



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro  
Escola Politécnica

## **ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS PELO MÉTODO DE MONTE CARLO.**

Rodrigo Guimarães Martins

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Programa de Projeto de Estruturas da Escola Politécnica, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Projeto de Estruturas.

Orientador(es): Luiz Eloy Vaz

Sérgio Hampshire de C. Santos

Rio de Janeiro  
Agosto de 2012

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS PELO MÉTODO DE  
MONTE CARLO

Rodrigo Guimarães Martins

DISSERTAÇÃO APRESENTADA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PROJETO  
DE ESTRUTURAS DA ESCOLA POLITÉCNICA, DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO  
DE JANEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO  
TÍTULO DE MESTRE EM PROJETO DE ESTRUTURAS.

Examinado por:

---

Prof. Luiz Eloy Vaz, Dr.-Ing.

---

Prof. Sergio Hampshire de Carvalho Santos, D. Sc.

---

Profa. Claudia Ribeiro Éboli, D. Sc.

---

Prof. Emil de Souza Sanchez Filho, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

AGOSTO DE 2012

Martins, Rodrigo Guimarães

Análise de Confiabilidade de Fundações de Máquinas pelo Método de Monte Carlo/ Rodrigo Guimarães Martins. – Rio de Janeiro: UFRJ/Escola Politécnica, 2012.

X,57p.:il;29,7cm.

Orientador: Luiz Eloy Vaz; Sergio Hampshire de C. Santos

Dissertação de Mestrado – UFRJ/ Escola Politécnica/Programa de Projeto de Estruturas 2012.

Referencias Bibliográficas: p.39

1. Análise de Confiabilidade, 2. Fundação de Máquinas, 3. Método de Monte Carlo, 4. Estruturas. I. Luiz Eloy Vaz, Sergio Hampshire de Carvalho Santos, II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Programa de Projeto de Estruturas. III. Título.

*“Aprender sem pensar é tempo perdido.”*

Confúcio

Dedico esse trabalho a meus pais, a meu irmão, a minha noiva e aos amigos que tanto me incentivaram e que nunca deixaram de acreditar em mim.

## *Agradecimentos.*

Primeiramente agradeço a Deus por me orientar a mais uma conquista.

Agradeço à minha mãe, pai e irmão pela paciência desprendida.

A minha noiva, Aline Correia Gomes, que muito me apoiou e me deu forças para a elaboração deste trabalho.

Aos orientadores Luiz Eloy Vaz e Sérgio Hampshire pela ajuda, paciência, pela compreensão, pelo tempo gasto, mas principalmente pelo aprendizado que levarei pelo resto da vida.

Agradeço aos meus amigos de trabalho de todas as empresas por onde passei como PCE Projetos e Consultoria em Engenharia, Forconsult, Sandech e Casagrande Engenharia, em especial aos amigos Igor Otiniano, Thiago Pecin, Joaquin Nunes, Carlos Fragelli, Robson Silva e João Luis Casagrande pelo tempo por muitas vezes escasso mas que me foi dedicado a discussões, críticas e revisões ao longo deste trabalho.

Agradeço a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a elaboração desse trabalho, pois sem cada um de vocês certamente não seria possível.

Resumo da Dissertação de Mestrado apresentada à Escola Politécnica/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Projeto de Estrutura (M. Sc.).

## ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS PELO MÉTODO DE MONTE CARLO

Rodrigo Guimarães Martins

Agosto de 2012

Orientadores: Luiz Eloy Vaz  
Sérgio Hampshire de Carvalho Santos  
Programa: Projeto de Estruturas

O avanço e popularização das ferramentas computacionais, têm tornado a análise de confiabilidade cada vez mais presente na prática da Engenharia Civil de Estruturas. O presente trabalho trata o clássico tema de projetos de Fundações de Máquinas, através de sua formulação mundialmente conhecida, sob o ponto de vista da moderna Análise de Confiabilidade.

Desenvolve-se o tema da confiabilidade através do método de Monte Carlo para quantificar as probabilidades de falha existentes em diversas condições de suporte geotécnico, tipo de equipamento e faixas de frequência de operação.

É também demonstrada neste trabalho a influência de algumas variáveis aleatórias no problema, através de exemplos e é proposto no final do trabalho um coeficiente de minoração das cargas atuantes.

Palavras-chave: Fundação de Máquinas, Análise de Confiabilidade, Método de Monte Carlo

Abstract of Dissertation presented to POLI/UFRJ for partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Design of Structures.

RELIABILITY ANALYSIS OF VIBRATION MACHINE FOUNDATIONS USING THE  
MONTE CARLO METHOD

Rodrigo Guimarães Martins

August/2012

Advisors: Luiz Eloy Vaz

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Course: Design of Structures

The advancement and popularization of computer tools, have made the reliability analysis is increasingly present in the practice of Civil Engineering Structures. This dissertation deals with the classic theme of Vibration Machine Foundations projects through its world-famous formulation, using the modern Reliability Analysis.

It develops the theme of reliability through the Monte Carlo Method to quantify the probabilities of failure under varying conditions of existing geotechnical support, equipment type and frequency bands of operation.

It is also demonstrated in this paper, the influence of different random variables in the problem through various examples for some cases and a propose to a factor to be applied on the machine's force.

Keywords: Machine Foundation, Reliability Analysis, Monte Carlo Method.

## Sumário

Capítulo 1	Introdução .....	1
1.1	Considerações Gerais .....	1
1.2	Objetivos e Justificativas.....	1
1.3	Escopo do Trabalho .....	1
Capítulo 2	Fundações de Máquinas.....	3
2.1	Sistema de Equações de Movimento .....	4
2.2	Modelagem Numérica.....	5
2.3	Modelagem do Subsolo.....	5
2.4	Análise de fundações diretas sobre solo homogêneo.....	7
2.5	Tolerância de deslocamentos.....	10
2.5.1	Limites para máquinas rotativas .....	10
2.6	Exemplo de um dimensionamento.....	13
2.6.1	Resolução do Exemplo.....	13
Capítulo 3	Conceitos de Probabilidade.....	15
3.1	Variáveis aleatórias .....	15
3.2	Distribuição de Probabilidades .....	16
3.2.1	Distribuição Normal ou Gaussiana .....	17
3.2.2	Distribuição Lognormal .....	17
Capítulo 4	Análise de Confiabilidade Estrutural.....	19
4.1	Probabilidade de Falha .....	20
4.2	Classificação das Incertezas na Confiabilidade Estrutural.....	21
4.2.1	Ações como variáveis aleatórias.....	21
4.3	Métodos de Análise de Confiabilidade Estrutural .....	22
4.3.1	Método de Monte Carlo .....	22
4.3.1.1	Histórico .....	22
4.3.1.2	Descrição .....	22
4.3.1.3	Cálculo da probabilidade de falha pelo Método de Monte Carlo .....	23
4.3.1.4	Determinação do Índice de Confiabilidade ( $\beta$ ) .....	23

Capítulo 5 Exemplo de Aplicação .....	25
5.1 Dados de Entrada do Exemplo .....	25
5.2 Etapa 01 – Determinação das Forças Verticais Máximas .....	25
5.3 Etapa 02 – Análise de confiabilidade.....	26
5.3.1 Metodologia adotada.....	26
5.3.2 Variáveis Aleatórias Consideradas .....	27
5.3.2.1 Peso específico do concreto .....	27
5.3.2.2 Peso específico do solo .....	27
5.3.2.3 Módulo de Cisalhamento do solo .....	28
5.3.2.4 Coeficiente de Poisson do solo .....	28
5.3.3 Função de Falha.....	29
5.3.4 Resultados da Etapa 02 .....	30
5.4 Projeto Baseado em Confiabilidade.....	32
5.5 Projeto Determinístico .....	35
Capítulo 6 Conclusões e Recomendações.....	37
Capítulo 7 Referências.....	39

Lista de Figuras:

Figura 2.1 – Turbo gerador e sua fundação .....	3
Figura 2.2 – Máquina de eixo horizontal e sua fundação .....	4
Figura 2.3 – Sistema Massa-Mola-Amortecedor .....	4
Figura 2.4 – Dimensões em planta do bloco .....	7
Figura 2.5 – Gráfico das velocidades limites para classes de equipamentos.....	12
Figura 2.6 – Gráfico de Deslocamentos x Frequência.....	14
Figura 4.1 – Definição da Função de Falha (SAGRILO 2000) .....	20

Lista de Tabelas:

Tabela 2.1– Valores usuais de projeto – Peso específico, coeficiente de Poisson e deformação .....	6
Tabela 2.2– Valores usuais de projeto – Capacidade de carga e módulo de cisalhamento G .....	7
Tabela 2.3– Valores limites da velocidade para classes de equipamentos .....	11
Tabela 4.1– Definição de classes de consequências .....	23
Tabela 4.2– Valores mínimos recomendados para o índice de confiabilidade $\beta$ (estados limites últimos) .....	24
Tabela 4.3– Índice de confiabilidade alvo $\beta$ para elementos estruturais da classe RC2 .....	24
Tabela 5.1– Resultados encontrados na Etapa 01 .....	26
Tabela 5.2– Resultados encontrados na Etapa 02 – Solo Fraco.....	30
Tabela 5.3– Resultados encontrados na Etapa 02 – Solo Médio .....	30
Tabela 5.4– Resultados encontrados na Etapa 02 – Solo Bom.....	31
Tabela 5.5– Resultados Projeto Baseado em Confiabilidade – Solo Fraco.....	32
Tabela 5.6– Resultados Projeto Baseado em Confiabilidade – Solo Médio.....	33
Tabela 5.7– Resultados Projeto Baseado em Confiabilidade – Solo Bom .....	33
Tabela 5.8– Resultados Projeto Baseado em Confiabilidade – Fatores de Segurança.....	34
Tabela 5.9– Fatores de Majoração para Solos I, II e III .....	36

# **CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO**

## **1.1 Considerações Gerais**

O cálculo de fundação de grandes e médias máquinas que exigem respostas ao comportamento dinâmico em geral é tratado no dia a dia de projeto através de uma série de fórmulas empíricas propostas por pesquisadores há alguns anos. Desde então, o assunto de fundação de máquinas não está no foco das pesquisas.

O projeto de fundação de uma máquina deve ter como um de seus objetivos a limitação das amplitudes de vibração a valores admissíveis tanto para a máquina quanto para pessoas e outros equipamentos que estejam ao seu redor. Os movimentos excessivos podem trazer danos estruturais por vibração, causar grandes recalques e gerar desconforto a pessoas.

A análise dinâmica de uma fundação de máquina envolve a determinação dos esforços dinâmicos da máquina, a caracterização do subsolo junto à definição de seus parâmetros, a definição dos critérios de desempenho da fundação e, então, o cálculo da resposta dinâmica.

Esse tema é bastante complexo uma vez que depende de definições de diversas áreas da engenharia.

Diante deste panorama, o trabalho aqui descrito se propõe a avaliar os quesitos de segurança e economia do projeto, utilizando essas formulações amplamente empregadas pelos projetistas, aliadas aos conceitos da Análise de Confiabilidade Estrutural, Análise de Sensibilidade e Projeto Ótimo de Estruturas.

## **1.2 Objetivos e Justificativas**

O presente trabalho elaborado pelo Engenheiro Rodrigo Guimarães Martins, tendo como orientadores os Professores Luiz Eloy Vaz e Sérgio Hampshire de Carvalho Santos, cujo objetivo é avaliar a formulação empírica utilizada no projeto de bases para máquinas devido às solicitações dinâmicas, através das ferramentas da análise de confiabilidade estrutural e dos conceitos de projeto ótimo de estruturas.

## **1.3 Escopo do Trabalho**

A dissertação está dividida em capítulos para facilitar o entendimento e a exposição dos assuntos tratados.

No capítulo 2, são apresentados alguns conceitos importantes sobre as fundações de máquinas. São apresentadas neste capítulo as metodologias de cálculo existentes, os procedimentos passo a passo e também as indicações utilizadas na prática de projeto segundo algumas normas importantes.

O capítulo 3 aborda conceitos básicos da análise de confiabilidade estrutural e entra mais a fundo nos principais tópicos utilizados no trabalho.

No capítulo 4 são abordados tópicos básicos referentes à análise de confiabilidade estrutural e suas variáveis não determinísticas.

O capítulo 5, mais importante deste trabalho, apresenta os resultados e as análises críticas dos exemplos de aplicação da ferramenta desenvolvida ao longo do estudo.

Por fim, o capítulo 6 trata da conclusão e das recomendações para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2 - FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS

A determinação da base de fundação de uma determinada máquina varia de acordo com diversos parâmetros, dentre os quais a geometria da máquina, o espaço útil que se tem para sua colocação, a frequência de operação ou de excitação, a solicitação pelo equipamento, o tipo da máquina e as características geotécnicas do terreno onde a fundação estará assente.

Em geral, um sistema de base para máquinas pode ser avaliado considerando duas principais linhas de interpretação: utilizando-se um modelo numérico simplificado a partir da rigidez dos elementos estruturais que compõem o sistema ou adotando-se de um modelo numérico mais elaborado com elementos finitos onde a base é modelada, usualmente a partir do uso de elementos tipo sólidos também chamados de “BRICK”.

Para a elaboração deste trabalho foi utilizada a primeira metodologia de modelagem e, para isso, alguns conceitos de dinâmica básica precisam ser introduzidos.

Exemplos de equipamentos são mostrados nas figuras 2.1 e 2.2.



Figura 2.1 – Turbo gerador e sua fundação.

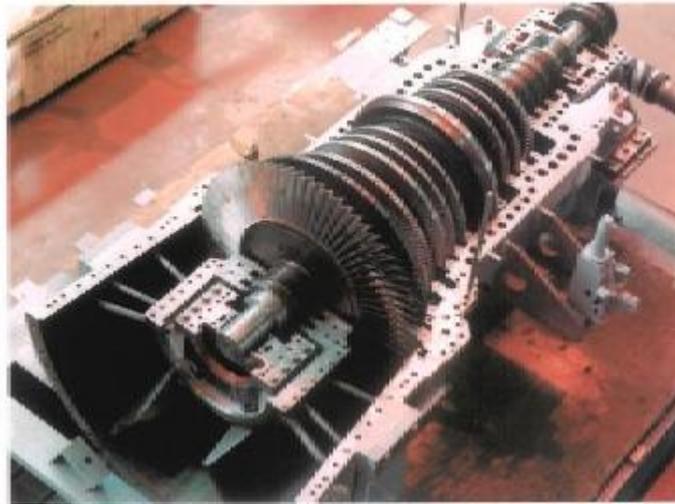


Figura 2.2 – Máquina de eixo horizontal e sua fundação.

## 2.1 Sistema de Equações de Movimento

A fundação em bloco de uma ou de um conjunto de máquinas é comumente modelada adotando-se o esquema mostrado na figura 2.3, onde a massa  $M$  representa o bloco com um sistema de amortecimento  $C$  e uma mola  $K$  representando o solo de fundação e a força  $F(t)$  representando as solicitações estáticas e dinâmicas que as máquinas introduzem no conjunto.

O modelo mostrado na figura 2.3 caracteriza apenas o grau de liberdade vertical.

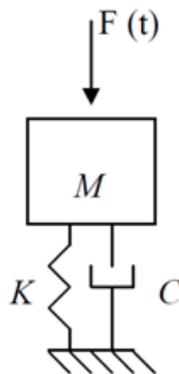


Figura 2.3 – Sistema Massa-Mola-Amortecedor

A partir do modelo mostrado na figura 2.3, tem-se a expressão:

$$M.u''(t) + C.u'(t) + K.u(t) = F(t), \quad (2.1)$$

onde

- M, C e K são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente;
- $u''(t)$ ,  $u'(t)$  e  $u(t)$  são os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos nos graus de liberdade, respectivamente;
- $F(t)$  é o vetor de forças aplicadas nos graus de liberdade.

## 2.2 Modelagem Numérica

Tendo como base o sistema de equações 2.1, para se obter a solução dessa equação é necessário determinar os valores dos parâmetros M, C, K para um determinado tipo de conjunto solo-fundação.

Diversos autores propuseram suas expressões para a determinação destes parâmetros. Dentre os quais tem-se Wolf (1994), Gazetas et al. (1985) e Richart et al. (1970).

## 2.3 Modelagem do Subsolo

Os dados geotécnicos são parâmetros de *input* do problema a ser resolvido. Portanto, é necessário avaliar as propriedades dinâmicas do solo sobre o qual se assenta a fundação.

As deformações no solo, em geral, são muito pequenas, da ordem de 0,001% a 0,0001%. Então, é possível empregar soluções admitindo seu comportamento elástico e linear. Os seguintes parâmetros precisam ser avaliados:

- G – módulo de deformação transversal (kN/m<sup>2</sup>);
- $\nu$  – coeficiente de Poisson;
- $\rho$  – massa específica (t/m<sup>3</sup>);
- $\xi$  – fração de amortecimento crítico.

O módulo de deformação transversal é avaliado por meio da expressão:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.2)$$

onde

- E – módulo de deformabilidade;
- $\nu$  – coeficiente de Poisson.

Em fundações de maior porte, recomenda-se que sejam realizados ensaios do tipo “cross- hole” para avaliar o valor de G e  $\nu$ , que são calculados em função da velocidade das ondas primárias e secundárias que se propagam no solo da fundação, ou seja:

$$G = \rho V_s^2 \text{ e } \nu = \frac{1}{2} \frac{(V_P^2 - 2V_s^2)}{V_P^2 - V_s^2} \quad (2.3)$$

Em fundações menos complexas, geralmente são utilizadas relações de G com o valor obtido nos ensaios de SPT (Standard Penetration Test) ou a partir da caracterização do solo.

A literatura apresenta diversas expressões empíricas para relacionar essas duas variáveis, de forma a se obter o valor de G. Neste trabalho foi utilizada a expressão de OHSAKI e IWASAKI (apud SANTOS, 2009), onde o módulo de deformação transversal G e o número de golpes N do ensaio de SPT se relacionam de acordo com a seguinte expressão:

$$G = 11,5(N_{SPT})^{0,8} \quad (2.4)$$

De acordo com SANTOS (2009), na falta de valores experimentais, podem ser utilizados os valores das tabelas 2.1 e 2.2 que fornecem valores estimados em função do tipo de solo.

**Tabela 2.1 – Valores usuais de projeto – Peso específico, coeficiente de Poisson e deformação.**

Tipo de Solo	$\rho$ (t/m <sup>3</sup> )	$\nu$	$\xi$ (%)
Areia	1,70 a 2,10	0,30 a 0,40	6,0
Argila	1,40 a 2,00	0,40 a 0,50	5,0
Rocha	2,50 a 2,70	0,15 a 0,30	2,0

**Tabela 2.2 – Valores usuais de projeto – Capacidade de carga e módulo de cisalhamento G.**

Capacidade de Carga (kPa)	Tipo de Solo	G (MPa)
$\leq 50$	Argilas moles	$\leq 20$
100	Argilas médias, areias fofas	40
200	Argilas rijas, areias médias	80
300	Argilas duras, areias compactas	120
$\geq 500$	Rocha alterada ou sã	$\geq 180$

É importante ressaltar que a determinação do valor de G envolve incertezas e que a prática recomenda uma análise paramétrica com o objetivo de avaliar a variação da resposta com a variação dos parâmetros do solo. Para tal, é de praxe fazer uma análise para valores extremos e médios, isto é, GMAX, GMED e GMIN, considerando valores máximos e mínimos de G, em torno dos valores médios mais prováveis. Segundo SANTOS (2009), a variação percentual pode ser tomada como  $\pm 50\%$ .

Os valores do amortecimento  $\xi$  mostrados na tabela 1 correspondem a uma deformação distorcional de 0,0001%, referente a uma faixa considerada usual em projeto de fundações de máquinas.

#### 2.4 Análise de fundações diretas sobre solo homogêneo

A bibliografia atual é composta por diversas contribuições para diferentes casos de fundações. Uma das formulações mais empregadas para o caso de fundações retangulares foi desenvolvida por Wolf e Gazetas como pode ser observado em SANTOS (2009) e será utilizada neste trabalho.

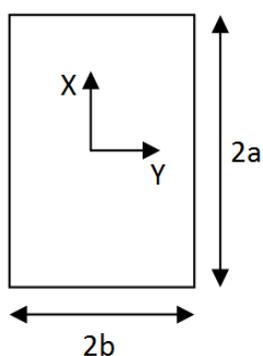


Figura 2.4 – Dimensões em planta do bloco – vista superior.

Para o bloco de fundação retangular de dimensões  $A=2a > B=2b$  em planta, como pode ser observado na figura 2.4, tem-se que a avaliação das rigidezes nas diferentes direções é dada pelas seguintes expressões:

- deslocamento horizontal em X

$$K_X = \frac{G b}{1 - \nu} \left[ 6,8 \left( \frac{a}{b} \right)^{0,65} + 2,4 \right] \quad (2.5)$$

- deslocamento horizontal em Y

$$K_Y = \frac{G b}{1 - \nu} \left[ 6,8 \left( \frac{a}{b} \right)^{0,65} + 0,8 \left( \frac{a}{b} \right) + 1,6 \right] \quad (2.6)$$

- deslocamento vertical em Z

$$K_Z = \frac{G b}{1 - \nu} \left[ 3,1 \left( \frac{a}{b} \right)^{0,75} + 1,6 \right] \quad (2.7)$$

- rotação em torno do eixo X

$$K_{XX} = \frac{G b^3}{1 - \nu} \left[ 3,2 \left( \frac{a}{b} \right) + 0,8 \right] \quad (2.8)$$

- rotação em torno do eixo Y

$$K_{YY} = \frac{G b^3}{1 - \nu} \left[ 3,73 \left( \frac{a}{b} \right)^{2,4} + 0,27 \right] \quad (2.9)$$

- torção em torno do eixo Z

$$K_{ZZ} = G b \left[ 4,25 \left( \frac{a}{b} \right)^{2,45} + 4,06 \right] \quad (2.10)$$

A avaliação dos valores dos coeficientes de amortecimento é efetuada de acordo com a formulação de RICHART (1970) para blocos circulares de raio  $r$ . Portanto, é necessário calcular os valores dos raios equivalente nas diferentes direções, conforme SANTOS (2009), conforme mostrado a seguir:

- deslocamento translacionais em Z

$$r_K = r_Z = \left(\frac{4ab}{\pi}\right)^{1/2} \quad (2.11)$$

- rotação em torno de X e Y

$$r_\psi = \left(\frac{16ab}{3\pi}\right)^{1/4} \quad (2.12)$$

onde b é o comprimento perpendicular ao eixo de rotação considerado;

- rotação em torno de Z

$$r_\theta = \left(\frac{16ab(a^2 + b^2)}{6\pi}\right)^{1/4} \quad (2.13)$$

De acordo com RICHART (1970) as seguintes expressões podem ser utilizadas para avaliar os valores do coeficiente de amortecimento nas diversas direções:

- deslocamento vertical em Z

$$C_Z = \frac{3,4 r_Z^2}{1 - \nu} \sqrt{\rho G} \quad (2.14)$$

- deslocamento horizontal em X e Y

$$C_K = \frac{18,4(1 - \nu) r_K^2}{7 - 8\nu} \sqrt{\rho G} \quad (2.15)$$

- rotação em torno de X e Y

$$C_\psi = \frac{0,8 r_\psi^4}{(1 - \nu)(1 + B_\psi)} \sqrt{\rho G} \quad (2.16)$$

- rotação em torno de Z

$$C_\theta = \frac{1}{1 + 2B_\theta} \sqrt{\frac{16 Gr_\theta^3 I_\theta}{3}} \quad (2.17)$$

Uma vez determinados todos os parâmetros necessários, é possível calcular os valores dos deslocamentos  $u(f)$  em função da frequência de operação da máquina. O deslocamento vertical é determinado em variáveis complexas por:

$$u_z(f) = \frac{FV}{M_Z \cdot \omega(f)^2 + j \cdot C_Z \cdot \omega(f) + K_Z'} \quad (2.18)$$

onde

- $M_Z$ ,  $C_Z$  e  $K_Z$  são a massa, amortecimento e rigidez no sentido vertical, respectivamente;
- $\omega(f)$  é a velocidade angular em função da frequência de operação da máquina;
- $FV$  é a força vertical resultante aplicada no bloco de fundação;
- $u_z$  é o deslocamento também em função da frequência de operação da máquina.

A determinação do módulo do deslocamento passa pela conjugação da parte real com a parte imaginária de seu valor, ao ser calculado pela raiz quadrada da soma dos quadrados das duas partes.

A velocidade de cálculo efetiva, que é o parâmetro de comparação com os limites estabelecidos nas normas, é dada pela seguinte expressão:

$$v_{calc\_efet}(f) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot u_z(f) \cdot \omega(f) \quad (2.19)$$

A massa na direção vertical é igual ao somatório da massa do bloco e da massa adicional.

## 2.5 Tolerância

### 2.5.1 Limites para máquinas rotativas

De acordo com o estabelecido pela norma ISO 2372 (1974), como pode ser observado em SANTOS (2009) os equipamentos rotativos são divididos segundo classes:

- Classe I – Pequenas máquinas (“output”  $\leq 15$  kW);
- Classe II – Motores Elétricos;
- Classe III – Máquinas Pesadas;
- Classe IV – Turbo Geradores.

Durante a etapa de projeto, o parâmetro de cálculo que indica se a fundação está bem ou mal dimensionada quanto ao estado limite de fadiga é a velocidade efetiva definida em (2.19). Cada classe de equipamento tem quatro faixas de operação, expressas por limites que são estabelecidos em projeto.

- Faixa A – Faixa Ótima;
- Faixa B – Aceitável;
- Faixa C – Tolerável;
- Faixa D – Inaceitável.

A Tabela 2.3 mostra os valores limites de velocidade efetiva, segundo as classes e faixas dos equipamentos.

**Tabela 2.3 – Valores limites da velocidade efetiva para classes de equipamentos.**

Faixas de velocidade efetiva (mm/s)	Classes de equipamentos			
	Classe I	Classe II	Classe III	Classe IV
0 a 0,71	A	A	A	A
0,71 a 1,12	B	B		
1,12 a 1,8	C		C	B
1,8 a 2,8		B		
2,8 a 4,5	D	D	C	
4,5 a 7,1			C	
7,1 a 11,2	D	D	D	
11,2 a 18,0			D	
Mais do que 18,0			D	

Esses limites também podem ser expressos graficamente, como mostrado na Figura 2.5.

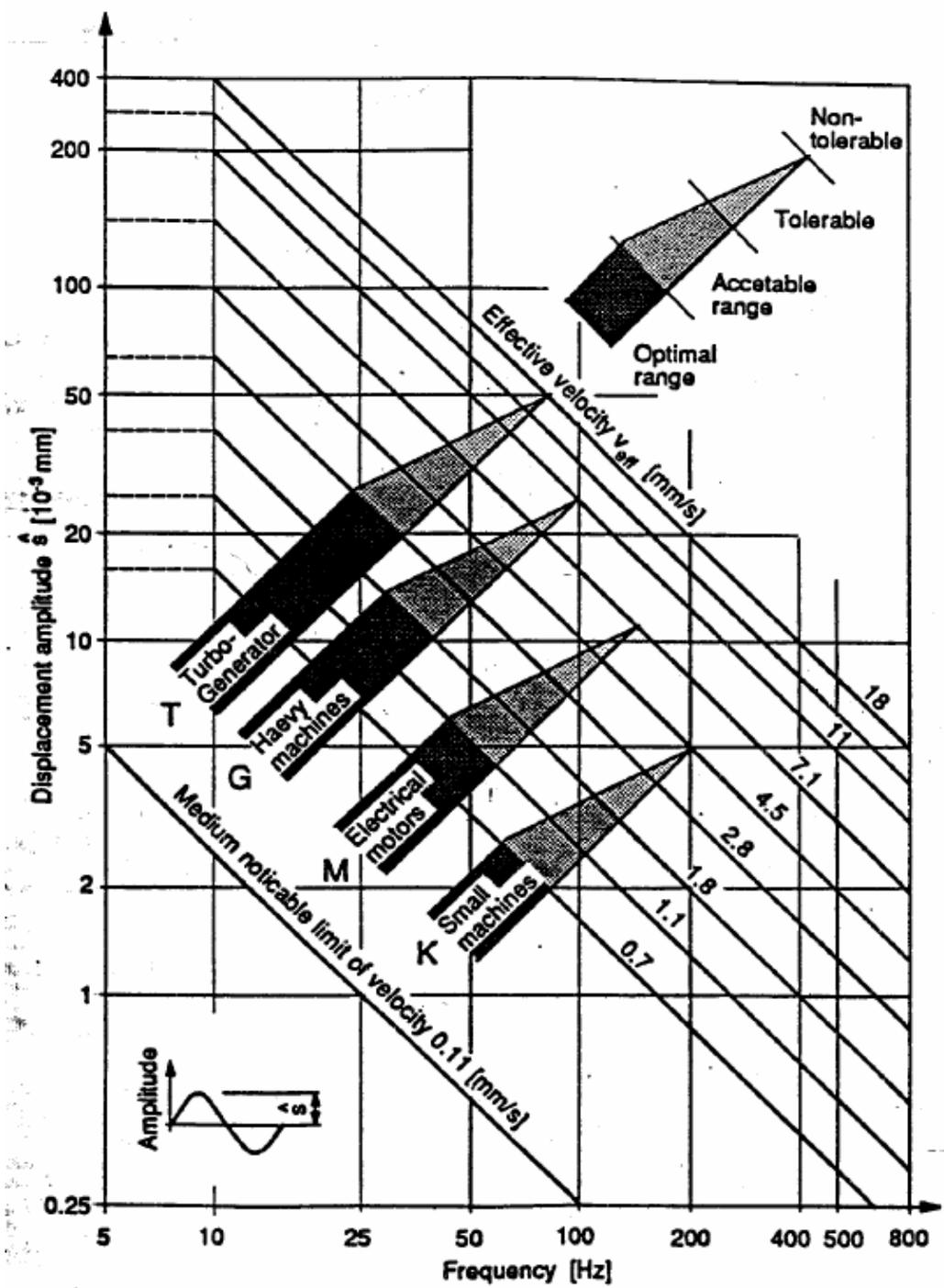


Figura 2.5 – Gráfico das velocidades limites para classes de equipamentos - DIN 4024 (1991).

Ressalta-se que no cotidiano de projeto existem recomendações empíricas para evitar a condição de ressonância. Para tal é necessário que a razão entre a frequência de excitação e a frequência própria da estrutura ( $\beta$ ) esteja entre os seguintes limites:

- Para instalações principais:

$$0,5 \geq \beta \geq 2,0 \quad (2.20)$$

- Para instalações secundárias:

$$0,6 \geq \beta \geq 1,50 \quad (2.21)$$

- Para máquinas com anti-vibradores:

$$\beta \geq 3,00 \quad (2.22)$$

## 2.6 Exemplo de um dimensionamento

Seja um bloco de fundação com forma retangular de 6,00 m de largura, 3,60 m de comprimento e 1,20 m de altura, que funciona como fundação de uma máquina com frequência de operação igual a 11,83 Hz (710 rpm). O peso do bloco é 648 kN e o peso da máquina é 199,7 kN. A máquina em estudo é um turbo gerador – Classe IV.

O solo dessa região é um solo com módulo de cisalhamento  $G = 20.000 \text{ kN/m}^2$ , um coeficiente de Poisson  $\nu = 0,30$  e peso específico  $\rho = 17,0 \text{ kN/m}^3$ .

Deseja-se determinar a velocidade efetiva na direção vertical e avaliar em qual das faixas o conjunto está operando, sendo a força excitadora igual a 155,40 kN na direção vertical.

### 2.6.1 Resolução do Exemplo

Conforme formulação de WOLF(1994), GAZETAS(1985) e GAZETAS(1987) já apresentada:

- cálculo do comprimento do lado menor da base ( $B=2b$ ), isto é,  $b=1,80 \text{ m}$ .
- cálculo do comprimento do lado maior da base ( $A=2a$ ), isto é,  $a=3,00 \text{ m}$ .
- rigidez na direção vertical

$$K_z = \frac{G b}{1 - \nu} \left[ 3,1 \left( \frac{a}{b} \right)^{0,75} + 1,6 \right] = \frac{20000 \times 3,00}{1 - 0,30} \left[ 3,1 \left( \frac{1,80}{3,00} \right)^{0,75} + 1,6 \right] = 316100 \text{ kN/m}$$

d) peso total na direção vertical

$$M_Z = M_{total} = M_{bloco} + M_{adicional} = 847,70 \text{ kN}$$

Para cálculo do coeficiente de amortecimento é necessário fazer o cálculo dos raios equivalentes, segundo formulação anteriormente mostrada:

$$r_z = \left(\frac{4ab}{\pi}\right)^{1/2} = \left(\frac{4 \times 1,80 \times 3,00}{\pi}\right)^{1/2} = 2,62 \text{ m}$$

e) amortecimento na direção vertical

$$C_z = \frac{3,4 r_z^2}{1 - \nu} \sqrt{\rho G} = \frac{3,4 \times 2,62^2}{1 - 0,30} \sqrt{1,7 \times 20000} = 6158 \text{ kN.s/m}$$

f) cálculo do deslocamento vertical

$$uz = \frac{FV}{M_Z \cdot \omega(11,83)^2 + j \cdot C_z \cdot \omega(11,83) + K_z} = \frac{155,40}{84,77 \times 5525 + j \cdot 6158 \times 74,33 + 316100}$$

$$uz = \sqrt{\text{Real}[uz]^2 + \text{Imag}[uz]^2} = 3,222 \times 10^{-4} \text{ m}$$

A figura 2.6 mostra a variação do deslocamento vertical em função da frequência do conjunto.

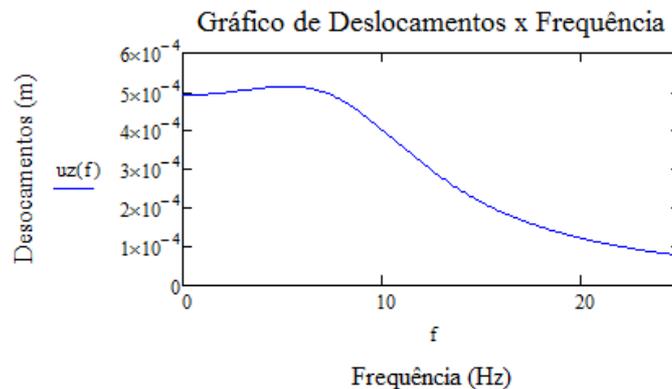


Figura 2.6 – Gráfico de deslocamentos x frequência

g) cálculo da velocidade efetiva

$$v_{calc_{efet}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot uz \cdot \omega(f) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 3,222 \times 10^{-4} \times 74,33 = 0,016933 \text{ m/s} = 16,933 \text{ mm/s}$$

De acordo com a tabela 2.3 para máquinas classe IV, essa velocidade indica que o conjunto está operando na faixa Tolerável.

## CAPÍTULO 3 - CONCEITOS DE PROBABILIDADE

### 3.1 Variáveis aleatórias

As variáveis aleatórias ou randômicas são caracterizadas por suas CDF (“*Cumulative Distribution Function*”), que são as funções cumulativas de distribuição, representadas por  $F_x$ . A primeira derivada da CDF é chamada de PDF (“*Probability Density Function*”). Essa, por sua vez, é dada por:

$$f_x(X) = \frac{dF_x(X)}{dx} \quad (3.1)$$

A probabilidade de uma variável  $X$  assumir valores entre os valores  $c$  e  $d$  é dada pela seguinte expressão:

$$P(c \leq X \leq d) = \int_c^d f_x(X) dx \quad (3.2)$$

Considera-se uma PDF qualquer função  $f_x(X)$  que satisfaça as seguintes condições:

$$f_x(X) \geq 0, \quad \text{para qualquer valor de } X \quad (3.3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_x(X) dx = 1 \quad (\text{área unitária}) \quad (3.4)$$

A CDF  $F_x(X)$  pode ser definida da seguinte forma:

$$F_x(c) = P(X \leq c) = \int_{-\infty}^c f_x(X) dx \quad (3.5)$$

onde  $F_x(c)$  é a probabilidade da variável  $X$  assumir valores menores ou iguais a  $c$ .

Uma função pode ser considerada uma CDF se satisfizer as seguintes condições:

$$F_x(-\infty) = 0 \quad (3.6)$$

$$0 \leq F_x(X) \leq 1 \quad (3.7)$$

$$F_x(\infty) = 1 \quad (3.8)$$

O valor esperado, valor médio ou a média de uma variável randômica X é definido como:

$$E(X) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} xf_x(X)dx \quad (3.9)$$

O valor médio quadrático de X é definido como:

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2f_x(X)dx \quad (3.10)$$

A dispersão dos valores da variável em torno da média é chamada de variância e pode ser definida por:

$$\text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 f_x(X)dx \quad (3.11)$$

O desvio padrão de X é definido como a raiz quadrada da variância, isto é:

$$\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (3.12)$$

Pode-se ainda definir o coeficiente de variação (COV), que permite calcular a dispersão dos dados da variável randômica em torno da média, como a razão entre o desvio padrão e a média, isto é:

$$\text{COV} = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (3.13)$$

### 3.2 Distribuição de Probabilidades

A distribuição de probabilidades pode ser representada por qualquer função que satisfaça as condições anteriormente descritas para uma PDF. O uso dessa função depende de qual delas melhor representa o fenômeno que está sendo investigado. Na literatura recente, existem várias funções que atendem às condições da PDF para as diferentes variáveis e que podem ser usadas em termos práticos de engenharia.

A seguir são apresentadas algumas funções existentes e que serão usadas no desenvolver deste trabalho.

### 3.2.1 Distribuição Normal ou Gaussiana

Uma variável  $X$  é normalmente distribuída (variável gaussiana) se sua PDF respeitar a seguinte expressão:

$$f_x(X) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 \right] \quad (3.14)$$

Essa distribuição tem como parâmetros da variável aleatória a média  $\mu_x$  e o desvio padrão  $\sigma_x$  e é denotada como  $N(\mu_x, \sigma_x)$ . A sua função cumulativa só pode ser avaliada por integração numérica ou com o uso de tabelas encontradas na literatura.

Uma alternativa à expressão 3.14 pode ser obtida com o emprego de uma variável reduzida ( $y$ ), que é determinada por:

$$y = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \quad (3.15)$$

Assim, obtém-se a distribuição normal padrão de probabilidades, cuja média ( $\mu_y$ ) e desvio padrão ( $\sigma_y$ ) são iguais a 0 e 1, respectivamente, dada por:

$$f_y(y) = \phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} y^2 \right] \quad (3.16)$$

A CDF, denotada por  $\Phi(y)$ , é definida como:

$$\Phi(y) = \int_{-\infty}^y f_y(y) dy \quad (3.17)$$

Tem-se que, se uma dada variável  $X$  segue uma distribuição normal (gaussiana), isto é,  $X = N(\mu_x, \sigma_x)$ , sua probabilidade de assumir valores entre  $c$  e  $d$  pode ser expressa como:

$$P(c \leq X \leq d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{(c-\mu_x)/\sigma_x}^{(d-\mu_x)/\sigma_x} e^{-\frac{1}{2}s^2} ds = \Phi \left( \frac{d-\mu_x}{\sigma_x} \right) - \Phi \left( \frac{c-\mu_x}{\sigma_x} \right) \quad (3.18)$$

### 3.2.2 Distribuição Lognormal

Uma variável  $X$  tem uma distribuição lognormal quando estatisticamente  $\ln(X)$  pode ser representado por uma distribuição normal. A PDF de uma variável lognormal é definida como:

$$f_x(X) = \frac{1}{\xi_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln(X) - \lambda}{\xi} \right)^2 \right] \quad (3.19)$$

onde  $\lambda$  é o valor esperado de  $\ln(x)$ , isto é,  $\lambda = E(\ln(X)) = \mu_{\ln(X)}$  e  $\xi$  é o desvio padrão de  $\ln(X)$ , ou seja,  $\xi = \sqrt{\text{Var}(\ln(X))} = \sigma_{\ln(X)}$ . Os parâmetros  $\lambda$  e  $\xi$  se relacionam com a média e o desvio padrão de  $X$  por meio das seguintes expressões:

$$\xi^2 = \ln \left[ 1 + \left( \frac{\sigma_x}{\mu_x} \right)^2 \right] \quad (3.20)$$

$$\lambda = \ln(\mu_x) - \frac{1}{2} \xi^2 \quad (3.21)$$

Portanto, se  $X$  é uma variável aleatória lognormal, a probabilidade de assumir valores entre  $c$  e  $d$  pode ser expressa como:

$$P(c \leq X \leq d) = \Phi \left( \frac{\ln(d) - \lambda}{\xi} \right) - \Phi \left( \frac{\ln(c) - \lambda}{\xi} \right) \quad (3.22)$$

Mais informações sobre o tema abordado neste capítulo podem ser encontradas em MARTINS (2008).

## CAPÍTULO 4 - ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Uma maneira de avaliar a capacidade de uma estrutura de atender aos requisitos de desempenho ao longo da sua vida útil é por meio da análise de confiabilidade estrutural. A confiabilidade estrutural é obtida como o complemento da probabilidade de falha, que pode ser calculada a partir da expressão:

$$C = 1 - P_f, \quad (4.1)$$

onde  $P_f$  é a probabilidade de falha e  $C$  é a confiabilidade.

O cálculo da confiabilidade estrutural leva em conta as diversas incertezas existentes nas cargas, nas propriedades mecânicas dos materiais, nas imperfeições geométricas, entre outros.

A análise de confiabilidade estrutural pode ser empregada também como uma ferramenta auxiliar no projeto, tanto para minimizar os custos totais para um dado nível aceitável de risco, como maximizar o nível de confiabilidade para um dado custo.

Nenhuma estrutura tem probabilidade de falha ( $P_f$ ) nula, ou seja, sempre existe uma probabilidade de falha, por menor que seja, e essa probabilidade deve situar-se em níveis aceitáveis de segurança.

Quando a estrutura não atende aos objetivos para qual ela foi concebida, diz-se que falhou. Essas falhas podem acarretar em grandes prejuízos materiais ou humanos.

Na prática, usa-se  $P_f$  como medida de confiabilidade da estrutura, pois, como  $P_f$  geralmente tem seu valor para estruturas da ordem de  $10^{-3}$  a  $10^{-6}$ , a confiabilidade ( $C$ ) resulta em valores da ordem de 0,999 a 0,999999, gerando valores mais difíceis de serem analisados.

Outro parâmetro muito utilizado para medir a confiabilidade é o índice de confiabilidade ( $\beta$ ) que está associado a  $P_f$  pela expressão:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (4.2)$$

onde  $\Phi$  é a CDF da distribuição da normal padrão.

## 4.1 Probabilidade de Falha

Para se avaliar a probabilidade de falha, faz-se a análise do sistema por meio de uma função de falha, também chamada de função de desempenho. Essa função é denominada  $G(U_i)$ , onde  $U_i$  é um vetor que inclui todas as variáveis aleatórias consideradas na análise. A figura 4.1 ilustra o caso bidimensional da função de falha.

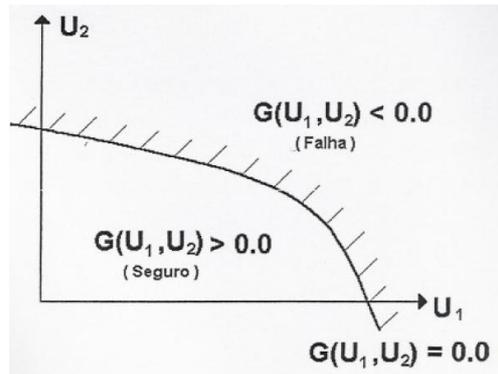


Figura 4.1 – Definição da função de falha (SAGRILO 2000)

Quando da avaliação da segurança de uma estrutura, o interesse recai diretamente na possibilidade de existirem falhas ou, em termos gerais, na probabilidade da função de falha assumir valores dentro do domínio de falha.

Pode-se definir a probabilidade de falha como:

$$P_f = P(G(U_i) \leq 0,0) \quad (4.3)$$

Conhecendo-se a PDF ( $f_u$ ) dessa função, a probabilidade de falha é dada por:

$$P_f = \int_F f_u(U_i) dU_i \quad (4.4)$$

onde F representa o domínio de falha ( $G(U_i) \leq 0,0$ ) e  $f_u$  representa a PDF de  $U_i$ .

## **4.2 Classificação das Incertezas na Confiabilidade Estrutural**

As incertezas envolvidas no projeto, fabricação e uso de uma estrutura podem ser classificadas em incertezas usuais e incertezas associadas aos erros humanos. As incertezas normais podem ainda ser divididas em incertezas fundamentais e incertezas devido ao imperfeito conhecimento na avaliação das cargas, solicitações e resistência de uma estrutura.

As incertezas fundamentais são resultantes da variabilidade natural de uma grandeza, como, por exemplo, a velocidade do vento. Já as incertezas devido ao imperfeito conhecimento estão diretamente ligadas à quantidade de dados disponíveis para definir estatisticamente as características da variável.

As incertezas associadas aos erros humanos devem ser representadas por meio de uma taxa de ocorrência a partir de um histórico de observações e podem ser reduzidas, considerando os mecanismos de controle de qualidade, inspeções, entre outros. Já as incertezas normais devem ser representadas por variáveis aleatórias.

A probabilidade de falha calculada pela confiabilidade estrutural não pode ser comparada a valores obtidos a partir de dados reais de falhas acontecidas com estruturas, pois a confiabilidade estrutural está apenas ligada às incertezas normais, não levando em consideração as incertezas associadas aos erros humanos.

### **4.2.1 Ações como variáveis aleatórias**

As ações atuantes nas estruturas provocam, ao longo de sua vida útil, o surgimento de solicitações, deformações, deterioração do material e outros efeitos de curta e longa duração. As ações podem ser de origem natural, como por exemplo, vento, neve e terremoto, ou podem estar associados a atividades humanas como, por exemplo, o fato de viver em uma casa, trabalhar em uma fábrica ou em um escritório.

A descrição das ações é realizada, na maior parte dos casos, por modelos matemáticos que descrevem as características ao longo do tempo, espaço e direção das ações na estrutura.

O nível de detalhes dessa descrição é controlado por um equilíbrio entre qualidade das informações disponíveis e obtidas e o nível de precisão requerido dos resultados do modelo.

O nível de precisão, por sua vez, é controlado pela sensibilidade das decisões de projeto e está ligado diretamente ao fator econômico dessas decisões.

### 4.3 Métodos de Análise de Confiabilidade Estrutural

Na literatura atual existem diversos tipos de métodos para se realizar a análise de confiabilidade estrutural de uma estrutura. Citam-se o Método de Monte Carlo, que será usado neste projeto, o Método F.O.R.M (“*First Order Reliability Method*”) e o Método S.O.R.M (“*Second Order Reliability Method*”).

#### 4.3.1 Método de Monte Carlo

##### 4.3.1.1 Histórico

De acordo com HAMMERSELEY & HANDSCOMB (1964) o Método de Monte Carlo (MMC), criado em 1944, é assim denominado por associação ao cassino de Monte Carlo, no principado de Mônaco, por causa de uma roleta, isto é, um gerador de números aleatórios. Em 1899, Lorde Rayleigh mostrou que uma variável aleatória satisfaz uma solução aproximada para uma equação diferencial parabólica.

O uso do método originou-se efetivamente na Segunda Guerra Mundial, como ferramenta de pesquisa no projeto de bombas atômicas por Von Neumann e Ulam.

##### 4.3.1.2 Descrição

O MMC tem sido utilizado há bastante tempo como forma de se obter aproximações numéricas de funções bastante complexas. A etapa fundamental do método envolve a simulação de uma amostragem com a geração de  $n$  valores de alguma distribuição de probabilidades. Essa amostragem é então utilizada de forma a se obter uma boa aproximação para a função de interesse.

Trata-se de um método que é bastante eficiente quando se deseja realizar a análise estatística de um problema que tenha grande número de variáveis e que estão relacionadas a sistemas não lineares.

O MMC avalia a probabilidade de falha de um evento, dada uma função de falha  $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$  e suas variáveis aleatórias  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ .

#### 4.3.1.3 Cálculo da probabilidade de falha pelo Método de Monte Carlo

A probabilidade de falha  $P_f$  pode ser obtida numericamente por:

$$P_f = \frac{1}{NP} \sum_{k=1}^{NP} I[G(U_k) \leq 0] \quad (4.4)$$

sendo

$$I[G(X) \leq 0] = \begin{cases} 1 & \text{if } (G(X) \leq 0) \\ 0 & \text{if } (G(X) > 0) \end{cases} \quad (4.5)$$

onde NP indica o número de valores presentes na amostra e  $U_k$  representa os valores das variáveis aleatórias gerados arbitrariamente a partir de seus parâmetros estatísticos.

#### 4.3.1.4 Determinação do Índice de Confiabilidade ( $\beta$ )

Segundo os anexos B e C do EUROCÓDIGO (2010), o índice de confiabilidade  $\beta$  aceitável pode ser definido segundo as classes de consequências, ou seja, depende do tipo e proporção de dano que serão assumidos caso haja alguma falha na estrutura.

A tabela 4.1 retirada do EUROCÓDIGO (2010), mostra essa definição de classes de consequências:

**Tabela 4.1 – Definição de classes de consequências.**

Classe de consequências	Descrição	Exemplos de edifícios e de obras de engenharia civil
CC3	Consequência <b>elevada</b> em termos de perda de vidas humanas; ou consequências económicas, sociais ou ambientais <b>muito importantes</b>	Bancadas, edifícios públicos em que as consequências do colapso são elevadas (por exemplo, uma sala de concertos)
CC2	Consequência <b>média</b> em termos de perda de vidas humanas; consequências económicas, sociais ou ambientais <b>mediamente importantes</b>	Edifícios de habitação e de escritórios, edifícios públicos em que as consequências do colapso são médias (por exemplo, um edifício de escritórios)
CC1	Consequência <b>baixa</b> em termos de perda de vidas humanas; e consequências económicas, sociais ou ambientais <b>pouco importantes ou desprezáveis</b>	Edifícios agrícolas normalmente não ocupados permanentemente por pessoas (por exemplo, armazéns), estufas

Ainda segundo a mesma referência, as classes de consequências podem ser associadas às classes de confiabilidade (“classes de fiabilidade”) segundo mesmo numeral, Tabela 4.2.

**Tabela 4.2 – Valores mínimos recomendados para o índice de confiabilidade  $\beta$  (estados limites últimos)**

Classe de fiabilidade	Valores mínimos de $\beta$	
	Período de referência de 1 ano	Período de referência de 50 anos
RC3	5,2	4,3
RC2	4,7	3,8
RC1	4,2	3,3

Em geral, é tomado como classe de consequências ou de fiabilidade a CC2 ou RC2, respectivamente, onde as consequências econômicas, sociais ou ambientais do colapso são medianamente importantes.

Ainda segundo o mesma referência, a Tabela 4.3 mostra os valores de  $\beta$  alvo, também denominado  $\beta$  TARGET para os diferentes estados limites.

**Tabela 4.3 – Índice de confiabilidade alvo  $\beta$  para elementos estruturais da classe RC2**

Estado limite	Índice de fiabilidade alvo	
	1 ano	50 anos
Último	4,7	3,8
Fadiga		1,5 a 3,8 <sup>2)</sup>
Utilização (irreversível)	2,9	1,5
<sup>1)</sup> Ver o Anexo B. <sup>2)</sup> Depende do grau de inspeção, reparação e tolerância face aos danos.		

O valor do  $\beta$  TARGET adotado neste trabalho foi de 1,50 para Estado Limite de Serviço.

## **CAPÍTULO 5 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO**

Para a aplicação da teoria apresentada sobre fundações de máquinas e análise de confiabilidade estrutural, foi escolhido o exemplo de uma fundação em bloco para máquina. Os dados desse exemplo foram retirados de uma situação real de projeto e a resolução etapa a etapa foi segundo a teoria explanada, que pode ser encontrada em SANTOS (2009).

A medida que a pesquisa evoluiu, diversas ideias surgiram. Algumas foram incorporadas e outras descartadas após uma análise sem bons resultados.

Surgiram dúvidas sobre a influência de alguns parâmetros, como frequência da vibração, variação no módulo de cisalhamento e até sobre qual seria a sensibilidade do problema para a variação do tipo do solo.

### **5.1 Dados de Entrada dos Exemplos**

O bloco de fundação estudado tem base retangular de largura 6,00 m, comprimento 3,60 m e altura 1,20 m e funciona como fundação de um conjunto máquina com frequência de operação igual a 11,83 Hz. O peso adicional é igual a 199,7 kN, que somado ao peso do bloco resulta em 847,70 kN. A máquina em estudo é um turbo gerador.

O solo desta região é um solo fraco, com módulo de cisalhamento  $G = 20\ 000\ \text{kN/m}^2$ , um coeficiente de Poisson  $\nu = 0,30$  e peso específico igual a  $17,0\ \text{kN/m}^3$ .

Segundo a experiência do autor e dos orientadores, foi apenas analisada a direção vertical por entender que esta é determinante para as características do bloco de fundação.

### **5.2 Exemplo 01 – Determinação das Forças Verticais Máximas**

A determinação das forças verticais máximas é a primeira etapa para o desenvolvimento do estudo aqui proposto. Essas forças são calculadas segundo a formulação apresentada neste trabalho.

De posse dos dados de entrada e tendo como restrição o limite tolerável, onde a velocidade efetiva é de no máximo 18 mm/s, foram determinadas as forças verticais limites para cada uma das variações do módulo de cisalhamento.

A análise realizada contempla o cálculo das forças para o valor médio de  $G$  e suas variações, ou seja,  $G \pm 10\%$ ,  $G \pm 20\%$ ,  $G \pm 35\%$  e  $G \pm 50\%$ .

A seguir são apresentados os resultados obtidos por meio de uma planilha de cálculo “*Mathcad*”, elaborada para cada um desses casos anteriormente citados.

**Tabela 5.1– Resultados encontrados na Etapa 01**

Solo Fraco (17.0 kN/m <sup>3</sup> )		
Caso	G (kPa)	Força Máxima (kN)
Médio	20000	165,2
Média -10%	18000	161,5
Média +10%	22000	169,5
Média -20%	16000	157,8
Média +20%	24000	175,3
Média -35%	13000	153,55
Média +35%	27000	183,65
Média -50%	10000	151,6
Média +50%	30000	192,95

Reitera-se que em todos os casos analisados a velocidade efetiva encontrada foi de 18 mm/s, que é a velocidade limite para a faixa tolerável.

### **5.3 Exemplo 02 – Análise de confiabilidade**

Com base nos resultados encontrados na Etapa 01 e de posse de mais uma planilha de cálculo elaborada em “*Mathcad*”, foi possível partir para a segunda etapa do estudo.

Essa tem como objetivo a determinação das probabilidades de falha para cada uma das forças calculadas anteriormente.

#### **5.3.1 Metodologia adotada**

A análise do problema foi realizada com o estudo de 1 000 000 casos para cada uma das configurações rodadas.

Para cada uma das forças encontradas, foi calculada a probabilidade de falha e seu índice  $\beta$ , variando o tipo de solo e o coeficiente de variação do módulo de cisalhamento G, a fim de estudar a influência do tipo de solo na resposta do problema.

## 5.3.2 Variáveis Aleatórias Consideradas

### 5.3.2.1 Peso específico do concreto

Sua característica principal é o fato de que as suas incertezas, geralmente, têm valores pequenos se comparados a outros tipos de variáveis aleatórias utilizadas neste exemplo como, por exemplo, o módulo de deformação do solo.

O peso próprio de uma estrutura é dado por:

$$G = \int_{Vol} \gamma_c dV \quad (5.1)$$

onde Vol é o volume de V e  $\gamma$  é o peso específico do material.

Sendo o material considerado como homogêneo, é possível escrever que:

$$G = \gamma_c Vol \quad (5.2)$$

De acordo com o JCSS (2010), o peso específico do concreto armado é assumido como tendo distribuição probabilística do tipo Gaussiana (Normal). O valor de sua média ( $\mu$ ) e de seu coeficiente de variação (V) podem ser tomados, respectivamente, entre 24 e 26 kN/m<sup>3</sup> e 0,03.

### 5.3.2.2 Peso específico do solo

A formulação empregada para cálculo das bases de fundação das máquinas vibratórias requer a definição do tipo de solo no qual está assentada. Essa variação se dá através das seguintes opções:

- Tipo I – Solo Fraco – Areia Pouco Compacta
- Tipo II – Solo Médio – Areia Medianamente Compacta
- Tipo III – Solo Bom – Rocha

Segundo o JCSS (2010), o peso específico do solo é assumido como tendo distribuição probabilística do tipo Gaussiana (Normal). O valor de sua média ( $\mu$ ) pode ser tomado como 17 kN/m<sup>3</sup> e de seu coeficiente de variação (COV), como estando na faixa de 0,05 a 0,10.

No entanto, como a definição do tipo de solo é *input* do problema, os seguintes valores foram adotados para seu coeficiente de variação:

- Solo Tipo I (Frac) – COV=0,10
- Solo Tipo II (Médio)– COV=0,075
- Solo Tipo III (Bom) – COV=0,05

### 5.3.2.3 Módulo de Cisalhamento do solo

Nesta variável está a maior incerteza para classificação do solo, especialmente quando os ensaios de velocidade de propagação de onda não são realizados.

Sabe-se que, quanto mais resistente é o solo, maior é seu módulo de cisalhamento, porém não se sabe ao certo determiná-lo por meio de simples ensaios de SPT e de correlações empíricas.

Segundo o JCSS (2010), o módulo de cisalhamento do solo é assumido como tendo distribuição probabilística do tipo Lognormal. O valor da média ( $\mu$ ) pode ser tomado como um valor de acordo com o resultado encontrado no SPT e seu coeficiente de variação (COV) como estando numa faixa de 0,20 a 1,00, dependendo do tipo de solo em questão.

Neste estudo em específico foram adotados os seguintes valores:

- Solo Tipo I (Frac) – COV=1,00;
- Solo Tipo II (Médio)– COV=0,60;
- Solo Tipo III (Bom) – COV=0,20.

### 5.3.2.4 Coeficiente de Poisson do solo

Segundo JCSS (2010), essa variável tem pequena variabilidade se comparados os tipos de solo. Essa variável aleatória tem distribuição probabilística do tipo Lognormal.

De acordo com a literatura consultada, foi adotado o valor de sua média como 0,30, e de seu coeficiente de variação (COV) como 0,05, para os três tipos de solo estudados.

### 5.3.3 Função de Falha

A função de falha utilizada nos exemplos é dada por:

$$g(\text{fm}, i) = v_{\text{limite}} - v_{\text{calc\_efet}}(\text{fm}), \quad (5.3)$$

sendo:

- $v_{\text{limite}}$  a velocidade limite estipulada pela classificação de faixas;
- $v_{\text{calc\_efet}}(\text{fm})$  a velocidade efetiva calculada para os parâmetros de entrada do problema;
- $g(\text{fm}, i)$  a função de falha objeto de estudo deste projeto;
- $i$  o vetor com o número  $n$  de casos analisados durante cada etapa e/ou configuração.

Quando a velocidade de efetiva de cálculo for maior do que a velocidade limite estipulada a função  $g(\text{fm}, i)$  toma valor negativo e vice-versa. Os valores negativos de função de falha são contabilizados, conforme indicado abaixo:

$$I_i := \begin{cases} 1 & \text{if } g(\text{fm}, i) < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (5.4)$$

onde  $I_i$  é o contador das vezes onde a função assume valores negativos.

A probabilidade de falha é então dada pela razão entre o somatório das vezes onde o resultado da análise de  $g(\text{fm}, i)$  for negativo e o número de casos analisados, ou seja:

$$\text{Pfz} := \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n I_i \quad (5.5)$$

### 5.3.4 Resultados do Exemplo 02

As Tabelas 5.2, 5.3 e 5.4 apresentam as probabilidades de falha e os valores de  $\beta$  para as forças limites encontradas no Exemplo 01, segundo a análise de confiabilidade quanto ao Estado Limite de Fadiga, via Método de Monte Carlo.

**Tabela 5.2 – Resultados encontrados na Etapa 02 – Solo Fraco.**

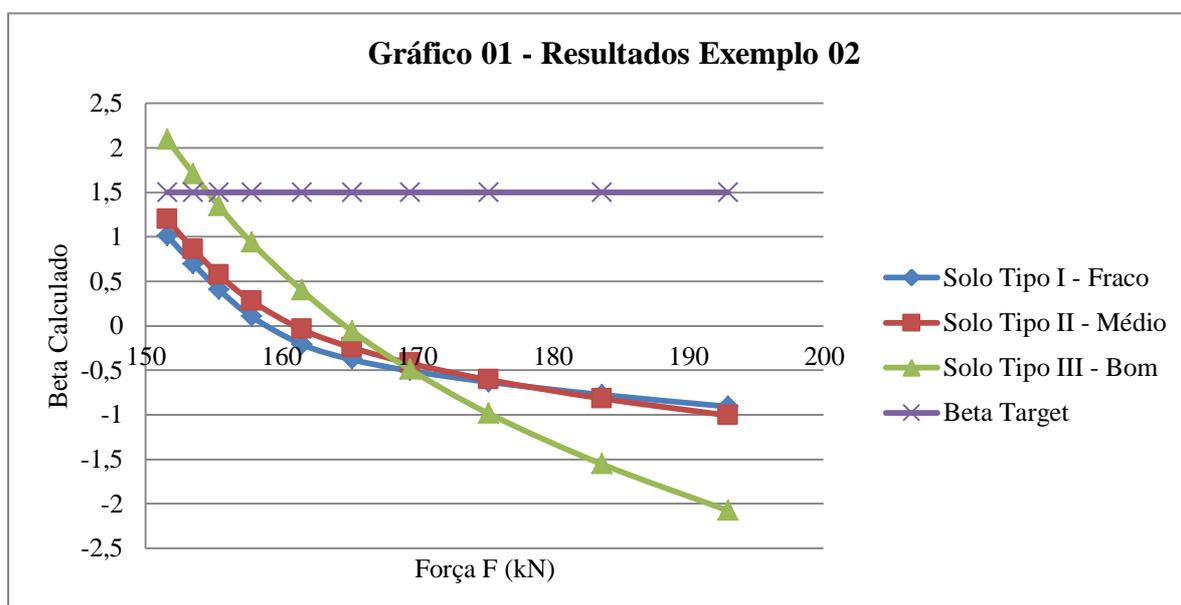
Solo Fraco (COV G = 100%)		
Força (kN)	Pf	Beta
155,40	34,210%	0,407
153,50	24,323%	0,696
151,60	15,641%	1,009
153,55	24,665%	0,685
157,80	45,864%	0,104
161,50	58,243%	-0,208
165,20	64,775%	-0,379
169,50	69,351%	-0,506
175,30	73,642%	-0,632
183,65	78,084%	-0,775
192,95	81,784%	-0,907

**Tabela 5.3 – Resultados encontrados na Etapa 02 – Solo Médio.**

Solo Médio (COV G = 60%)		
Força (kN)	Pf	Beta
155,40	28,401%	0,571
153,50	19,467%	0,861
151,60	11,614%	1,195
153,55	19,911%	0,845
157,80	39,022%	0,279
161,50	51,601%	-0,04
165,20	59,646%	-0,244
169,50	66,349%	-0,422
175,30	72,800%	-0,607
183,65	79,316%	-0,817
192,95	84,300%	-1,007

**Tabela 5.4 – Resultados encontrados na Etapa 02 – Solo Bom.**

Solo Bom (COV G = 20%)		
Força (kN)	Pf	Beta
155,40	8,955%	1,344
153,50	4,373%	1,709
151,60	1,822%	2,092
153,55	4,464%	1,699
157,80	17,495%	0,935
161,50	34,384%	0,402
165,20	52,331%	-0,058
169,50	68,823%	-0,491
175,30	83,823%	-0,987
183,65	93,998%	-1,555
192,95	98,110%	-2,077



Como pode ser observado nas Tabelas 5.2, 5.3 e 5.4 e no Gráfico 01, quanto mais resistente é o solo de fundação menor é a probabilidade de falha do conjunto e conseqüentemente maior o valor do índice de confiabilidade beta.

Ainda segundo os resultados obtidos, para o intervalo de forças do exemplo, apenas uma fundação assente sobre o solo tipo III poderia atender aos requisitos de segurança. Este atendimento ocorre somente quando, no Gráfico 01, a curva verde ultrapassa o valor alvo de segurança  $\beta_{TARGET} = 1,50$ , representado pela linha horizontal roxa.

#### 5.4 Exemplo 03 - Projeto Baseado em Confiabilidade

Como pode ser observado nas Tabelas 5.2, 5.3 e 5.4, os valores das probabilidades de falha para as forças verticais limites têm probabilidade de falha acima do preconizado como índice de segurança na maioria dos casos analisados.

Sendo assim, será utilizada agora a ferramenta da análise de confiabilidade para determinar o que leva de fato a um projeto seguro. Essa etapa utiliza conceitos também empregados no RBDO (*Reliability Based Design Optimization*), que procura ser um mecanismo para determinação de valores ótimos de projeto sujeitos a restrições da análise de confiabilidade.

Neste exemplo foi feita a variação da altura do bloco ( $Z$ ), mantendo-se constante a força vertical aplicada, correspondente a um  $G$  médio,  $F=165,20$  kN. Dessa forma, o objetivo deste exemplo será determinar a altura do bloco necessária para tornar a fundação segura.

Para cada uma dessas alturas foram calculados a probabilidade de falha e o  $\beta$  correspondente. Os resultados estão apresentados nas Tabelas 5.5, 5.6 e 5.7.

**Tabela 5.5 – Resultados Projeto Baseado em Confiabilidade– Solo Fraco.**

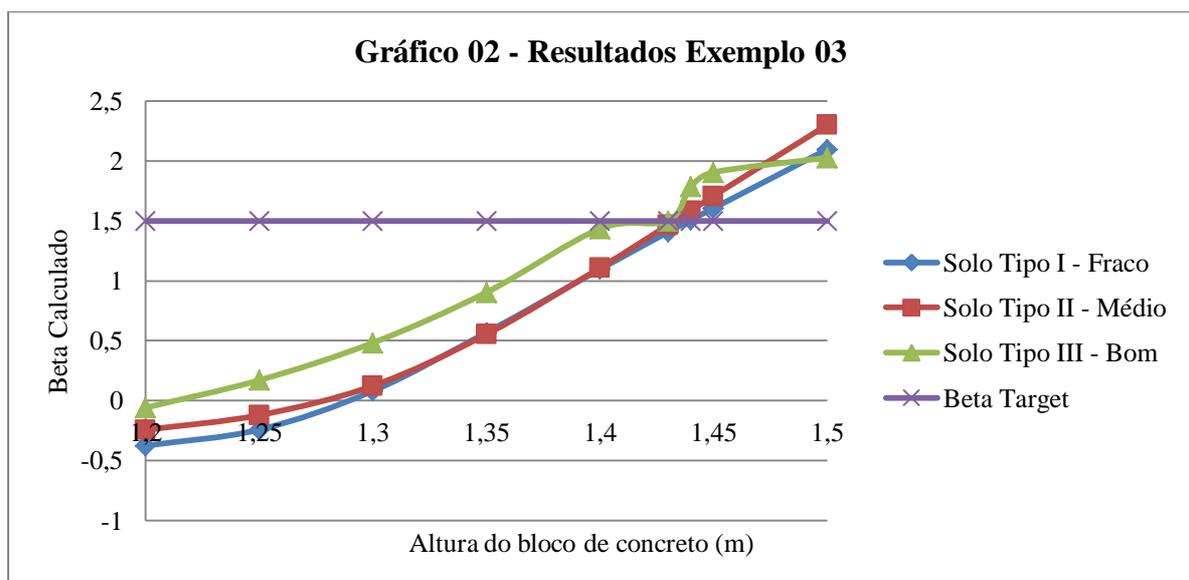
Solo Fraco (COV G = 100%)		
Força (kN)		165,20
Z (m)	Pf	Beta
1,20	64,638%	-0,376
1,25	59,571%	-0,242
1,30	46,761%	0,081
1,35	28,460%	0,569
1,40	13,638%	1,097
1,43	7,959%	1,408
1,44	6,563%	1,509
1,45	5,405%	1,607
1,50	1,796%	2,098

**Tabela 5.6 – Resultados Projeto Baseado em Confiabilidade– Solo Médio.**

Solo Médio (COV G = 60%)		
Força (kN)		165,20
Z (m)	Pf	Beta
1,20	59,646%	-0,244
1,25	54,824%	-0,121
1,30	45,065%	0,124
1,35	28,982%	0,554
1,40	13,362%	1,109
1,43	7,131%	1,466
1,44	5,638%	1,586
1,45	4,361%	1,71
1,50	1,068%	2,302

**Tabela 5.7 – Resultados Projeto Baseado em Confiabilidade– Solo Bom.**

Solo Bom (COV G = 20%)		
Força (kN)		165,20
Z (m)	Pf	Beta
1,20	52,331%	-0,058
1,25	43,210%	0,171
1,30	31,464%	0,483
1,35	18,295%	0,904
1,40	7,558%	1,435
1,41	6,660%	1,500
1,43	3,693%	1,787
1,44	2,826%	1,907
1,45	2,122%	2,029



Como pode ser observado nas Tabelas 5.5, 5.6 e 5.7 e no Gráfico 02, os casos com  $\beta$  superiores a 1,50 são os que atendem aos quesitos de segurança. É possível observar que, quanto mais resistente for o solo, menor a altura que o bloco precisa ter para atender ao  $\beta_{TARGET} = 1,50$ .

Fazendo a divisão do valor da altura determinada em função do  $\beta_{TARGET}$  pela altura original do bloco, encontram-se os valores que podem ser comparados a coeficientes de segurança (FS), mostrados na Tabela 5.8.

**Tabela 5.8–Resultados Projeto Baseado em Confiabilidade– Fatores de Segurança**

Tipo Solo	h projeto (m)	h TARGET (m)	FS
I - Solo Fraco	1,20	1,44	1,200
II - Solo Médio	1,20	1,44	1,200
III - Solo Bom	1,20	1,41	1,175

## 5.5 Exemplo 04 - Projeto Determinístico

Na falta de uma ferramenta computacional mais avançada e/ou de conhecimentos de análise de confiabilidade, é possível pesquisar valores com os quais o projeto determinístico pode ser elaborado com certa segurança, já que um valor característico de uma determinada variável é arbitrariamente definido como sendo um valor que, de acordo com a distribuição de probabilidades da variável, apresenta um determinado nível de chance de ser excedido.

Considerando-se o item 5.1.1, também seria intuitivo determinar fatores de segurança para a força vertical aplicada, dividindo-se os valores que atingissem o  $\beta_{TARGET}$  pelo valor característico da força aplicada.

No caso de um solo bom, conforme resultados da Tabela 5.4, a força vertical de projeto deveria ser majorada por um fator para se obter o valor do índice de confiabilidade igual ao  $\beta_{TARGET} = 1,50$ , assim:

$$\gamma_{FOV} = \frac{165,20}{\left\{153,55 - \left[ \frac{153,55 - 157,8}{1,699 - 0,935} \right] \cdot (1,699 - 1,500) \right\}} = \frac{165,20}{154,66} \quad (5.6)$$

$$\gamma_{III} = 1,07$$

Esse valor deveria ser multiplicado a força vertical determinística de projeto, a fim de se obter uma força de projeto superior à realmente aplicada.

Como pode ser observado nas Tabelas 5.2, 5.3 e 5.4, a variação das forças para um GMIN e um GMAX igual a  $G \pm 50\%$ , que é a prática comum de projeto, não foi suficiente para encontrar o valor máximo da força que mantivesse a fundação em análise dentro do domínio aceitável para os critérios de segurança estabelecidos.

Foi realizada também a análise para se encontrar o valor da força vertical limite para qual o  $\beta_{TARGET} = 1,50$  seja atendido. Essa análise foi realizada na mesma planilha de cálculo utilizada anteriormente.

Para o solo fraco e para o solo médio, o valor da força para se obter  $\beta_{TARGET} = 1,50$  é de 148,90 kN e 150,00 kN, respectivamente.

Dessa forma os valores dos coeficientes de majoração encontrados seriam 1,11 e 1,10 para os solos tipo I e II, respectivamente.

**Tabela 5.9 – Fatores de Majoração para Solos I, II e III.**

Tipo Solo	FOV limite (kN)	$\gamma$ FOV
I - Solo Fraco	148,90	1,11
II - Solo Médio	150,00	1,10
III - Solo Bom	154,66	1,07

Verifica-se que os fatores de segurança encontrados são da mesma ordem de grandeza, mas decrescentes quanto melhor for o solo sob a fundação.

## **CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES**

Nesta dissertação foi inicialmente elaborado um projeto de fundação de máquina pela metodologia tradicional baseado nas expressões propostas por pesquisadores.

Em seguida, este projeto foi analisado sob o ponto de vista da análise de confiabilidade com o objetivo de avaliar a segurança que essas fundações têm e buscar propor uma metodologia de cálculo para se conseguir segurança e, conseqüentemente, durabilidade nos conjuntos de bases de máquinas.

Em diversas ocasiões a manutenção de máquinas é bastante custosa, principalmente pela necessidade de sua paralisação por um tempo grande. Substituir as máquinas por outras enquanto uma está em manutenção nem sempre é viável.

De acordo com os resultados encontrados nesta dissertação pode-se perceber que o dimensionamento das fundações segundo a teoria utilizada não atende aos quesitos de segurança estabelecidos nas normas internacionais.

Sendo assim, é proposto o uso da análise de confiabilidade como ferramenta de projeto, para que se consiga obter valores que atendam os limites estabelecidos em normas.

Na falta dessa ferramenta, ou de conhecimento sobre o tema, é proposto o cálculo de um fator de majoração das forças verticais aplicadas que pode ser utilizado em um projeto determinístico, após o mesmo ser balizado por meio de mais estudos sobre o tema.

O maior desafio encontrado é definir os parâmetros necessários para a análise que melhor caracterizem os materiais do subsolo.

Esse estudo tem caráter fundamental e pode ser utilizado para minimizar gastos desnecessários com manutenção, paralisação e até substituição de máquinas.

Como sugestões seguem-se:

- utilização da análise de confiabilidade como ferramenta de projeto, já que atualmente é possível fazer esse uso com um computador convencional;
- calibração da metodologia de cálculo nas normas de projeto de fundações de máquinas;
- determinação das propriedades estatísticas do material de fundação (solo) por intermédio de ensaios mais específicos e testes de aderência;

- elaborar análises de confiabilidade considerando o desgaste natural das máquinas ao longo do tempo, de modo a possibilitar a determinação de um período de manutenção;
- prosseguir com diversos valores de  $\frac{\omega}{\omega}$ ;
- considerar a variação probabilística da força;
- pensar em definir um fator de segurança FS e também a variação paramétrica para cada nível de faixa de variação;

## CAPÍTULO 7 - REFERÊNCIAS

EUROCÓDIGO:2010 – “*Bases para o Projecto de Estruturas*” - NP EM 1990 - 2009

GAZETAS, G., DOBRY, R., TASSOULAS, J. L., “**Vertical Response of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations**”, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 111, No. 4, Junho 1985.

GAZETAS, G., DOBRY, R., TASSOULAS, J. L., “**Horizontal Stiffness of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations**”, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 113, No. 5, Maio 1987.

HAMMERSLEY, J. M., HANDSCOMB D. C., “**Monte Carlo Methods**”, Methuens Monographs on applied probability and statistics, 1964.

ISO 2372 - “**Mechanical vibration of machines with operating speeds from 10 to 200 rev/s -- Basis for specifying evaluation standards**”, ISO, 1974.

JCSS – JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY. – “**The Probabilistic Model Code**”. Acesso entre Janeiro de 2010 e Junho de 2012 no site do JCSS - <http://www.jcss.byg.dtu.dk/>

MARTINS, R. G. – “**Análise de confiabilidade estrutural de um pilar com seção transversal circular submetido à flexão composta pelo método de Monte Carlo**”, Março/2008

POULOS, H. G., DAVIS, E. H., “**Pile Foundation Analysis and Design**”, John Wiley, New York, 1980.

RICHART, F. E., WOODS, R. D. e HALL Jr., J. R., “**Vibrations of Soils and Foundations**”, 1970.

SAGRILO, L. V. S., – “**Apostila do curso de confiabilidade estrutural**”, PEC/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2000.

SANTOS, S.H.C., “**Fundação de Máquinas**”. Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009.

WOLF, J.P., “**Foundation Vibration Analysis Using Simple Physical Models**”, Prentice Hall, 1994