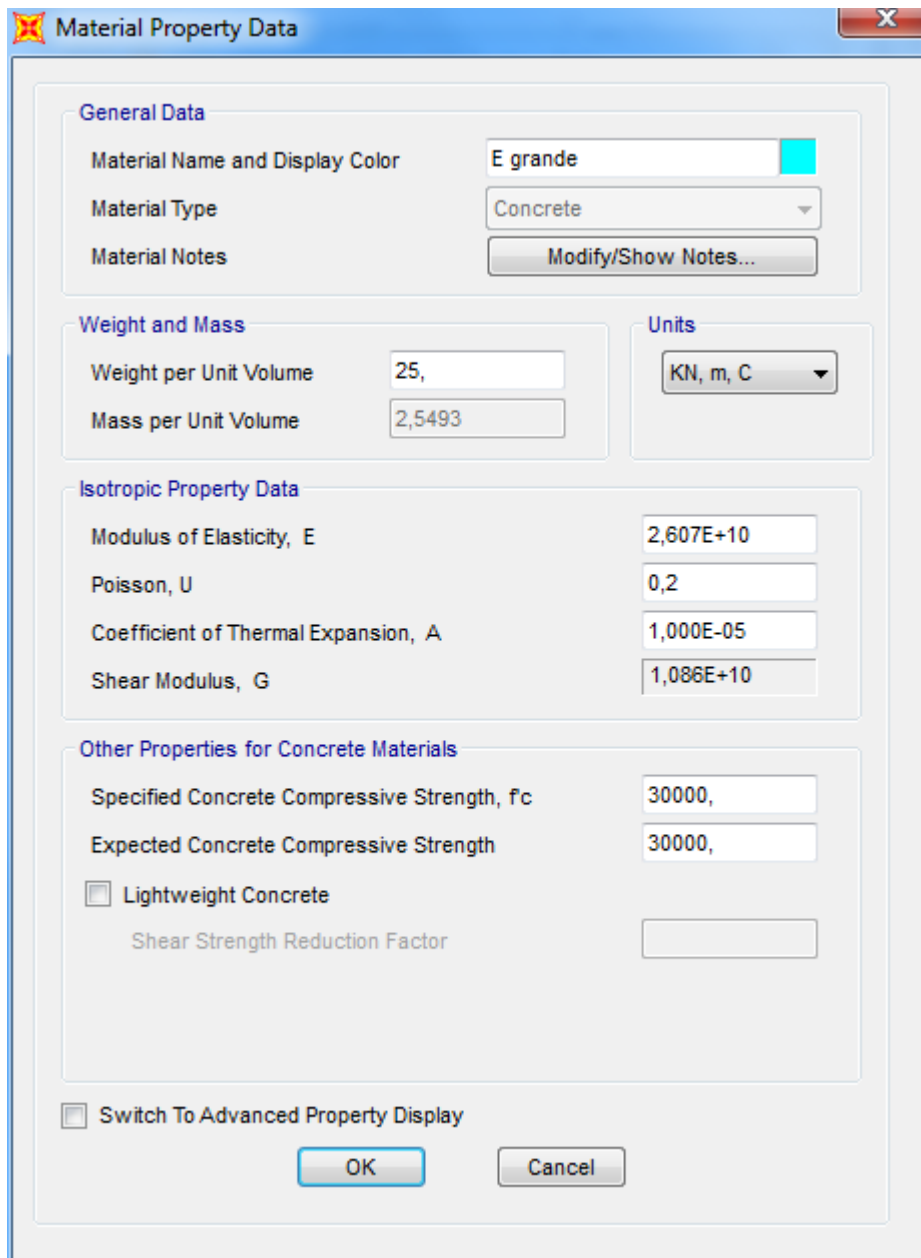


Figura 2-9 – Definição do material para a fundação *E grande*

Além disso, as condições de contorno na fronteira do modelo foram alteradas. Na lateral do modelo foram aplicados *Links* discretos, do tipo *Linear*, nas duas direções, horizontal e vertical, para representar as molas. Os valores dos coeficientes de rigidez horizontal (K_H) e vertical (K_V) usados são apresentados a seguir, de acordo com a formulação de NOVAK (1977).

$$K_H = 4 \cdot G \cdot t \quad (2.4)$$

$$K_V = 2,5 \cdot G \cdot t \quad (2.5)$$

Nestas expressões, G é o valor do módulo de elasticidade transversal da camada de solo considerada e t a espessura da camada. Como os elementos do solo foram divididos numa malha de 2 m x 2 m, t é igual a 2 m e G_1 , conforme definido anteriormente, é considerado como igual a 100000 kN/m². Assim tem-se:

$$K_H = 4 \cdot 100000 \cdot 2 = 800000 \text{ kN/m} \quad (2.6)$$

$$K_V = 2,5 \cdot 100000 \cdot 2 = 500000 \text{ kN/m} \quad (2.7)$$

No programa as propriedades do *Link* são definidas em *Define, Section Properties, Link/Support Properties*. É escolhido o tipo do *Link* como *Linear*, sem massa ou peso e as direções, conforme o eixo local do *Link*, nas quais ele terá rigidez (ver Figura 2-10).

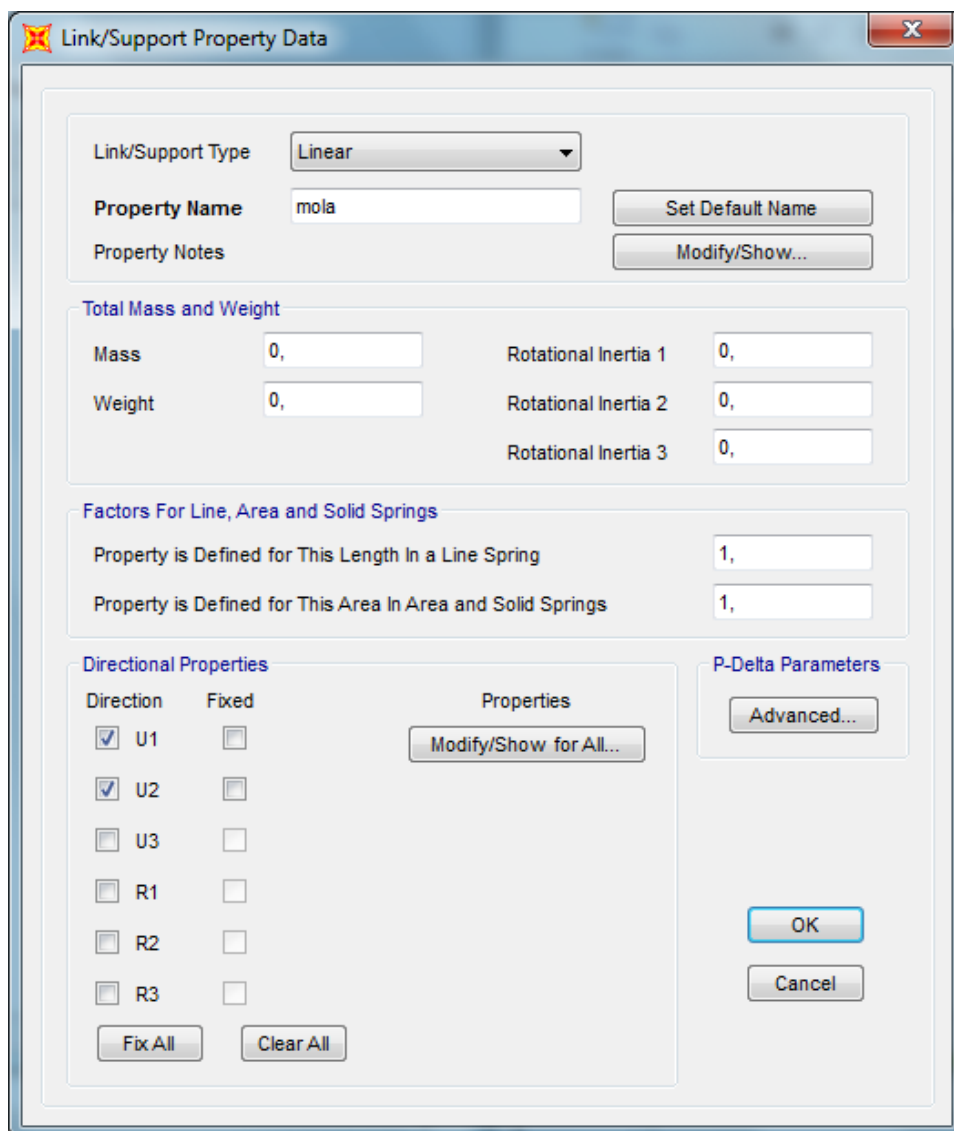


Figura 2-10 – Definição das propriedades para o *Link*: mola

Na mesma janela, dentro das opções de *Directional Properties* (ver Figura 2-11) clicando-se em *Modify/Show for All...* podemos inserir os valores de rigidez nas duas direções, conforme o eixo local do *Link*, no caso U1 é a vertical e U2 é a horizontal. Os valores de rigidez dos *Links* são válidos para toda a circunferência do modelo axissimétrico. Ao final desta seção será realizado um teste para a comprovação desta definição.

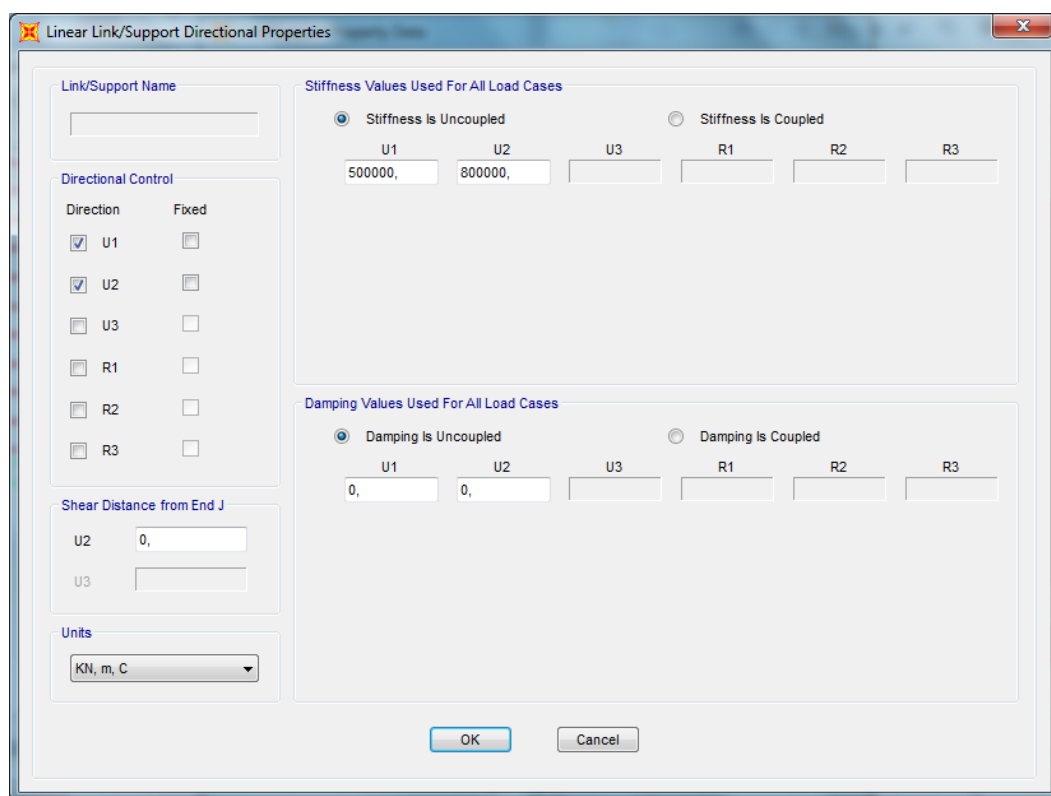


Figura 2-11 – Valores das rigidezes da mola para as duas direções

Com as propriedades definidas, os *Links* são aplicados no modelo através de *Draw, Draw 1 Joint Link*. Na Figura 2-12 estão apresentados os *Links* aplicados com sua propriedade (mola) e os eixos locais: vermelho, que representa o eixo U1, e verde, que representa o eixo U2. É mostrado ainda o engaste na base do modelo.

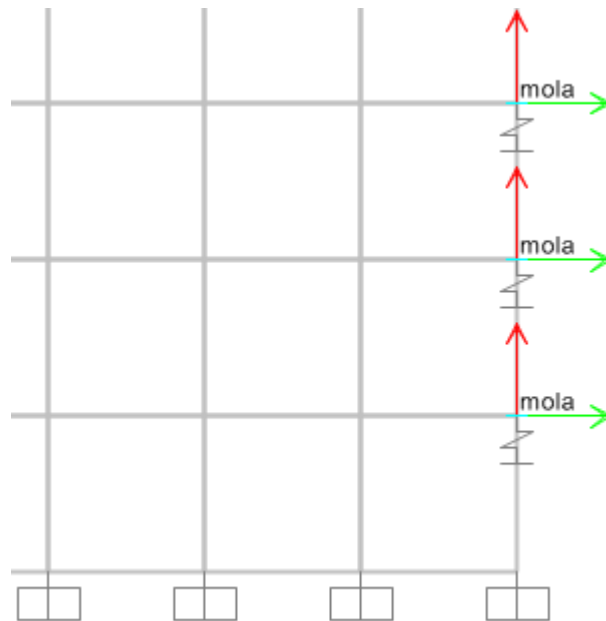


Figura 2-12 – Eixos locais e propriedades dos *Links* aplicados

Com o modelo definido podemos analisá-lo. Os resultados de deformações são apresentados na Figura 2-13.

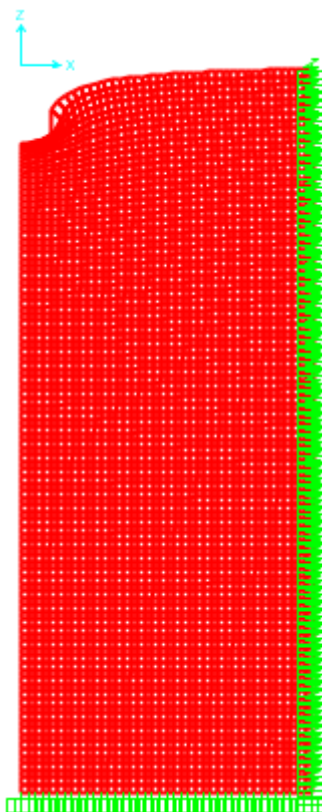


Figura 2-13 – Deformações no modelo

De acordo com a Figura 2-13, pode-se perceber que o solo imediatamente abaixo da fundação se deforma de modo praticamente homogêneo, confirmando que os elementos da fundação se comportam como elementos rígidos. Adiante serão apresentados os resultados dos valores de deformação para nós abaixo da fundação, constatando-se que a diferença do valor entre o nó central e o de extremidade é de apenas 11%.

Para validarmos o modelo, o resultado da deformação será comparado com o valor teórico δ_t :

$$\delta_t = \frac{F_t}{K} \quad (2.8)$$

F_t é a força total aplicada (10053,1 kN) e K a rigidez vertical. Segundo RICHART *et al.* (1970), para um solo homogêneo a rigidez vertical para fundações rígidas é:

$$K = \frac{4 \cdot G \cdot r}{1 - \nu} \quad (2.9)$$

Nesta expressão, G é o valor do módulo de elasticidade transversal da camada de solo considerada (100000 kN/m²), r o raio da fundação (8 m) e ν o coeficiente de Poisson (0,3). Assim:

$$K = \frac{4 \cdot 100000 \cdot 8}{1 - 0,3} = 4571428,6 \text{ kN/m} \quad (2.10)$$

$$\delta_t = \frac{10053,1}{4571428,6} = 2,199 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (2.11)$$

O valor obtido será comparado com a média dos deslocamentos dos nós exatamente abaixo da fundação.

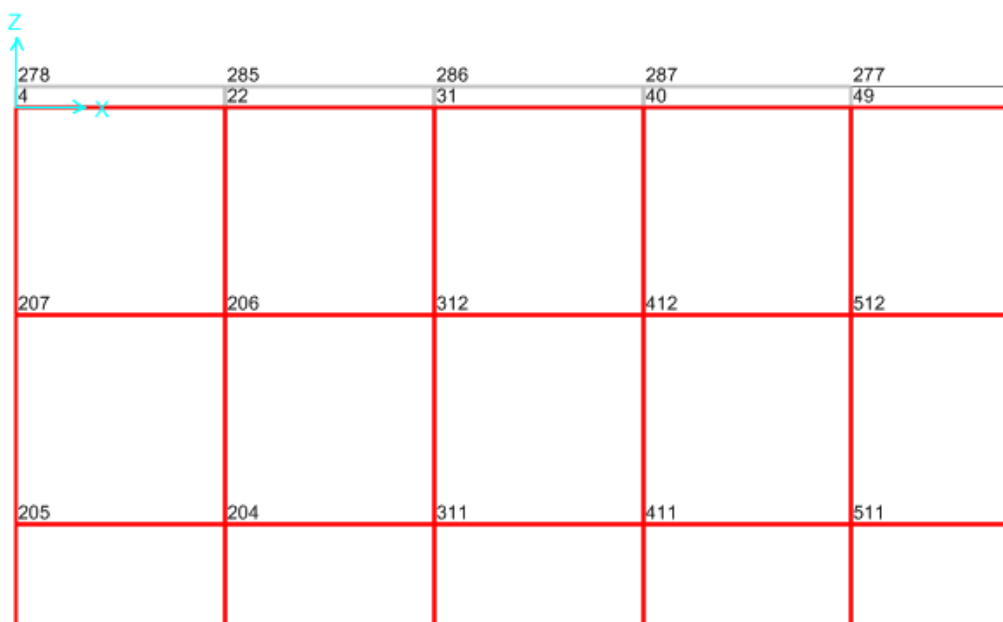


Figura 2-14 – Numeração dos nós abaixo da fundação

Tabela 2-8 – Deslocamento vertical de cada nó abaixo da fundação

Número do nó	Deslocamento vertical (m)
4	-0,002213
22	-0,002187
31	-0,002133
40	-0,002054
49	-0,001965

Fazendo a média dos valores da tabela acima, obtém-se:

$$\delta_{SAP} = 2,1104 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (2.12)$$

Esse valor corresponde a um erro de 4,03% com relação ao resultado teórico.

Para a verificação do valor da rigidez das molas, foi feito um teste considerando a base do modelo como livre (ver Figura 2-15).

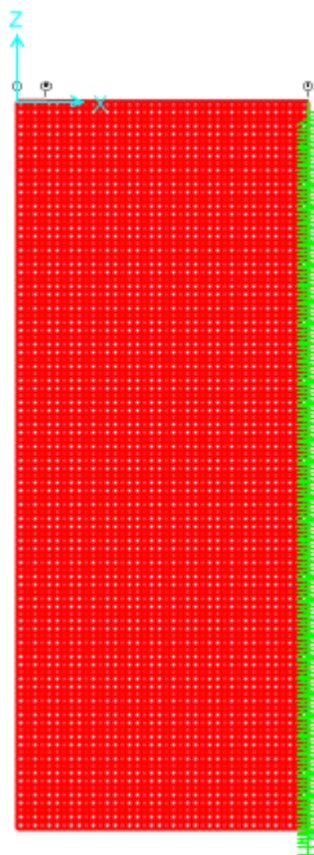


Figura 2-15 – Modelo considerando a base livre

Desse modo, a força total aplicada de 10053,1 kN é resistida apenas pelos *Links*. A força resultante em cada *Link*, dividida pelo seu respectivo deslocamento deve ser igual ao valor de rigidez utilizado ($K_H = 800000$ kN/m e $K_V = 500000$ kN/m), ou seja:

$$K = \frac{F_{\text{resultante do link}}}{\delta_{\text{resultante do respectivo link}}} \quad (2.13)$$

Esse procedimento é desenvolvido para as duas direções, horizontal e vertical. As Tabelas 2-9 e 2-10 mostram a força e o deslocamento em cada *link* (são mostrados 20), o respectivo valor de rigidez K e o erro em relação ao valor inserido.

Tabela 2-9 – Verificação da rigidez do *link* vertical

Número do <i>link</i>	Força vertical	Deslocamento vertical	F/D=K encontrado	Erro em relação ao K aplicado (%)
1	-96,224	-0,000192	501167	0,2333
2	-96,997	-0,000194	499985	0,0031
3	-97,77	-0,000196	498827	0,2347
4	-98,501	-0,000197	500005	0,0010
5	-99,228	-0,000198	501152	0,2303
6	-99,963	-0,0002	499815	0,0370

Tabela 2-10 – Verificação da rigidez do *link* vertical (continuação)

7	-100,714	-0,000201	501065	0,2129
8	-101,483	-0,000203	499916	0,0167
9	-102,271	-0,000205	498883	0,2234
10	-103,073	-0,000206	500354	0,0709
11	-103,885	-0,000208	499447	0,1106
12	-104,702	-0,000209	500967	0,1933
13	-105,518	-0,000211	500085	0,0171
14	-106,324	-0,000213	499174	0,1653
15	-107,116	-0,000214	500542	0,1084
16	-107,886	-0,000216	499472	0,1056
17	-108,628	-0,000217	500590	0,1180
18	-109,335	-0,000219	499247	0,1507
19	-110,003	-0,00022	500014	0,0027
20	-110,627	-0,000221	500575	0,1149

Tabela 2-11 – Verificação da rigidez do *link* horizontal

Número do <i>link</i>	Força horizontal	Deslocamento horizontal	F/D=K encontrado	Erro em relação ao K aplicado (%)
1	-44,83	-0,000056	800536	0,0670
2	-37,531	-0,000047	798532	0,1835
3	-31,386	-0,000039	804769	0,5962
4	-25,793	-0,000032	806031	0,7539
5	-20,555	-0,000026	790577	1,1779
6	-15,607	-0,00002	780350	2,4563
7	-10,915	-0,000014	779643	2,5446
8	-6,466	-0,000008082	800049	0,0062
9	-2,256	-0,00000282	800000	0,0000
10	1,715	0,000002144	799907	0,0117
11	5,443	0,000006804	799971	0,0037
12	8,926	0,000011	811455	1,4318
13	12,162	0,000015	810800	1,3500
14	15,151	0,000019	797421	0,3224
15	17,892	0,000022	813273	1,6591
16	20,388	0,000025	815520	1,9400
17	22,643	0,000028	808679	1,0848
18	24,662	0,000031	795548	0,5565
19	26,453	0,000033	801606	0,2008
20	28,023	0,000035	800657	0,0821

Os erros apresentados acima são todos menores que 2,5%, comprovando que os valores de rigidez das molas são consistentes em toda a circunferência do modelo axissimétrico.

2.3. Modelo estático com fundação profunda em solo homogêneo

Para a verificação da fundação profunda foi utilizado o modelo anterior como base. As propriedades do solo, as condições de contorno na fronteira do modelo (engaste na base e molas na lateral) e a divisão da malha, com elementos de 2 m x 2 m, são as mesmas. O nó central da base, referente à estaca, é o único nó livre da base.

A fundação (estaca) não será mais considerada como rígida. Ela terá as propriedades reais do concreto para que haja uma correta interação da estaca com o solo. Este material foi chamado de C30. Ele possui módulo de elasticidade igual a 26071594 kN/m² como mostrado na Figura 2-16.

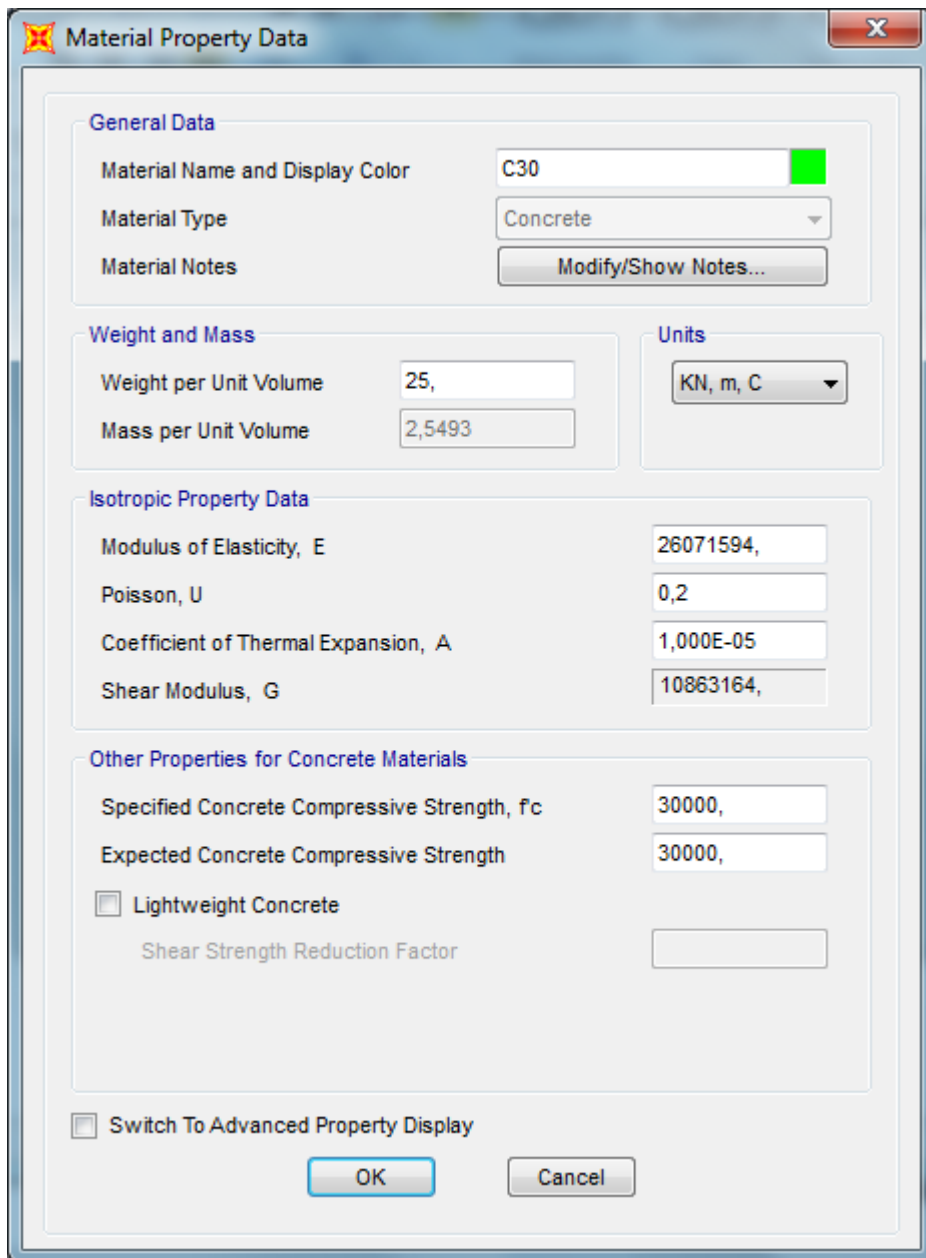


Figura 2-16 – Definição do material para a fundação: C30

Com a mudança do tipo de fundação, de superficial para profunda, os elementos que representavam a sapata foram retirados e no centro do modelo axissimétrico foi inserida uma estaca de 0,25 m de raio. Para isso, os elementos do solo foram reordenados. A estaca foi discretizada em elementos de 0,25 m x 2 m e os elementos de solo seguintes a ela foram divididos de forma crescente até terem largura de 2 m: 0,25 m x 2 m, 0,5 m x 2 m e 1 m x 2 m, conforme mostram as Figuras 2-17 a 2-20.

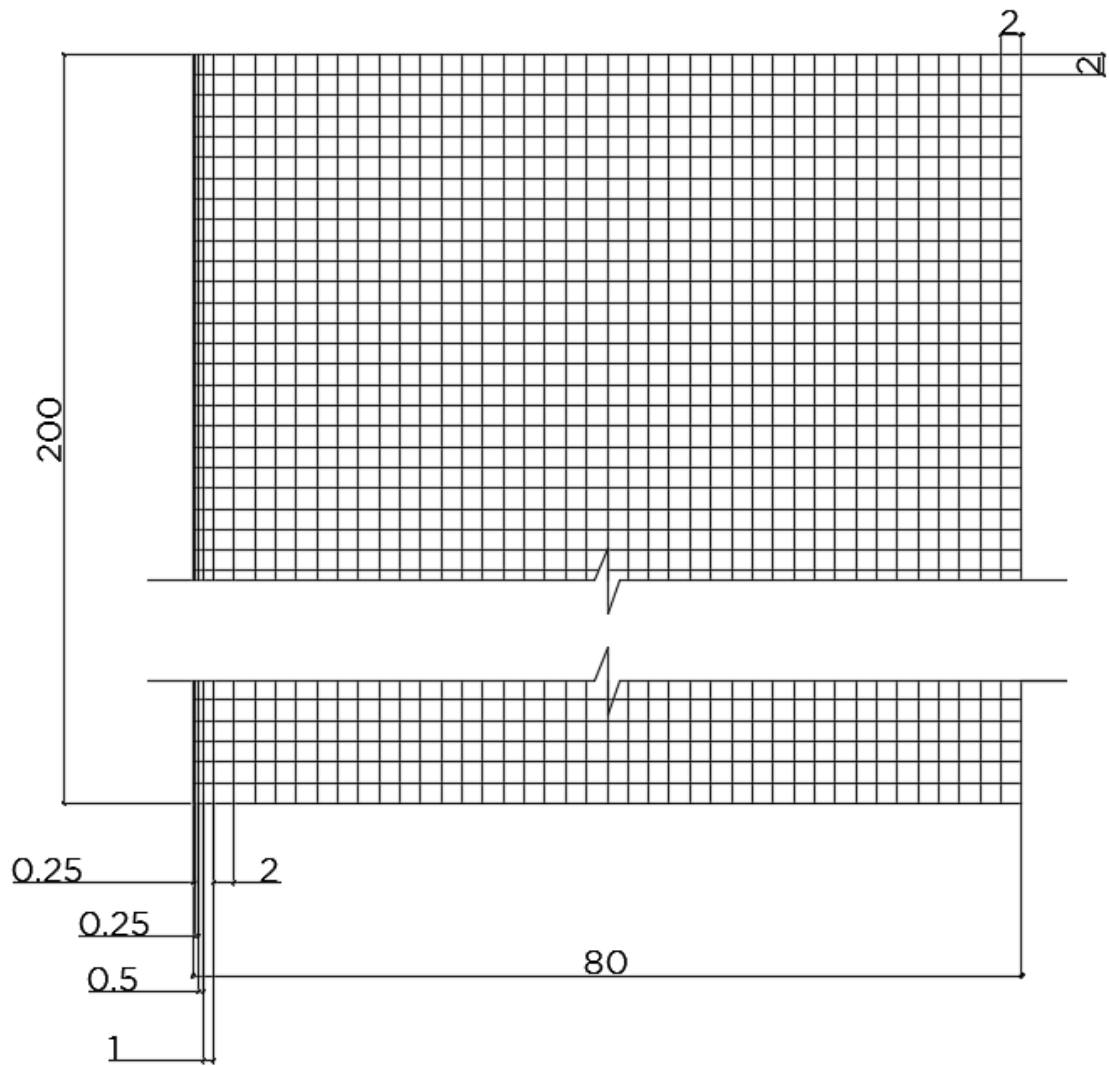


Figura 2-17 – Divisão da malha utilizada no modelo em elementos finitos

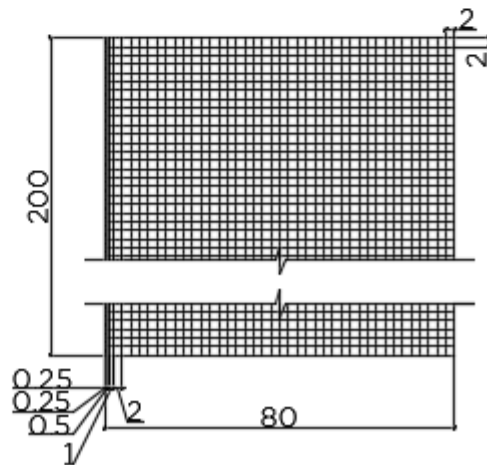
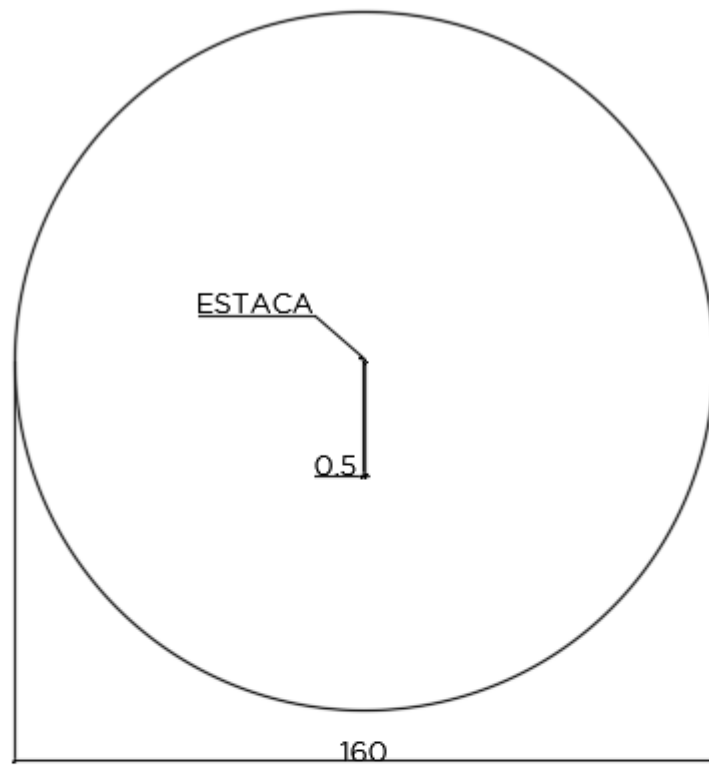


Figura 2-18 – Esquema com as dimensões utilizadas no modelo em elementos finitos

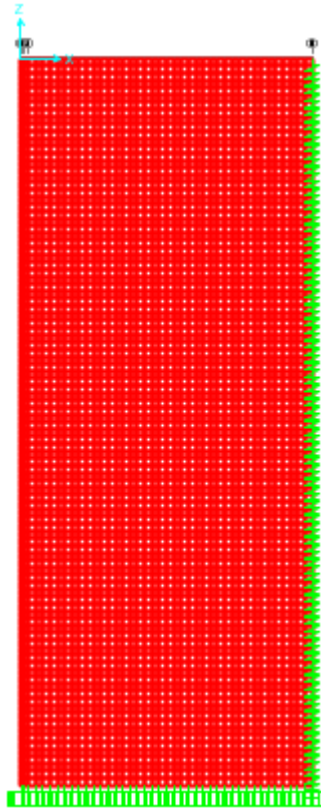


Figura 2-19 – Modelo axissimétrico em elementos finitos

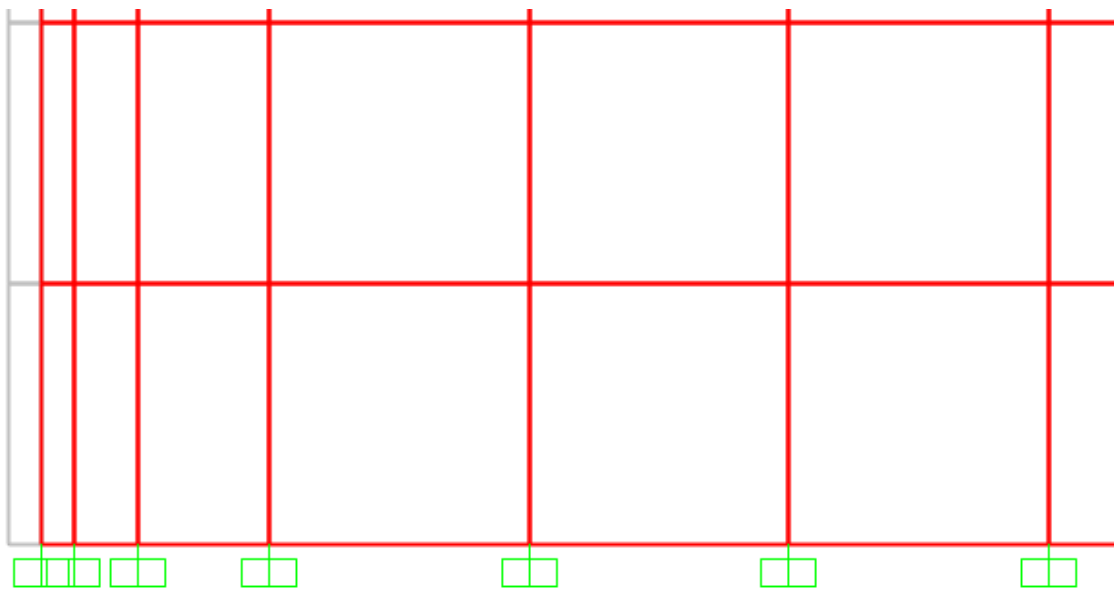


Figura 2-20 – Detalhe da divisão dos elementos próximos à estaca (cor cinza)

A carga distribuída considerada na fundação é igual a 50000 kN/m². Ela é aplicada na face superior da estaca. Para isso é escolhida a face 3 para aplicação desta

carga. Como foi comprovado que a carga é aplicada em toda a área do elemento axissimétrico, a força total na estaca F_{te} é igual a:

$$F_{te} = 50000 \times \pi \times 0,25^2 = 9817,5 \text{ kN} \quad (2.14)$$

Com o modelo definido pode-se analisá-lo. Os resultados de deformações são apresentados na Figura 2-21.

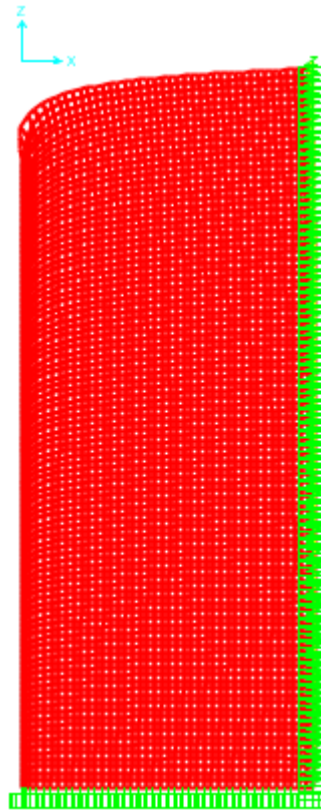


Figura 2-21 – Deformação do modelo

Para validarmos o modelo, o resultado da rigidez da estaca será comparado com o obtido aplicando-se a expressão para a rigidez vertical da estaca longa de ROËSSET e ANGELIDES (1980):

$$K_V = 0,56 \cdot \frac{E_P \cdot A_P}{r} \cdot 0,866 \cdot \left(\frac{E_S}{E_P}\right)^{0,5} \quad (2.15)$$

Nesta expressão E_P é o módulo de elasticidade da estaca, A_P é a área da seção transversal da estaca, r o raio da estaca e E_S o módulo de elasticidade do solo. Assim tem-se:

$$K_V = 0,56 \cdot \frac{26071594 \times (\pi \times 0,25^2)}{0,25} \cdot 0,866 \cdot \left(\frac{260000}{26071594} \right)^{0,5} = 991668 \text{ kN/m} \quad (2.16)$$

Para se obter o valor de rigidez do modelo k_m será considerado que:

$$k_m = \frac{F_{te}}{\delta} \quad (2.17)$$

F_{te} é a força total na estaca e δ o deslocamento do nó central superior da estaca (0,011 m).

$$k_m = \frac{9817,5}{0,011} = 892498 \text{ kN/m} \quad (2.18)$$

Comparando-se os dois resultados, conclui-se que a diferença é de 10%, comprovando que o modelo apresenta um resultado muito próximo ao obtido aplicando-se a expressão de ROËSSET e ANGELIDES (1980).

Além da comparação com o valor obtido com a expressão de ROËSSET e ANGELIDES (1980), também se utilizarão como referência os valores encontrados com programa PILAY, (NOVAK e ABOUL-ELLA, 1977).

Processa-se o programa com o menor valor admitido para a frequência circular (0,001 rad/s) a fim de se simular carga estática. Obtém-se o valor de rigidez de $K_V = 1055300 \text{ kN/m}$. Para mais detalhes, os dados de entrada e saída do programa encontram-se no Anexo A.

Comparando-se os resultados obtidos através da expressão de ROËSSET e ANGELIDES (1980) e do PILAY (1977), obtém-se um erro de 6%. E comparando-se os resultados obtidos através do PILAY (1977) e do SAP, obtém-se uma diferença de 18%, comprovando que o modelo se aproxima do resultado obtido com o programa PILAY (1977).

2.4. Modelo estático com fundação superficial rígida em solo heterogêneo

Voltando ao modelo com fundação superficial, será analisada a condição de solo heterogêneo. O meio estratificado será formado por apenas uma camada acima do semi-espaço. Para essa verificação, será utilizada a fórmula da rigidez estática vertical de uma

fundação circular assente em uma camada sobrejacente ao semi-espaço de GAZETAS (1983):

$$K_V = \frac{4 \cdot G_1 \cdot R}{1 - \nu_1} \cdot \frac{1 + 1,28 \cdot \frac{R}{H}}{1 + 1,28 \cdot \frac{R}{H} \cdot \frac{G_1}{G_2}} \quad (2.19)$$

Nesta expressão, tem-se:

- K_V - rigidez estática vertical;
- G_1 - módulo de elasticidade transversal da 1ª camada;
- G_2 - módulo de elasticidade transversal da 2ª camada;
- R - raio da fundação;
- H - espessura da 1ª camada;
- ν_1 - coeficiente de Poisson da 1ª camada.

De acordo com GAZETAS (1983), essa expressão é válida para a seguinte variação de H/R :

$$1 \leq \frac{H}{R} < 5 \quad (2.20)$$

Para a validação do modelo, foram escolhidas 3 situações de H/R : 1, 2,5 e 4. Como já definido o raio da fundação R igual a 8 m, tem-se as seguintes alturas da 1ª camada (H): 8 m, 20 m e 32 m.

Serão utilizados ainda os três casos de contraste entre as propriedades da 1ª camada e do semi-espaço segundo formulação de LUCO (1974):

- Caso 1: pequeno contraste ($V_{S1}/V_{S2}=0,8$);
- Caso 2: médio contraste ($V_{S1}/V_{S2}=0,4$);
- Caso 3: grande contraste ($V_{S1}/V_{S2}=0,2$).

Nestes casos, V_S é a velocidade de propagação da onda secundária e os subscritos 1 e 2 representam, respectivamente, a 1ª camada e o semi-espaço.

Assim serão analisados nove cenários, ou seja, cada caso de Luco com as três alturas da 1ª camada, como já definido.

Para a definição das propriedades das duas camadas de solo são fixados alguns parâmetros da 1ª camada e do semi-espaço, conforme a Tabela 2-12.

Tabela 2-12 – Dados fixados da 1ª camada e semi-espaço

1ª camada		
$\rho=$	1,7	t/m ³
$G=$	100000	kN/m ²
$v_1=$	0,25	p/ caso 1
$v_1=$	0,3	p/ caso 2
$v_1=$	0,35	p/ caso 3
Semi-espaço		
$v_2=$	0,25	

As demais propriedades da 1ª camada e do semi-espaço são obtidas através das seguintes relações e fórmulas.

Tabela 2-13 – Relações utilizadas para cálculo das propriedades dos solos

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
$\rho_1/\rho_2=$	0,85	0,85	0,85
$V_{S1}/V_{S2}=$	0,8	0,4	0,2

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.21)$$

$$E = G \cdot 2 \cdot (1 + \nu) \quad (2.22)$$

Tabela 2-14 – Demais propriedades da 1ª camada e semi-espaço

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
1ª camada			
$E_1=$ (kN/m ²)	250000	260000	270000
$V_{S1}=$ (m/s)	242,5	242,5	242,5
Semi-espaço			
$\rho_2=$ (t/m ³)	2,0	2,0	2,0
$V_{S2}=$ (m/s)	303,2	606,3	1212,7
$G_2=$ (kN/m ²)	183824	735294	2941176
$E_2=$ (kN/m ²)	459559	1838235	7352941

Com as propriedades do solo e altura da 1ª camada definidas, pode-se calcular a rigidez estática vertical K_V segundo GAZETAS (1983) para os nove cenários avaliados.

Tabela 2-15 – Rigidez vertical segundo GAZETAS (1983) para os nove cenários

Caso 1		Caso 2		Caso 3	
H/R	K_V (kN/m ²)	H/R	K_V (kN/m ²)	H/R	K_V (kN/m ²)
1	5734767	1	8877468	1	10756493
2,5	5045803	2,5	6462036	2,5	7316330
4	4796947	4	5782626	4	6428519

Para a análise destes modelos no SAP2000 (CSI COMPUTERS & STRUCTURES, 2010) foi utilizado como base o modelo anterior de fundação superficial. Nele foram inseridas as propriedades do semi-espaco e colocados os novos valores do coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade da 1ª camada. Também foram ajustadas as alturas da 1ª camada, de acordo com o cenário.

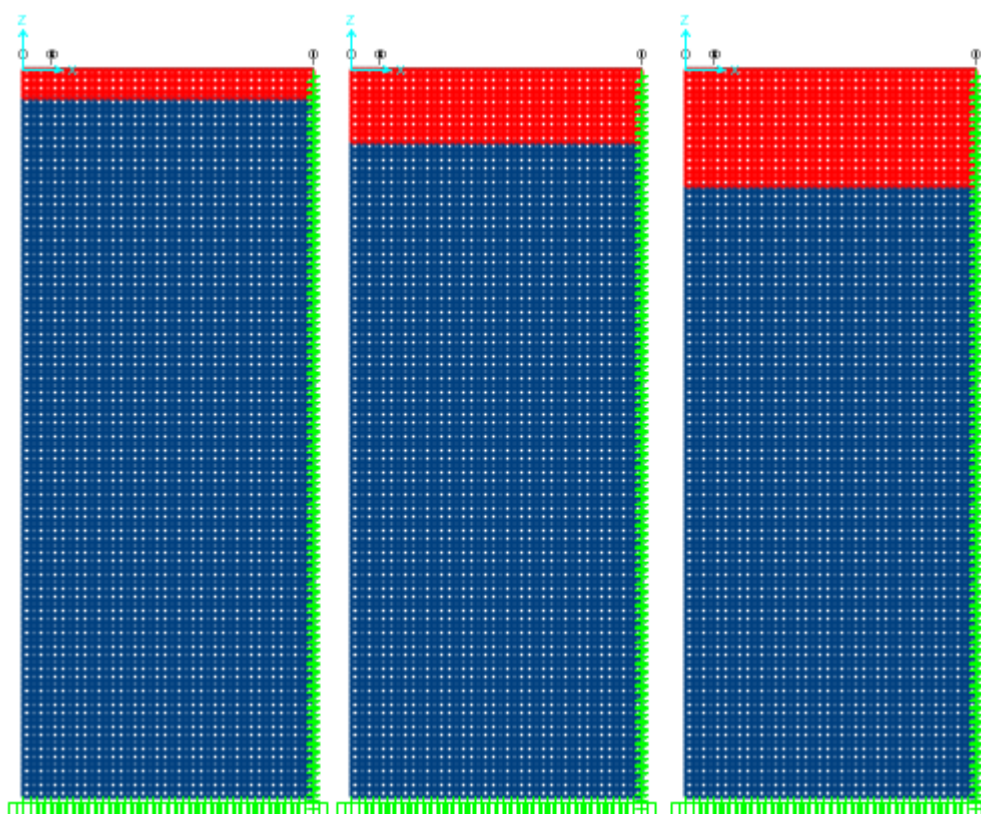


Figura 2-22 – Três cenários de H/R para o modelo, em vermelho a 1ª camada e em azul o semi-espaco

General Data	
Material Name and Display Color	1a camada ■
Material Type	Other
Material Notes	<input type="button" value="Modify/Show Notes..."/>
Weight and Mass	
Weight per Unit Volume	17,
Mass per Unit Volume	1,7335
Units	
KN, m, C	
Isotropic Property Data	
Modulus of Elasticity, E	250000,
Poisson, U	0,25
Coefficient of Thermal Expansion, A	1,170E-05
Shear Modulus, G	100000,

General Data	
Material Name and Display Color	1a camada ■
Material Type	Other
Material Notes	<input type="button" value="Modify/Show Notes..."/>
Weight and Mass	
Weight per Unit Volume	17,
Mass per Unit Volume	1,7335
Units	
KN, m, C	
Isotropic Property Data	
Modulus of Elasticity, E	260000,
Poisson, U	0,3
Coefficient of Thermal Expansion, A	1,170E-05
Shear Modulus, G	100000,

General Data	
Material Name and Display Color	1a camada ■
Material Type	Other
Material Notes	<input type="button" value="Modify/Show Notes..."/>
Weight and Mass	
Weight per Unit Volume	17,
Mass per Unit Volume	1,7335
Units	
KN, m, C	
Isotropic Property Data	
Modulus of Elasticity, E	270000,
Poisson, U	0,35
Coefficient of Thermal Expansion, A	1,170E-05
Shear Modulus, G	100000,

Figura 2-23 – Propriedades da 1ª camada para os três casos

General Data	
Material Name and Display Color	Semi-espaço ■
Material Type	Other
Material Notes	<input type="button" value="Modify/Show Notes..."/>

Weight and Mass		Units
Weight per Unit Volume	20,	KN, m, C
Mass per Unit Volume	2,0394	

Isotropic Property Data	
Modulus of Elasticity, E	459558,8
Poisson, U	0,25
Coefficient of Thermal Expansion, A	1,170E-05
Shear Modulus, G	183823,52

General Data	
Material Name and Display Color	Semi-espaço ■
Material Type	Other
Material Notes	<input type="button" value="Modify/Show Notes..."/>

Weight and Mass		Units
Weight per Unit Volume	20,	KN, m, C
Mass per Unit Volume	2,0394	

Isotropic Property Data	
Modulus of Elasticity, E	1838235,
Poisson, U	0,25
Coefficient of Thermal Expansion, A	1,170E-05
Shear Modulus, G	735294,

General Data	
Material Name and Display Color	Semi-espaço ■
Material Type	Other
Material Notes	<input type="button" value="Modify/Show Notes..."/>

Weight and Mass		Units
Weight per Unit Volume	20,	KN, m, C
Mass per Unit Volume	2,0394	

Isotropic Property Data	
Modulus of Elasticity, E	7352941,
Poisson, U	0,25
Coefficient of Thermal Expansion, A	1,170E-05
Shear Modulus, G	2941176,4

Figura 2-24 – Propriedades do semi-espaço para os três casos

A aplicação da carga e seu valor (10053,1 kN) foram mantidas da mesma forma, assim como as condições de contorno na base do modelo, considerado como engastado. Os valores dos *Links* presentes nos nós laterais do modelo foram calculados de acordo com as propriedades da camada de solo à qual o nó pertence. Dois nós merecem destaque: o nó lateral superior do modelo, pois sua área de influência é a metade, resultando em valores de rigidez iguais à metade dos calculados para os outros nós da 1ª camada; e o nó de interseção entre as duas camadas de solo, pois sua área de influência engloba a 1ª camada e o semi-espaço, resultando em rigidezes iguais à média das rigidezes dos dois tipos de solo. Seus valores foram calculados conforme a formulação de NOVAK (1977), já apresentada, e são apresentados na Tabela 2-16.

Tabela 2-16 – Valores de rigidez dos *Links* para cada tipo de nó

Caso de Luco	Solo	Nó	K_H (kN/m)	K_V (kN/m)
1, 2 e 3	1ª camada	Central	800000	500000
1, 2 e 3	1ª camada	Extremidade	400000	250000
1	Semi-espaço	Central	1470588	919117,6
1	Semi-espaço	Interseção	1135294	709558,8
2	Semi-espaço	Central	5882353	3676471
2	Semi-espaço	Interseção	3341176	2088235
3	Semi-espaço	Central	23529412	14705882
3	Semi-espaço	Interseção	12164706	7602941

Para a comparação da rigidez vertical K_V obtida através de GAZETAS (1983), será calculada a rigidez vertical dos modelos k_m como:

$$k_m = \frac{F_{te}}{\delta} \quad (2.23)$$

Neste caso F_{te} é 10053,1 kN e δ é a média das deformações dos nós abaixo da fundação para cada cenário. Os valores das deformações e rigidez finais são apresentados a seguir.

Tabela 2-17 – Valores de rigidez obtidos do modelo

Caso 1			Caso 2			Caso 3		
H/R	δ (m)	k_m (kN/m ²)	H/R	δ (m)	k_m (kN/m ²)	H/R	δ (m)	k_m (kN/m ²)
1	0,001676	5998983	1	0,00106	9482264	1	0,000823	12221124
2,5	0,001932	5202389	2,5	0,001547	6497606	2,5	0,001362	7380044
4	0,002033	4945930	4	0,001738	5782959	4	0,001576	6377250

Com os valores de rigidez obtidos com os modelos e com a formulação de GAZETAS (1983), é possível compará-los.

Tabela 2-18 – Comparação das rigidezes para os nove cenários

H/R	Caso 1			Caso 2			Caso 3		
	K_V (kN/m ²)	k_m (kN/m ²)	Erro (%)	K_V (kN/m ²)	k_m (kN/m ²)	Erro (%)	K_V (kN/m ²)	k_m (kN/m ²)	Erro (%)
1	5734767	5998983	-4,6	8877468	9482264	-6,8	10756493	12221124	-13,6
2,5	5045803	5202389	-3,1	6462036	6497606	-0,5	7316330	7380044	-0,8
4	4796947	4945930	-3,1	5782626	5782959	-0,01	6428519	6377250	0,8

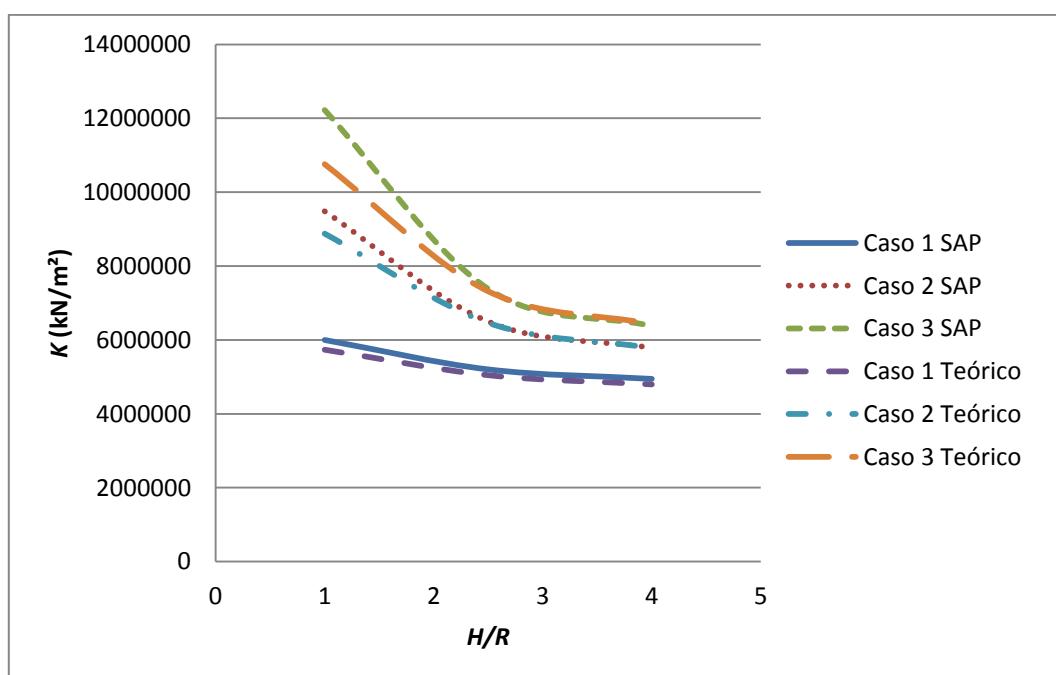


Figura 2-25 – Gráfico rigidez vertical K (kN/m²) x H/R

Através da Tabela 2-18 e do gráfico 2-25 pode-se concluir que os resultados dos modelos são muito próximos do comportamento previsto por GAZETAS (1983), apresentando um erro máximo de 13% para o caso 3 com $H/R=1$.

2.5. Modelo dinâmico com fundação superficial rígida em solo heterogêneo

Para a avaliação de modelos com ação de cargas dinâmicas, serão definidas soluções com variáveis adimensionais. Assim será considerada a adimensionalização de massas definidas por RICHART *et al.* (1970), conforme apresentado abaixo. Um valor de BZ igual a 5 representa uma fundação pesada e igual a 1 uma fundação leve.

$$BZ = \frac{(1 - \nu) * M}{4 * \rho * a} \quad (2.24)$$

Nesta expressão, temos:

- BZ - massa adimensionalizada;
- ν - coeficiente de Poisson;
- M - massa da fundação;
- ρ - massa específica do solo;
- a - raio da fundação.

Como referência será utilizada a formulação de LUCO (1974 e 1976) que analisa uma fundação rígida circular de raio a assente na superfície de um meio viscoelástico estratificado, sujeita a vibrações harmônicas forçadas. Luco desenvolveu as equações integrais associadas ao problema, transformando-as numericamente em um sistema de equações simultâneas, resolvido algebricamente.

LUCO (1976) analisou excitações dinâmicas em três direções: forças vertical e horizontal e momento, aplicados no centro da fundação. No caso será avaliada apenas a força vertical, que Luco definiu como:

$$V(t) = V * e^{i\omega t} \quad (2.25)$$

Sendo:

- $V(t)$ - força vertical;
- $e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i * \text{sen}(\omega t)$ (fórmula de Euler).

Foram definidas ainda as condições de contorno e de continuidade. Para as condições de contorno temos que o contato entre a fundação e a superfície da primeira camada é considerado como “aliviado”, não havendo atrito para a vibração devido à força vertical. Para a condição de continuidade temos que as camadas adjacentes são

consideradas como perfeitamente ligadas, de forma que as tensões e os deslocamentos sejam contínuos ao longo de cada interface.

As condições de contorno para $z = 0$ (superfície de contato entre a fundação e o solo) são expressas em termos do deslocamento (u) em coordenadas cilíndricas.

$$u_z(r, \theta, 0) = \Delta_V * e^{i\omega t} \quad 0 \leq r \leq a \quad (2.26)$$

Desenvolvendo a equação de forma a satisfazer às condições nas interfaces das camadas e às condições no infinito, Luco obteve equações de Fredholm. A solução numérica dessas integrais resultou em uma equação expressando a força vertical total V como:

$$V = \frac{4 * G_1 * a}{1 - \nu_1} * [k_{VV}(a_0) + i * a_0 * c_{VV}(a_0)] * \Delta_V * e^{i\omega t} \quad (2.27)$$

Nesta expressão temos:

$$a_0 = \frac{\omega * a}{V_{S1}} \quad (2.28)$$

$$V_{S1} = \sqrt{\frac{G_1}{\rho_1}} \quad (2.29)$$

- a_0 - frequência excitadora adimensional;
- a - raio da fundação;
- V_{S1} - velocidade de propagação da onda de cisalhamento da 1ª camada;
- G_1 - módulo de deformação transversal da 1ª camada
- ρ_1 - massa específica da 1ª camada;
- ν_1 - coeficiente de Poisson da 1ª camada.

O termo dentro do colchete é a função de impedância normalizada vertical. O fator fora do colchete corresponde ao valor estático da função de impedância, quando $a_0 = 0$ e para um solo homogêneo com as propriedades da 1ª camada. A função $k_{VV}(a_0)$ corresponde à parte real das funções de impedância, denominadas de coeficientes adimensionais de rigidez. A função $c_{VV}(a_0)$ corresponde à parte imaginária das funções de impedância, denominadas de coeficientes adimensionais de amortecimento.

LUCO (1974) obteve as funções de impedância para o caso de uma camada única sobre um semi-espaco infinito para três casos, representando diferentes contrastes entre

as propriedades da 1ª camada e do semi-espaço, conforme apresentado na seção anterior. Os resultados de Luco para os coeficientes são reproduzidos em função da frequência adimensional (a_0) nas Figuras 2-26 e 2-27. Serão apresentados somente os coeficientes do caso 2 (médio contraste), que é o caso avaliado. Nos gráficos, cada curva é referente a uma razão entre a espessura da camada h e o raio da fundação circular a . A razão de h/a avaliada será $h/a=2$.

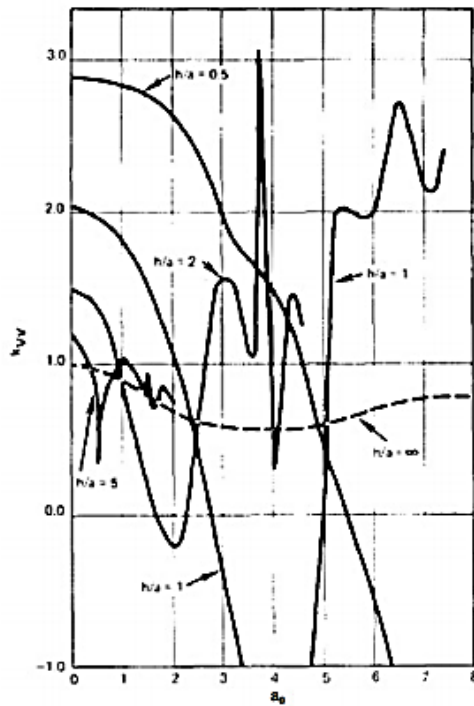


Figura 2-26 – Coeficiente de rigidez vertical k_{VV} para caso 2. (LUCO, 1974)

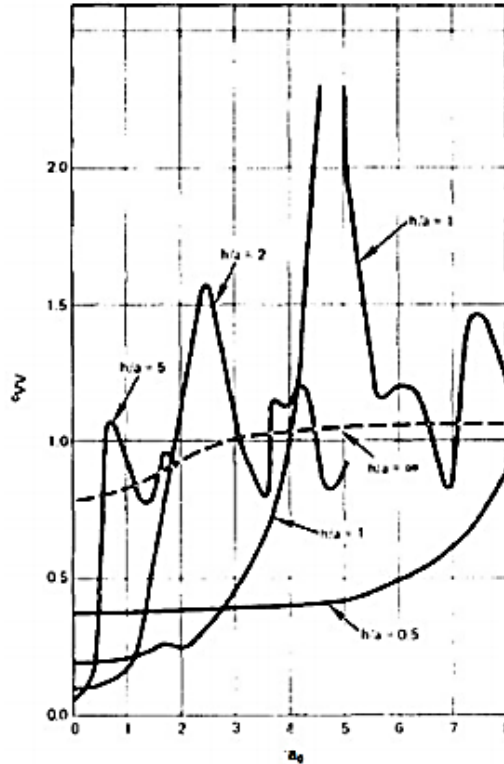


Figura 2-27 – Coeficiente de amortecimento vertical c_{VV} para caso 2. (LUCO, 1974)

A avaliação do modelo computacional se dará através de um gráfico relacionando amplificação dinâmica D vs. frequência adimensional a_0 . A amplificação dinâmica D é definida como sendo a relação entre o deslocamento máximo obtido na análise dinâmica e o mesmo deslocamento obtido estaticamente.

$$D = \frac{u(t)_{max}}{u_{st}} \quad (2.30)$$

Temos que:

- D - coeficiente de amplificação dinâmica;
- $u(t)_{max}$ - deslocamento dinâmico máximo;
- u_{st} - deslocamento estático.

Para a construção do gráfico a partir dos dados de Luco, o deslocamento estático u_{st} é encontrado através da fórmula teórica com a utilização do coeficiente de rigidez vertical K conforme RICHART *et al.* (1970), e GAZETAS (1983), mostrado anteriormente na seção 2.2. Na expressão seguinte F_0 é a amplitude da força aplicada.

$$u_{st} = \frac{F_0}{K} \quad (2.31)$$

Serão analisadas, para o caso 2 de Luco (médio contraste), duas situações considerando a fundação como leve ou pesada. Os gráficos utilizando os parâmetros da formulação de Luco para as 2 situações são apresentados nas Figuras 2-28 e 2-29.

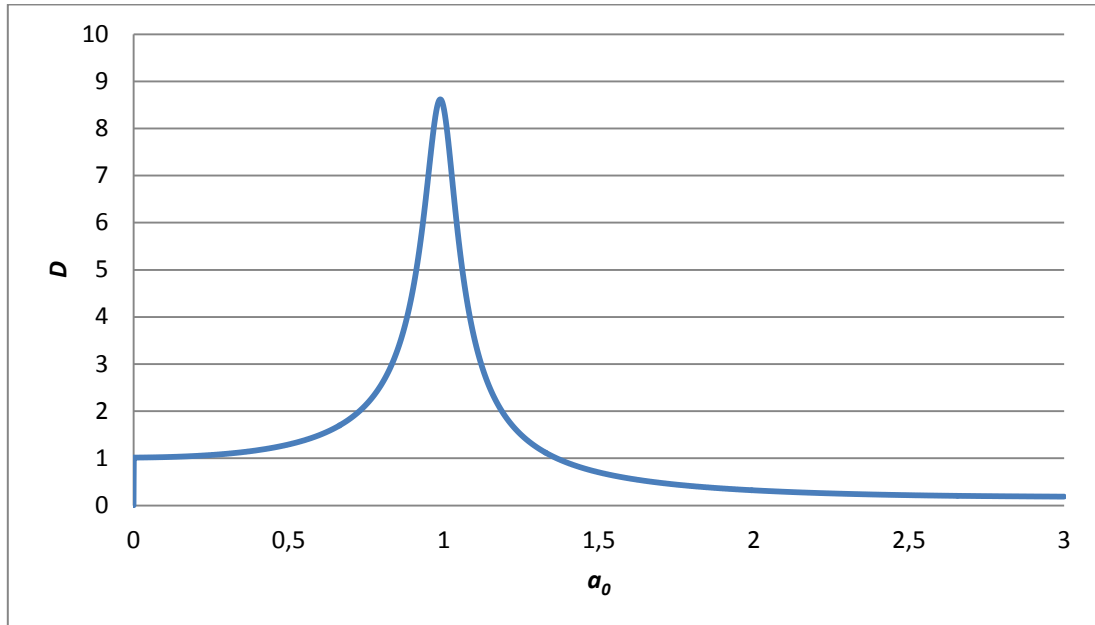


Figura 2-28 – Gráfico $D \times a_0$ para o caso 2 com fundação leve conforme Luco

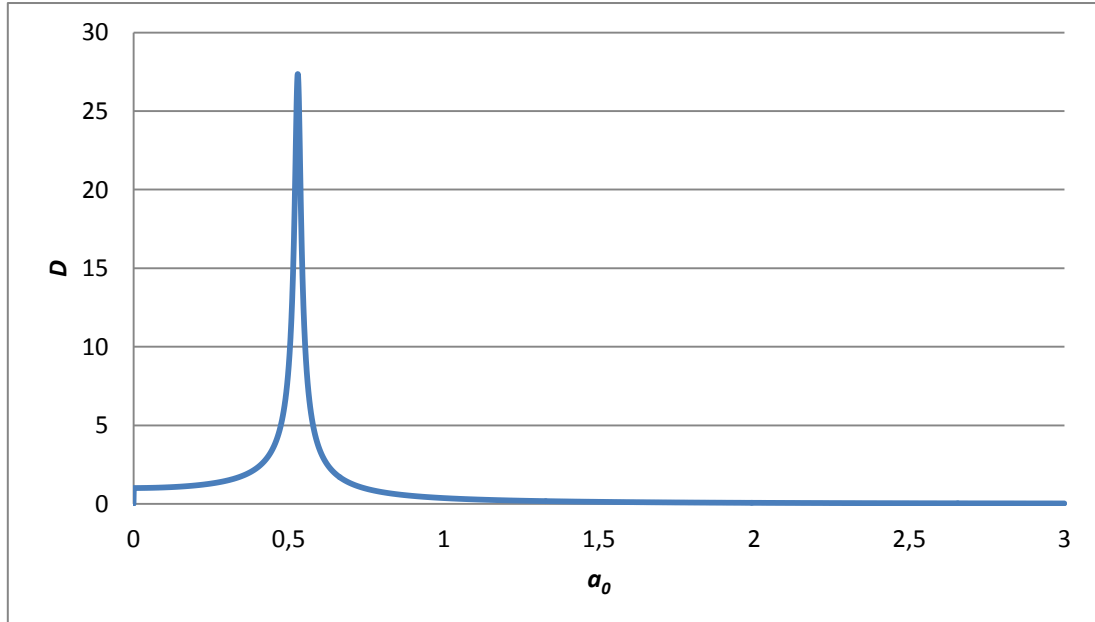


Figura 2-29 – Gráfico $D \times a_0$ para o caso 2 com fundação pesada conforme Luco.

Como base para a avaliação do modelo computacional foi utilizado um dos modelos da seção 2.4 anterior. Como já dito, será analisado o caso 2 de Luco com a relação $h/a=2$. Como o raio a da fundação é igual a 8 m temos que a altura da 1ª camada

é 16 m. A partir do modelo caso 2 anterior, foram atualizadas a altura da 1ª camada e as propriedades das molas referentes e mantidas as características dos solos da 1ª camada e semi-espaço.

A característica do material da fundação depende do cenário de fundação leve ou pesada. O valor do deslocamento estático depende da espessura da 1ª camada e independe de sua massa específica. Assim, através da equação de RICHART *et al.* (1970), pode-se calcular primeiramente o valor de M da massa da fundação para os dois cenários e em seguida sua massa adimensionalizada BZ .

$$BZ = \frac{(1 - \nu) * M}{4 * \rho * a}$$

Tabela 2-19 – Cálculo da massa M da fundação

	Fundação Leve	Fundação Pesada
BZ	1	5
ν_1	0,3	0,3
ρ_1 (t/m ³)	1,7	1,7
a (m)	8	8
M (t)	4973,7	24868,6

Fixando-se a altura da fundação em 0,2 m, considera-se a massa específica da fundação como:

$$\rho_f = \frac{M}{V} \quad (2.32)$$

Sendo V o volume da fundação temos os seguintes valores de ρ_f .

Tabela 2-20 – Cálculo da massa específica equivalente ρ_f da fundação

	Fundação Leve	Fundação Pesada
M (kN)	49737	248686
V (m ³)	$\pi \times 8^2 \times 0,2 = 40,2$	$\pi \times 8^2 \times 0,2 = 40,2$
ρ_f (kN/m ³)	1236,9	6184,3

Além disso, a fundação ainda é considerada como rígida e o nome do material é *E grande*.

The image shows two identical panels of material properties for a material named 'E grande'. Each panel is divided into three sections: General Data, Weight and Mass, and Isotropic Property Data.

General Data:

- Material Name and Display Color: E grande
- Material Type: Concrete
- Material Notes: Modify/Show Notes...

Weight and Mass:

- Weight per Unit Volume: 1236,9
- Mass per Unit Volume: 126,1287

Units: KN, m, C

Isotropic Property Data:

- Modulus of Elasticity, E: 2,607E+10
- Poisson, U: 0,2
- Coefficient of Thermal Expansion, A: 1,000E-05
- Shear Modulus, G: 1,086E+10

The second panel is identical to the first, but with the following values for Weight and Mass:

- Weight per Unit Volume: 6184,3
- Mass per Unit Volume: 630,6231

Figura 2-30 – Propriedades da fundação para fundação leve e pesada respectivamente

As condições de contorno na base do modelo, considerado como engastado, foram mantidas, assim como os *Links* do tipo *Linear* presentes nos nós laterais do modelo. Como será analisado um modelo dinâmico, é necessária a consideração de amortecedores nos nós laterais. Os amortecedores serão representados no modelo por *Links* discretos do tipo *Damper* nas duas direções, horizontal e vertical. Os valores das

constantes de amortecimento, horizontal (C_H) e vertical (C_V) usados são apresentados a seguir, de acordo com COOMBS e REIS (1979) e KOLAY *et al.* (2013).

$$C_H = \sqrt{\rho_s * E_{cs}} * A \quad (2.33)$$

$$C_V = \sqrt{\rho_s * G_s} * A \quad (2.34)$$

Nestas expressões tem-se:

- ρ_s - valor da massa específica na camada s considerada;
- A - área de contribuição do nó;
- G_s - valor do módulo de elasticidade transversal da camada s de solo;
- E_{cs} - valor correspondente ao módulo de elasticidade longitudinal confinado, definido na equação (2.35), onde ν_s é o coeficiente de Poisson da camada s do solo.

$$E_{cs} = \frac{(2 - 2 * \nu_s) * G_s}{(1 - 2 * \nu_s)} \quad (2.35)$$

Tabela 2-21 – Dados para cálculo dos amortecedores

Solo	Nó	ρ_s (kN/m ³)	A (m ²)	G_s (kN/m ²)	ν_s	E_{cs} (kN/m ²)
1ª camada	Central	17	$2 \times (2 \times \pi \times 80)$	100000	0,3	99343,8
1ª camada	Extremidade	17	$1 \times (2 \times \pi \times 80)$	100000	0,3	99343,8
Semi-espaço	Central	20	$2 \times (2 \times \pi \times 80)$	735294	0,25	733371,3

Tabela 2-22 – Valores das constantes de amortecimento para cada tipo de nó

Solo	Nó	C_H (kNs/m)	C_V (kNs/m)
1ª camada	Central	1306455,7	1310763,4
1ª camada	Extremidade	653227,9	655381,7
Semi-espaço	Central	3850142,5	3855186,5

Além destes nós, existe ainda o nó de interseção entre as duas camadas de solo. Sua área de influência engloba a 1ª camada e o semi-espaço, resultando em constantes iguais à média das constantes dos dois tipos de solo, $C_H = 2578299,2$ kNs/m e $C_V = 2582974,95$ kNs/m.

Definimos as propriedades do *Link* como *Damper – Exponential*, sem massa e as direções, conforme eixo local do *Link*, nas quais ele terá amortecimento.

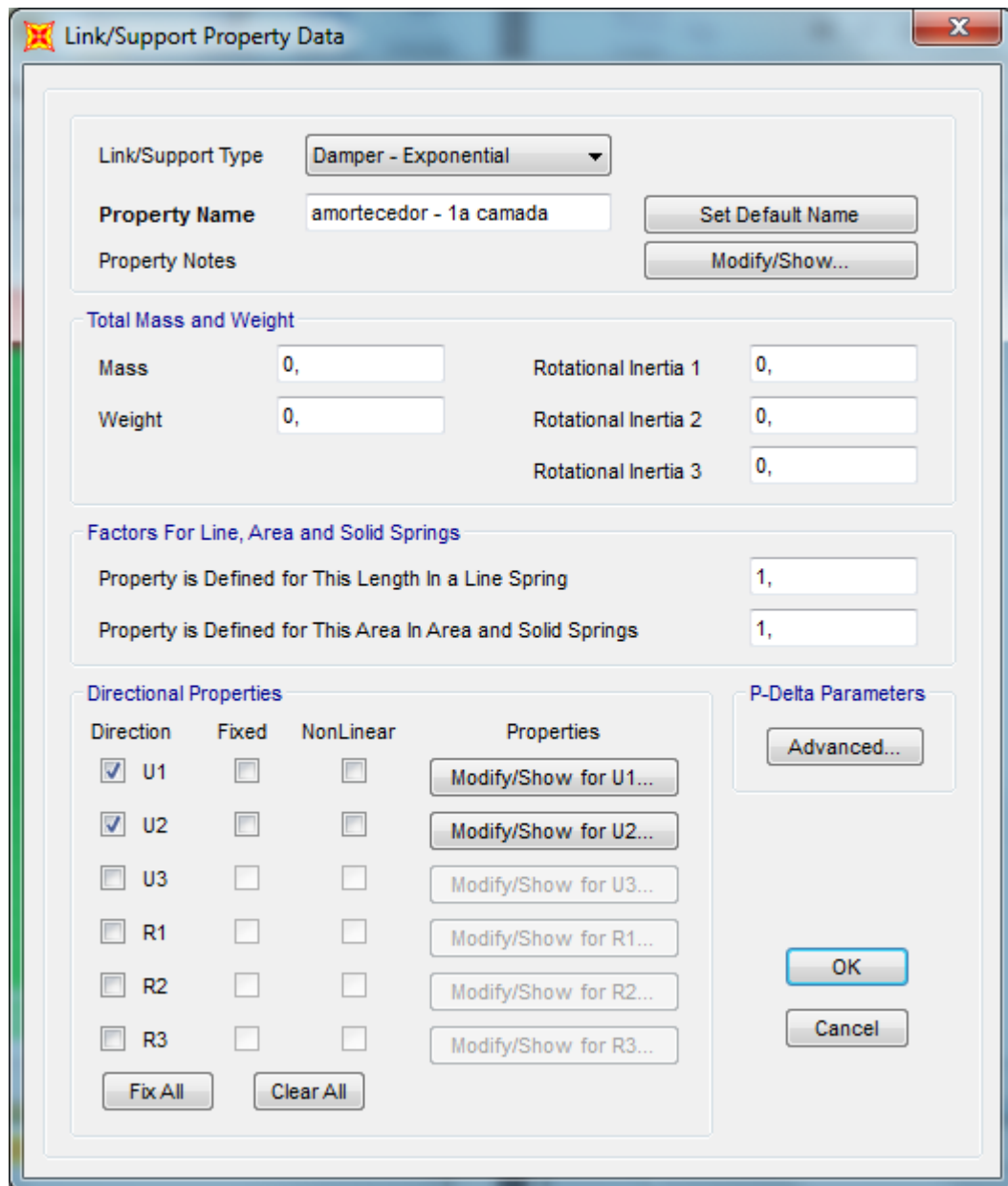


Figura 2-31 – Definição das propriedades para os amortecedores (ex.: 1ª camada)

Na mesma janela, dentro das opções de *Directional Properties*, clicando-se em *Modify/Show for U1...* e *Modify/Show for U2...* pode-se inserir os valores dos amortecedores em cada direção, conforme o eixo local do *Link*. No caso U1 é a direção vertical e U2 a horizontal. Assim, como nos *Links* do tipo mola, os *Links* do tipo amortecedor são válidos para toda a área do modelo axissimétrico (Figura 2-32).

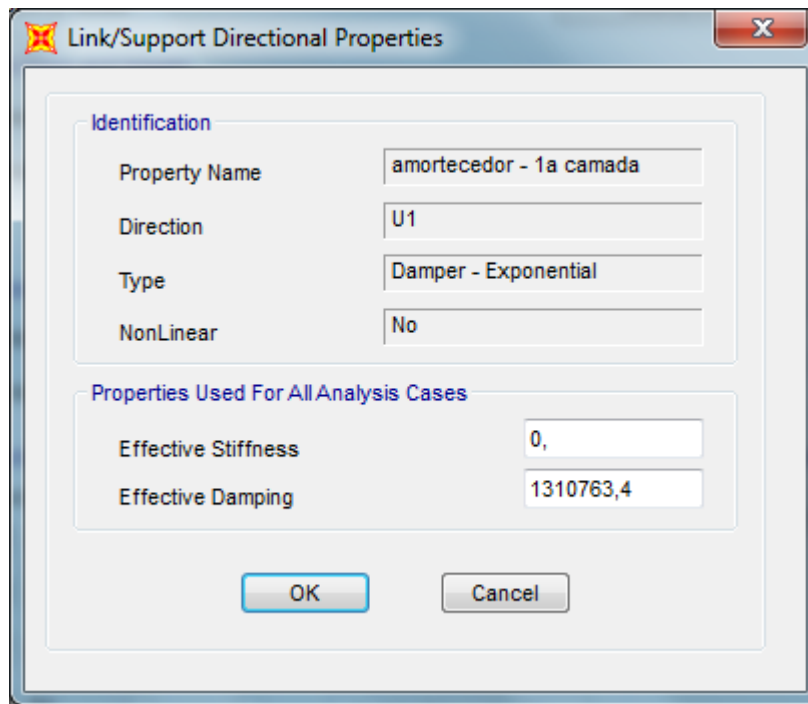


Figura 2-32 – Valor da constante de amortecimento para a direção vertical (U1)

Com as propriedades definidas, os *Links* são aplicados no modelo. Na Figura 2-33 estão apresentados, o *Link* aplicado com sua propriedade (amortecedor – semi-espaço) e os eixos locais: vermelho, que representa o eixo U1, e verde, que representa o eixo U2. É mostrado ainda o engaste na base do modelo.

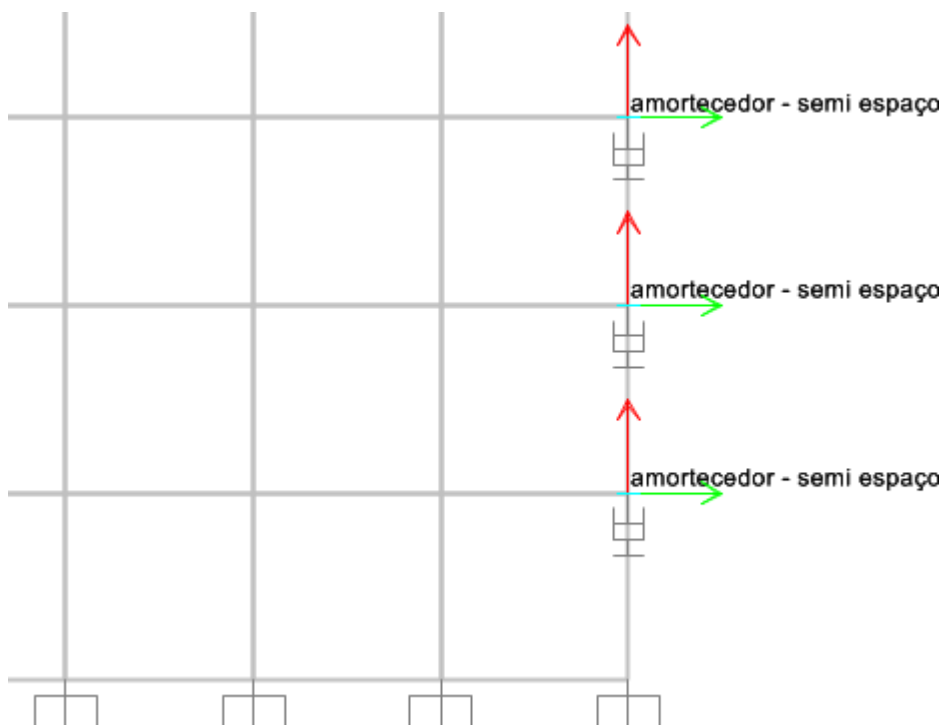


Figura 2-33 – Eixos locais e propriedades dos *Links* aplicados

Na Figura 2-34 é mostrada a representação do modelo com os dois tipos de *Links* aplicados, mola e amortecedor.

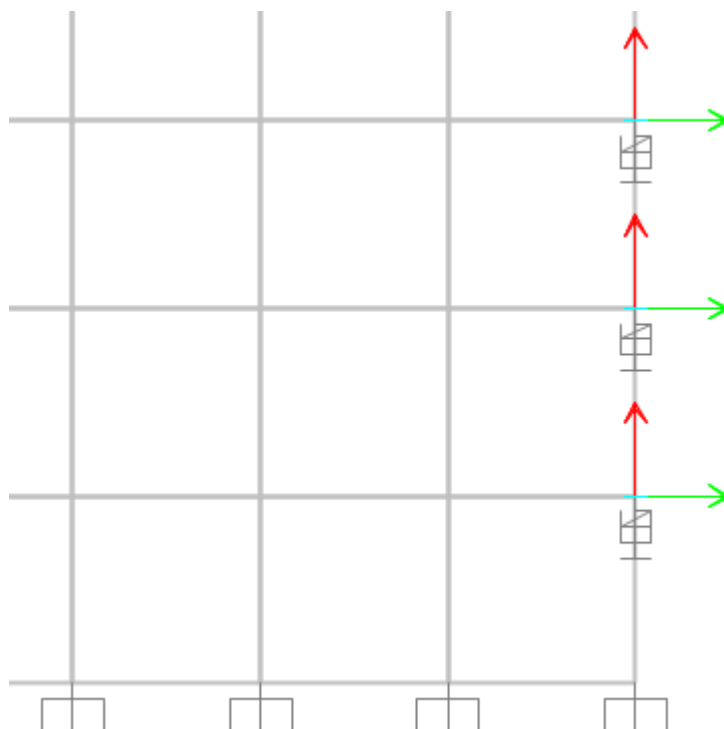


Figura 2-34 – Eixos locais e os dois tipos de *Links* aplicados nos nós laterais do modelo

Para a consideração do modelo dinâmico foi associada uma variação dinâmica harmônica à carga “TESTE” existente no modelo, descrita na seção 2.1.

$$F(t) = F_0 \times \cos(\omega t) \quad (2.36)$$

$F(t)$ é a força excitadora em função do tempo, F_0 é a amplitude de excitação (igual a 50 kN/m²) e ω é a frequência circular de excitação.

A frequência circular de excitação foi variada de forma a se obterem os deslocamentos na base da fundação para uma ampla faixa de frequências. A partir desses resultados, foram geradas as curvas de amplificação dinâmica vs. frequências adimensionais e os resultados foram comparados com os obtidos a partir de LUCO (1976).

No SAP2000 deve-se primeiro definir a função excitadora da força. Em *Define*, depois *Functions* seleciona-se a opção *Time History...* Na janela que aparece na Figura 2-35, define-se o tipo de função em *Choose Function Type to Add*. Para o caso atual é escolhida a opção *Cosine* e é criada a nova função em *Add New Function...*

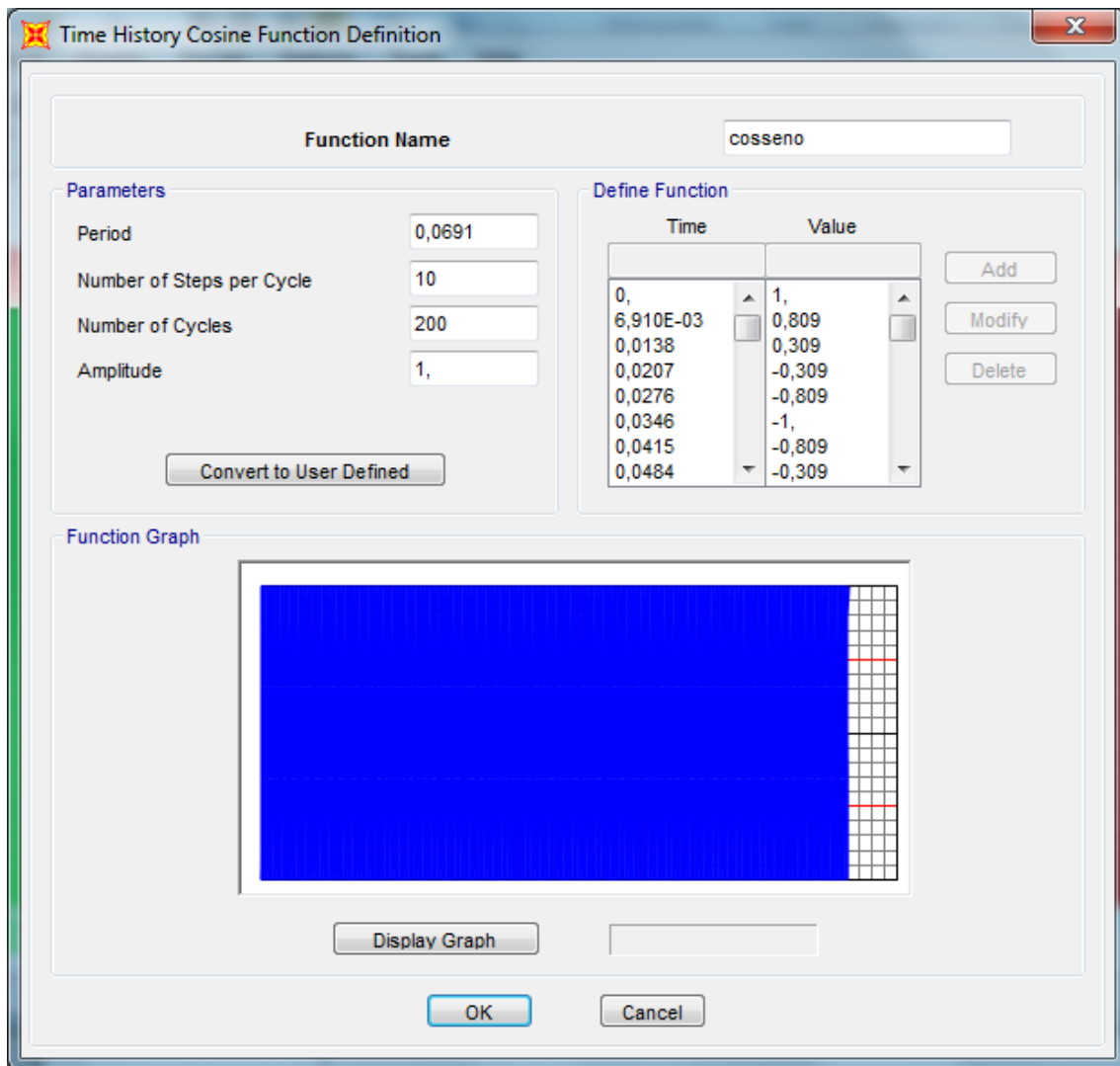


Figura 2-35 – Definição dos parâmetros para a função escolhida (cosseno)

Nessa janela definem-se os seguintes parâmetros da função:

- Período;
- Número de etapas por ciclo;
- Número de ciclos;
- Amplitude.

O período, em s , é o parâmetro variável que depende da frequência adimensional a_0 . Os outros parâmetros são fixados: 10 para o número de etapas por ciclo, 200 para o número de ciclos e 1 para a amplitude. O número de ciclos deve ser grande o suficiente para o gráfico de deslocamentos do nó apresentar os estados transiente e permanente. A amplitude é fixada como 1 porque considera-se como amplitude a força estática “TESTE”.

Para associar o gráfico definido à força “TESTE” já criada, deve-se definir um novo *Load Case* em *Define, Load Cases..., Add New Load Case...* Deve-se selecionar em *Load Case Type* a opção *Time History* para uma análise no tempo (Figura 2-36).

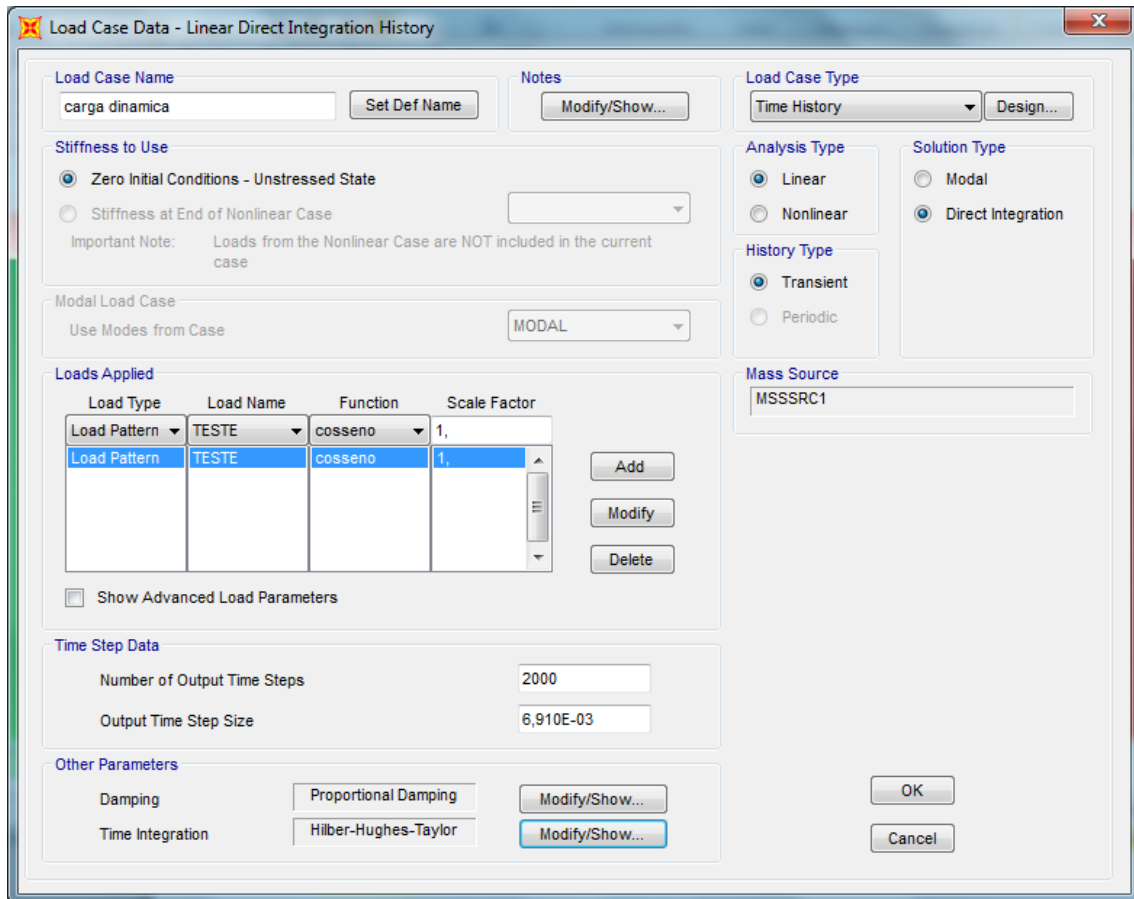


Figura 2-36 – Definição do *Load Case*: carga dinâmica

A associação da carga com o gráfico para considerá-lo como frequência de excitação é feita em *Loads Applied*. Em *Load Type* é escolhida a opção *Load Pattern*. Em *Load Name* a força aplicada é considerada como a amplitude, no caso a carga “TESTE”. Em *Function* é a função definida, no caso “cosseno”. Depois de selecionadas as opções, deve-se clicar em *Add*.

Em *Time Step Data* define-se *Number of Output Time Steps*, ou número de saídas dos tempos de etapa, e *Output Time Step Size*, ou o tamanho dos tempos de saída das etapas. O primeiro é igual ao valor de Número de etapas por ciclo vezes o Número de ciclos, ambos definidos no gráfico da função. O segundo é igual ao período, definido na função, dividido por 10. Ou seja, também é um valor variável dependendo do a_0 .

Em *Other Parameters* define-se a matriz de amortecimento, *Damping*, e o tempo de integração, *Time Integration*. A matriz de amortecimento é definida como uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez com coeficientes automaticamente ajustados pelo programa para uma faixa de 10 a 60 Hz e amortecimento considerado de 0,02. Esses valores podem ser vistos clicando em *Modify/Show...*

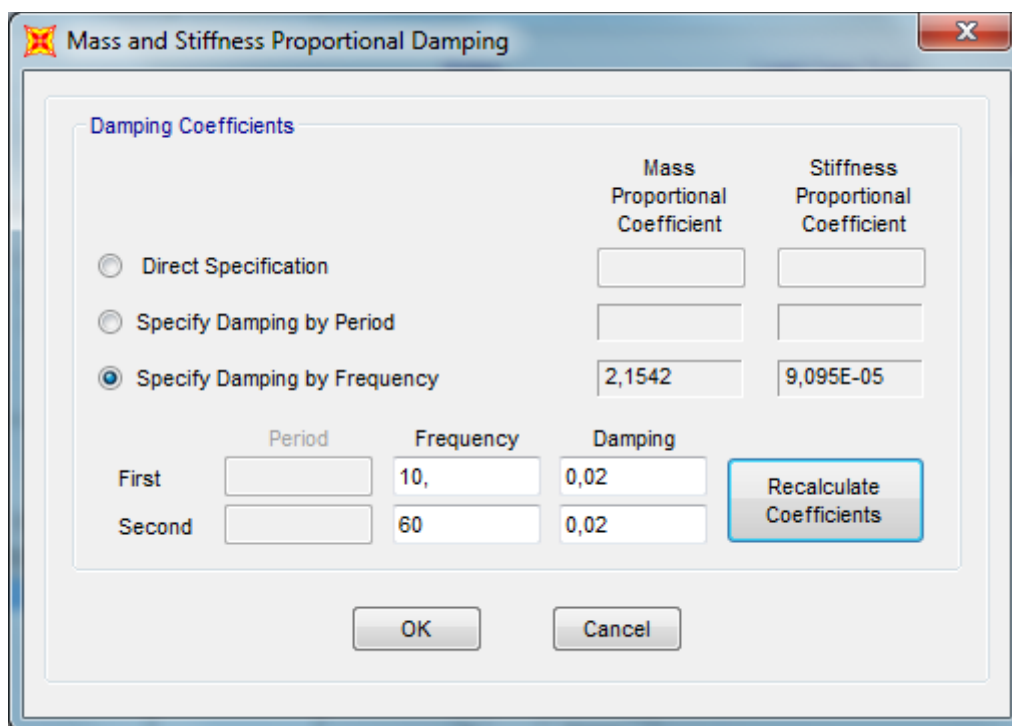


Figura 2-37 – Definição da matriz de amortecimento.

A faixa de frequência definida, 10 a 60 Hz, é automática e não afeta os resultados já que a dissipação de energia por amortecimento de radiação é muito maior que a dissipação por amortecimento interno do solo.

A opção de integração no tempo escolhida é *Hilber-Hughes-Taylor* com parâmetros *gamma*, *beta* e *alpha* respectivamente iguais a 0,5, 0,25 e 0.

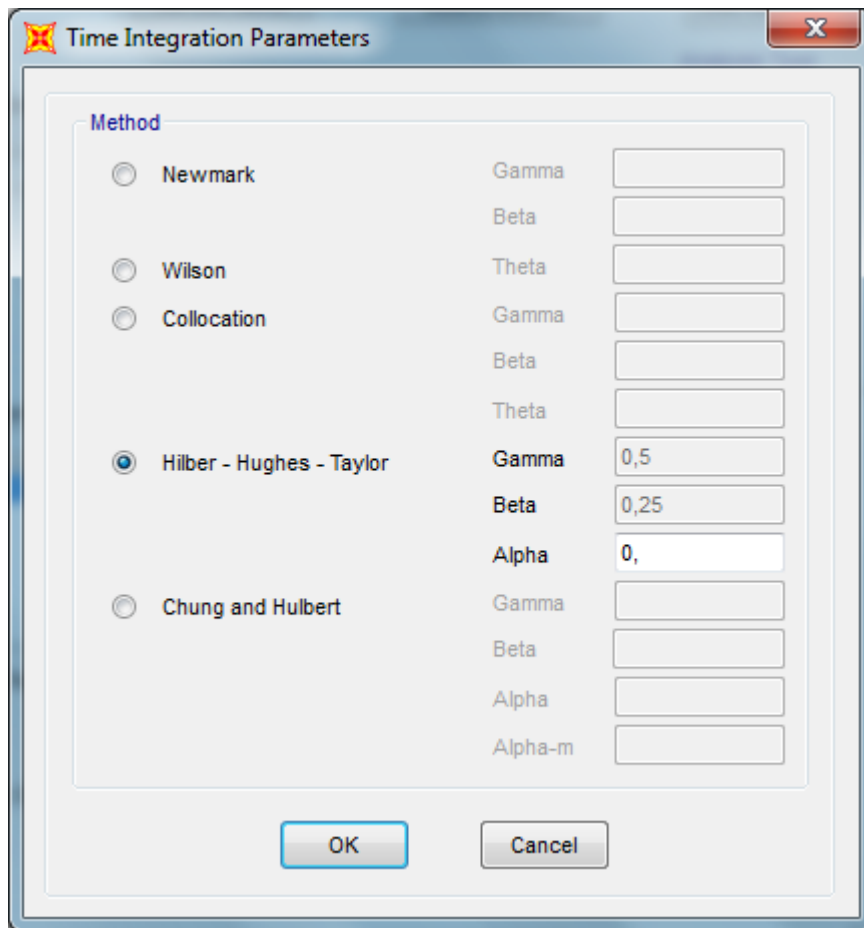


Figura 2-38 – Definição do tempo de integração

Além disso, são escolhidas as opções de análise linear (*Analysis Type – Linear*) e integração numérica direta (*Solution Type – Direct Integration*).

Com a função excitadora da força e o *Load Case* definidos pode-se processar o modelo e extrair os resultados. Para isso, deve-se selecionar a opção *Show Plot Functions...* em *Display*. A janela que aparece está mostrada na Figura 2-39.

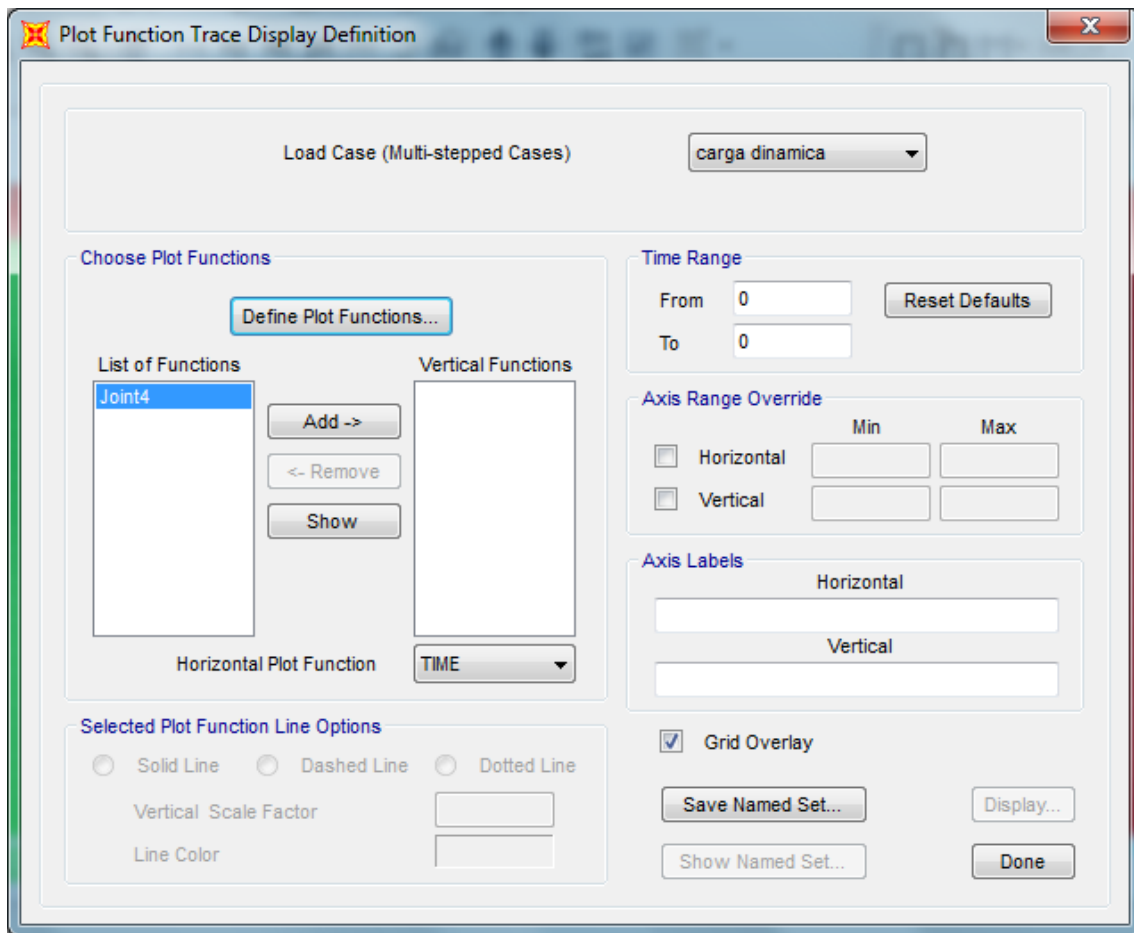


Figura 2-39 – Janela *Plot Functions* para extração dos resultados

Para a escolha do gráfico que será plotado deve-se clicar em *Define Plot Functions...* Como deseja-se observar a variação do deslocamento do nó exatamente abaixo da fundação, em *Choose Function Type to Add*, escolhe-se a opção *Add Joint Disps/Forces* (Figura 2-40).

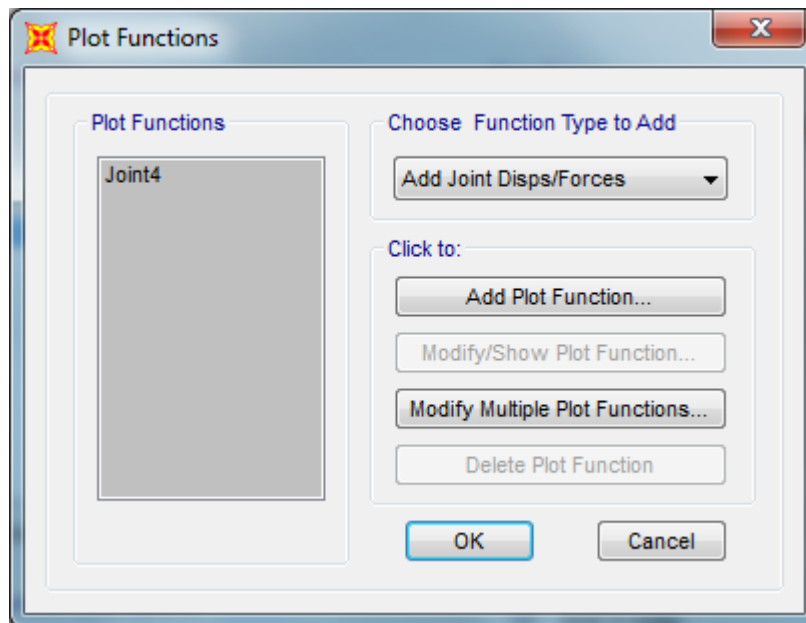


Figura 2-40 – Janela *Plot Functions* para definição do gráfico

Clicando em *Add Plot Function...* define-se a saída desejada (*Vector Type*) como deslocamento (*Displ*) e a direção desejada (*Component*) como UZ, que é o deslocamento vertical do nó. Além disso, deve-se digitar o número do nó desejado em *Joint ID*.

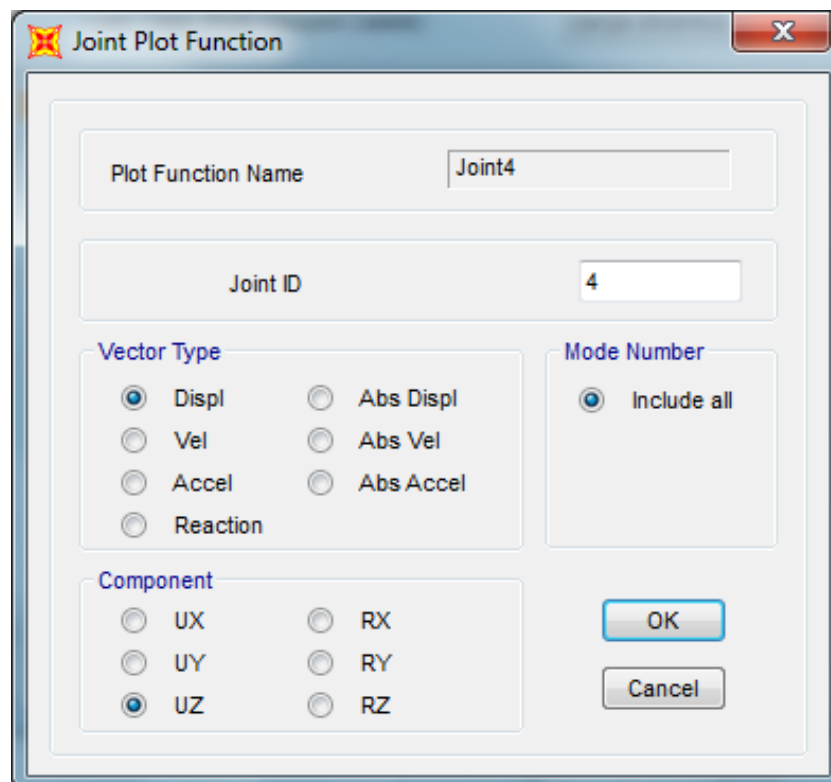


Figura 2-41 – Janela *Joint Plot Function* para definição do gráfico desejado.

Depois de definidas as opções clica-se em OK e é possível ver a função escolhida em *List of Functions* na janela principal. Escolhe-se a função criada e depois se clica em *Add->* para a mesma função aparecer na opção *Vertical Functions*.

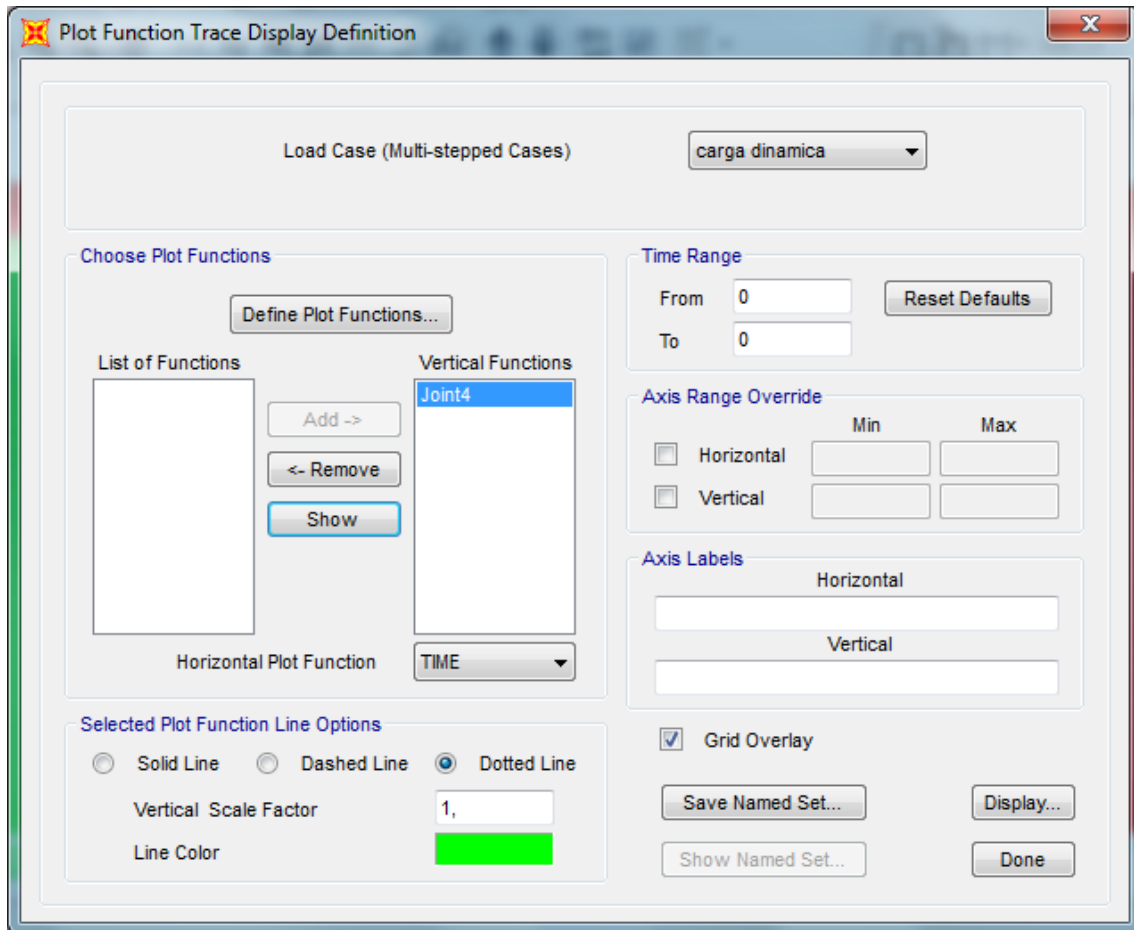


Figura 2-42 – Definição do gráfico desejado

Com a função selecionada, pode-se escolher as opções gráficas do gráfico em *Selected Plot Function Line Options*, como o tipo da linha, sua cor e o fator de escala vertical. Clicando em *Display...* podemos observar o gráfico, mostrado na Figura 2-43.

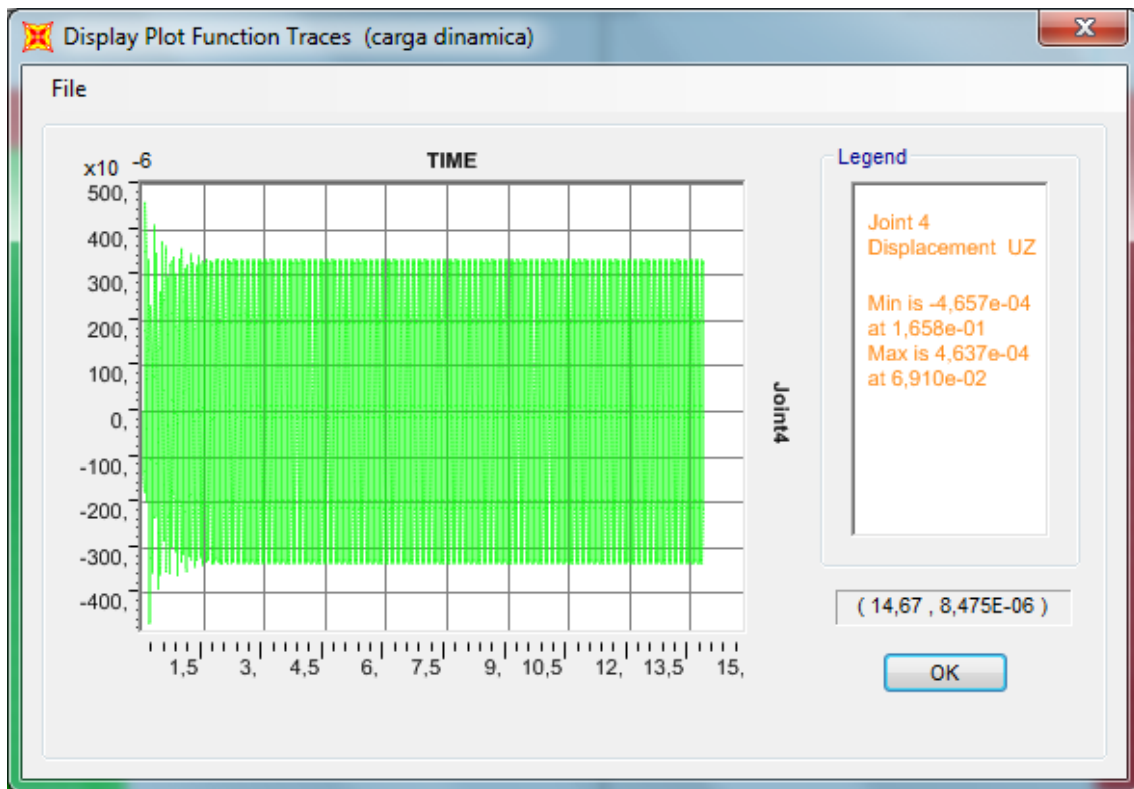


Figura 2-43 – Gráfico de deslocamento do nó abaixo da fundação no tempo

No gráfico, podemos observar um primeiro estágio até aproximadamente 1,5 s. onde aparece o deslocamento máximo e ocorre contínua redução do seu valor a cada ciclo. Essa primeira parte do gráfico é o estado transiente. Depois desse estágio, temos o estado permanente, onde os deslocamentos permanecem dentro dos mesmos limites. Desse estágio retiramos o valor do deslocamento dinâmico máximo, a partir do próprio gráfico. É possível dar *zoom* no gráfico com o *mouse*, arrastando o botão na área desejada para se obter um resultado mais preciso. Além disso, pode-se concluir que o número de ciclos definidos anteriormente foi suficiente, já que o gráfico apresenta os estados transiente e permanente.

Dessa forma, os modelos, para fundação leve e pesada, foram rodados diversas vezes para os diferentes valores de a_0 , com o objetivo de se plotar o gráfico D vs. a_0 . A cada análise os valores do período da força excitadora e o *Output Time Step Size* na definição do *Load Case* foram atualizados.

Com os valores desejados de a_0 definidos, o período da força excitadora T é encontrado através da seguinte expressão, sabendo-se que $T=2\pi/\omega$.

$$T = \frac{2 * \pi * V_s}{R} \quad (2.37)$$

Nesta expressão temos:

- T - período em s;
- V_s - velocidade de propagação da onda de cisalhamento da 1ª camada em m/s;
- R - raio da fundação em m.

Os valores obtidos dessa forma são apresentados nas Tabelas 2-23 e 2-24, juntamente com o respectivo valor obtido por Luco, para cada cenário. O gráfico obtido através dos modelos é plotado juntamente com o obtido através do método de Luco, já apresentado anteriormente. Para a obtenção do valor de D , foi encontrado um valor de 0,001437 m para o deslocamento estático.

Tabela 2-23 – Valores obtidos de D para o modelo com fundação leve

a_0	ω	T (s)	$u(t)_{\text{máx}}$	D	D_{LUCO}
0,1	3,0317	2,0725	0,0015	1,043696	1,025
0,2	6,0634	1,0362	0,00159	1,106318	1,05
0,3	9,0951	0,6908	0,00169	1,175898	1,096
0,4	12,1268	0,5181	0,00186	1,294183	1,172
0,5	15,1585	0,4145	0,00207	1,440301	1,294
0,6	18,1902	0,3454	0,00233	1,621208	1,495
0,7	21,2219	0,2961	0,00298	2,073476	1,85
0,8	24,2536	0,2591	0,00461	3,207626	2,576
0,9	27,2853	0,2303	0,00786	5,468967	4,555
1	30,3170	0,2072	0,00453	3,151962	8,435
1,1	33,3486	0,1884	0,00336	2,337879	3,51
1,2	36,3803	0,1727	0,00205	1,426385	1,877
1,3	39,4120	0,1594	0,00134	0,932368	1,235
1,4	42,4437	0,1480	0,00107	0,744503	0,902
1,5	45,4754	0,1382	0,00099	0,688839	0,702
2	60,6339	0,1036	0,000531	0,369468	0,321
2,3	69,7290	0,0901	0,000385	0,267882	0,246
2,4	72,7607	0,0864	0,000446	0,310326	0,23
2,5	75,7924	0,0829	0,000443	0,308238	0,218
2,7	81,8558	0,0768	0,000387	0,269274	0,2
3	90,9509	0,0691	0,000333000	0,231701	0,187

Tabela 2-24 – Valores obtidos de D para o modelo com fundação pesada

a_0	ω	T (s)	$u(t)_{\text{máx}}$	D	D_{LUCO}
0,1	3,0317	2,0725	0,00158	1,09936	1,051
0,2	6,0634	1,0362	0,0018	1,252435	1,051
0,3	9,0951	0,6908	0,0023	1,600334	1,051
0,4	12,1268	0,5181	0,00356	2,477039	1,051
0,5	15,1585	0,4145	0,00773	5,378514	1,081
0,6	18,1902	0,3454	0,00259	1,802115	1,125
0,7	21,2219	0,2961	0,00163	1,13415	1,192
0,8	24,2536	0,2591	0,000995	0,692318	1,288
0,9	27,2853	0,2303	0,000682	0,474534	1,425
1	30,3170	0,2072	0,000499	0,347203	1,619
1,1	33,3486	0,1884	0,000412	0,286669	1,917
1,2	36,3803	0,1727	0,000318	0,221264	2,213
1,3	39,4120	0,1594	0,000261	0,181603	2,461
1,4	42,4437	0,1480	0,000222	0,154467	2,364
1,5	45,4754	0,1382	0,000236	0,164208	1,96
2	60,6339	0,1036	0,0000904	0,0629	0,69
2,3	69,7290	0,0901	0,0000671	0,046688	0,476
2,4	72,7607	0,0864	0,0000614	0,042722	0,436
2,5	75,7924	0,0829	0,0000554	0,038547	0,407
2,7	81,8558	0,0768	0,0000497	0,034581	0,379
3	90,9509	0,0691	0,000042200	0,029363	0,452

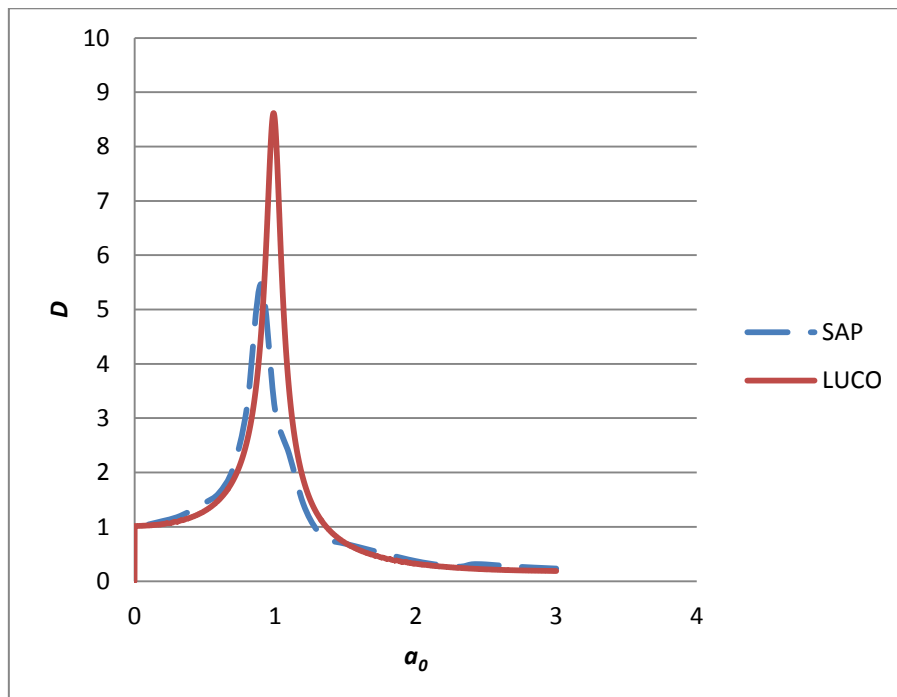


Figura 2-44 – Gráfico D vs. a_0 para fundação leve no caso 2 com $h/a=2$

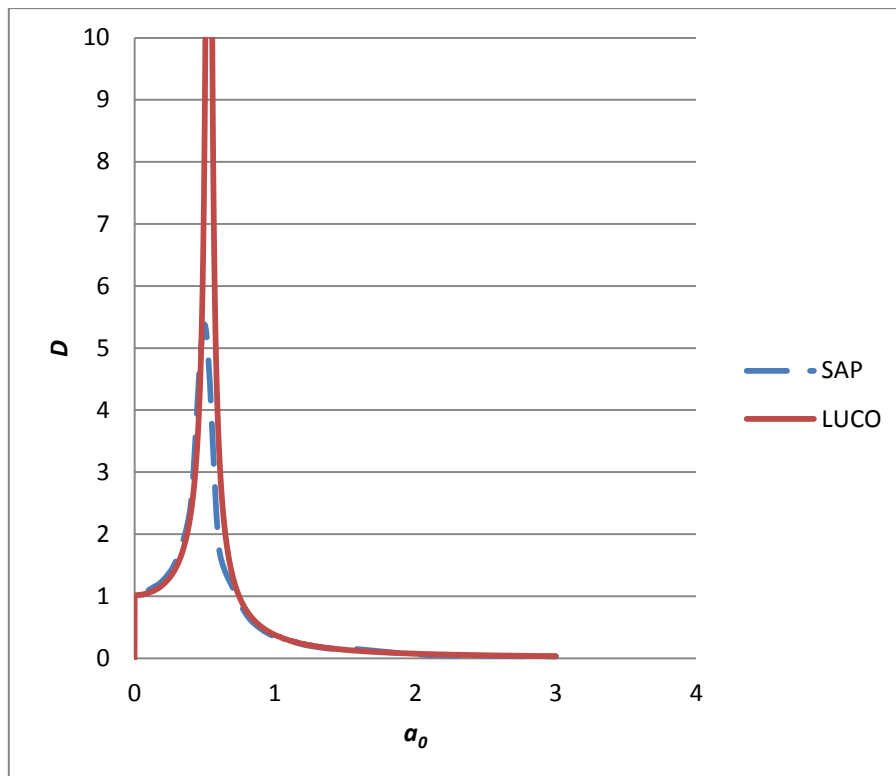


Figura 2-45 – Gráfico D vs. a_0 para fundação pesada no caso 2 com $h/a=2$

A partir dos resultados obtidos é possível se concluir que o modelo em elementos finitos usado para representar a fundação/solo tem a resposta muito próxima à resposta obtida com a formulação de Luco, considerada como referência. Assim, os modelos são considerados como validados e podem ser usados para simular o solo estratificado sujeito a cargas dinâmicas de maneira satisfatória.

2.6. Modelo dinâmico com fundação profunda em solo homogêneo

Na avaliação do modelo dinâmico com fundação profunda serão analisados três cenários de profundidade da estaca: 200 m, 16 m e 30 m e três casos de carga variando a frequência circular de excitação da força: 21,222, 33,349 e 72,761 rad/s. Para isso serão utilizadas as propriedades do solo para a 1ª camada conforme o caso 2 de Luco com os valores de rigidez e de amortecimento já mostrados e calculados na seção 2.5. As propriedades da estaca serão as reais, conforme a seção 2.3, com o material “C30”. Como base será utilizada a geometria apresentada na seção 2.3, variando-se apenas a profundidade da estaca (Figuras 2-46 e 2-47).

Material Property Data

General Data

Material Name and Display Color: C30

Material Type: Concrete

Material Notes: [Modify/Show Notes...](#)

Weight and Mass

Weight per Unit Volume: 25,

Mass per Unit Volume: 2,5493

Units

KN, m, C

Isotropic Property Data

Modulus of Elasticity, E: 26071594,

Poisson, U: 0,2

Coefficient of Thermal Expansion, A: 1,000E-05

Shear Modulus, G: 10863164,

Other Properties for Concrete Materials

Specified Concrete Compressive Strength, f_c: 30000,

Expected Concrete Compressive Strength: 30000,

Lightweight Concrete

Shear Strength Reduction Factor:

Switch To Advanced Property Display

OK Cancel

Figura 2-46 – Propriedades da fundação: C30



Figura 2-47 – Profundidade da estaca (em verde) nos 3 cenários: 200, 16 e 30 m.

Da mesma forma como considerado na seção 2.5, à carga teste foi associada uma variação dinâmica harmônica. A amplitude de excitação é igual à utilizada na seção 2.3, 50000 kN/m².

Com o modelo definido podemos analisá-lo e extrair os resultados. Os resultados são observados em *Show Plot Functions...* conforme descrito anteriormente. Para a verificação do modelo, devemos obter o deslocamento do nó central superior da estaca. Um exemplo do gráfico de deslocamentos no tempo, para a estaca com profundidade de 16 m e frequência circular de excitação da força igual a 72,761 rad/s é apresentado na Figura 2-48.

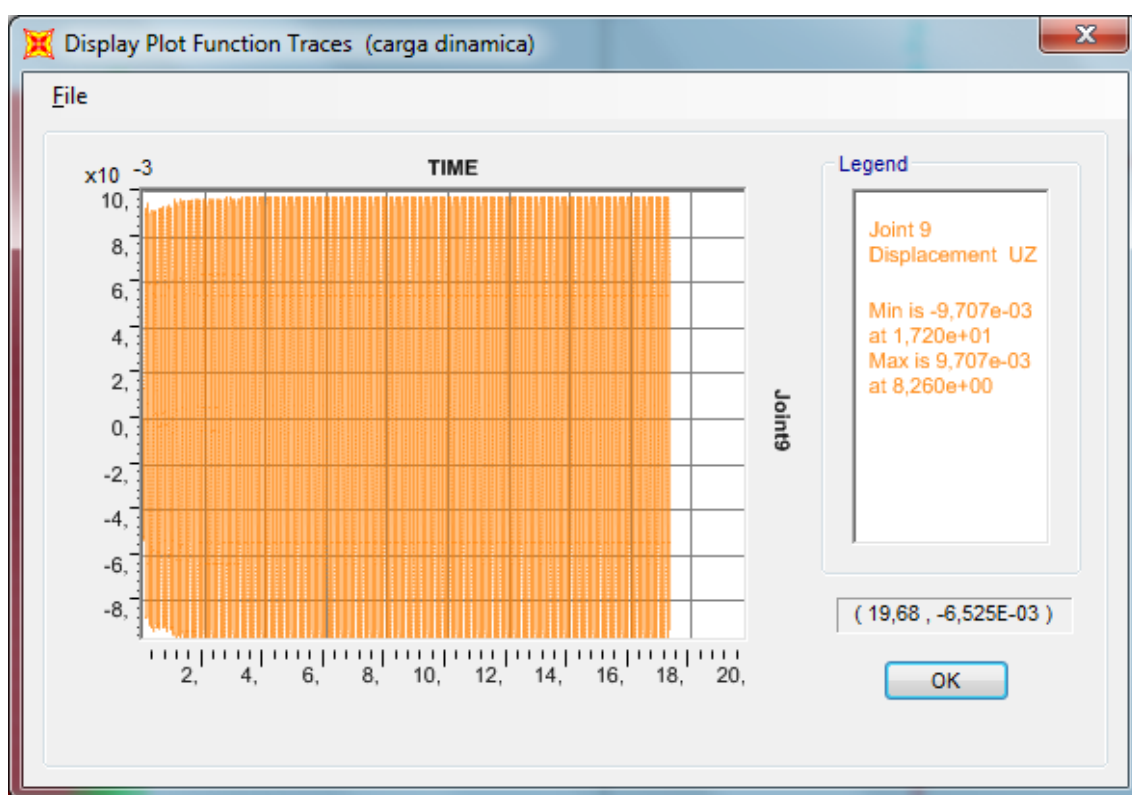


Figura 2-48 – Gráfico de deslocamentos do nó superior central da estaca no tempo

Dessa forma os modelos foram rodados para cada um dos três cenários de profundidade da estaca (200 m, 16 m e 30 m) e três casos de frequência circular de excitação da força (21,222, 33,349 e 72,761 rad/s) e os resultados obtidos são apresentados na Tabela 2-25.

Tabela 2-25 – Resultados obtidos para os três casos e cenários

Casos	T (s)	f (Hz)	ω	Deslocamento obtido no modelo (m)		
				Prof. 200 m	Prof. 16 m	Prof. 30 m
1	0,2961	3,3772	21,222	0,011	0,01115	0,011
2	0,1884	5,3079	33,349	0,00975	0,0098	0,00975
3	0,0864	11,5741	72,761	0,0097	0,0097	0,00975

O valor teórico do deslocamento vertical utilizado como referência é encontrado com a seguinte expressão:

$$\delta_v = \frac{F_{tf}}{K + i * \omega * C} \quad (2.38)$$

Nesta expressão tem-se:

- δ_v - deslocamento vertical;
- F_{tf} - carga total na fundação (kN);
- K – constante de rigidez do solo (kN/m);
- ω - frequência circular de excitação da força;
- C – constante de amortecimento (kNs/m).

Da expressão anterior obtêm-se um resultado com uma parte real e com uma parte imaginária. Assim o deslocamento vertical final δ_{vf} é dado pela seguinte expressão:

$$\delta_{vf} = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (2.39)$$

A é a parte real e B a parte imaginária da resposta.

A carga total na fundação é igual à carga distribuída de 50000 kN/m² vezes a área da estaca ($\pi \times 0,25^2$), resultando em 9817,48 kN. A frequência circular de excitação da força varia de acordo com o caso (21,222; 33,349 e 72,761 rad/s).

Os valores de rigidez e amortecimento do conjunto fundação solo são encontrados com o programa PILAY (NOVAK e ABOUL-ELLA, 1977).

Rodando o programa para cada caso de frequência circular de excitação e profundidade da estaca obtemos os valores de rigidez e amortecimento apresentados na Tabela 2-26. Para mais detalhes, os dados de entrada e saída do programa são apresentados no Anexo A.

Tabela 2-26 – Valores de rigidez e amortecimento obtidos com o programa PILAY

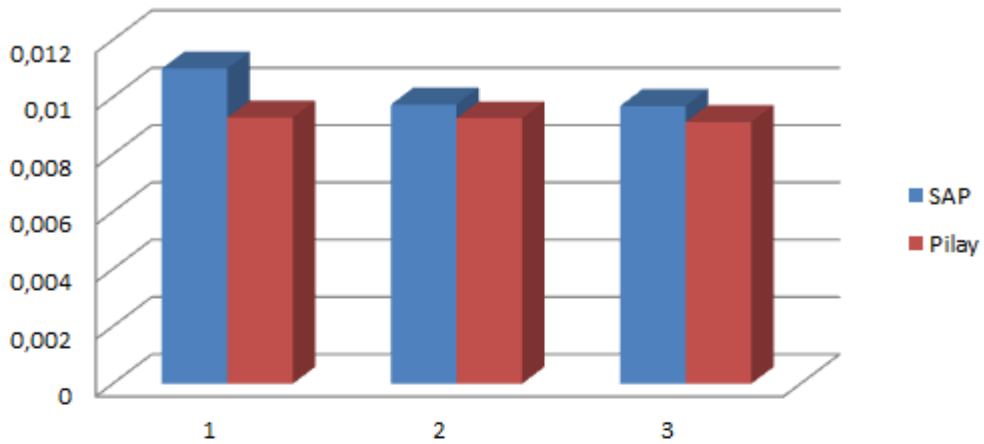
Profundidade da estaca (m)	Caso	ω	K	C
200	Caso 1	21,222	1055910	2245
	Caso 2	33,349	1056600	2244
	Caso 3	72,761	1061500	2233
16	Caso 1	21,222	1053810	2273
	Caso 2	33,349	1054700	2270
	Caso 3	72,761	1060100	2256
30	Caso 1	21,222	1055900	2245
	Caso 2	33,349	1056600	2244
	Caso 3	72,761	1061500	2233

Com os valores de rigidez e amortecimento calculados, pode-se encontrar o deslocamento vertical teórico. Os valores encontrados são apresentados na Tabela 2-27 e na Figura 2-49 juntamente com os valores obtidos com o SAP2000.

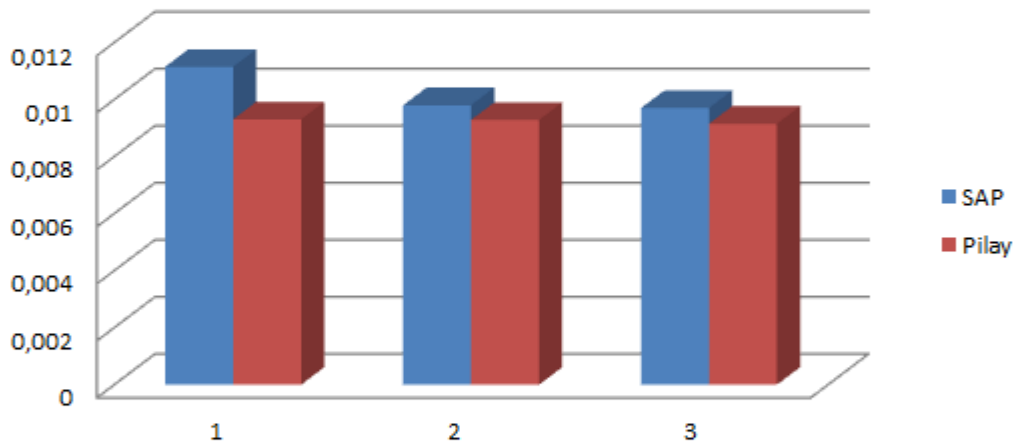
Tabela 2-27 – Comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos

Caso	Profundidade da estaca 200 m		
ω	D_{SAP} (m)	D_{PILAY} (m)	Erro (%)
21,222	0,011	0,009288	15,56
33,349	0,00975	0,009268	4,94
72,761	0,0097	0,009142	5,75
Caso	Profundidade da estaca 16 m		
ω	D_{SAP} (m)	D_{PILAY} (m)	Erro (%)
21,222	0,01115	0,009307	16,53
33,349	0,0098	0,009285	5,26
72,761	0,0097	0,009152	5,65
Caso	Profundidade da estaca 30 m		
ω	D_{SAP} (m)	D_{PILAY} (m)	Erro (%)
21,222	0,011	0,009288	15,56
33,349	0,00975	0,009268	4,94
72,761	0,00975	0,009142	6,24

Estaca com 200 m em solo homogêneo



Estaca com 16 m em solo homogêneo



Estaca com 30 m em solo homogêneo

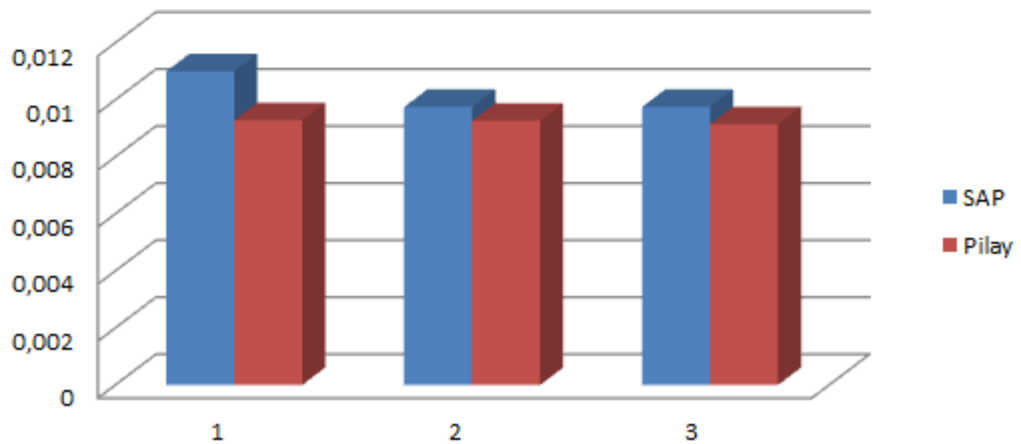


Figura 2-49 – Gráfico de comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos

A partir da tabela e gráfico apresentados acima pode-se perceber que as maiores diferenças foram em torno de 16% para o caso 1 das três diferentes profundidades de estaca. Nos outros casos, o erro variou em torno de 5%. Assim, os valores obtidos com do modelo em elementos finitos são próximos dos valores de referência. Os modelos são considerados como validados e podem ser usados para simular uma fundação profunda sujeita a cargas dinâmicas em solo homogêneo.

2.7. Modelo dinâmico com fundação profunda em solo heterogêneo

Para a avaliação do modelo dinâmico com fundação profunda em solo heterogêneo será utilizado o modelo anterior como base. A geometria, com profundidade da 1ª camada de 16 m, a força aplicada e as propriedades da estaca permanecem as mesmas.

No modelo, será introduzido apenas o semi-espaço, com propriedades segundo o caso 2 de LUCO, já apresentadas. Os valores de constantes laterais de rigidez e amortecimento são iguais aos calculados na seção 2.5 (ver Figura 2-50).



Figura 2-50 – Profundidade da estaca (em preto) nos 3 cenários: 200, 16 e 30 m

São analisados os mesmos casos de profundidade da estaca (200 m, 16 m e 30 m) e frequência circular de excitação da força (21,222; 33,349 e 72,761 rad/s). Os

resultados devem ser extraídos do nó central superior da estaca conforme definido na seção 2.6. Um exemplo do gráfico de deslocamentos com o tempo para a estaca com profundidade de 200 m e frequência circular de excitação da força igual a 72,761 rad/sé apresentado a seguir.

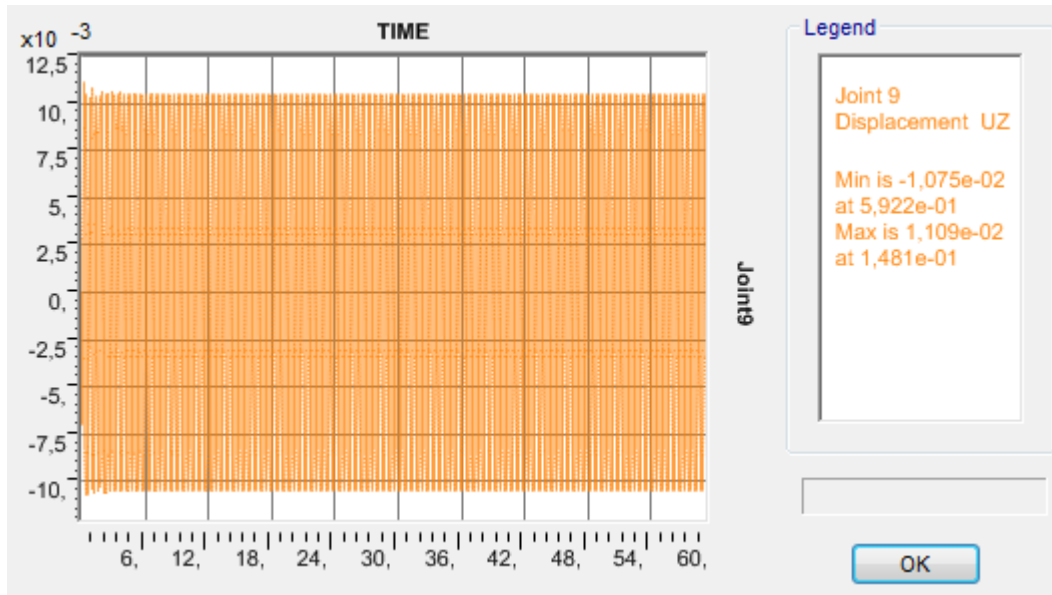


Figura 2-51 – Gráfico de deslocamento do nó superior central da estaca pelo tempo

Assim, os modelos foram processados para cada um dos 3 cenários de profundidade da estaca (200 m, 16 m e 30 m) e para os 3 casos de frequência circular de excitação da força (21,222; 33,349 e 72,761 rad/s). Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 2-28.

Tabela 2-28 – Resultados obtidos para os 3 casos e cenários

Casos	T (s)	f (Hz)	ω	Deslocamento obtido no modelo (m)		
				Prof. 200 m	Prof. 16 m	Prof. 30 m
1	0,2961	3,3772	21,222	0,0105	0,0105	0,0105
2	0,1884	5,3079	33,349	0,0109	0,0112	0,01115
3	0,0864	11,5741	72,761	0,00995	0,0099	0,0099

O valor teórico de referência é encontrado através das expressões para δ_v e δ_{vf} apresentadas na seção 2.6.

$$\delta_v = \frac{F_{tf}}{K + i * \omega * C}$$

$$\delta_{vf} = \sqrt{A^2 + B^2}$$

Da mesma forma, os casos foram processados no programa PILAY. Os valores de rigidez e amortecimento obtidos são apresentados na Tabela 2-29. Para mais detalhes, os dados de entrada e saída do programa encontram-se no Anexo A.

Tabela 2-29 – Valores de rigidez e amortecimento obtidos com o programa PILAY

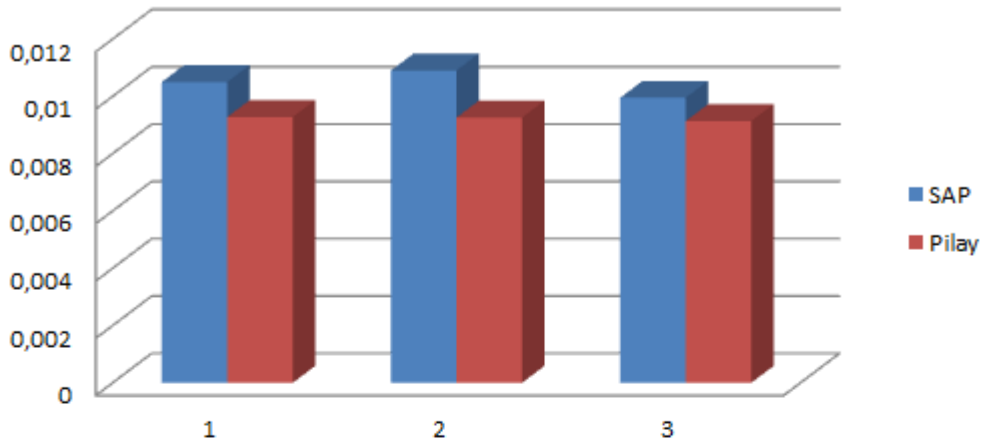
Profundidade da estaca (m)	Caso	ω	K	C
200	Caso 1	21,222	1057100	2228
	Caso 2	33,349	1057800	2227
	Caso 3	72,761	1062300	2219
16	Caso 1	21,222	1055800	2250
	Caso 2	33,349	1056600	2246
	Caso 3	72,761	1061400	2234
30	Caso 1	21,222	1057100	2228
	Caso 2	33,349	1057800	2227
	Caso 3	72,761	1062300	2219

Com os valores de rigidez e amortecimento calculados, pode-se encontrar os deslocamentos verticais teóricos. Os valores encontrados são apresentados na Tabela 2-30 e na Figura 2-52 juntamente com os valores obtidos pelo SAP2000.

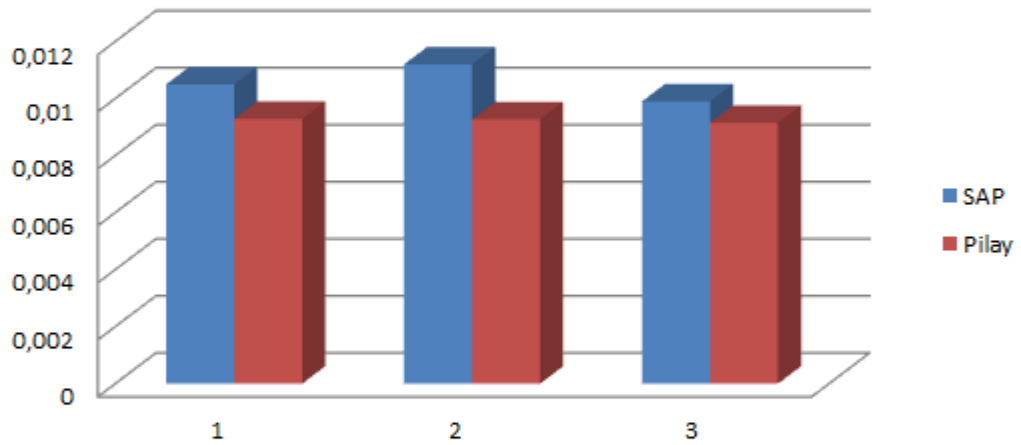
Tabela 2-30 – Comparação entre os valores de deslocamentos verticais obtidos

Caso	Profundidade da estaca 200 m		
ω	D_{SAP} (m)	D_{PILAY} (m)	Erro (%)
21,222	0,0105	0,009278	11,64
33,349	0,0109	0,009259	15,06
72,761	0,00995	0,009137	8,17
Caso	Profundidade da estaca 16 m		
ω	D_{SAP} (m)	D_{PILAY} (m)	Erro (%)
21,222	0,0105	0,009289	11,53
33,349	0,0112	0,009268	17,25
72,761	0,0099	0,009143	7,65
Caso	Profundidade da estaca 30 m		
ω	D_{SAP} (m)	D_{PILAY} (m)	Erro (%)
21,222	0,0105	0,009278	11,64
33,349	0,01115	0,009259	16,96
72,761	0,0099	0,009137	7,71

Estaca com 200 m em solo heterogêneo



Estaca com 16 m em solo heterogêneo



Estaca com 30 m em solo heterogêneo

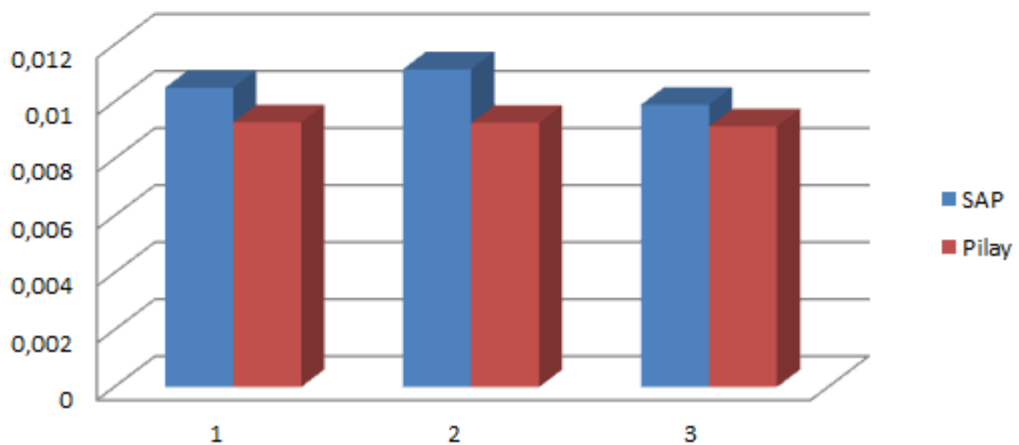


Figura 2-52 – Gráfico de comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos.

A partir da tabela e gráfico apresentados acima pode-se verificar que as maiores diferenças foram em torno de 16% para o caso 2 das três diferentes profundidades de

estaca. Em torno de 11% para o caso 1 das três profundidades e em torno de 8% para o caso 3. Assim, os valores obtidos através do modelo em elementos finitos são próximos dos valores de referência. Os modelos são considerados como validados e podem ser usados para simular uma fundação profunda sujeita a cargas dinâmicas em solo heterogêneo.

3. MODELOS COMPUTACIONAIS ESPACIAIS E VERIFICAÇÕES

Para analisar e validar a modelagem dos solos e a interação solo-estrutura em elementos finitos foram verificados os mesmos casos considerados para o modelo axissimétrico:

- a) Verificação do modelo estático com fundação superficial flexível em solo homogêneo, comparando os resultados com as soluções encontradas em POULOS e DAVIS (1974);
- b) Verificação do modelo estático com fundação superficial rígida em solo homogêneo, comparando os resultados com os obtidos com a fórmula teórica juntamente com a verificação do valor da rigidez das molas;
- c) Verificação do modelo estático com fundação profunda em solo homogêneo, comparando os resultados com os obtidos com a expressão aproximada para a rigidez vertical de estaca longa de ROËSSET (1980);
- d) Verificação do modelo estático com fundação superficial rígida em solo heterogêneo, comparando a rigidez com a obtida por GAZETAS (1983);
- e) Verificação do modelo dinâmico com fundação superficial rígida em solo heterogêneo, comparando os resultados com os valores de LUCO;
- f) Verificação do modelo dinâmico com fundação profunda em solo homogêneo, comparando os resultados com os obtidos com o programa PILAY;
- g) Verificação do modelo dinâmico com fundação profunda em solo heterogêneo, comparando os resultados com os obtidos com o programa PILAY.

Os modelos foram desenvolvidos com o programa SAP2000 (CSI COMPUTERS & STRUCTURES, 2010) com elementos do tipo *solid* (modelo tridimensional) com força excitadora vertical. As fundações superficiais e profundas consideradas modelam sapatas circulares e estacas circulares.

3.1. Modelo estático com fundação superficial flexível em solo homogêneo

O modelo tridimensional é mais complexo e de solução computacional mais lenta que o axissimétrico, por isso possui geometria diferente do modelo anterior. Ele é menor, possuindo um menor número de nós e elementos, mas a relação entre profundidade e raio foi mantida a mesma. Assim, o modelo possui profundidade igual a 90 m e raio igual a 36 m. O raio e a altura da fundação são os mesmos, iguais a 8 m e 0,2 m, e os elementos foram divididos na mesma malha de 2 m x 2 m (ver Figura 3-1).

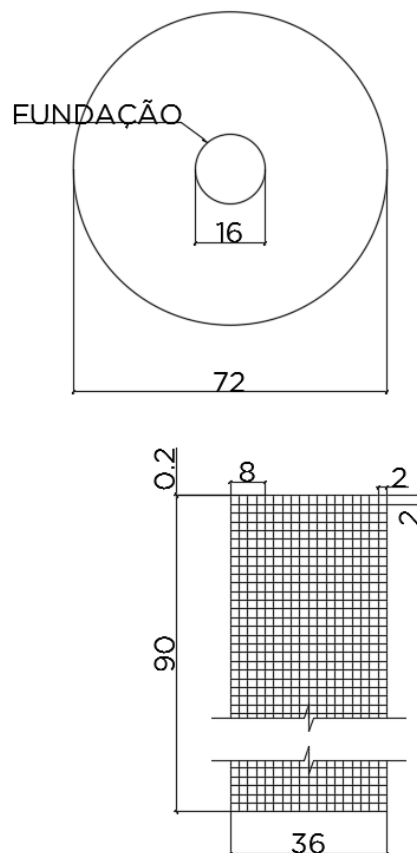


Figura 3-1 – Esquema com as dimensões utilizadas no modelo 3D em elementos finitos

O modelo em três dimensões surge a partir da revolução do modelo em duas dimensões ao redor do eixo vertical z . Para isso devemos ter o modelo em 2D feito e deve-se criar as propriedades do elemento sólido. Na barra principal do programa escolhe-se *Define, Section Properties, Solid Properties...* . Na janela que abrirá cria-se a nova propriedade em *Add New Property...* (ver Figuras 3-2 e 3-3).

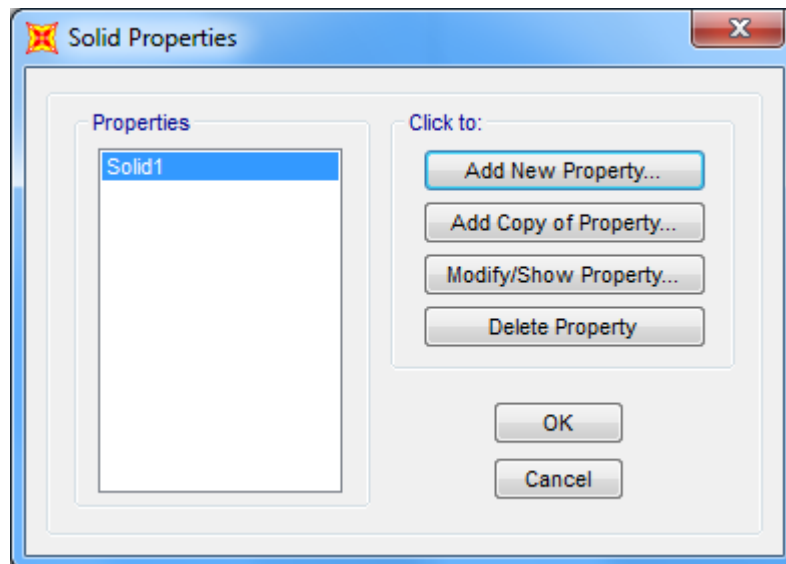


Figura 3-2 – Janela *Solid Properties*

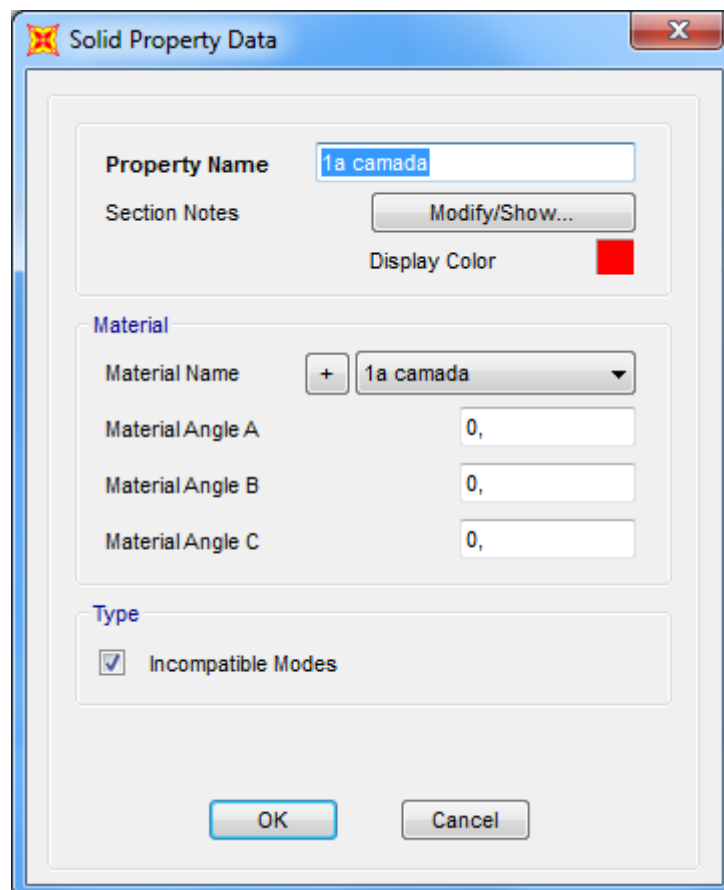


Figura 3-3 – Definição das propriedades do elemento sólido

Esse novo elemento sólido foi chamado de 1ª camada e foi associado ao material da 1ª camada, já explicitado no item 2.1. Não foram atribuídos ângulos ao material e a opção de *Incompatible Modes* foi marcada.

O *extrude* do modelo 2D para o modelo 3D será feito em torno do eixo z. Porém o modelo está centrado no eixo z e para que o programa faça este *extrude* é necessário um espaço entre os elementos de área e o eixo, resultando num furo no centro do modelo 3D. Assim, os nós dos elementos que estão sobre o eixo z devem ser movidos para o lado. No modelo em questão eles foram movidos de 1 cm para o lado, resultando num furo no centro do modelo 3D de raio igual a 1 cm. Esses nós são movidos através da opção *Edit, Move...* .A janela que aparece (ver Figura 3-4) tem como referência os eixos globais do modelo.

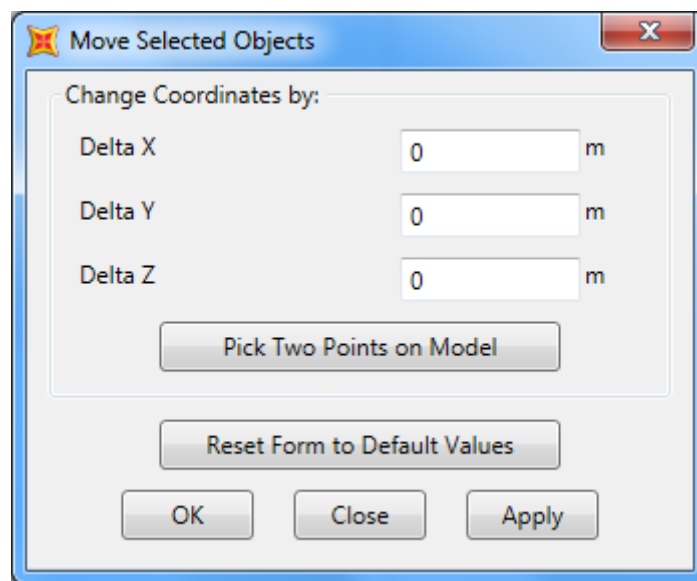


Figura 3-4 – Janela *Move Selected Objects*

Quando esses nós são movidos, os elementos de área não são movidos totalmente para o lado, mas sim passam a ter um comprimento menor. No modelo em questão, ficaram com 1,99 m de comprimento.

Para a revolução do modelo axissimétrico, depois dos elementos serem seleccionados, deve-se escolher a opção *Edit, Extrude, Extrude Areas to Solids...* . Na janela que aparece (ver Figura 3-5) deve-se a escolher a aba *Radial*.

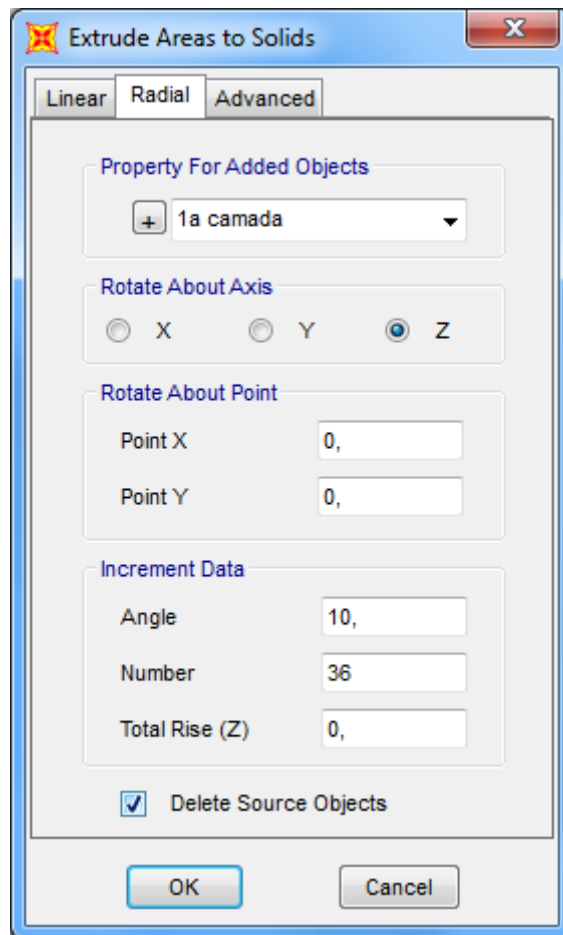


Figura 3-5 – Aba *Radial* da janela *Extrude Areas to solids*

Associa-se aos novos elementos sólidos, que serão modelados, a propriedade que foi criada, 1ª camada, em *Property For Added Objects*. Em *Rotate About Axis* e *Rotate About Point* escolhe-se o eixo e o ponto de rotação, que é o eixo vertical z no ponto (0,0). Em *Increment Data* escolhe-se o ângulo que cada elemento criado terá e o número total de elementos que se deseja. Cada elemento terá um ângulo de 10 graus e o total de elementos é 36 (ver Figura 3-6 e 3-7).

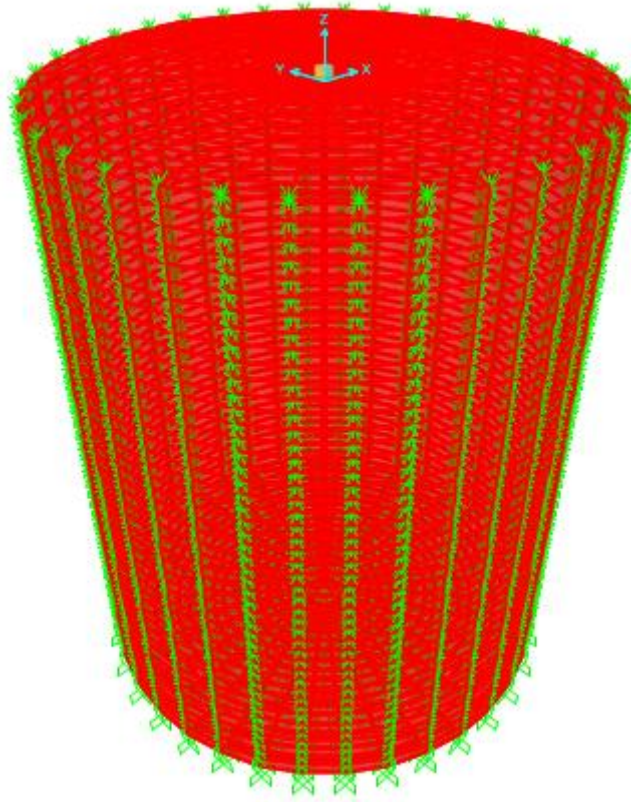


Figura 3-6 – Modelo 3D em elementos finitos

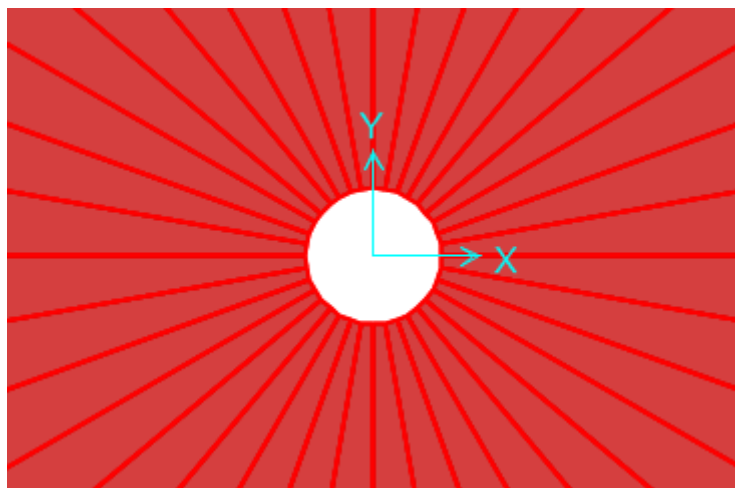


Figura 3-7 – Abertura de 1 cm de raio no centro do modelo 3D

Para a 1ª validação do modelo tridimensional é feita a comparação de soluções com as encontradas em POULOS e DAVIS (1974) para uma carga vertical, da mesma forma que foi feito no item 2.1. O material da fundação é considerado como flexível e as suas propriedades são iguais às do solo.

Nas fronteiras do modelo foram inseridas as condições de contorno: os nós da base do modelo foram considerados como engastados e os nós laterais como apoiados nas direções horizontais, eixos x e y .

A carga na fundação é igual a 50 kN/m^2 . A aplicação desta carga no modelo é feita através da barra principal *Assign, Solid Loads, Surface Pressure...*. A força deve ser aplicada no nível da fundação e para isso é escolhida a face 3 em *Loaded Face* (ver Figura 3-8).

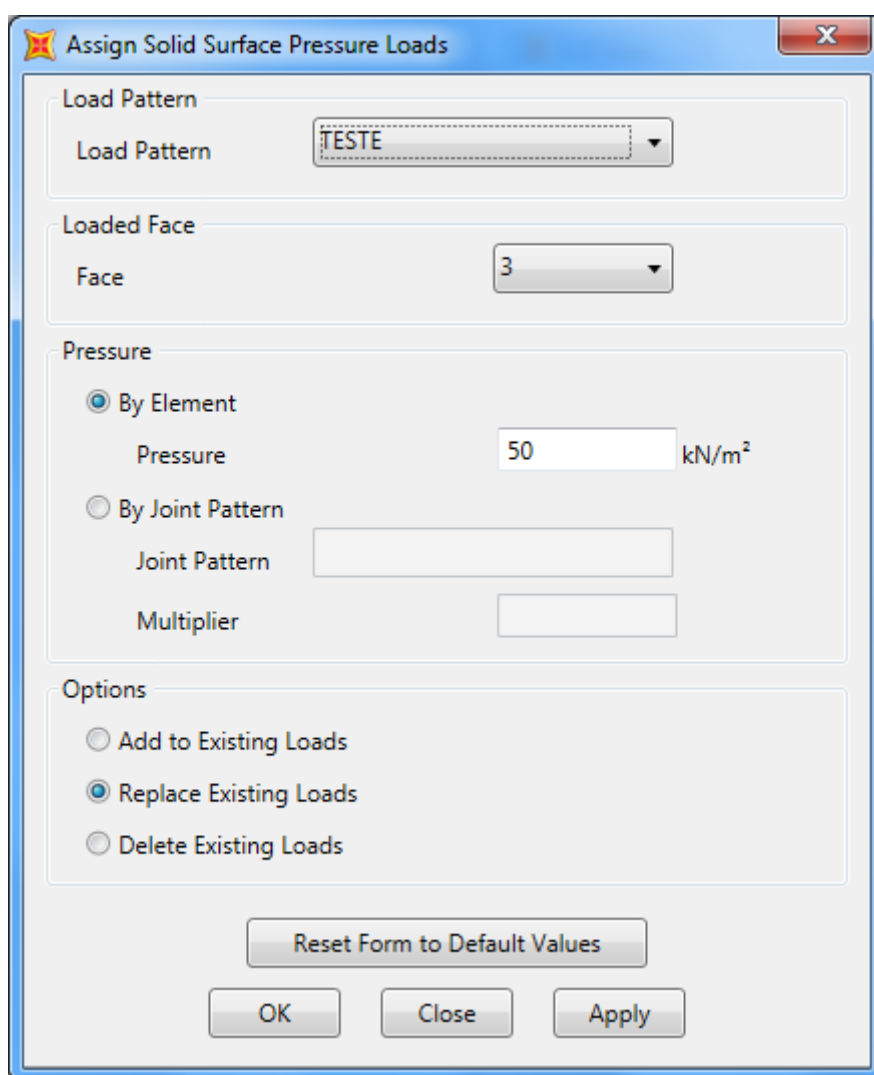


Figura 3-8 – Aplicação da carga no modelo 3D

Com o modelo definido podemos analisá-lo. Os resultados de deformações e tensões são apresentados nas Figuras 3-9 e 3-10.

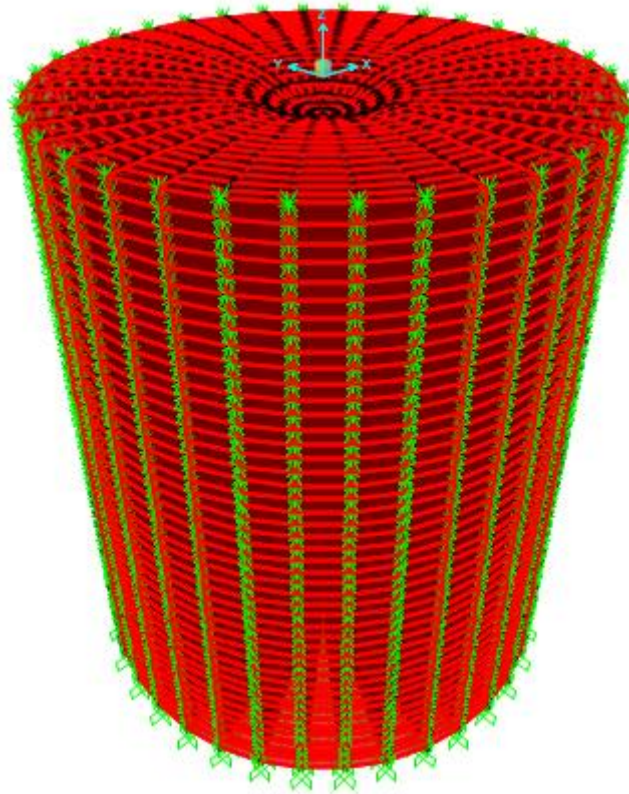


Figura 3-9 – Deformações no modelo 3D

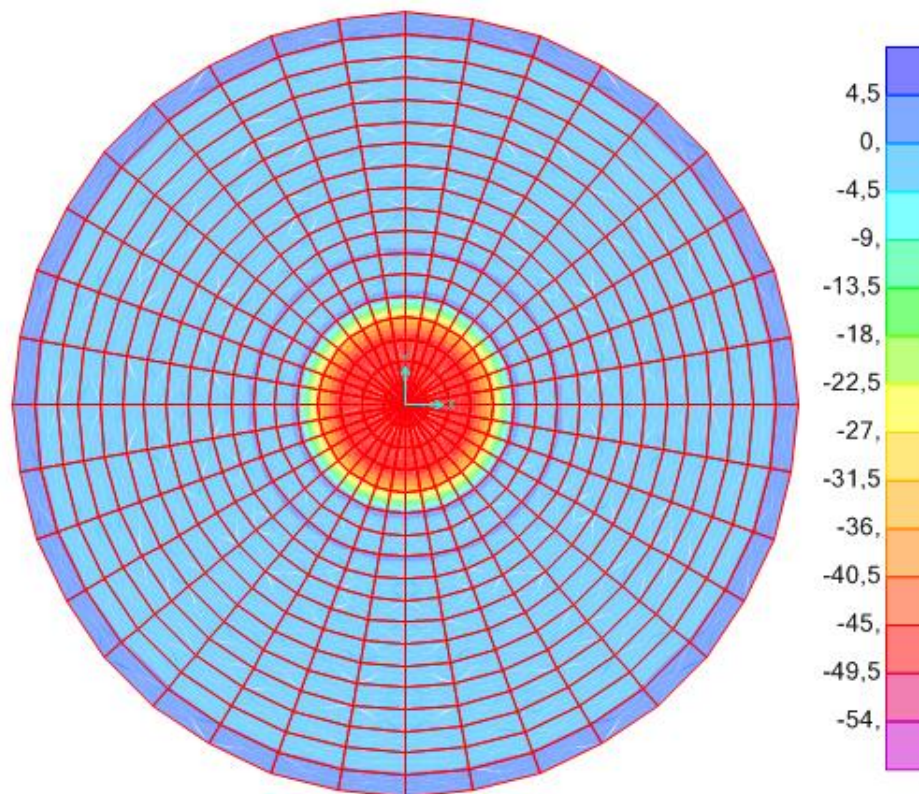


Figura 3-10 – Tensões verticais no plano $x=0$ (kN/m²)

Para a comparação com a resolução de POULOS e DAVIS (1974) são utilizados os mesmos resultados apresentados na seção 2.1. Estes resultados são reapresentados na Tabela 3-1.

Tabela 3-1 – Valores de deformações e tensões em cada ponto

z	Δ_z (m)	σ_z (kN/m ²)
0	-0,0028	-50,000
-5	-0,0021	-42,536
-10	-0,0015	-26,143
-20	-0,0009	-9,980
-30	-0,0006	-5,087

Os valores de tensões e deformações para os mesmos pontos foram extraídos do modelo e os resultados são comparados na Tabela 3-2.

Tabela 3-2 – Comparação dos resultados com o modelo 3D

Parâmetros de saída	Posição vertical (m)	SAP2000	POULOS e DAVIS (1974)	Diferença Percentual
U_z (m) em $r = 0$ m	$z = 0$ m	-0,0027	-0,0028	4%
	$z = -5$ m	-0,0021	-0,0021	4%
	$z = -10$ m	-0,0014	-0,0015	9%
	$z = -20$ m	-0,0008	-0,0009	8%
	$z = -30$ m	-0,0006	-0,0006	13%
Tensão vertical (kN/m ²) em $r = 0$ m	$z = 0$ m	-52,5500	-50,000	-5%
	$z = -5$ m	-39,3400	-42,536	8%
	$z = -10$ m	-23,2600	-26,143	11%
	$z = -20$ m	-9,1700	-9,980	8%
	$z = -30$ m	-4,9600	-5,087	3%

Pode-se concluir que os resultados do modelo em elementos finitos estão coerentes com os obtidos com a formulação de POULOS e DAVIS (1974). A diferença percentual máxima entre os valores é de apenas 13%.

3.2. Modelo estático com fundação superficial rígida em solo homogêneo

Para a verificação da fundação superficial rígida foi utilizado o modelo anterior como base. A geometria, a carga e as características do solo são as mesmas, mas para essa verificação o material da fundação deve ser considerado como rígido. Assim foram

utilizadas as mesmas propriedades do material chamado *E grande*, apresentado na seção 2.2.

Além disso, as molas devem ser inseridas no modelo, alterando as condições de contorno na fronteira. Portanto, em sua lateral, foram aplicados *Links* discretos, do tipo *Linear*, nas direções horizontal e vertical. Os valores dos coeficientes de rigidez horizontal (K_H) e vertical (K_V) são os mesmos apresentados na seção 2.2 e reapresentados a seguir.

$$K_H = 4 \cdot G \cdot t \quad (3.1)$$

$$K_V = 2,5 \cdot G \cdot t \quad (3.2)$$

$$K_H = 4 \cdot 100000 \cdot 2 = 800000 \text{ kN/m} \quad (3.3)$$

$$K_V = 2,5 \cdot 100000 \cdot 2 = 500000 \text{ kN/m} \quad (3.4)$$

Em todos os pontos do modelo, a rigidez horizontal da mola deve ser aplicada na direção do centro da circunferência. Porém, como já explicitado na seção 2.2, os valores da rigidez dos *Links* são aplicados de acordo com o seu eixo local. São apresentados na Figura 3-11 os eixos locais dos *Links* numa vista em planta.

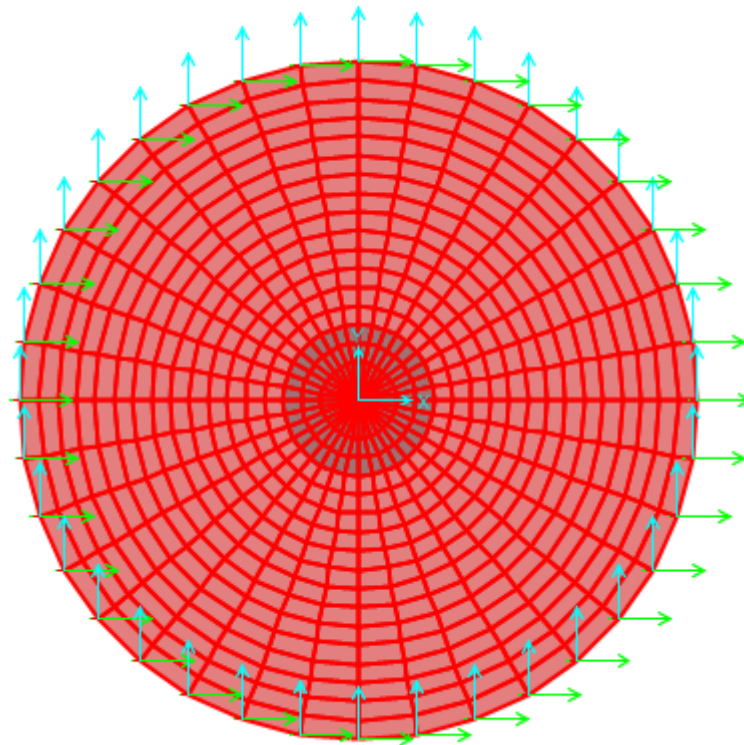


Figura 3-11 – Eixos locais dos *Links* no plano *x-y*

Como visto na seção 2.2, o eixo U1 é representado pela cor vermelha e indica a direção vertical. Os outros eixos, U2 e U3, que aparecem na Figura 3-11, são representados pelas cores verde e ciana, respectivamente, e indicam as direções x e y relativas ao eixo global. O valor da rigidez horizontal deve ser decomposto nas duas componentes horizontais conforme o eixo local do *Link* (U2 e U3). Essa decomposição é apresentada na Figura 3-12 e nas fórmulas apresentadas em seguida.

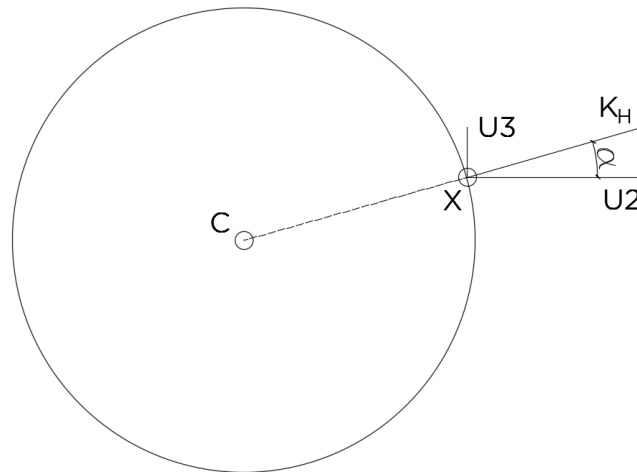


Figura 3-12 – Decomposição de K_H em U2 e U3 em um ponto qualquer x

$$U2 = K_H \cdot \cos(\alpha) \quad (3.5)$$

$$U3 = K_H \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (3.6)$$

Outra opção possível, que não foi feita, seria a rotação do eixo local do *Link* para que cada elemento, independente de sua posição, apresentasse o eixo U2 na direção do centro do modelo. Nesse caso todos os *Links* teriam a mesma propriedade com os valores de rigidez apresentados anteriormente.

Para otimizar a aplicação dos *Links* no modelo, eles foram inseridos através de tabelas Excel fornecidas pelo programa. Primeiro é necessário se definir as propriedades dos *Links*. A cada ponto x do modelo tem-se valores diferentes de U2 e U3, independentemente da sua profundidade. Para se definir estas propriedades utilizando as tabelas, deve-se acessar *Show Tables...* em *Display* (Figura 3-13).

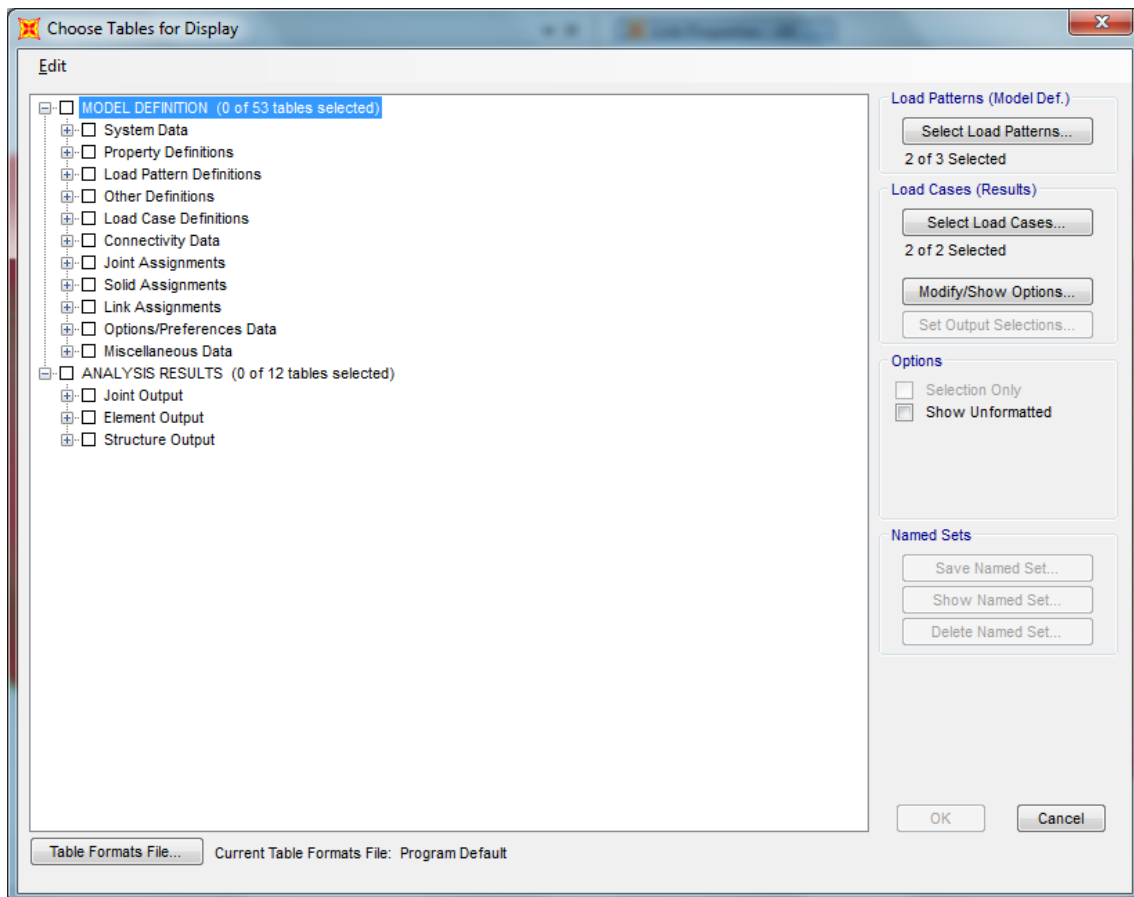


Figura 3-13 – *Show Tables...* em *Display*.

Para se criar e definir as propriedades dos *Links*, as opções a seguir devem ser marcadas, dentro de *Property Definitions* seguido de *Link Properties*:

- *Link Property Definitions 01 – General*
- *Link Property Definitions 02 – Linear*

Essas opções somente ficam disponíveis se já tiver sido criado ao menos uma propriedade de *Link* do tipo *Linear* no programa. Clicando em OK, as planilhas serão apresentadas em uma nova janela (Figura 3-14).

Link Text	Link Type	Mass KN-s2/m	Weight KN	Rotinert1 KN-m-s2	Rotinert2 KN-m-s2	Rotinert3 KN-m-s2	DefLength m	DefArea m2	PDM2I Unitless
mola	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 0/180	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 10/190	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 100/280	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 110/290	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 120/300	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 130/310	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 140/320	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 150/330	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 160/340	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 170/350	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 20/200	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 30/210	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0
mola 40/220	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0

Figura 3-14 – Tabelas apresentadas em uma nova janela.

Para melhor editar as tabelas, pode-se exportá-las para o Excel em *File, Export All Tables To Excel*. No programa Excel as tabelas se apresentam conforme mostrado nas Figuras 3-15 e 3-16.

TABLE: Link Property Definitions 01 - General															
Link	LinkType	Mass	Weight	RotInert1	RotInert2	RotInert3	DefLength	DefArea	PDM21	PDM2J	PDM3I	PDM3J	Color	GUID	Notes
Text	Text	KN-s2/m	KN	KN-m-s2	KN-m-s2	KN-m-s2	m	m2	Unitless	Unitless	Unitless	Unitless	Text	Text	Text
mola	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	Yellow		Added 29/11/2016 08:10:37
mola 0/180	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	Green		
mola 10/190	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	Green		
mola 20/200	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	Green		
mola 30/210	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	Green		
mola 40/220	Linear	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	Green		

Figura 3-16 – Tabela Link Property Definitions 01 – General.

TABLE: Link Property Definitions 02 - Linear									
Link	DOF	Fixed	TransKE	TransCE	DJ				
Text	Text	Yes/No	KN/m	KN-s/m	m				
mola	U1	No	500000	0	0				
mola	U2	No	800000	0	0				
mola 0/180	U1	No	500000	0	0				
mola 0/180	U2	No	800000	0	0				
mola 0/180	U3	No	0	0	0				
mola 10/190	U1	No	500000	0	0				
mola 10/190	U2	No	787846	0	0				
mola 10/190	U3	No	138919	0	0				
mola 20/200	U1	No	500000	0	0				
mola 20/200	U2	No	751754	0	0				
mola 20/200	U3	No	273616	0	0				
mola 30/210	U1	No	500000	0	0				
mola 30/210	U2	No	692820	0	0				
mola 30/210	U3	No	400000	0	0				
mola 40/220	U1	No	500000	0	0				
mola 40/220	U2	No	612836	0	0				
mola 40/220	U3	No	514230	0	0				

Figura 3-15 – Tabela Link Property Definitions 02 – Linear.

Na tabela *Link Property Definitions 01 – General* são definidos os nomes dos *Links*, o seu tipo (*Linear*), sua massa e peso (iguais a 0), o valor da inércia rotacional nos três eixos (0), os fatores para linha e área (1), os parâmetros P-delta para os momentos nas duas direções no início e fim do *Link* (0), sua cor e notas. Na tabela *Link Property Definitions 02 – Linear* são definidos, para cada tipo de *Link* e para cada direção (U1, U2 e U3), se o seu apoio é fixo (*No*) e o valor correspondente de rigidez e amortecimento.

Depois de feitas, as tabelas devem ser importadas para o SAP2000 em *File, Import, SAP2000 MS Excel Spreadsheet.xls File...* . Na janela que abrirá a seguir (Figura 3-17), deve ser escolhida a opção *Add to existing model*. Após isso, basta se escolher o arquivo em Excel que se deseja importar.

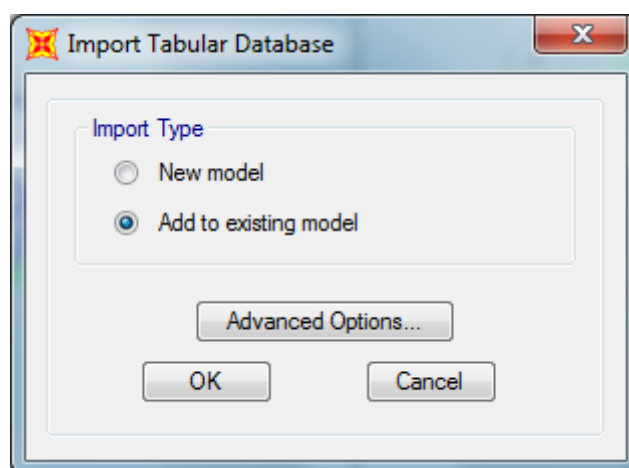


Figura 3-17 – Janela *Import Tabular Database*

Depois de definidas todas as propriedades dos *Links*, deve-se aplicá-los no modelo. Assim, em *Show Tables...* em *Display*, deve-se escolher as seguintes tabelas para exportar para o Excel:

- Em *Connectivity Data, Joint Coordinates*, *Table: Joint Coordinates*;
- Em *Connectivity Data, Object Connectivity*, *Table: Connectivity – Link*;
- Em *Link Assignments, Link Item Assignments*, *Table: Link Property Assignments*.

As opções referentes aos *Links* somente ficam disponíveis se já tiver sido aplicado pelo menos um *Link* no programa. Exportando as tabelas para o Excel, elas se apresentam conforme as Figuras 3-18 a 3-20.

TABLE: Joint Coordinates										
Joint	CoordSys	CoordType	XorR	Y	Z	SpecialJt	GlobalX	GlobalY	GlobalZ	GUID
Text	Text	Text	m	m	m	Yes/No	m	m	m	Text
1881	GLOBAL	Cartesian	36	0	-90	No	36	0	-90	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1882	GLOBAL	Cartesian	36	0	-88	No	36	0	-88	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1883	GLOBAL	Cartesian	36	0	-86	No	36	0	-86	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1884	GLOBAL	Cartesian	36	0	-84	No	36	0	-84	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1885	GLOBAL	Cartesian	36	0	-82	No	36	0	-82	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1886	GLOBAL	Cartesian	36	0	-80	No	36	0	-80	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1887	GLOBAL	Cartesian	36	0	-78	No	36	0	-78	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1888	GLOBAL	Cartesian	36	0	-76	No	36	0	-76	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1889	GLOBAL	Cartesian	36	0	-74	No	36	0	-74	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1890	GLOBAL	Cartesian	36	0	-72	No	36	0	-72	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500

Figura 3-18 – Tabela *Joint Coordinates*.

TABLE: Connectivity - Link							
Link	JointI	JointJ	Length	CentroidX	CentroidY	CentroidZ	GUID
Text	Text	Text	m	m	m	m	Text
1	1926	1926	0	36	0	0	1c738f89-7f6d-4ca5-865e-d4a657a7fe68
2	31610	31610	0	35,45308	6,25133	0	
3	31611	31611	0	33,82893	12,31273	0	
4	31612	31612	0	31,17691	18	0	
5	31613	31613	0	27,5776	23,14035	0	
6	31614	31614	0	23,14035	27,5776	0	
7	31615	31615	0	18	31,17691	0	
8	31616	31616	0	12,31273	33,82893	0	
9	31617	31617	0	6,25133	35,45308	0	
10	31618	31618	0	2,204E-15	36	0	

Figura 3-19 – Tabela *Connectivity – Link*.

TABLE: Link Property Assignments					
Link	LinkType	LinkJoints	LinkProp	LinkFDProp	PropMod
Text	Text	Text	Text	Text	Unitless
37	Linear	SingleJoint	mola 0/180	None	1
38	Linear	SingleJoint	mola 10/190	None	1
39	Linear	SingleJoint	mola 20/200	None	1
40	Linear	SingleJoint	mola 30/210	None	1
41	Linear	SingleJoint	mola 40/220	None	1
42	Linear	SingleJoint	mola 50/230	None	1
43	Linear	SingleJoint	mola 60/240	None	1
44	Linear	SingleJoint	mola 70/250	None	1
45	Linear	SingleJoint	mola 80/260	None	1
46	Linear	SingleJoint	mola 90/270	None	1

Figura 3-20 – Tabela *Link Property Assignments*.

A primeira tabela serve somente de base para se fazer a segunda; nesta precisa-se do número do nó e de sua posição em relação ao eixo global. Na segunda, define-se o nome do *Link* (1, 2, 3...), o número do nó no qual o *Link* está posicionado, o comprimento do *Link* (0), a posição *x*, *y* e *z* em relação ao eixo global do nó e notas. Na

terceira tabela associa-se, para cada *Link* definido na tabela anterior, o seu tipo (*Linear*), a quantidade de *joints* do *Link* (*SingleJoint*) e a suas propriedades.

Depois de finalizadas as tabelas, pode-se importá-las para o SAP2000 para se ter os *Links* aplicados nos nós da fronteira do modelo, como mostrado nas Figuras 3-21 e 3-22.

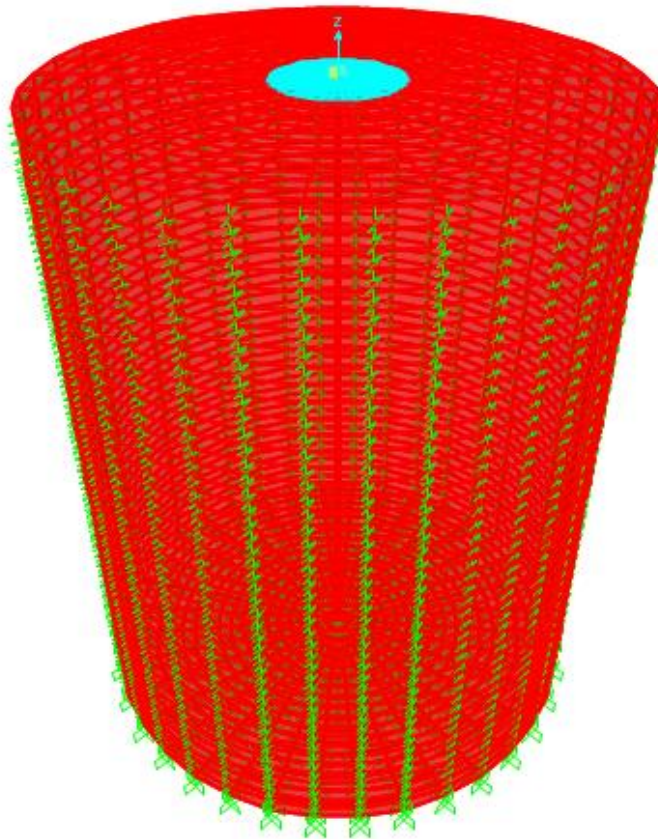


Figura 3-21 – *Links* aplicados nos nós da fronteira do modelo.

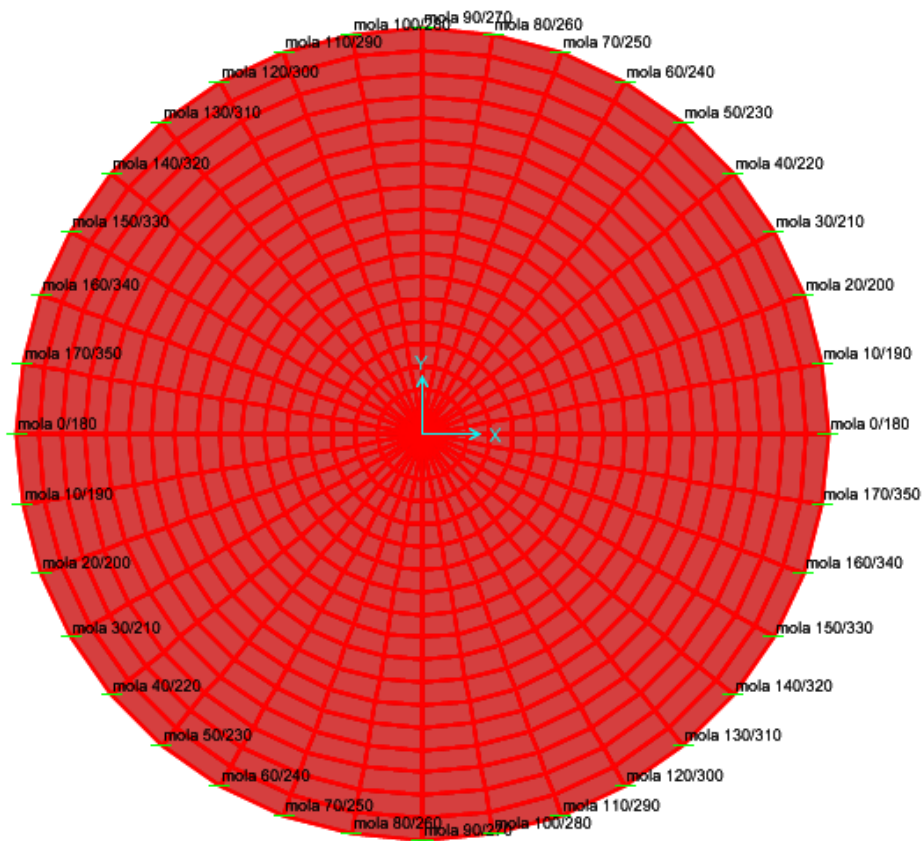


Figura 3-22 – Propriedades dos *Links* no plano x - y .

Assim o modelo foi finalizado e pode-se analisá-lo. O resultado das deformações é apresentado nas Figuras 3-23 e 3-24.

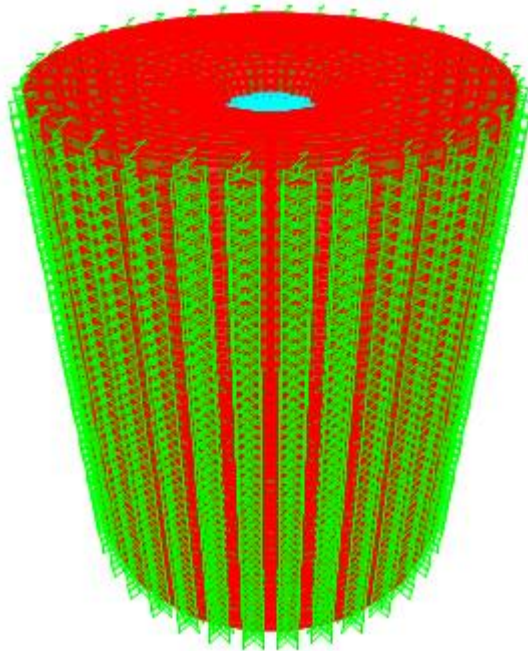


Figura 3-23 – Deformações do modelo 3D

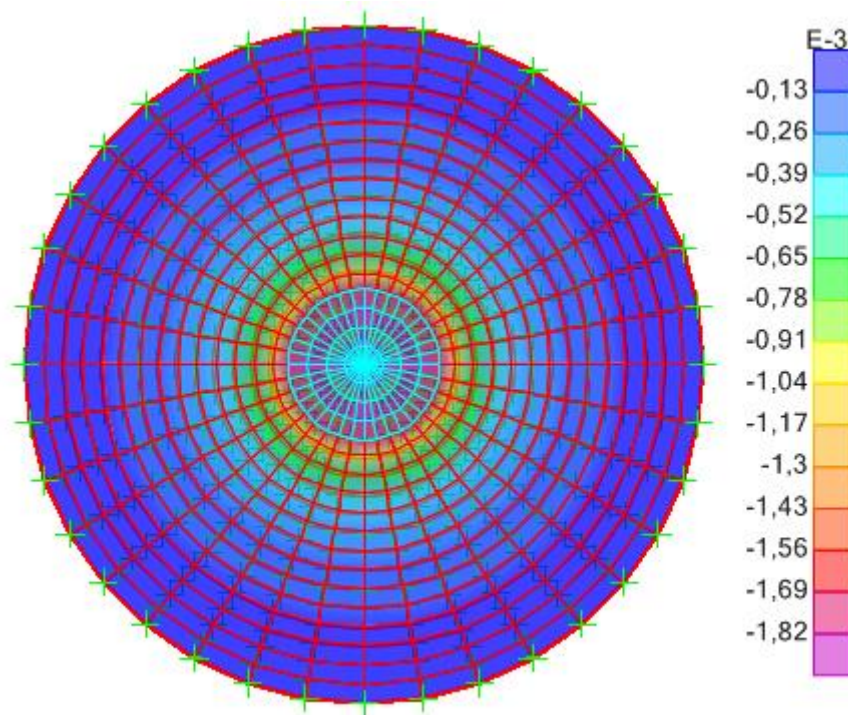


Figura 3-24 – Deformações verticais do modelo (unidades em m)

Os valores de deformação do solo imediatamente abaixo da fundação variam de 0,17 mm a 0,19 mm, ou seja, de forma praticamente homogênea. Essa diferença corresponde a 12% e confirma que os elementos da fundação se comportam como elementos rígidos.

Assim como feito na seção 2.2, a validação do modelo é feita através da comparação dos resultados de deformação obtidos no programa e resultados teóricos δ_t :

$$\delta_t = \frac{F_t}{K} \quad (3.7)$$

Para o cálculo da deformação teórica será utilizado o mesmo procedimento descrito na seção 2.2 e o resultado obtido é rerepresentado abaixo.

$$\delta_t = \frac{10053,1}{4571428,6} = 2,199 \times 10^{-3} m \quad (3.8)$$

Esse valor deve ser comparado com a média dos deslocamentos dos nós exatamente abaixo da fundação.

$$\delta_{SAP} = 1,7984 \times 10^{-3} m \quad (3.9)$$

Esse valor corresponde a uma diferença de 18,2% com relação ao resultado teórico.

3.3. Modelo estático com fundação profunda em solo homogêneo

Para a construção do modelo em 3D com fundação profunda, foi utilizado o modelo da seção 2.3 como base, sendo a geometria alterada para a apresentada na seção 3.1 (profundidade igual a 90 m e diâmetro igual a 72 m), ver Figura 3-25. Para sua construção, foram utilizados os procedimentos apresentados nas seções 3.1 e 3.2, para se fazer o *extrude* do modelo e para inserir os *Links* na sua fronteira, respectivamente.

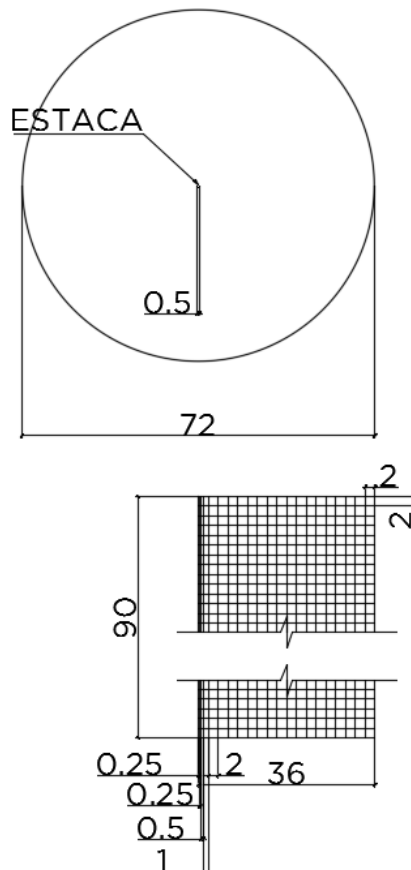


Figura 3-25 – Esquema com as dimensões utilizadas no modelo 3D em elementos finitos

As propriedades do solo e da fundação, material C30, as condições de contorno na fronteira do modelo (engaste na base e molas na lateral) e a divisão da malha, elementos 2 m x 2 m, são as mesmas que o modelo anterior (Figuras 3-26 e 3-27).

Material Property Data

General Data

Material Name and Display Color: C30 ■

Material Type: Concrete

Material Notes: [Modify/Show Notes...](#)

Weight and Mass

Weight per Unit Volume: 25,

Mass per Unit Volume: 2,5493

Units

KN, m, C

Isotropic Property Data

Modulus of Elasticity, E: 26071594,

Poisson, U: 0,2

Coefficient of Thermal Expansion, A: 1,000E-05

Shear Modulus, G: 10863164,

Other Properties for Concrete Materials

Specified Concrete Compressive Strength, f_c : 30000,

Expected Concrete Compressive Strength: 30000,

Lightweight Concrete

Shear Strength Reduction Factor:

Switch To Advanced Property Display

OK Cancel

Figura 3-26 – Material “C30”.

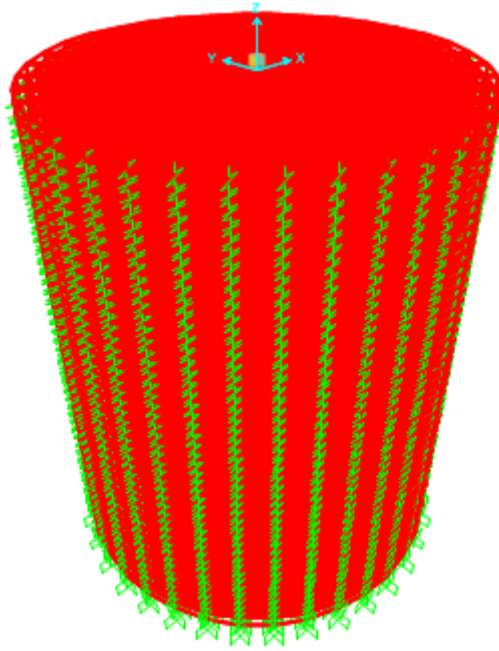


Figura 3-27 – Modelo em 3D

Assim como definido na seção 2.3, a carga considerada na fundação é igual a 50000 kN/m² e é aplicada na face 3 do elemento. A carga total aplicada F_{te} é igual a:

$$F_{te} = 50000 \times \pi \times 0,25^2 = 9817,5 \text{ kN} \quad (3.10)$$

Para validar o modelo, o resultado da rigidez da estaca será comparado com o obtido com a expressão para a rigidez vertical da estaca longa de ROËSSET (1980). Os resultados encontrados são rerepresentados abaixo.

$$K_V = 0,56 \cdot \frac{E_P \cdot A_P}{r} \cdot 0,866 \cdot \left(\frac{E_S}{E_P}\right)^{0,5} \quad (3.11)$$

$$K_V = 0,56 \cdot \frac{26071594 \times (\pi \times 0,25^2)}{0,25} \cdot 0,866 \cdot \left(\frac{260000}{26071594}\right)^{0,5} = 991668 \text{ kN/m} \quad (3.12)$$

O deslocamento δ encontrado no nó central superior da estaca é de 0,0107 m. O cálculo da rigidez do modelo k_m é calculado a seguir.

$$k_m = \frac{F_{te}}{\delta} \quad (3.13)$$

$$k_m = \frac{9817,5}{0,0107} = 917523 \text{ kN/m} \quad (3.14)$$

Comparando-se os dois resultados conclui-se que a diferença é de 7,5%, comprovando que o modelo tem comportamento muito próximo ao esperado por ROËSSET (1980).

Além da comparação com o valor obtido por ROËSSET (1980), também se utilizam como referência os valores encontrados com o programa PILAY (1977).

Como descrito na seção 2.3, processando o programa com o menor valor admitido para a frequência circular (0,001), a fim de se simular uma carga estática, obtém-se o valor de rigidez de 1055300 kN/m. Para mais detalhes, os dados de entrada e saída do programa podem ser encontrados no Anexo A.

Comparando-se os resultados obtidos através do PILAY (1977) e do SAP, verifica-se uma diferença de 15%, comprovando que o modelo apresenta resultados próximos aos obtidos com o programa PILAY (1977).

3.4. Modelo estático com fundação superficial rígida em solo heterogêneo

Assim como definido na seção 2.4, o meio estratificado será formado por apenas uma camada acima do semi-espço. Será utilizada a fórmula da rigidez estática vertical de uma fundação circular assente em uma camada sobrejacente ao semi-espço de GAZETAS (1983):

$$K_V = \frac{4 \cdot G_1 \cdot R}{1 - \nu_1} \cdot \frac{1 + 1,28 \cdot \frac{R}{H}}{1 + 1,28 \cdot \frac{R}{H} \cdot \frac{G_1}{G_2}} \quad (3.15)$$

Serão utilizadas as mesmas 3 situações de H/R (1, 2,5 e 4) e os mesmos três casos de LUCO (1974):

- Caso 1: pequeno contraste ($V_{S1}/V_{S2}=0,8$);
- Caso 2: médio contraste ($V_{S1}/V_{S2}=0,4$);
- Caso 3: grande contraste ($V_{S1}/V_{S2}=0,2$).

As propriedades das duas camadas de solo também serão as mesmas.

Tabela 3-3 – Dados fixados da 1ª camada e do semi-espaço

1ª camada		
$\rho=$	1,7	t/m ³
$G=$	100000	kN/m ²
$\nu_1=$	0,25	p/ caso 1
$\nu_1=$	0,3	p/ caso 2
$\nu_1=$	0,35	p/ caso 3
Semi-espaço		
$\nu_2=$	0,25	

Tabela 3-4 – Demais propriedades da 1ª camada e semi-espaço

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
1ª camada			
$E_1=$ (kN/m ²)	250000	260000	270000
$V_{S1}=$ (m/s)	242,5	242,5	242,5
Semi-espaço			
$\rho_2=$ (t/m ³)	2,0	2,0	2,0
$V_{S2}=$ (m/s)	303,2	606,3	1212,7
$G_2=$ (kN/m ²)	183824	735294	2941176
$E_2=$ (kN/m ²)	459559	1838235	7352941

Os resultados para o valor da rigidez estática vertical K_V segundo GAZETAS (1983) são rerepresentados abaixo.

Tabela 3-5 – Rigidez vertical segundo GAZETAS (1983) para os nove cenários

Caso 1		Caso 2		Caso 3	
H/R	K_V (kN/m ²)	H/R	K_V (kN/m ²)	H/R	K_V (kN/m ²)
1	5734767	1	8877468	1	10756493
2,5	5045803	2,5	6462036	2,5	7316330
4	4796947	4	5782626	4	6428519

Para a construção dos modelos no SAP2000, foram utilizados como base os modelos em 2D desenvolvidos conforme apresentado na seção 2.4. Além disso, foram utilizados os procedimentos descritos em 3.1, para a revolução do modelo, e 3.2, para a inclusão dos *Links*. A sua decomposição foi calculada a partir dos valores avaliados na seção 2.4. Esses valores são rerepresentados a seguir, na Tabela 3-6 e na Figura 3-28.

Tabela 3-6 – Valores de rigidez dos *Links* para cada tipo de nó

Caso de Luco	Solo	Nó	K_H (kN/m)	K_V (kN/m)
1, 2 e 3	1ª camada	Central	800000	500000
1, 2 e 3	1ª camada	Extremidade	400000	250000
1	Semi-espço	Central	1470588	919117,6
1	Semi-espço	Interseção	1135294	709558,8
2	Semi-espço	Central	5882353	3676471
2	Semi-espço	Interseção	3341176	2088235
3	Semi-espço	Central	23529412	14705882
3	Semi-espço	Interseção	12164706	7602941

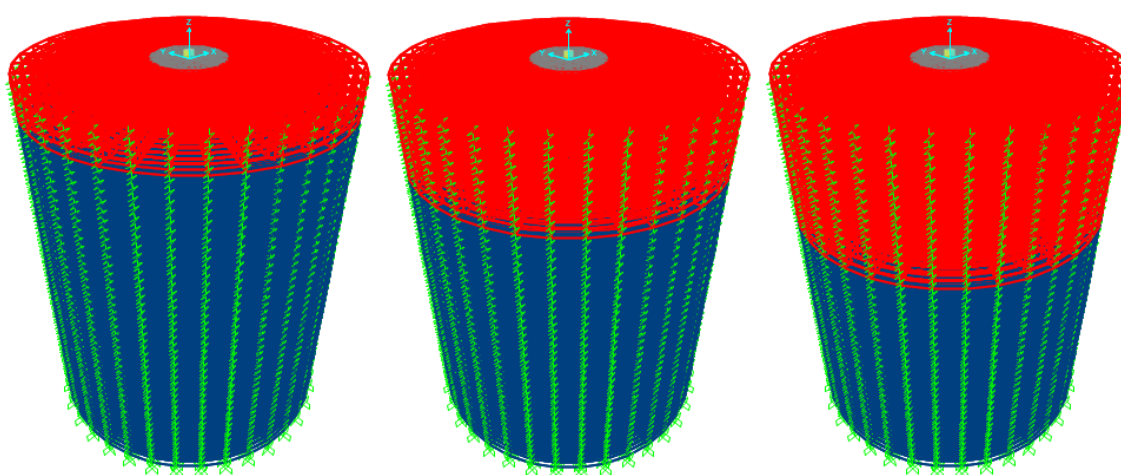


Figura 3-28 – Três cenários de H/R para o modelo, em vermelho a 1ª camada e em azul o semi-espço

De cada um dos nove modelos, que representam os cenários propostos, foi retirada a média das deformações dos nós abaixo da fundação para o cálculo da rigidez vertical. Esses valores são apresentados na Tabela 3-7.

Tabela 3-7 – Valores de rigidez obtidos no modelo

Caso 1			Caso 2			Caso 3		
H/R	δ (m)	k_m (kN/m ²)	H/R	δ (m)	k_m (kN/m ²)	H/R	δ (m)	k_m (kN/m ²)
1	0,0015	6702064	1	0,001011	9943716	1	0,000805	12482116
2,5	0,001757	5721740	2,5	0,001495	6726279	2,5	0,001337	7520270
4	0,001848	5439987	4	0,001675	6000416	4	0,001536	6543281

Com os valores de rigidez obtidos com os modelos do SAP 2000 e da formulação de GAZETAS (1983), é possível compará-los, na Tabela 3-8 e na Figura 3-29.

Tabela 3-8 – Comparação de valores de rigidez

H/R	Caso 1			Caso 2			Caso 3		
	K_V (kN/m ²)	k_m (kN/m ²)	Erro (%)	K_V (kN/m ²)	k_m (kN/m ²)	Erro (%)	K_V (kN/m ²)	k_m (kN/m ²)	Erro (%)
1	5734767	6702064	-17	8877468	9943716	-12	10756493	12482116	-16
2,5	5045803	5721740	-13	6462036	6726279	-4	7316330	7520270	-3
4	4796947	5439987	-13	5782626	6000416	-4	6428519	6543281	-2

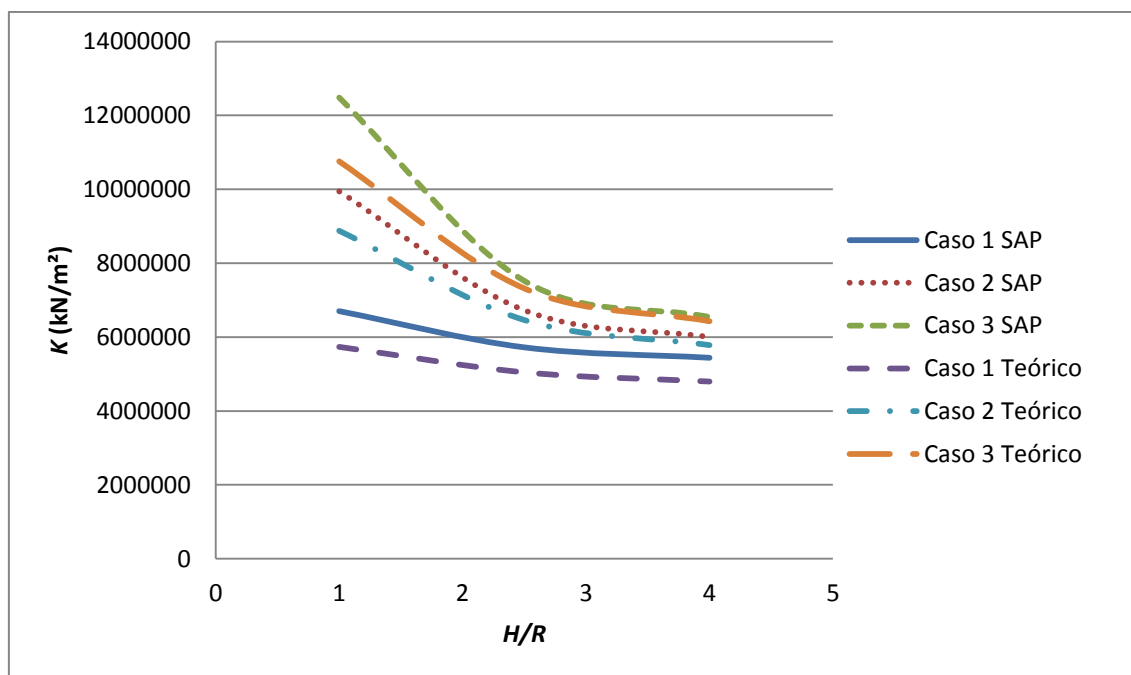


Figura 3-29 – Gráfico de rigidez vertical K (kN/m²) x H/R .

Através da tabela e gráfico acima podemos concluir que os resultados dos modelos são muito próximos com os esperados por GAZETAS (1983), apresentando uma diferença máxima de 17% para o caso 1 com $H/R=1$.

3.5. Modelo dinâmico com fundação superficial rígida em solo heterogêneo

Conforme apresentado na seção 2.5, para a avaliação do modelo dinâmico será utilizada como referência a formulação de LUCO (1974 e 1976) e será analisado seu caso 2 (médio contraste entre as camadas), com a razão $h/a=2$, considerando a fundação como leve e pesada. Os gráficos conforme Lucio para as duas situações são rerepresentados nas Figuras 3-30 e 3-31.

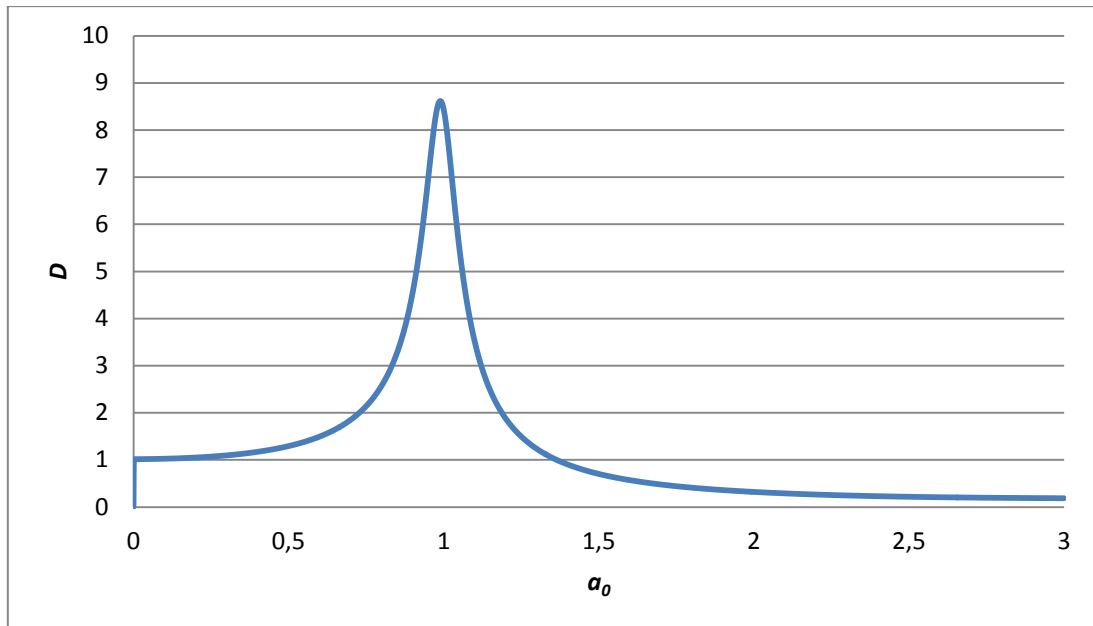


Figura 3-30 – Gráfico D x a_0 para o caso 2 com fundação leve conforme Luco

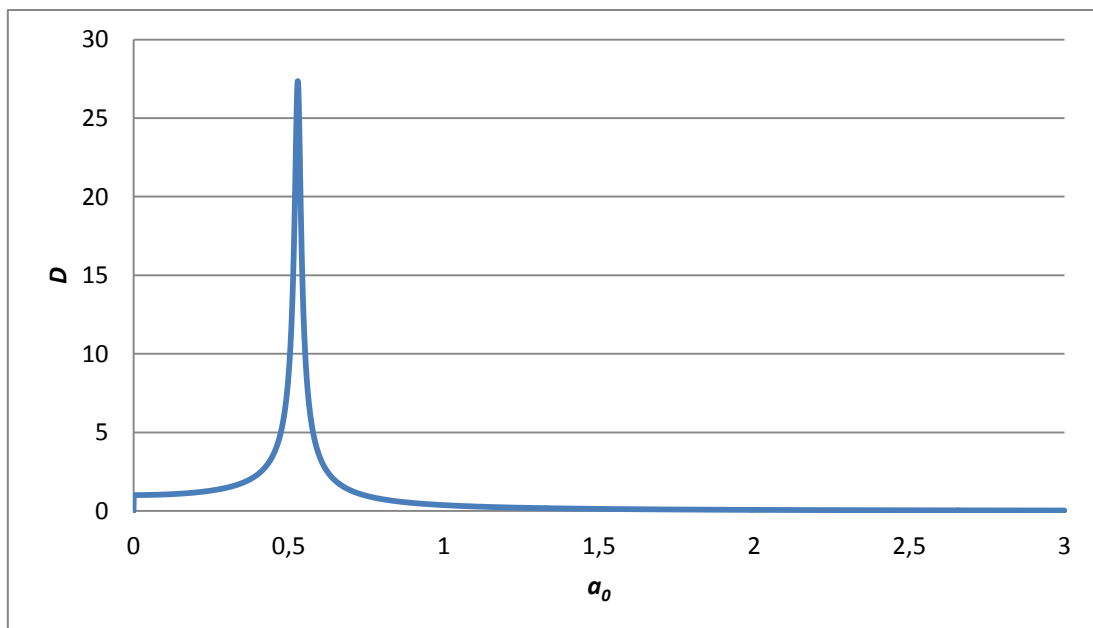


Figura 3-31 – Gráfico D x a_0 para o caso 2 com fundação pesada conforme Luco

Como base para a avaliação do modelo computacional foi utilizado um dos modelos da seção 3.4. Como já dito, será analisado o caso 2 de Luco com a relação $h/a=2$. Como o raio a da fundação é igual a 8 m temos que a altura da 1ª camada é 16 m. A partir do modelo caso 2 anterior, foram atualizadas a altura da 1ª camada e as propriedades das molas respectivas. Foram mantidas as características dos solos da 1ª camada e do semi-espaço.

Conforme explicado e calculado na seção 2.5, o valor numérico a ser considerado para o material da fundação depende do cenário, fundação leve ou pesada, e apresenta valores de massa M e massa específica ρ_f conforme a Tabela 3-9. Ela é considerada como rígida, conforme definido na seção 2.5.

Tabela 3-9 – Cálculo da massa específica ρ_f da fundação

Termos	Fundação Leve	Fundação Pesada
M (kN)	49737	248686
V (m ³)	$\pi \times 8^2 \times 0,2 = 40,2$	$\pi \times 8^2 \times 0,2 = 40,2$
Resultado		
ρ_f (kN/m ³)	1236,9	6184,3

As condições de contorno na base do modelo, considerado como engastado, foram mantidas, assim como os *Links* do tipo *Linear* presentes nos nós laterais. Como será analisado um modelo dinâmico, é necessária a consideração de amortecedores. Os amortecedores serão representados no modelo por *Links* discretos, do tipo *Damper*, nas duas direções, horizontal e vertical, nos nós laterais. Os valores das constantes de amortecimento horizontal (C_H) e vertical (C_V) são os mesmos apresentados na seção 2.5. Abaixo são mostrados novamente as fórmulas apresentadas por COOMBS e REIS (1979) e KOLAY *et al.* (2013) e seus respectivos valores.

$$C_H = \sqrt{\rho_s * E_{cs}} * A \quad (3.16)$$

$$C_V = \sqrt{\rho_s * G_s} * A \quad (3.17)$$

$$E_{cs} = \frac{(2 - 2 * \nu_s) * G_s}{(1 - 2 * \nu_s)} \quad (3.18)$$

Tabela 3-10 – Valores das constantes de amortecimento para cada tipo de nó

Solo	Nó	C_H (kNs/m)	C_V (kNs/m)
1ª camada	Central	1306455,7	1310763,4
1ª camada	Extremidade	653227,9	655381,7
Semi-espaço	Central	3850142,5	3855186,5
1ª camada/Semi-espaço	Interseção	2578299,2	2582974,95

Da mesma forma que foi feita a decomposição das molas na seção 3.2, os amortecedores também devem ser decompostos para se encontrar os valores de

amortecimento horizontal nos eixos locais dos *Links*. As fórmulas apresentadas para o cálculo da rigidez decomposta também é válida para o amortecimento decomposto. Elas são rerepresentadas abaixo.

$$U2 = C_H \cdot \cos(\alpha) \quad (3.19)$$

$$U3 = C_H \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (3.20)$$

Assim como feito para as molas, os amortecedores serão inseridos através de tabelas em Excel fornecidas pelo programa. Primeiro é necessário se definir as propriedades dos *Links*. A cada ponto x do modelo têm-se valores diferentes de U2 e U3, independentemente da sua profundidade. Para se definir estas propriedades utilizando as tabelas, deve-se acessar *Show Tables...* em *Display* (Figura 3-32).

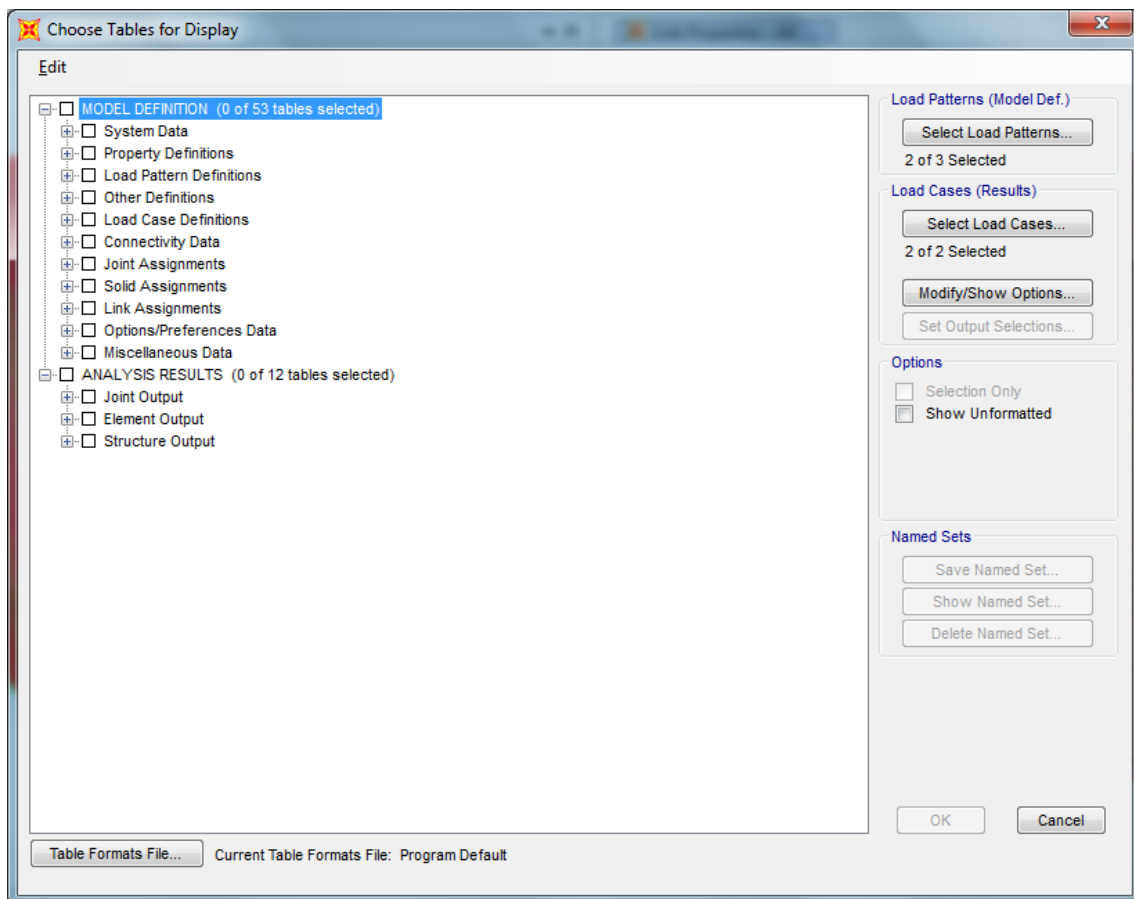


Figura 3-32 – *Show Tables...* em *Display*.

Para criar e definir as propriedades dos *Links*, as opções a seguir devem ser marcadas, dentro de *Property Definitions* seguido de *Link Properties*:

- *Link Property Definitions 01 – General*;
- *Link Property Definitions 04 – Damper*.

Essas opções somente ficam disponíveis se já tiver sido criada pelo menos uma propriedade de *Link* do tipo *Damper* no programa. Clicando em OK, as planilhas são apresentadas em uma nova janela (Figura 3-33).

The screenshot shows a software window titled "Link Property Definitions 01 - General". It contains a table with the following columns: Link Text, Link Type, Mass (KN-s²/m), Weight (KN), RotInert1 (KN-m-s²), RotInert2 (KN-m-s²), RotInert3 (KN-m-s²), DefLength (m), and DefArea (m²). The table lists 14 entries, all of which are "amortecedor 1a camada" with varying numbers in the second part of the text (e.g., 0/180, 10/190, etc.). All values in the numerical columns are 0, and the DefLength and DefArea columns are all 1.

Link Text	Link Type	Mass KN-s ² /m	Weight KN	RotInert1 KN-m-s ²	RotInert2 KN-m-s ²	RotInert3 KN-m-s ²	DefLength m	DefArea m ²
amortecedor 1a camada 0/180	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 10/190	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 100/280	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 110/290	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 120/300	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 130/310	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 140/320	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 150/330	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 160/340	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 170/350	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 20/200	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 30/210	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 40/220	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1
amortecedor 1a camada 50/230	Damper - Ex...	0	0	0	0	0	1	1

Figura 3-33 – *Links* - Amortecedores

Para melhor editar as tabelas pode-se exportá-las para o Excel em *File, Export All Tables To Excel*. No programa Excel as tabelas se apresentam conforme as Figuras 3-34 e 3-35.

TABLE: Link Property Definitions 01 - General															
Link	LinkType	Mass	Weight	RotInert1	RotInert2	RotInert3	DefLength	DefArea	PDM21	PDM22	PDM31	PDM3J	Color	GUID	Notes
Text	Text	KN-s2/m	KN	KN-m-s2	KN-m-s2	KN-m-s2	m	m2	Unitless	Unitless	Unitless	Unitless	Text	Text	Text
amortecedor 1a camada 0/180	Damper - Exponential	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	Cyan		
amortecedor 1a camada 10/190	Damper - Exponential	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	Cyan		
amortecedor 1a camada 100/280	Damper - Exponential	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	Cyan		
amortecedor 1a camada 110/290	Damper - Exponential	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	Cyan		
amortecedor 1a camada 120/300	Damper - Exponential	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	Cyan		
amortecedor 1a camada 130/310	Damper - Exponential	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	Cyan		

Figura 3-35 – Tabela Link Property Definitions 01 – General.

TABLE: Link Property Definitions 04 - Damper									
Link	DOF	Fixed	NonLinear	TransKE	TransCE	DJ			
Text	Text	Yes/No	Yes/No	KN/m	KN-s/m	m			
amortecedor 1a camada 0/180	U1	No	No	0	1310763,4				
amortecedor 1a camada 0/180	U2	No	No	0	1306455,7	0			
amortecedor 1a camada 0/180	U3	No	No	0	0	0			
amortecedor 1a camada 10/190	U1	No	No	0	1310763,4				
amortecedor 1a camada 10/190	U2	No	No	0	1286607,7	0			
amortecedor 1a camada 10/190	U3	No	No	0	226863,65	0			
amortecedor 1a camada 100/280	U1	No	No	0	1310763,4				
amortecedor 1a camada 100/280	U2	No	No	0	226863,65	0			
amortecedor 1a camada 100/280	U3	No	No	0	1286607,7	0			
amortecedor 1a camada 110/290	U1	No	No	0	1310763,4				
amortecedor 1a camada 110/290	U2	No	No	0	446834,17	0			
amortecedor 1a camada 110/290	U3	No	No	0	1227666,78	0			

Figura 3-34 – Tabela Link Property Definitions 04 – Damper.

Na tabela *Link Property Definitions 01 – General* são definidos os nomes dos *Links*, o seu tipo (*Damper - Exponential*), sua massa e peso (iguais a 0), valor da inércia rotacional nos três eixos (0), fatores para linha e área (1), os parâmetros P-delta para os momentos nas duas direções no início e fim do *Link* (0), sua cor e notas. Na tabela *Link Property Definitions 04 – Damper* são definidos, para cada tipo de *Link* e para cada direção (U1, U2 e U3) se o seu apoio é fixo (*No*) e o valor correspondente de rigidez e amortecimento.

Depois de feitas, as tabelas devem ser importadas para o SAP2000 em *File, Import, SAP2000 MS Excel Spreadsheet.xls File...* . Na janela que abrirá a seguir (Figura 3-36), deve ser escolhida a opção *Add to existing model*. Após isso, basta escolher o arquivo Excel que se deseja importar.

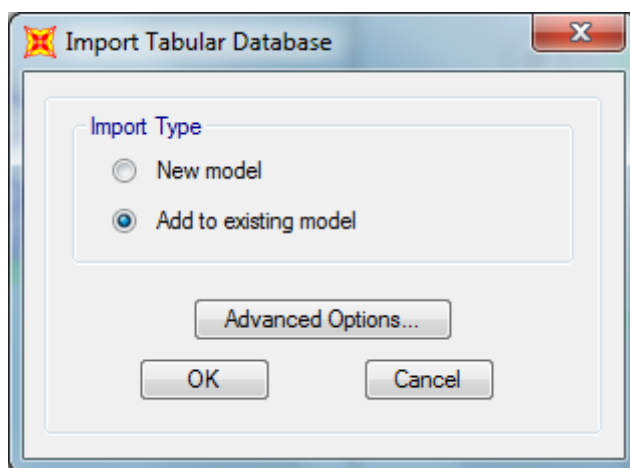


Figura 3-36 – Janela *Import Tabular Database*

Depois de definidas todas as propriedades dos *Links*, devemos aplicá-los no modelo. Assim, em *Show Tables...* em *Display*, devemos escolher as seguintes tabelas para exportar para o Excel:

- Em *Connectivity Data, Joint Coordinates*, *Table: Joint Coordinates*;
- Em *Connectivity Data, Object Connectivity*, *Table: Connectivity – Link*;
- Em *Link Assignments, Link Item Assignments*, *Table: Link Property Assignments*.

As opções referentes aos *Links* somente ficam disponíveis se já tiver sido aplicado pelo menos um *Link* no programa. Exportando as tabelas para o Excel, elas se apresentam conforme as Figuras 3-37 a 3-39.

TABLE: Joint Coordinates										
Joint	CoordSys	CoordType	XorR	Y	Z	SpecialJt	GlobalX	GlobalY	GlobalZ	GUID
Text	Text	Text	m	m	m	Yes/No	m	m	m	Text
1881	GLOBAL	Cartesian	36	0	-90	No	36	0	-90	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1882	GLOBAL	Cartesian	36	0	-88	No	36	0	-88	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1883	GLOBAL	Cartesian	36	0	-86	No	36	0	-86	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1884	GLOBAL	Cartesian	36	0	-84	No	36	0	-84	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1885	GLOBAL	Cartesian	36	0	-82	No	36	0	-82	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1886	GLOBAL	Cartesian	36	0	-80	No	36	0	-80	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1887	GLOBAL	Cartesian	36	0	-78	No	36	0	-78	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1888	GLOBAL	Cartesian	36	0	-76	No	36	0	-76	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1889	GLOBAL	Cartesian	36	0	-74	No	36	0	-74	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500
1890	GLOBAL	Cartesian	36	0	-72	No	36	0	-72	f4b5caee-80b3-49fd-9d5e-395b2a9a0500

Figura 3-37 – Tabela *Joint Coordinates*

TABLE: Connectivity - Link							
Link	JointI	JointJ	Length	CentroidX	CentroidY	CentroidZ	GUID
Text	Text	Text	m	m	m	m	Text
1622	1926	1926	0	36	0	0	
1623	31435	31435	0	35,45308	6,25133	0	
1624	31436	31436	0	33,82893	12,31273	0	
1625	31437	31437	0	31,17691	18	0	
1626	31438	31438	0	27,5776	23,14035	0	
1627	31439	31439	0	23,14035	27,5776	0	
1628	31440	31440	0	18	31,17691	0	
1629	31441	31441	0	12,31273	33,82893	0	
1630	31442	31442	0	6,25133	35,45308	0	
1631	31443	31443	0	2,204E-15	36	0	
1632	31444	31444	0	-6,25133	35,45308	0	

Figura 3-38 – Tabela *Connectivity – Link*

TABLE: Link Property Assignments						
Link	LinkType	LinkJoints	LinkProp	LinkFDProp	PropMod	
Text	Text	Text	Text	Text	Unitless	
1622	Damper - Exponential	SingleJoint	amortecedor 1a camada metade 0/180	None	1	
1623	Damper - Exponential	SingleJoint	amortecedor 1a camada metade 10/190	None	1	
1624	Damper - Exponential	SingleJoint	amortecedor 1a camada metade 20/200	None	1	
1625	Damper - Exponential	SingleJoint	amortecedor 1a camada metade 30/210	None	1	
1626	Damper - Exponential	SingleJoint	amortecedor 1a camada metade 40/220	None	1	
1627	Damper - Exponential	SingleJoint	amortecedor 1a camada metade 50/230	None	1	
1628	Damper - Exponential	SingleJoint	amortecedor 1a camada metade 60/240	None	1	
1629	Damper - Exponential	SingleJoint	amortecedor 1a camada metade 70/250	None	1	
1630	Damper - Exponential	SingleJoint	amortecedor 1a camada metade 80/260	None	1	
1631	Damper - Exponential	SingleJoint	amortecedor 1a camada metade 90/270	None	1	
1632	Damper - Exponential	SingleJoint	amortecedor 1a camada metade 100/280	None	1	

Figura 3-39 – Tabela *Link Property Assignments*

A primeira tabela serve somente de base para fazer a segunda. Nesta precisa-se do número do nó e sua posição em relação ao eixo global. Na segunda, define-se o nome do *Link* (1, 2, 3...), o número do nó no qual o *Link* está posicionado, o comprimento do

Link (0), a posição x , y e z em relação ao eixo global do nó e notas. Na terceira tabela associa-se para cada *Link* definido na tabela anterior o seu tipo (*Damper – Exponential*), a quantidade de *joints* do *Link* (*SingleJoint*) e a suas propriedades.

Depois de finalizadas as tabelas, pode-se importá-las para o SAP2000 para termos os *Links* do tipo *Damper* aplicados nos nós da fronteira do modelo (Figuras 3-30 e 3-31).

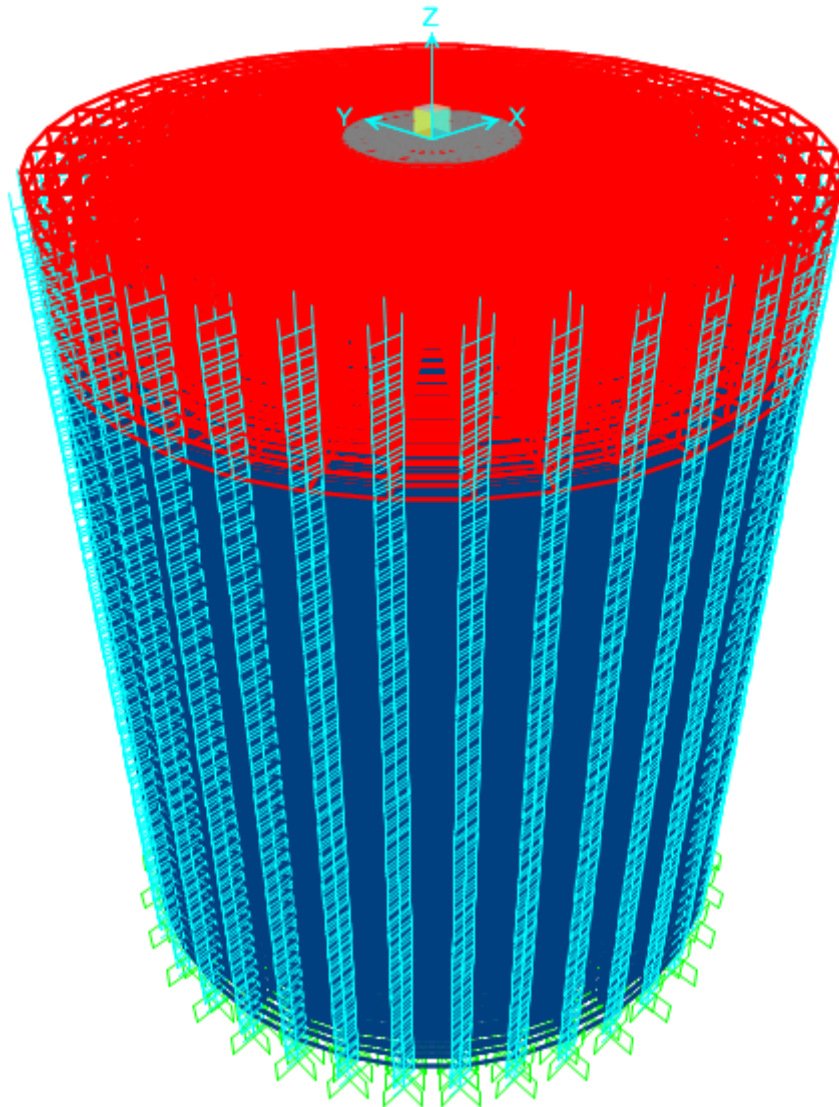


Figura 3-40 – *Links* do tipo *Damper* aplicados nos nós da fronteira do modelo

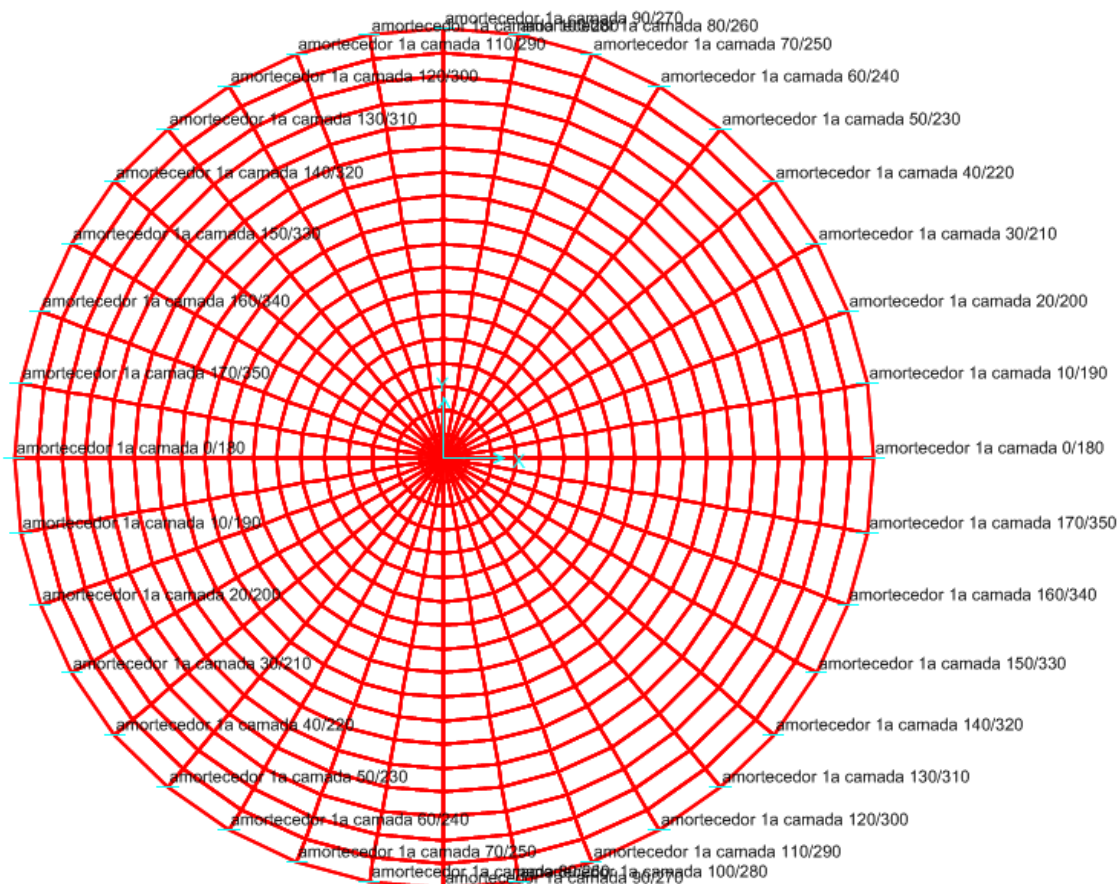


Figura 3-41 – Propriedades dos *Links* tipo *Damper* no plano *x-y*

A força dinâmica é definida conforme descrito na seção 2.5, com a carga “TESTE” igual à amplitude de excitação da carga e com variação dinâmica harmônica igual à função cosseno. Por se tratar de um modelo mais complexo e de solução computacional mais lenta que o modelo em duas dimensões, o número de ciclos considerado para esse caso será de 20. Conforme os gráficos respectivos do modelo axissimétrico, concluiu-se que essa quantidade de número de ciclos é suficiente para o gráfico apresentar os estados transiente e permanente, resultando no valor adequado do deslocamento. A diminuição do número de ciclos também diminui o número de saídas dos tempos de etapa (*Number of Output Time Steps*), tornando a análise computacional mais rápida.

A extração dos resultados é feita conforme descrito na seção 2.5 através dos gráficos apresentados em *Show Plot Functions...* em *Display*.

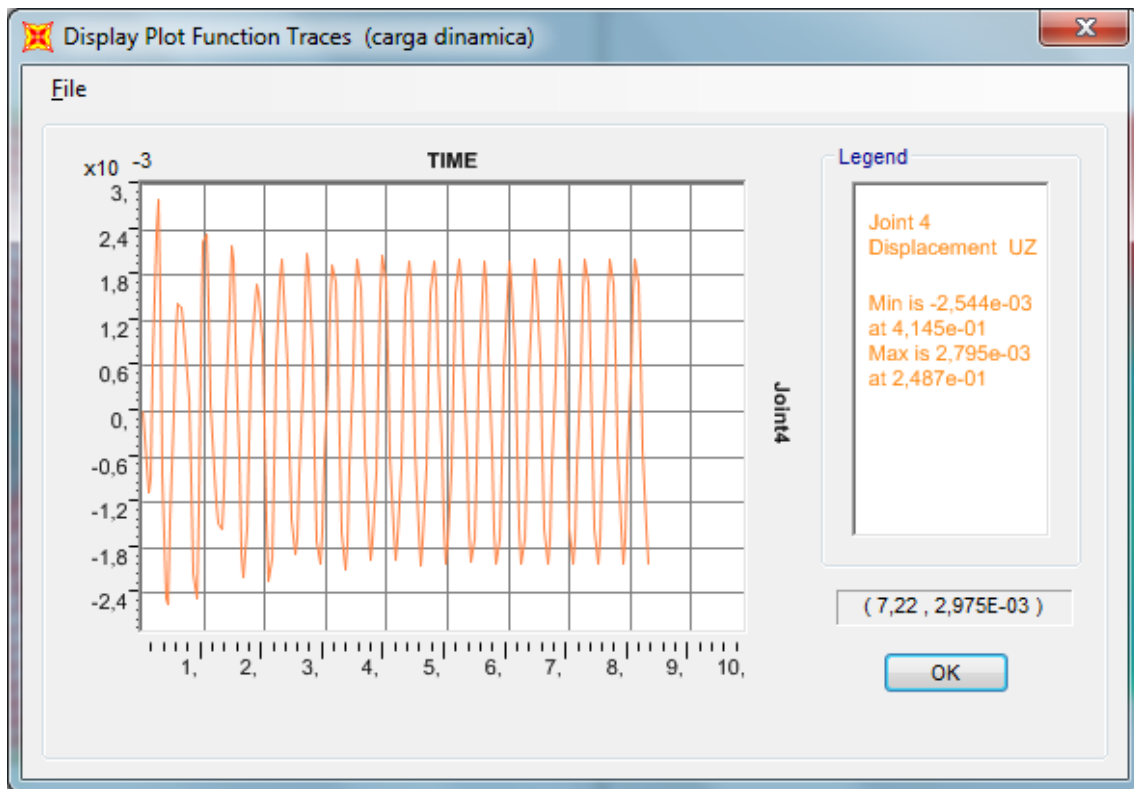


Figura 3-42 – Gráfico de deslocamentos do nó abaixo da fundação no tempo

Na Figura 3-42 pode-se observar o estado transiente até aproximadamente 2,0 s e o estado permanente após esse valor. Conforme descrito anteriormente, é neste estado que retira-se o valor do deslocamento dinâmico máximo. Além disso, pode-se concluir que o número de ciclos definidos foi suficiente, já que o gráfico apresenta os dois estados.

Dessa forma, os modelos, para fundação leve e pesada, foram rodados diversas vezes para diferentes valores de a_0 , com o objetivo de se plotar o gráfico D vs. a_0 . A cada rodada, os valores do período da força excitadora e o *Output Time Step Size* na definição do *Load Case* são atualizados.

São utilizados os mesmos valores de a_0 definidos na seção 2.5. O período da força excitadora T é encontrado através da seguinte expressão:

$$T = \frac{2 * \pi * V_s}{R} \quad (3.21)$$

Os valores obtidos dessa forma são apresentados nas Tabelas 3-11 e 3-12 a seguir, juntamente com o respectivo valor obtido por Luco, para cada cenário. O gráfico obtido através dos modelos é plotado juntamente com o obtido através do método de Luco, já apresentado anteriormente, nas Figuras 3-43 e 3-44. Para a obtenção do valor de D , é encontrado um valor de 0,001386 m para o deslocamento estático.

Tabela 3-11 – Valores de obtidos de D para o modelo com fundação leve

a_0	ω	T (s)	$u(t)_{\text{máx}}$	D	D_{LUCO}
0,1	3,0317	2,0725	0,001475	1,064214	1,025
0,2	6,0634	1,0362	0,00154	1,111111	1,05
0,3	9,0951	0,6908	0,00162	1,168831	1,096
0,4	12,1268	0,5181	0,00176	1,269841	1,172
0,5	15,1585	0,4145	0,002	1,443001	1,294
0,6	18,1902	0,3454	0,0024	1,731602	1,495
0,7	21,2219	0,2961	0,00317	2,287157	1,85
0,8	24,2536	0,2591	0,00508	3,665224	2,576
0,9	27,2853	0,2303	0,0132	9,52381	4,555
1	30,3170	0,2072	0,00354	2,554113	8,435
1,1	33,3486	0,1884	0,00135	0,974026	3,51
1,2	36,3803	0,1727	0,004335	3,127706	1,877
1,3	39,4120	0,1594	0,0021	1,515152	1,235
1,4	42,4437	0,1480	0,0012	0,865801	0,902
1,5	45,4754	0,1382	0,000722	0,520924	0,702
2	60,6339	0,1036	0,000422	0,304473	0,321
2,3	69,7290	0,0901	0,000768	0,554113	0,246
2,4	72,7607	0,0864	0,00068	0,49062	0,23
2,5	75,7924	0,0829	0,000378	0,272727	0,218
2,7	81,8558	0,0768	0,000259	0,186869	0,2
3	90,9509	0,0691	0,000447	0,322511	0,187

Tabela 3-12 – Valores obtidos de D para o modelo com fundação pesada

a_0	ω	T (s)	$u(t)_{\text{máx}}$	D	D_{LUCO}
0,1	3,0317	2,0725	0,00152	1,096681	1,051
0,2	6,0634	1,0362	0,00172	1,240981	1,051
0,3	9,0951	0,6908	0,00218	1,572872	1,051
0,4	12,1268	0,5181	0,00343	2,474747	1,051
0,5	15,1585	0,4145	0,0101	7,287157	1,081
0,6	18,1902	0,3454	0,00363	2,619048	1,125
0,7	21,2219	0,2961	0,00161	1,161616	1,192
0,8	24,2536	0,2591	0,00097	0,699856	1,288
0,9	27,2853	0,2303	0,000659	0,475469	1,425
1	30,3170	0,2072	0,000443	0,319625	1,619
1,1	33,3486	0,1884	0,00033	0,238095	1,917
1,2	36,3803	0,1727	0,000388	0,279942	2,213
1,3	39,4120	0,1594	0,000271	0,195527	2,461
1,4	42,4437	0,1480	0,000217	0,156566	2,364
1,5	45,4754	0,1382	0,000159	0,114719	1,96
2	60,6339	0,1036	0,000102	0,073593	0,69
2,3	69,7290	0,0901	0,00006	0,04329	0,476
2,4	72,7607	0,0864	0,00005	0,036075	0,436
2,5	75,7924	0,0829	0,000042	0,030303	0,407
2,7	81,8558	0,0768	0,000042	0,030303	0,379
3	90,9509	0,0691	0,000035	0,025253	0,452

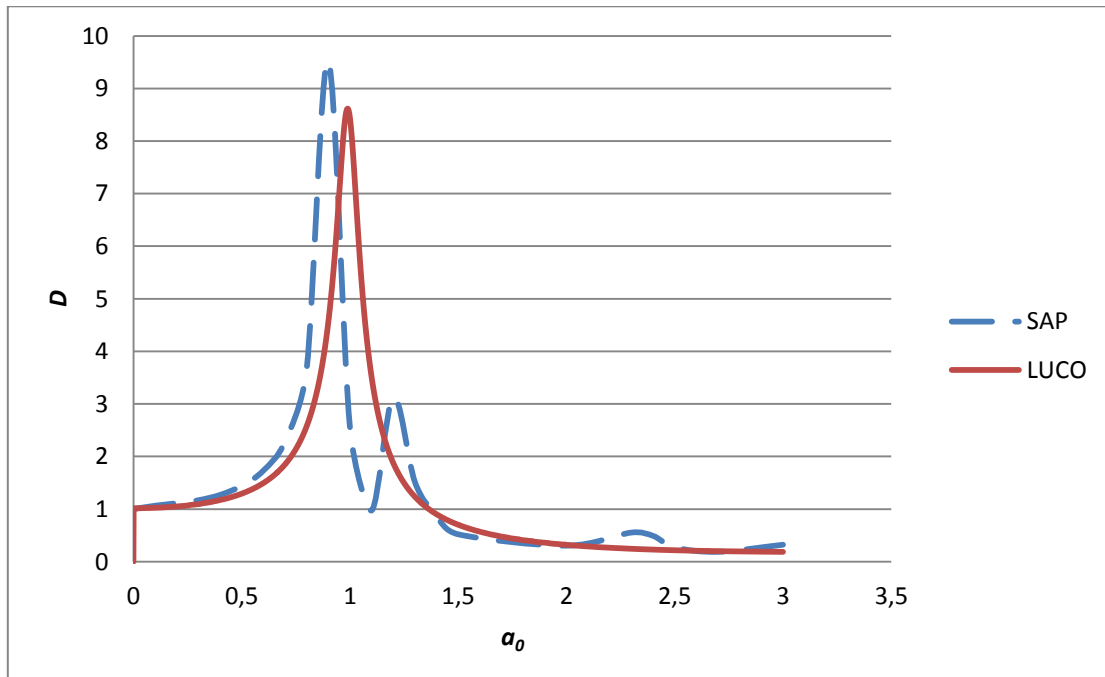


Figura 3-43 – Gráfico D vs. a_0 para fundação leve no caso 2 com $h/a=2$

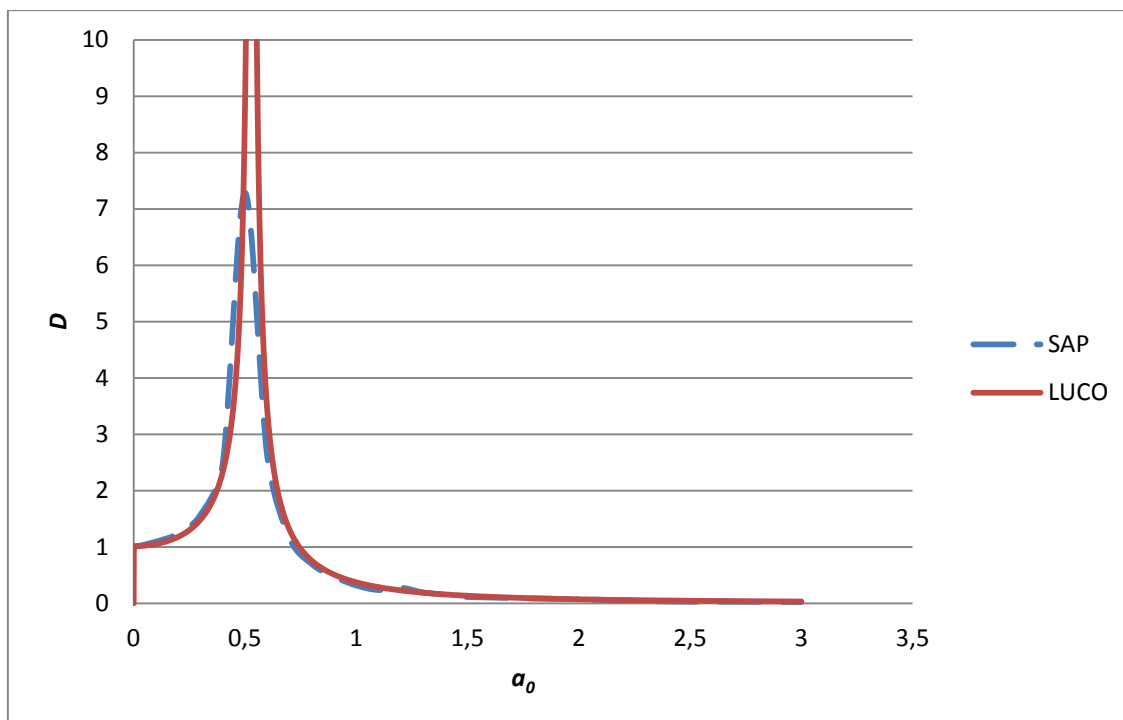


Figura 3-44 – Gráfico D vs. a_0 para fundação pesada no caso 2 com $h/a=2$

A partir dos resultados obtidos é possível se concluir que o modelo em elementos finitos usado para representar a fundação/solo tem respostas muito próximas às obtidas com a formulação de Luco, considerada como referência. Assim, os modelos são considerados como validados e podem ser usados para simular o solo estratificado sujeito a cargas dinâmicas de maneira satisfatória.

3.6. Modelo dinâmico com fundação profunda em solo homogêneo

No modelo dinâmico em três dimensões com fundação profunda em solo homogêneo, serão analisados três cenários de profundidade da estaca: 90 m, 16 m e 30 m e três casos de carga variando a frequência circular de excitação da força: 21,222, 33,349 e 72,761 rad/s. Para isso, serão utilizadas as propriedades do solo para a 1ª camada conforme o caso 2 de Luco com os valores de rigidez e de amortecimento já mostrados e calculados na seção 3.5. As propriedades da estaca serão as reais, conforme a seção 2.3, com o material “C30” (Figura 3-45). Como base, será utilizada a geometria apresentada na seção 3.3, variando-se apenas a profundidade da estaca.

Material Property Data

General Data

Material Name and Display Color: C30

Material Type: Concrete

Material Notes: Modify/Show Notes...

Weight and Mass

Weight per Unit Volume: 25,

Mass per Unit Volume: 2,5493

Units

Units: KN, m, C

Isotropic Property Data

Modulus of Elasticity, E: 26071594,

Poisson, U: 0,2

Coefficient of Thermal Expansion, A: 1,000E-05

Shear Modulus, G: 10863164,

Other Properties for Concrete Materials

Specified Concrete Compressive Strength, f_c: 30000,

Expected Concrete Compressive Strength: 30000,

Lightweight Concrete

Shear Strength Reduction Factor:

Switch To Advanced Property Display

OK Cancel

Figura 3-45 – Propriedades da fundação: C30.

Ao modelo utilizado como base serão ainda acrescentados os amortecedores como *Links* discretos do tipo *Damper* nos nós laterais (Figura 3-46). Os valores das constantes de amortecimento horizontal e vertical e o procedimento para a inserção dos amortecedores no modelo são os mesmos apresentados na seção 3.5.

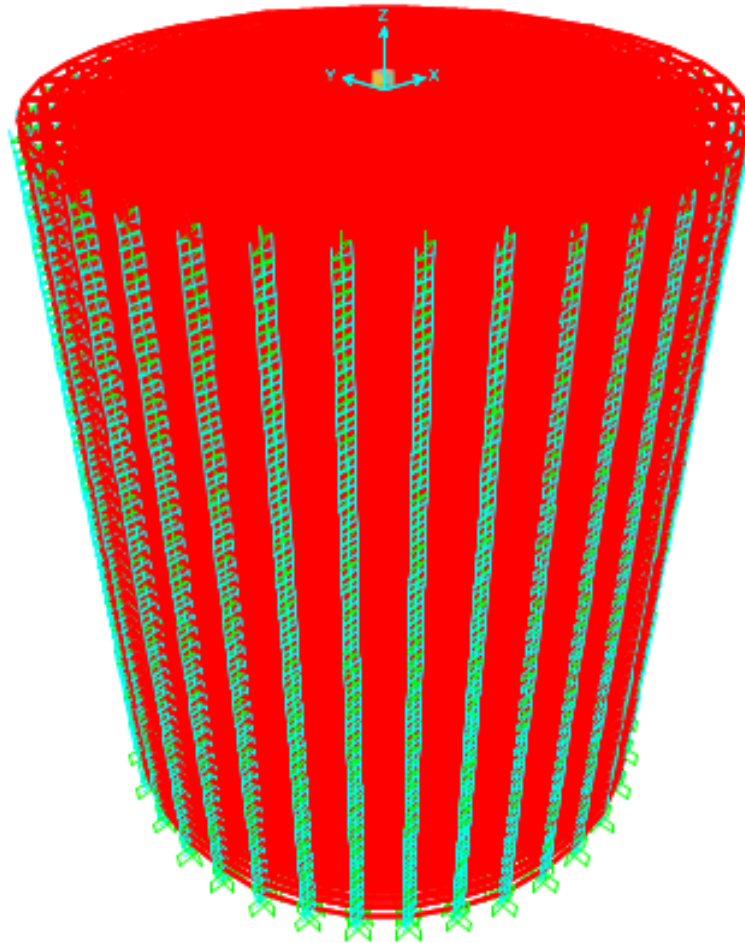


Figura 3-46 – *Links* do tipo *Damper* aplicados nos nós da fronteira do modelo

Além disso, à carga teste foi associada uma variação dinâmica harmônica com amplitude de excitação igual a 50000 kN/m², como descrito na seção 2.5. Assim como explicitado na seção 3.5, o número de ciclos considerado será de 20 para uma análise mais rápida.

A extração dos resultados é feita conforme descrito na seção 2.5 através dos gráficos apresentados em *Show Plot Functions...* em *Display*. Para a verificação do modelo, deve-se obter o deslocamento do nó central superior da estaca. Um exemplo do gráfico de deslocamentos no tempo, para a estaca com profundidade de 90 m e frequência circular de excitação de 21,222 rad/d é apresentado na Figura 3-47.

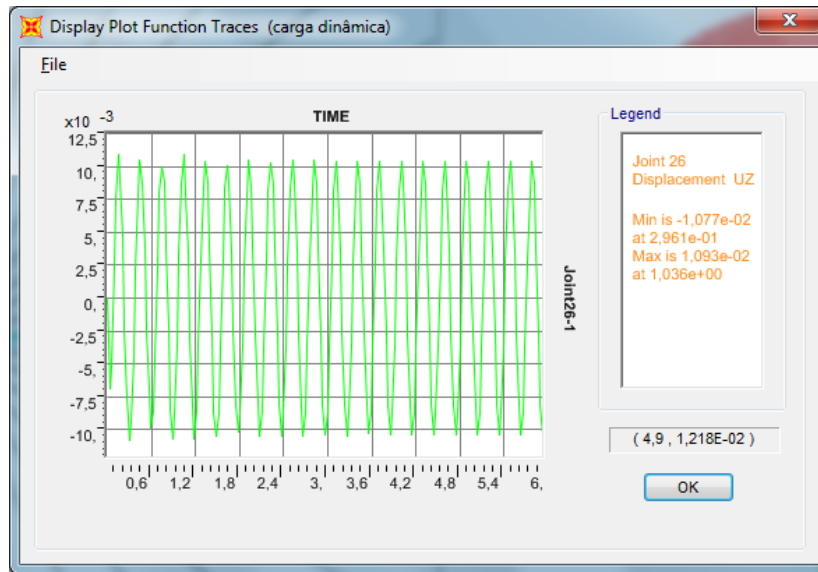


Figura 3-47 – Gráfico de deslocamentos do nó superior central da estaca no tempo

Dessa forma, os modelos foram rodados para cada um dos três cenários de profundidade da estaca (90 m, 16 m e 30 m) e três casos de frequência circular de excitação (21,222, 33,349 e 72,761 rad/s). Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3-13.

Tabela 3-13 – Resultados obtidos para os três casos e cenários

Casos	T (s)	f (Hz)	ω	Deslocamento obtido no modelo (m)		
				Prof. 90 m	Prof. 16 m	Prof. 30 m
1	0,2961	3,3772	21,222	0,01035	0,0105	0,0105
2	0,1884	5,3079	33,349	0,0124	0,0125	0,0124
3	0,0864	11,5741	72,761	0,007	0,0064	0,0064

O valor teórico do deslocamento vertical é encontrado através das fórmulas apresentadas na seção 2.6 e rerepresentadas a seguir.

$$\delta_v = \frac{F_{tf}}{K + i * \omega * C} \quad (3.22)$$

$$\delta_{vf} = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (3.23)$$

A carga total na fundação é igual à carga distribuída de 50000 kN/m² vezes a área da estaca ($\pi \times 0,25^2$), resultando em 9817,48 kN. A frequência circular de excitação da força varia de acordo com o caso (21,222, 33,349 e 72,761 rad/s).

Os valores de rigidez e amortecimento da fundação são encontrados com o programa PILAY (1977). Rodando o programa para cada caso de frequência circular de

excitação e profundidade da estaca obtém-se os valores de rigidez e amortecimento. Os dados de entrada para os casos com 16 m e 30 m de profundidade são os mesmos da seção 2.6, conseqüentemente são os mesmos valores de saída. Assim, a tabela apresentada na seção 2.6 é exibida novamente abaixo e os dados de entrada e saída do PILAY são os mesmos apresentados no Anexo A.

Tabela 3-14 – Valores de rigidez e amortecimento obtidos com o programa PILAY

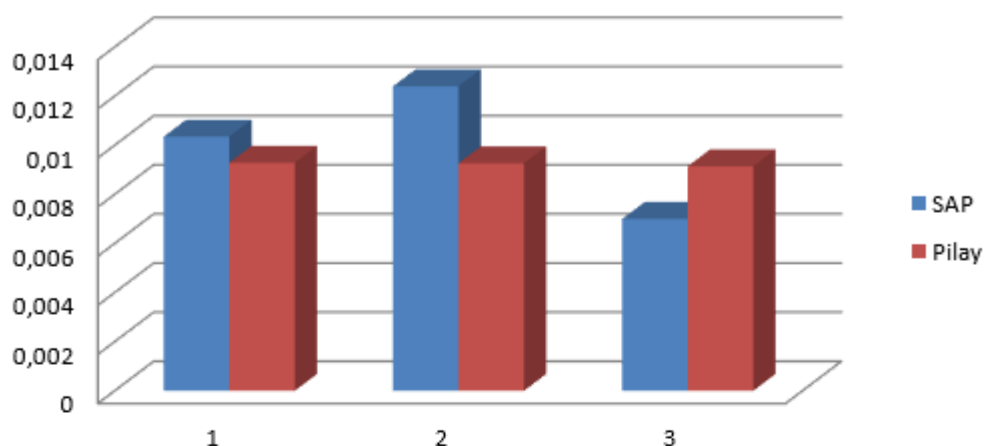
Profundidade da estaca (m)	Caso	ω	K	C
90	Caso 1	21,222	1055910	2245
	Caso 2	33,349	1056600	2244
	Caso 3	72,761	1061500	2233
16	Caso 1	21,222	1053810	2273
	Caso 2	33,349	1054700	2270
	Caso 3	72,761	1060100	2256
30	Caso 1	21,222	1055900	2245
	Caso 2	33,349	1056600	2244
	Caso 3	72,761	1061500	2233

Com os valores de rigidez e amortecimento calculados, pode-se encontrar o deslocamento vertical teórico. Os valores encontrados são apresentados abaixo juntamente com os valores obtidos com o SAP2000.

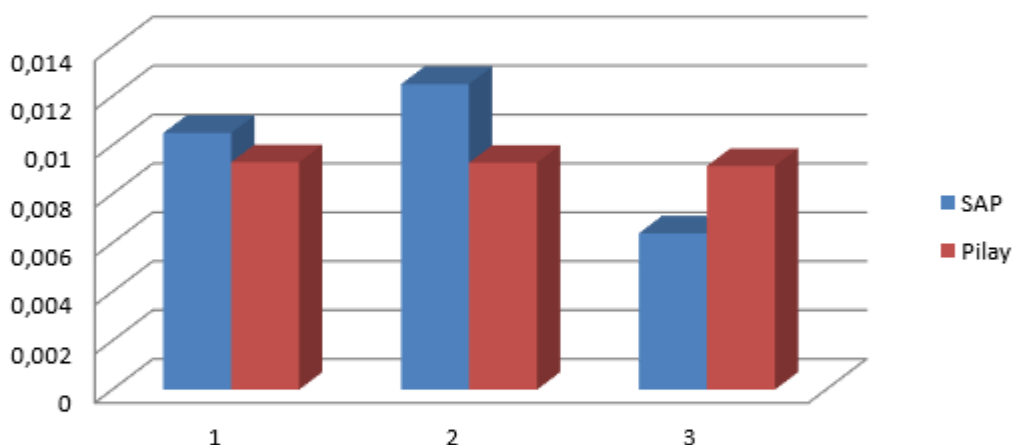
Tabela 3-15 – Comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos

Caso	Profundidade da estaca 90 m		
ω	D_{SAP} (m)	D_{PILAY} (m)	Erro (%)
21,222	0,01035	0,009288	10,26
33,349	0,0124	0,009268	25,26
72,761	0,007	0,009142	-30,60
Caso	Profundidade da estaca 16 m		
ω	D_{SAP} (m)	D_{PILAY} (m)	Erro (%)
21,222	0,0105	0,009307	11,36
33,349	0,0125	0,009285	25,72
72,761	0,0064	0,009152	-43,00
Caso	Profundidade da estaca 30 m		
ω	D_{SAP} (m)	D_{PILAY} (m)	Erro (%)
21,222	0,0105	0,009288	11,54
33,349	0,0124	0,009268	25,26
72,761	0,0064	0,009142	-42,84

Estaca com 90 m em solo homogêneo



Estaca com 16 m em solo homogêneo



Estaca com 30 m em solo homogêneo

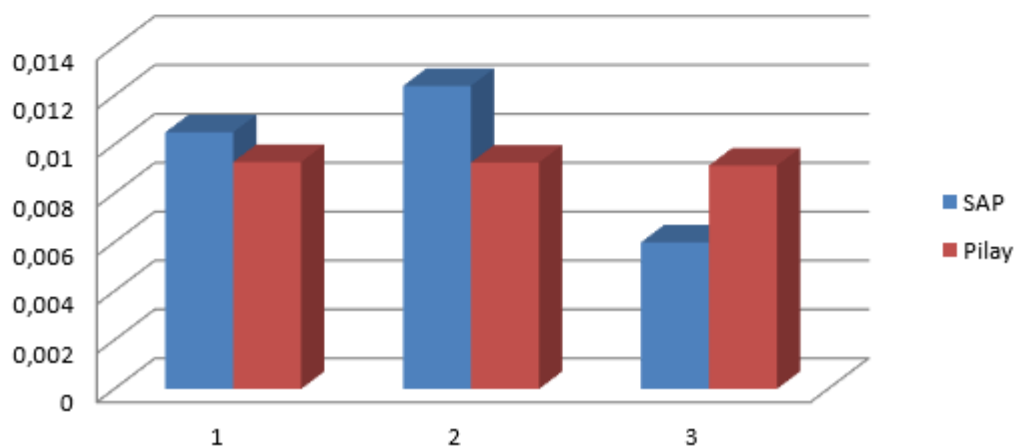


Figura 3-48 – Gráfico de comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos

A partir da tabela e gráfico apresentados acima podemos perceber que as maiores diferenças foram em torno de 43% para o caso 3 das profundidades de estaca iguais a 16 m e 30 m. Essa diferença entre os resultados provavelmente pode ser melhorada com

um melhor refinamento da malha. Os elementos da estaca e do solo adjacentes a estaca possuem uma relação entre lados maior que 2, o que não é recomendado. Nos outros casos a diferença variou de 10% e 25%. Assim, os valores obtidos através do modelo em elementos finitos são próximos dos valores de referência. Os modelos são considerados como validados e podem ser usados para simular uma fundação profunda sujeita a cargas dinâmicas em solo homogêneo.

3.7. Modelo dinâmico com fundação profunda em solo heterogêneo

Para a avaliação do modelo dinâmico com fundação profunda em solo heterogêneo será utilizado o modelo anterior como base. A geometria, com profundidade da 1ª camada de 16 m, a força aplicada, as propriedades da estaca e o número de ciclos para a análise permanecem os mesmos (Figura 3-49).

No modelo, será introduzido o semi-espaço, com propriedades segundo o caso 2 de LUCO. Consequentemente os valores de rigidez e amortecimento são atualizados para o semi-espaço. Seus valores são iguais aos calculados na seção 2.5.

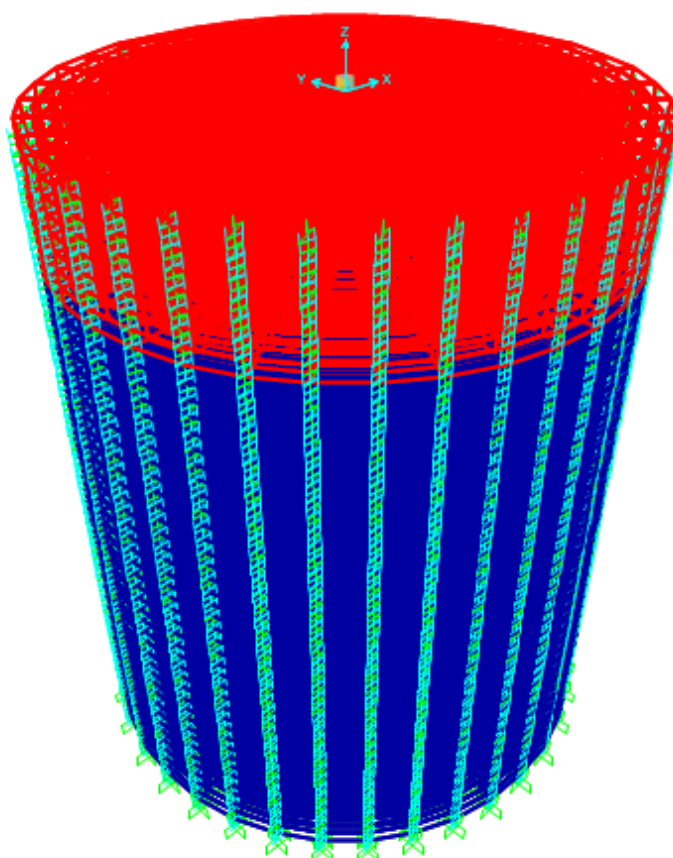


Figura 3-49 – Modelo atualizado com solo heterogêneo, molas e amortecedores

Para a introdução do semi-espço no modelo, basta alterar as propriedades dos elementos tipo *solid* que for desejada. Primeiro deve-se selecionar os elementos do tipo *solid* desejados. Depois, na barra principal, deve-se selecionar *Assign, Solid, Properties...* e uma nova janela aparecerá. Nesta janela deve-se escolher a propriedade para os elementos do tipo *solid* desejada (Figura 3-50).

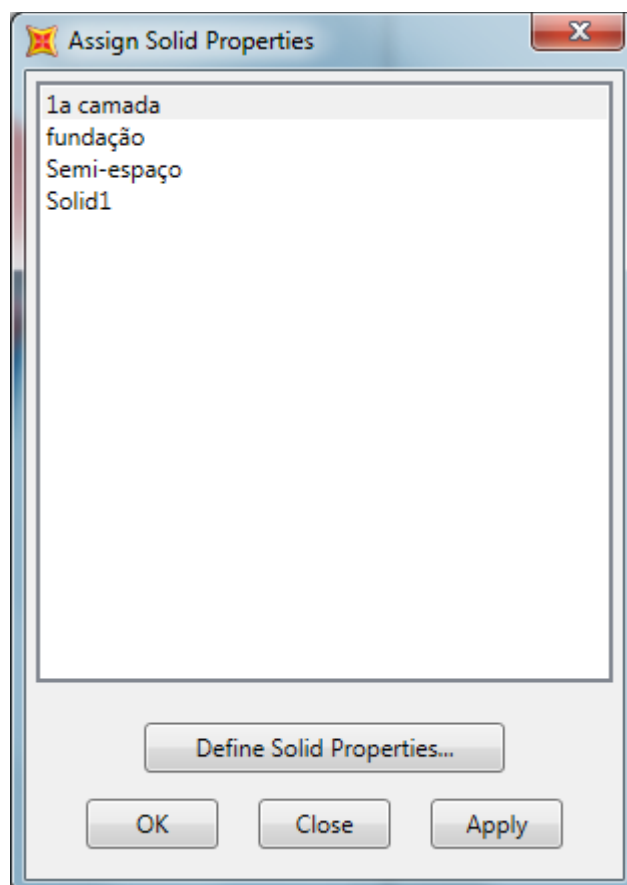


Figura 3-50 – Janela *Assign Solid Properties*.

Para a atualização dos valores das constantes de rigidez e amortecimento horizontal e vertical do semi-espço foram utilizados os procedimentos apresentados nas seções 3.2 e 3.5.

Os modelos são analisados para cada um dos três cenários de profundidade da estaca (90 m, 16 m e 30 m) e três casos de frequência circular de excitação (21,222, 33,349 e 72,761 rad/s). Os resultados são apresentados na Tabela 3-16 e um exemplo de gráfico de deslocamentos com o tempo para o nó central superior da estaca com profundidade de 90 m e frequência circular de excitação igual a 21,222 rad/s é apresentado na Figura 3-51.

Tabela 3-16 – Resultados obtidos para os três casos e cenários

Casos	T (s)	f (Hz)	ω	Deslocamento obtido no modelo (m)		
				Prof. 90 m	Prof. 16 m	Prof. 30 m
1	0,2961	3,3772	21,222	0,0105	0,0105	0,0105
2	0,1884	5,3079	33,349	0,0104	0,0104	0,0104
3	0,0864	11,5741	72,761	0,0094	0,0093	0,0094

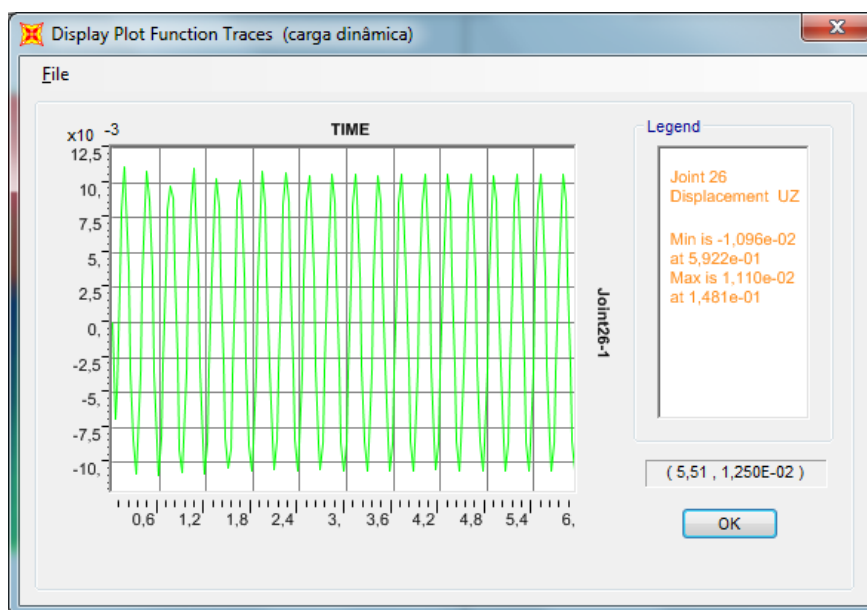


Figura 3-51 – Gráfico de deslocamentos do nó superior central da estaca pelo tempo

O valor teórico do deslocamento vertical é encontrado com as fórmulas apresentadas na seção 2.6 e rerepresentadas abaixo.

$$\delta_v = \frac{F_{tf}}{K + i * \omega * C} \quad (3.24)$$

$$\delta_{vf} = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (3.25)$$

Os valores de rigidez e amortecimento da fundação são encontrados com o programa PILAY (1977). Rodando o programa para cada caso de frequência circular de excitação e profundidade da estaca obtém-se os respectivos valores de rigidez e amortecimento. Os dados de entrada para os casos com 16 m e 30 m de profundidade são os mesmos da seção 2.7, conseqüentemente são os mesmos valores de saída. Assim, a tabela apresentada anteriormente na seção 2.7 é exibida novamente abaixo e os dados de entrada e saída do PILAY são os mesmos apresentados no Anexo A.

Tabela 3-17 – Valores de rigidez e amortecimento obtidos com o programa PILAY

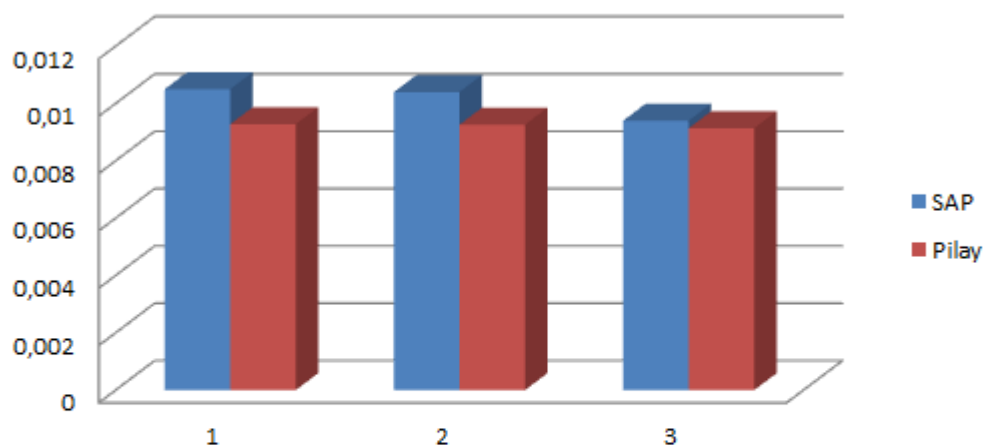
Profundidade da estaca (m)	Caso	ω	K	C
200	Caso 1	21,222	1057100	2228
	Caso 2	33,349	1057800	2227
	Caso 3	72,761	1062300	2219
16	Caso 1	21,222	1055800	2250
	Caso 2	33,349	1056600	2246
	Caso 3	72,761	1061400	2234
30	Caso 1	21,222	1057100	2228
	Caso 2	33,349	1057800	2227
	Caso 3	72,761	1062300	2219

Com os valores de rigidez e amortecimento calculados, pode-se encontrar o deslocamento vertical teórico. Os valores encontrados são apresentados na Tabela 3-18 e na Figura 3-52, juntamente com os valores obtidos pelo SAP2000.

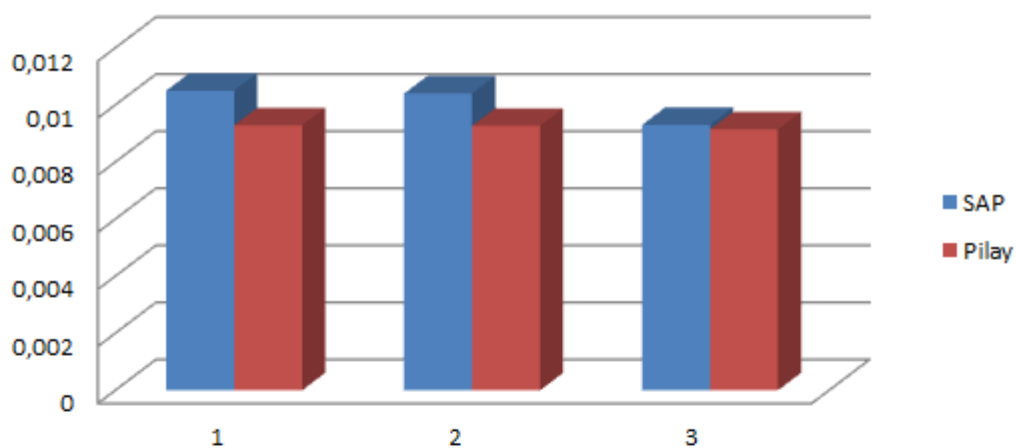
Tabela 3-18 – Comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos

Caso	Profundidade da estaca 90 m		
w	D_{SAP} (m)	D_{PILAY} (m)	Erro (%)
21,222	0,0105	0,009278	11,64
33,349	0,0104	0,009259	10,97
72,761	0,0094	0,009137	2,80
Caso	Profundidade da estaca 16 m		
w	D_{SAP} (m)	D_{PILAY} (m)	Erro (%)
21,222	0,0105	0,009289	11,53
33,349	0,0104	0,009268	10,88
72,761	0,0093	0,009143	1,69
Caso	Profundidade da estaca 30 m		
w	D_{SAP} (m)	D_{PILAY} (m)	Erro (%)
21,222	0,0105	0,009278	11,64
33,349	0,0104	0,009259	10,97
72,761	0,0094	0,009137	2,80

Estaca com 90 m em solo heterogêneo



Estaca com 16 m em solo heterogêneo



Estaca com 30 m em solo heterogêneo

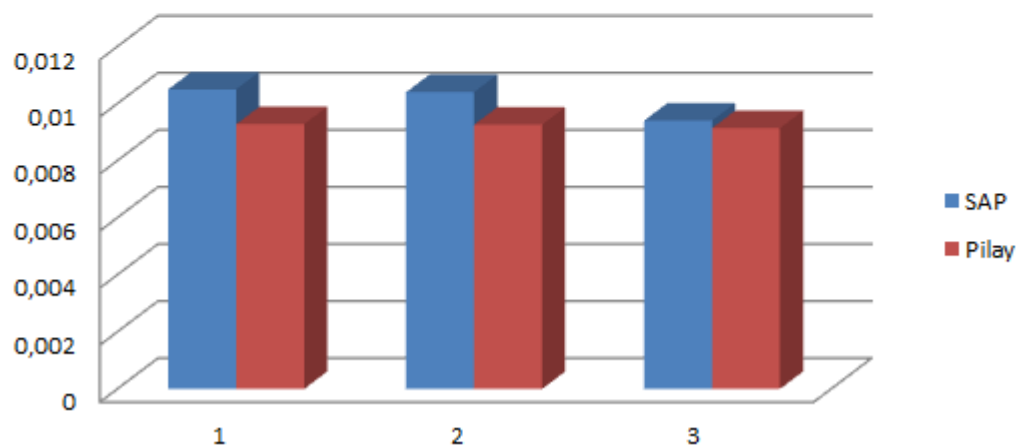


Figura 3-52 – Gráfico de comparação entre os valores de deslocamento vertical obtidos

A partir da Tabela 3-18 e da Figura 3-52 pode-se perceber que as maiores diferenças foram por volta de 11% para o caso 1 nas três profundidades de estaca. Para o caso 2 a diferença foi em torno de 10% nas três profundidades de estaca e no caso 3 a diferença variou entre 1 e 2%. Assim, os valores obtidos com o modelo em elementos finitos são próximos aos valores de referência. Os modelos são considerados como validados e podem ser usados para simular uma fundação profunda sujeita a cargas dinâmicas em solo heterogêneo.

4. CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre modelos axissimétricos e espaciais para a análise de interação solo-estrutura estática e dinâmica e algumas conclusões foram obtidas.

As condições de contorno dos modelos foram testadas e validadas. Os coeficientes de rigidez horizontal e vertical da formulação de NOVAK (1977) devem ser inseridos no SAP2000 com um valor por metro tanto no modelo axissimétrico quanto no espacial. As constantes de amortecimento horizontal e vertical utilizadas de acordo com COOMBS e REIS (1979) e KOLAY *et al.* (2013) também devem ser inseridos no programa, com um valor por metro nos modelos em duas e três dimensões.

Comparando-se os modelos axissimétricos e espaciais para cada um dos sete casos estudados conclui-se que não há um modelo definitivamente melhor que o outro em termos de resultados. No primeiro caso (modelo estático com fundação superficial flexível em solo homogêneo) não há diferença de resultados entre os modelos. Nos casos 2 (modelo estático com sapata rígida em solo homogêneo) e 4 (modelo estático com sapata em solo heterogêneo) o modelo axissimétrico apresentou melhores resultados. Para o caso 5 (modelo dinâmico com fundação superficial rígida em solo heterogêneo) o modelo espacial foi melhor, porque o gráfico mostrou uma melhor representação da ressonância. Já para as estacas, nos casos 3 (modelo estático em solo homogêneo) e 7 (modelo dinâmico em solo heterogêneo) o modelo em três dimensões foi o melhor e no caso 6 (modelo dinâmico em solo homogêneo) o modelo em 2D apresentou melhores resultados.

A construção do modelo 3D, em relação ao 2D, é muito mais trabalhosa e difícil, mesmo se utilizando as planilhas em Excel que o SAP2000 disponibiliza. No modelo axissimétrico não há necessidade de se utilizar essas planilhas devido à sua facilidade. Além disso, o modelo espacial é mais difícil de trabalhar. É um modelo muito pesado, onde qualquer movimento ou comando é lento. O 2D, por outro lado, é um modelo simples que mesmo com maior profundidade (200 m, enquanto o 3D possui 90 m) continua a apresentar maior velocidade e facilidade. Por fim, as análises dinâmicas dos modelos espaciais são muito demoradas. Para esses modelos o número de ciclos foi reduzido para 20, mas mesmo assim as análises foram lentas, durando até 8 horas. A

duração das análises dos modelos axissimétricos, com um número de ciclos igual a 200, é de até 40 minutos.

Nos casos analisados, que apresentam axissimetria, constatou-se que o modelo 3D é de construção mais trabalhosa, muito pesado, difícil de trabalhar, mais demorado nas análises e não produzindo resultados muito melhores que o 2D não é recomendada sua utilização.

A sugestão de continuidade para este trabalho seria a verificação de cargas horizontais com os modelos em três dimensões. Outro aspecto que poderá ser investigado é a limitação do programa SAP2000 que obriga a consideração de um furo no centro do modelo 3D. Poderá ser investigado se essa consideração pode levar a uma distorção dos resultados.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. *ASCE 7-16. Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures*. Washington, D.C, U.S.A, 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos - NBR 15421*. ABNT, Rio de Janeiro, 2006.

COOMBS, R. F e REIS, F. C., *Interação Solo-Estrutura para Fundações Estaqueadas*. V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Grupo II, Produção Térmica, Recife, Brasil, 1979.

CSI COMPUTERS & STRUCTURES, INC., *SAP2000, Integrated Software for Structural Analysis & Design*, Version 18. CSI Inc, Berkeley, California, USA, 2017.

FIDELES, H. M. R, *Análise sísmica de estruturas de edifícios considerando interação solo-estrutura em solo estratificado*. Dissertação de Mestrado, Programa de Projeto de Estruturas, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

GAZETAS, G., “Analysis of Machine Foundation Vibrations: State of the Art”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 2, n. 1, 1983.

KOLAY, C., PRASHANT, A. e JAIN, S. K., “Nonlinear Dynamic Analysis and Seismic Coefficient for Abutments and Retaining Walls”. *Earthquake Spectra*, v. 29 (May), pp. 427-451, 2013.

LUCO, J. E., “Impedance Functions for a Rigid Foundation on a Layered Medium”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 31 (Jul), pp. 204-217, 1974.

LUCO, J. E., “Vibration of a Rigid Disc on a layered Viscoelastic Medium”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 36 (Jan), pp. 325-340, 1976.

NOVAK, M. e ABOUL-ELLA, F., *PILAY – A Computer Program for Calculation of Stiffness and Damping of Piles in Layered Media, Systems Analysis Control and Design Activity (SACDA)*, The University of Western Ontario, London, Canada, December 1977.

POULOS, H. G. e DAVIS, E. H., *Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics*. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1974.

RICHART, F. E., WOODS, R. D. e HALL Jr., J. R., *Vibrations of soils and Foundations*, Prentice-Hall, 1970.

ROËSSET , J. M. e ANGELIDES, D., “Dynamic Stiffness of Piles”, *Numerical Methods in Offshore Piling*, Institution of Civil Engineers, London, pp. 75-81, 1980.

SANTOS, C. A. N., *Funções de Impedância em Solos Estratificados*. Projeto Final de Graduação, Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Fevereiro de 2011.

SANTOS, S. H. C., *Fundações de Máquinas*. Apostila da Escola Politécnica da UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.

6. ANEXO A – DADOS DE ENTRADA E SAÍDA DO PILAY

Dados de entrada do programa PILAY correspondentes às análises das seções 2.3 e 3.3.

Estaca com 90 m de profundidade em solo homogêneo e carga estática ($\omega=0,001$).

```

1
1 2
90.0000 25.000 0.200 10.000 1.334 26070000.
1
1 90. 242. 17. 0.3 .1 .250 .1963 .0031 .0062
242. 17. .30 .1
0 1.
0 0.001
    
```

Dados de saída do programa PILAY correspondentes às análises das seções 2.3 e 3.3.

Estaca com 90 m de profundidade em solo homogêneo e carga estática ($\omega =0,001$).

```

*****
*
* Programa : PILAYP40 *
* Versao : 1 *
* Revisao : 1 (25MAR02) *
*
*****
    
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```

NE= 1 TL= 90.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 90.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 242.00 17.00 0.300 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO=360.00
    
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010

```

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED
0.51554E-01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 FN1
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10622E+00 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 FN2
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED
0.10553E+07 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 KUN
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22463E+04 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 CUN
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
    
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 0.001 AOT= 0.0000

```

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED
0.51554E-01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 FN1
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10622E+00 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 FN2
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED
0.10553E+07 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 KUN
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22463E+04 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 CUN
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
    
```

Dados de entrada do programa PILAY correspondentes às análises da seção 2.6.

Estaca com 200 m de profundidade caso 1 ($\omega = 21,222$).

```

      1
      1  2
200.0000  25.000  0.200  10.000  1.334 26070000.
      1
1200.    242.    17.    0.3    .1    .250 .1963    .0031    .0062
242.    17.    .30    .1
      0  1.
      0 21.222
    
```

Estaca com 200 m de profundidade caso 2 ($\omega = 33,349$).

```

      1
      1  2
200.0000  25.000  0.200  10.000  1.334 26070000.
      1
1200.    242.    17.    0.3    .1    .250 .1963    .0031    .0062
242.    17.    .30    .1
      0  1.
      0 33.349
    
```

Estaca com 200 m de profundidade caso 3 ($\omega = 72,761$).

```

      1
      1  2
200.0000  25.000  0.200  10.000  1.334 26070000.
      1
1200.    242.    17.    0.3    .1    .250 .1963    .0031    .0062
242.    17.    .30    .1
      0  1.
      0 72.761
    
```

Estaca com 16 m de profundidade caso 1 ($\omega = 21,222$).

```

      1
      1  2
016.0000  25.000  0.200  10.000  1.334 26070000.
      1
1 16.    242.    17.    0.3    .1    .250 .1963    .0031    .0062
242.    17.    .30    .1
      0  1.
      0 21.222
    
```

Estaca com 16 m de profundidade caso 2 ($\omega = 33,349$).

```

      1
      1  2
016.0000  25.000  0.200  10.000  1.334 26070000.
      1
1 16.    242.    17.    0.3    .1    .250 .1963    .0031    .0062
242.    17.    .30    .1
      0  1.
      0 33.349
    
```

Estaca com 16 m de profundidade caso 3 ($\omega = 72,761$).

```

      1
      1  2
016.0000  25.000  0.200  10.000  1.334 26070000.
      1
1 16.    242.    17.    0.3    .1    .250 .1963    .0031    .0062
242.    17.    .30    .1
      0  1.
      0 72.761
    
```

Estaca com 30 m de profundidade caso 1 ($\omega = 21,222$).

```

1
1 2
30.0000 25.000 0.200 10.000 1.334 26070000.
1
1 30. 242. 17. 0.3 .1 .250 .1963 .0031 .0062
242. 17. .30 .1
0 1.
0 21.222

```

Estaca com 30 m de profundidade caso 2 ($\omega = 33,349$).

```

1
1 2
30.0000 25.000 0.200 10.000 1.334 26070000.
1
1 30. 242. 17. 0.3 .1 .250 .1963 .0031 .0062
242. 17. .30 .1
0 1.
0 33.349

```

Estaca com 30 m de profundidade caso 3 ($\omega = 72,761$).

```

1
1 2
30.0000 25.000 0.200 10.000 1.334 26070000.
1
1 30. 242. 17. 0.3 .1 .250 .1963 .0031 .0062
242. 17. .30 .1
0 1.
0 72.761

```

Dados de saída do programa PILAY correspondentes às análises da seção 2.6.

Estaca com 200 m de profundidade caso 1 ($\omega = 21,222$).

```

*****
*
* Programa : PILAY40 *
* Versao : 1 *
* Revisao : 1 (25MAR02) *
*
*****

```

```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1
-----

```

```

NE= 1 TL= 200.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 200.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 242.00 17.00 0.300 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO=800.00

```

```

-----
OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED
0.51554E-01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10622E+00 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED
0.10553E+07 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22463E+04 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

```

```

-----
OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 21.222 AOT= 0.0219

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51581E-01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10617E+00 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10559E+07 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22451E+04 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

```

Estaca com 200 m de profundidade caso 2 ($\omega = 33,349$).

```

*****
*
* Programa : PILAYP40
* Versao : 1
* Revisao : 1 (25MAR02)
*
*****

```

```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1
-----
NE= 1 TL= 200.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 200.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 242.00 17.00 0.300 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO=800.00

```

```

-----
OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51554E-01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10622E+00 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10553E+07 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22463E+04 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

```

```

-----
OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 33.349 AOT= 0.0345

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51619E-01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10609E+00 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10566E+07 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22435E+04 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

```

Estaca com 200 m de profundidade caso 3 ($\omega = 72,761$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 1 TL= 200.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 200.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 242.00 17.00 0.300 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO=800.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51554E-01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10622E+00 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KwW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10553E+07 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
CwW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22463E+04 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 72.761 AOT= 0.0752

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51857E-01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10560E+00 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KwW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10615E+07 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
CwW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22332E+04 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01 0.1#QNBE+01
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

Estaca com 16 m de profundidade caso 1 ($\omega = 21,222$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 1 TL= 16.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 16.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 242.00 17.00 0.300 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO= 64.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51447E-01 0.26152E+00 0.59994E-01 0.47969E+00 -0.11358E+00 0.33102E-01

FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.11025E+00 0.73128E-01 0.16487E+00 0.38944E+00 -0.19971E+00 0.92131E-01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10531E+07 0.70451E+05 0.31030E+06 0.15507E+06 -0.14686E+06 0.17121E+06

CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.23315E+04 0.20351E+02 0.88094E+03 0.13005E+03 -0.26677E+03 0.49228E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 21.222 AOT= 0.0219

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51478E-01 0.26151E+00 0.60012E-01 0.47992E+00 -0.11365E+00 0.33108E-01

FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10748E+00 0.73130E-01 0.16483E+00 0.38897E+00 -0.19958E+00 0.92111E-01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10538E+07 0.70449E+05 0.31040E+06 0.15514E+06 -0.14696E+06 0.17125E+06

CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22728E+04 0.20352E+02 0.88074E+03 0.12990E+03 -0.26660E+03 0.49218E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

Estaca com 16 m de profundidade caso 2 ($\omega = 33,349$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 1 TL= 16.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 16.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 242.00 17.00 0.300 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO= 64.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED
0.51447E-01 0.26152E+00 0.59994E-01 0.47969E+00 -0.11358E+00 0.33102E-01
FN1
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.11025E+00 0.73128E-01 0.16487E+00 0.38944E+00 -0.19971E+00 0.92131E-01
FN2
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED
0.10531E+07 0.70451E+05 0.31030E+06 0.15507E+06 -0.14686E+06 0.17121E+06
KUN
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.23315E+04 0.20351E+02 0.88094E+03 0.13005E+03 -0.26677E+03 0.49228E+03
CUN
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 33.349 AOT= 0.0345

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED
0.51521E-01 0.26150E+00 0.60038E-01 0.48026E+00 -0.11376E+00 0.33118E-01
FN1
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10733E+00 0.73133E-01 0.16477E+00 0.38828E+00 -0.19938E+00 0.92080E-01
FN2
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED
0.10547E+07 0.70446E+05 0.31054E+06 0.15525E+06 -0.14711E+06 0.17130E+06
KUN
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22696E+04 0.20353E+02 0.88042E+03 0.12967E+03 -0.26633E+03 0.49201E+03
CUN
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```


Estaca com 16 m de profundidade caso 3 ($\omega = 72,761$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 1 TL= 16.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 16.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 242.00 17.00 0.300 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO= 64.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51447E-01 0.26152E+00 0.59994E-01 0.47969E+00 -0.11358E+00 0.33102E-01

FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.11025E+00 0.73128E-01 0.16487E+00 0.38944E+00 -0.19971E+00 0.92131E-01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KwW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10531E+07 0.70451E+05 0.31030E+06 0.15507E+06 -0.14686E+06 0.17121E+06

CwW CZT CUU CPP CPU CUN
0.23315E+04 0.20351E+02 0.88094E+03 0.13005E+03 -0.26677E+03 0.49228E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 72.761 AOT= 0.0752

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51788E-01 0.26143E+00 0.60202E-01 0.48236E+00 -0.11445E+00 0.33179E-01

FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10667E+00 0.73153E-01 0.16440E+00 0.38405E+00 -0.19814E+00 0.91888E-01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KwW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10601E+07 0.70428E+05 0.31138E+06 0.15593E+06 -0.14800E+06 0.17161E+06

CwW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22557E+04 0.20358E+02 0.87845E+03 0.12825E+03 -0.26468E+03 0.49098E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

Estaca com 30 m de profundidade caso 1 ($\omega = 21,222$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 1 TL= 30.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 30.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 242.00 17.00 0.300 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO=120.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51554E-01 0.26152E+00 0.59994E-01 0.47969E+00 -0.11358E+00 0.33102E-01

FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10624E+00 0.73128E-01 0.16487E+00 0.38944E+00 -0.19971E+00 0.92131E-01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KwW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10553E+07 0.70451E+05 0.31030E+06 0.15507E+06 -0.14686E+06 0.17121E+06

CwW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22466E+04 0.20351E+02 0.88095E+03 0.13005E+03 -0.26678E+03 0.49228E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 21.222 AOT= 0.0219

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51580E-01 0.26151E+00 0.60012E-01 0.47992E+00 -0.11365E+00 0.33108E-01

FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10618E+00 0.73130E-01 0.16483E+00 0.38897E+00 -0.19958E+00 0.92111E-01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KwW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10559E+07 0.70449E+05 0.31040E+06 0.15514E+06 -0.14696E+06 0.17125E+06

CwW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22453E+04 0.20352E+02 0.88075E+03 0.12990E+03 -0.26660E+03 0.49218E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

Estaca com 30 m de profundidade caso 2 ($\omega = 33,349$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 1 TL= 30.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 30.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 242.00 17.00 0.300 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO=120.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51554E-01 0.26152E+00 0.59994E-01 0.47969E+00 -0.11358E+00 0.33102E-01

FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10624E+00 0.73128E-01 0.16487E+00 0.38944E+00 -0.19971E+00 0.92131E-01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10553E+07 0.70451E+05 0.31030E+06 0.15507E+06 -0.14686E+06 0.17121E+06

CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22466E+04 0.20351E+02 0.88095E+03 0.13005E+03 -0.26678E+03 0.49228E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 33.349 AOT= 0.0345

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51619E-01 0.26150E+00 0.60038E-01 0.48026E+00 -0.11376E+00 0.33118E-01

FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10610E+00 0.73133E-01 0.16477E+00 0.38828E+00 -0.19938E+00 0.92080E-01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10566E+07 0.70446E+05 0.31054E+06 0.15525E+06 -0.14711E+06 0.17130E+06

CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22436E+04 0.20353E+02 0.88042E+03 0.12967E+03 -0.26633E+03 0.49201E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

Estaca com 30 m de profundidade caso 3 ($\omega = 72,761$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 1 TL= 30.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 30.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 242.00 17.00 0.300 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO=120.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51554E-01 0.26152E+00 0.59994E-01 0.47969E+00 -0.11358E+00 0.33102E-01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10624E+00 0.73128E-01 0.16487E+00 0.38944E+00 -0.19971E+00 0.92131E-01
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10553E+07 0.70451E+05 0.31030E+06 0.15507E+06 -0.14686E+06 0.17121E+06
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22466E+04 0.20351E+02 0.88095E+03 0.13005E+03 -0.26678E+03 0.49228E+03
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 72.761 AOT= 0.0752

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51857E-01 0.26143E+00 0.60202E-01 0.48236E+00 -0.11445E+00 0.33179E-01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10561E+00 0.73153E-01 0.16440E+00 0.38405E+00 -0.19814E+00 0.91888E-01
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10615E+07 0.70428E+05 0.31138E+06 0.15593E+06 -0.14800E+06 0.17161E+06
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22333E+04 0.20358E+02 0.87845E+03 0.12825E+03 -0.26468E+03 0.49098E+03
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

Dados de entrada do programa PILAY correspondentes às análises da seção 2.7.

Estaca com 200 m de profundidade caso 1 ($\omega = 21,222$).

```
1
1 2
200.0000 25.000 0.200 10.000 1.334 26070000.
3
1 16. 242. 17. 0.3 .1 .250 .1963 .0031 .0062
2 92. 606. 20. 0.25 .1 .250 .1963 .0031 .0062
3 92. 606. 20. 0.25 .1 .250 .1963 .0031 .0062
606. 20. .25 .1
0 1.
0 21.222
```

Estaca com 200 m de profundidade caso 2 ($\omega = 33,349$).

1	1	2							
200.0000	25.000	0.200	10.000	1.334	26070000.				
3									
1 16.	242.	17.	0.3	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
2 92.	606.	20.	0.25	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
3 92.	606.	20.	0.25	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
606.	20.	.25	.1						
0	1.								
0	33.349								

Estaca com 200 m de profundidade caso 3 ($\omega = 72,761$).

1	1	2							
200.0000	25.000	0.200	10.000	1.334	26070000.				
3									
1 16.	242.	17.	0.3	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
2 92.	606.	20.	0.25	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
3 92.	606.	20.	0.25	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
606.	20.	.25	.1						
0	1.								
0	72.761								

Estaca com 16 m de profundidade caso 1 ($\omega = 21,222$).

1	1	2							
16.0000	25.000	0.200	10.000	1.334	26070000.				
3									
1 16.	242.	17.	0.3	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
606.	20.	.25	.1						
0	1.								
0	21.222								

Estaca com 16 m de profundidade caso 2 ($\omega = 33,349$).

1	1	2							
16.0000	25.000	0.200	10.000	1.334	26070000.				
3									
1 16.	242.	17.	0.3	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
606.	20.	.25	.1						
0	1.								
0	33.349								

Estaca com 16 m de profundidade caso 3 ($\omega = 72,761$).

1	1	2							
16.0000	25.000	0.200	10.000	1.334	26070000.				
3									
1 16.	242.	17.	0.3	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
606.	20.	.25	.1						
0	1.								
0	72.761								

Estaca com 30 m de profundidade caso 1 ($\omega = 21,222$).

	1									
	1	2								
	30.0000	25.000	0.200	10.000	1.334	26070000.				
	2									
1	16.	242.	17.	0.3	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
2	14.	606.	20.	0.25	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
606.		20.	.25	.1						
0	1.									
0	21.222									

Estaca com 30 m de profundidade caso 2 ($\omega = 33,349$).

	1									
	1	2								
	30.0000	25.000	0.200	10.000	1.334	26070000.				
	2									
1	16.	242.	17.	0.3	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
2	14.	606.	20.	0.25	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
606.		20.	.25	.1						
0	1.									
0	33.349									

Estaca com 30 m de profundidade caso 3 ($\omega = 72,761$).

	1									
	1	2								
	30.0000	25.000	0.200	10.000	1.334	26070000.				
	2									
1	16.	242.	17.	0.3	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
2	14.	606.	20.	0.25	.1	.250	.1963	.0031	.0062	
606.		20.	.25	.1						
0	1.									
0	72.761									

Dados de saída do programa PILAY correspondentes às análises da seção 2.7.

Estaca com 200 m de profundidade caso 1 ($\omega = 21,222$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 3 TL= 200.00 VST= 606.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 16.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
2 92.00 606.00 20.00 0.250 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
3 92.00 606.00 20.00 0.250 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 606.00 20.00 0.250 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.1877 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.1678 TL/RO=800.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0004

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51619E-01 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 PINNED FN2
0.26395E+00 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10567E+07 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22290E+04 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 21.222 AOT= 0.0088

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51643E-01 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 PINNED FN2
0.26385E+00 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10571E+07 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22281E+04 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

Estaca com 200 m de profundidade caso 2 ($\omega = 33,349$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 3          TL= 200.00      VST= 606.000
EP= 0.2607E+08  PST= 0.0000E+00  GMP= 25.00  GAC= 10.00  PRP= 0.20  SHFC= 1.334
LAYER TH(I)   VS(I)   GMS(I)  PR(I)  TDL(I)  RO(I)   PAR(I)   PIN(I)   PTJ(I)
1  16.00      242.00   17.00   0.300  0.100   0.250   0.1963E+00  0.3100E-02  0.6200E-02
2  92.00      606.00   20.00   0.250  0.100   0.250   0.1963E+00  0.3100E-02  0.6200E-02
3  92.00      606.00   20.00   0.250  0.100   0.250   0.1963E+00  0.3100E-02  0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 606.00   20.00   0.250  0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.1877  VB/VST= 1.0000  SQRT GT/EP= 0.1678  TL/RO=800.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0004

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED
0.51619E-01 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
FN1
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 PINNED
0.26395E+00 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
FN2
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED
0.10567E+07 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
KUN
CWW CZT CUU CPP CPU PINNED
0.22290E+04 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
CUN
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 33.349 AOT= 0.0138

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED
0.51678E-01 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
FN1
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 PINNED
0.26369E+00 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
FN2
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED
0.10578E+07 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
KUN
CWW CZT CUU CPP CPU PINNED
0.22268E+04 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
CUN
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

Estaca com 200 m de profundidade caso 3 ($\omega = 72,761$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 3 TL= 200.00 VST= 606.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 16.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
2 92.00 606.00 20.00 0.250 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
3 92.00 606.00 20.00 0.250 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 606.00 20.00 0.250 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.1877 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.1678 TL/RO=800.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0004

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51619E-01 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.26395E+00 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10567E+07 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22290E+04 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 72.761 AOT= 0.0300

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51894E-01 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.26275E+00 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10623E+07 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22188E+04 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 -1.#INDE+000 0.1#QNBE+01
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

Estaca com 16 m de profundidade caso 1 ($\omega = 21,222$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 1 TL= 16.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 16.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 606.00 20.00 0.250 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 2.5041 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO= 64.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51549E-01 0.26152E+00 0.59994E-01 0.47969E+00 -0.11358E+00 0.33102E-01

FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.11293E+00 0.73128E-01 0.16487E+00 0.38944E+00 -0.19971E+00 0.92131E-01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10552E+07 0.70451E+05 0.31030E+06 0.15507E+06 -0.14686E+06 0.17121E+06

CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.23880E+04 0.20351E+02 0.88094E+03 0.13005E+03 -0.26677E+03 0.49228E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 21.222 AOT= 0.0219

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51577E-01 0.26151E+00 0.60012E-01 0.47992E+00 -0.11365E+00 0.33108E-01

FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10641E+00 0.73130E-01 0.16483E+00 0.38897E+00 -0.19958E+00 0.92111E-01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10558E+07 0.70449E+05 0.31040E+06 0.15514E+06 -0.14696E+06 0.17125E+06

CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22503E+04 0.20352E+02 0.88074E+03 0.12990E+03 -0.26660E+03 0.49218E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

Estaca com 16 m de profundidade caso 2 ($\omega = 33,349$).

```

*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****

```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```

NE= 1 TL= 16.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 16.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 606.00 20.00 0.250 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 2.5041 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO= 64.00

```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51549E-01 0.26152E+00 0.59994E-01 0.47969E+00 -0.11358E+00 0.33102E-01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.11293E+00 0.73128E-01 0.16487E+00 0.38944E+00 -0.19971E+00 0.92131E-01
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10552E+07 0.70451E+05 0.31030E+06 0.15507E+06 -0.14686E+06 0.17121E+06
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.23880E+04 0.20351E+02 0.88094E+03 0.13005E+03 -0.26677E+03 0.49228E+03
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 33.349 AOT= 0.0345

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51615E-01 0.26150E+00 0.60038E-01 0.48026E+00 -0.11376E+00 0.33118E-01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10622E+00 0.73133E-01 0.16477E+00 0.38828E+00 -0.19938E+00 0.92080E-01
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10566E+07 0.70446E+05 0.31054E+06 0.15525E+06 -0.14711E+06 0.17130E+06
CWW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22462E+04 0.20353E+02 0.88042E+03 0.12967E+03 -0.26633E+03 0.49201E+03
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

Estaca com 16 m de profundidade caso 3 ($\omega = 72,761$).

```

*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****

```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```

NE= 1 TL= 16.00 VST= 242.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 16.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 606.00 20.00 0.250 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.0749 VB/VST= 2.5041 SQRT GT/EP= 0.0618 TL/RO= 64.00

```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0010

```

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51549E-01 0.26152E+00 0.59994E-01 0.47969E+00 -0.11358E+00 0.33102E-01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.11293E+00 0.73128E-01 0.16487E+00 0.38944E+00 -0.19971E+00 0.92131E-01
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KwW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10552E+07 0.70451E+05 0.31030E+06 0.15507E+06 -0.14686E+06 0.17121E+06
CwW CZT CUU CPP CPU CUN
0.23880E+04 0.20351E+02 0.88094E+03 0.13005E+03 -0.26677E+03 0.49228E+03
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 72.761 AOT= 0.0752

```

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51851E-01 0.26143E+00 0.60202E-01 0.48236E+00 -0.11445E+00 0.33179E-01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.10565E+00 0.73153E-01 0.16440E+00 0.38405E+00 -0.19814E+00 0.91888E-01
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KwW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10614E+07 0.70428E+05 0.31138E+06 0.15593E+06 -0.14800E+06 0.17161E+06
CwW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22341E+04 0.20358E+02 0.87845E+03 0.12825E+03 -0.26468E+03 0.49098E+03
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

```

Estaca com 30 m de profundidade caso 1 ($\omega = 21,222$).

```

*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****

```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```

NE= 2 TL= 30.00 VST= 606.000
EP= 0.2607E+08 PST= 0.0000E+00 GMP= 25.00 GAC= 10.00 PRP= 0.20 SHFC= 1.334
LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 16.00 242.00 17.00 0.300 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
2 14.00 606.00 20.00 0.250 0.100 0.250 0.1963E+00 0.3100E-02 0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 606.00 20.00 0.250 0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.1877 VB/VST= 1.0000 SQRT GT/EP= 0.1678 TL/RO=120.00

```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0004

```

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51619E-01 0.26152E+00 0.59994E-01 0.47969E+00 -0.11358E+00 0.33102E-01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.26395E+00 0.18312E+00 0.41285E+00 0.97520E+00 -0.50009E+00 0.23071E+00
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KwW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10567E+07 0.70451E+05 0.31030E+06 0.15507E+06 -0.14686E+06 0.17121E+06
CwW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22290E+04 0.20351E+02 0.88094E+03 0.13005E+03 -0.26677E+03 0.49228E+03
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 21.222 AOT= 0.0088

```

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED FN1
0.51643E-01 0.26151E+00 0.60012E-01 0.47992E+00 -0.11365E+00 0.33108E-01
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 FN2
0.26385E+00 0.18313E+00 0.41276E+00 0.97404E+00 -0.49977E+00 0.23066E+00
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KwW KZT KUU KPP KPU PINNED KUN
0.10571E+07 0.70449E+05 0.31040E+06 0.15514E+06 -0.14696E+06 0.17125E+06
CwW CZT CUU CPP CPU CUN
0.22281E+04 0.20352E+02 0.88074E+03 0.12990E+03 -0.26660E+03 0.49218E+03
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0

```

Estaca com 30 m de profundidade caso 2 ($\omega = 33,349$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 2          TL= 30.00          VST= 606.000
EP= 0.2607E+08  PST= 0.0000E+00  GMP= 25.00  GAC= 10.00  PRP= 0.20  SHFC= 1.334
LAYER TH(I)   VS(I)   GMS(I)  PR(I)  TDL(I)  RO(I)   PAR(I)  PIN(I)  PTJ(I)
1  16.00     242.00   17.00   0.300  0.100   0.250   0.1963E+00  0.3100E-02  0.6200E-02
2  14.00     606.00   20.00   0.250  0.100   0.250   0.1963E+00  0.3100E-02  0.6200E-02
SOIL BELOW TIP 606.00   20.00   0.250  0.100
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.1877  VB/VST= 1.0000  SQRT GT/EP= 0.1678  TL/RO=120.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0004

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED
0.51619E-01 0.26152E+00 0.59994E-01 0.47969E+00 -0.11358E+00 0.33102E-01
FN1
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 PINNED
0.26395E+00 0.18312E+00 0.41285E+00 0.97520E+00 -0.50009E+00 0.23071E+00
FN2
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED
0.10567E+07 0.70451E+05 0.31030E+06 0.15507E+06 -0.14686E+06 0.17121E+06
KUN
CWW CZT CUU CPP CPU PINNED
0.22290E+04 0.20351E+02 0.88094E+03 0.13005E+03 -0.26677E+03 0.49228E+03
CUN
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 33.349 AOT= 0.0138

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1 FT1 FU1 FP1 FC1 PINNED
0.51678E-01 0.26150E+00 0.60038E-01 0.48026E+00 -0.11376E+00 0.33118E-01
FN1
FW2 FT2 FU2 FP2 FC2 PINNED
0.26369E+00 0.18314E+00 0.41261E+00 0.97231E+00 -0.49926E+00 0.23058E+00
FN2
STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW KZT KUU KPP KPU PINNED
0.10578E+07 0.70446E+05 0.31054E+06 0.15525E+06 -0.14711E+06 0.17130E+06
KUN
CWW CZT CUU CPP CPU PINNED
0.22268E+04 0.20353E+02 0.88042E+03 0.12967E+03 -0.26633E+03 0.49201E+03
CUN
FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

Estaca com 30 m de profundidade caso 3 ($\omega = 72,761$).

```
*****
*
* Programa   : PILAYP40
* Versao    : 1
* Revisao   : 1 (25MAR02)
*
*****
```

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1

```
NE= 2          TL= 30.00          VST= 606.000
EP= 0.2607E+08  PST= 0.0000E+00  GMP= 25.00  GAC= 10.00  PRP= 0.20  SHFC= 1.334
LAYER TH(I)   VS(I)   GMS(I)  PR(I)  TDL(I)  RO(I)   PAR(I)   PIN(I)   PTJ(I)
1  16.00    242.00   17.00   0.300  0.100   0.250   0.1963E+00  0.3100E-02  0.6200E-02
2  14.00    606.00   20.00   0.250  0.100   0.250   0.1963E+00  0.3100E-02  0.6200E-02
SOIL BELOW TIP
DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC= 0.1877  VB/VST= 1.0000  SQRT GT/EP= 0.1678  TL/RO=120.00
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 1 OMG= 1.000 AOT= 0.0004

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1      FT1      FU1      FP1      FC1      PINNED
0.51619E-01  0.26152E+00  0.59994E-01  0.47969E+00  -0.11358E+00  FN1
0.33102E-01

FW2      FT2      FU2      FP2      FC2      PINNED
0.26395E+00  0.18312E+00  0.41285E+00  0.97520E+00  -0.50009E+00  FN2
0.23071E+00

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW      KZT      KUU      KPP      KPU      PINNED
0.10567E+07  0.70451E+05  0.31030E+06  0.15507E+06  -0.14686E+06  KUN
0.17121E+06

CWW      CZT      CUU      CPP      CPU      PINNED
0.22290E+04  0.20351E+02  0.88094E+03  0.13005E+03  -0.26677E+03  CUN
0.49228E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```

OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 72.761 AOT= 0.0300

```
STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS
FW1      FT1      FU1      FP1      FC1      PINNED
0.51894E-01  0.26143E+00  0.60202E-01  0.48236E+00  -0.11445E+00  FN1
0.33179E-01

FW2      FT2      FU2      FP2      FC2      PINNED
0.26275E+00  0.18318E+00  0.41169E+00  0.96170E+00  -0.49618E+00  FN2
0.23010E+00

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1
KWW      KZT      KUU      KPP      KPU      PINNED
0.10623E+07  0.70428E+05  0.31138E+06  0.15593E+06  -0.14800E+06  KUN
0.17161E+06

CWW      CZT      CUU      CPP      CPU      PINNED
0.22188E+04  0.20358E+02  0.87845E+03  0.12825E+03  -0.26468E+03  CUN
0.49098E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
```