



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro  
Escola Politécnica

## **ESTUDO DE DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NLMS, IPNLMS E NEG $\pm$**

Marcelle Guedes de Medeiros Lopes

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Eletrônica e de Computação da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientadora: Mariane Rembold Petraglia

Rio de Janeiro

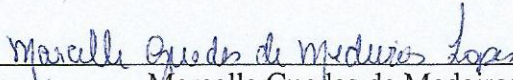
Setembro de 2018

# ESTUDO DE DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE FILTRAGEM ADAPTATIVA NLMS, IPNLMS E $NEG \pm$

Marcelle Guedes de Medeiros Lopes

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA E DE COMPUTAÇÃO DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRÔNICO E DE COMPUTAÇÃO

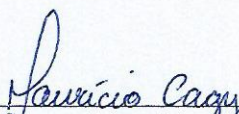
Autor:

  
\_\_\_\_\_  
Marcelle Guedes de Medeiros Lopes

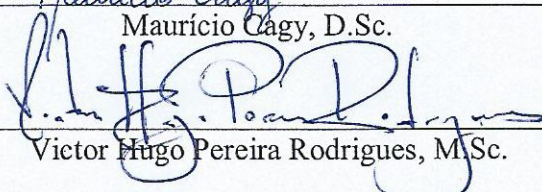
Orientadora:

  
\_\_\_\_\_  
Mariane Rembold Petraglia, Ph.D.

Examinador:

  
\_\_\_\_\_  
Maurício Cagy, D.Sc.

Examinador:

  
\_\_\_\_\_  
Victor Hugo Pereira Rodrigues, M.Sc.

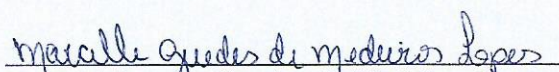
Rio de Janeiro – RJ, Brasil

Setembro de 2018

## Declaração de Autoria e de Direitos

Eu, *Marcelle Guedes de Medeiros Lopes* CPF 154.383.297-56, autor da monografia ESTUDO DE DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE FILTRAGEM ADAPTATIVA NLMS, IPNLMS E NEG  $\pm$ , subscrevo para os devidos fins, as seguintes informações:

1. O autor declara que o trabalho apresentado na disciplina de Projeto de Graduação da Escola Politécnica da UFRJ é de sua autoria, sendo original em forma e conteúdo.
2. Excetua-se do item 1. eventuais transcrições de texto, figuras, tabelas, conceitos e idéias, que identifiquem claramente a fonte original, explicitando as autorizações obtidas dos respectivos proprietários, quando necessárias.
3. O autor permite que a UFRJ, por um prazo indeterminado, efetue em qualquer mídia de divulgação, a publicação do trabalho acadêmico em sua totalidade, ou em parte. Essa autorização não envolve ônus de qualquer natureza à UFRJ, ou aos seus representantes.
4. O autor pode, excepcionalmente, encaminhar à Comissão de Projeto de Graduação, a não divulgação do material, por um prazo máximo de 01 (um) ano, improrrogável, a contar da data de defesa, desde que o pedido seja justificado, e solicitado antecipadamente, por escrito, à Congregação da Escola Politécnica.
5. O autor declara, ainda, ter a capacidade jurídica para a prática do presente ato, assim como ter conhecimento do teor da presente Declaração, estando ciente das sanções e punições legais, no que tange a cópia parcial, ou total, de obra intelectual, o que se configura como violação do direito autoral previsto no Código Penal Brasileiro no art.184 e art.299, bem como na Lei 9.610.
6. O autor é o único responsável pelo conteúdo apresentado nos trabalhos acadêmicos publicados, não cabendo à UFRJ, aos seus representantes, ou ao(s) orientador(es), qualquer responsabilização/ indenização nesse sentido.
7. Por ser verdade, firmo a presente declaração.

  
\_\_\_\_\_  
Marcelle Guedes de Medeiros Lopes

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Escola Politécnica – Departamento de Eletrônica e de Computação

Centro de Tecnologia, bloco H, sala H-217, Cidade Universitária

Rio de Janeiro – RJ CEP 21949-900

Este exemplar é de propriedade da Universidade Federal do Rio de Janeiro, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es).

## AGRADECIMENTO

Em primeiro lugar, agradeço aos meus pais, Leandro e Fabiana, por todo apoio e por me proporcionarem todas as oportunidades que me trouxeram até aqui. Nada disso seria possível sem vocês. Agradeço, também, à minha irmã, Beatriz, que sempre esteve disposta a ouvir minhas histórias sobre integrais e convoluções. Amo vocês.

Obrigada às minhas avós por sempre mandarem comida quando, por estar estudando, não pude ir a algum almoço de família. Obrigada ao meu avô Odilon pelo interesse na minha vida acadêmica, e ao meu avô Heráclito que com suas infinitas conversas sobre o universo despertou em mim o interesse pela ciência e engenharia.

Aos meus amigos de controle e automação, que me acolheram tão bem e fizeram mais leve essa caminhada até aqui, muito obrigada! As horas de sueca foram imprescindíveis para minha formação.

Muito obrigada aos amigos Laís Mesquita e Arthur Petito pela companhia nesses anos, não só nas festas, mas nas provas, nas horas intermináveis de estudo e desespero. Obrigada, também, ao Matheus Schaefer por entender minha ausência em muitos momentos e por ser o melhor presente que a UFRJ me deu.

Agradeço, principalmente, à minha Orientadora, Mariane, pela paciência, disponibilidade e suporte para a conclusão desse trabalho. E ao professor Casé que me deu todo apoio e orientação necessários desde minha transferência para a UFRJ até o final da graduação.

E, por fim, obrigada ao Richard pela fiel companhia em todos os finais de semana que passei escrevendo esse projeto.

## RESUMO

Sistemas com respostas ao impulso esparsas são amplamente encontrados nas mais diversas áreas de utilização da filtragem adaptativa na engenharia. Para lidar com os problemas no seu processo de identificação, foram desenvolvidos diferentes algoritmos de filtragem adaptativa do tipo proporcional. Tendo em vista aplicações como cancelamento de eco acústico e equalização de canais, este trabalho apresenta importantes algoritmos de filtragem adaptativa e analisa seus desempenhos para diferentes cenários, a fim de delinear suas capacidades e limitações na identificação de sistemas com respostas ao impulso esparsas.

Os três algoritmos estudados nesse trabalho são o NLMS (*normalized least mean square*), o IPNLMS (*improved proportionate normalized least mean square*) e o NEG $\pm$  (*normalized exponentiated gradient with positive and negative weights*). Os algoritmos IPNLMS e NEG $\pm$  foram desenvolvidos com o objetivo de melhorar a convergência dos coeficientes na fase inicial do aprendizado quando utilizados na modelagem de sistemas esparsos. Para isso, empregam passos de adaptação “proporcionais” aos valores dos coeficientes, ou seja, atualizam individualmente cada coeficiente do filtro, ajustando proporcionalmente o tamanho do passo de adaptação em relação à magnitude de cada coeficiente do filtro estimado. Os desempenhos dos três algoritmos são comparados, para diferentes respostas ao impulso e sinais de entrada, no capítulo final desse trabalho.

Palavras-Chave: identificação de sistemas esparsos, filtragem adaptativa, IPNLMS, NEG  $\pm$ , NLMS

## ABSTRACT

Systems with sparse impulse responses are commonly found in the most diverse areas of adaptive filtering in engineering. To deal with the problems in its identification process, different adaptive filtering algorithms of the proportional type were developed. Considering applications such as acoustic echo cancellation and channel equalization, this work presents important adaptive filtering algorithms and analyzes their performances for different scenarios in order to delineate their capacities and limitations in the identification of systems with sparse impulse responses.

The three algorithms studied in this work are NLMS (normalized least mean square), IPNLMS (improved proportionate normalized least mean square) and  $\text{NEG} \pm$  (normalized exponentiated gradient with positive and negative weights). The IPNLMS and  $\text{NEG} \pm$  algorithms were developed with the objective of improving the coefficients convergence in the initial learning phase when used in sparse system modeling. To do this, they employ "proportional" adaptation steps to the coefficient values, that is, they individually update each filter coefficient, proportionally adjusting the size of the adaptation step in relation to the magnitude of each estimated filter coefficient. The performances of the three algorithms are compared, for different impulse responses and input signals, in the final chapter of this work.

Key-words: identification of sparse systems, adaptive filtering, IPNLMS,  $\text{NEG} \pm$ , NLMS

## SIGLAS

EG  $\pm$  – *Exponentiated Gradient with positive and negative weights*

FIR – *Finite Response Impulse*

IPNLMS – *Improved Proportionate Normalized Least Mean Square*

LMS – *Least Mean Square*

MSE – *Mean Square Error*

NEG  $\pm$  – *Normalized Exponentiated Gradient with positive and negative weights*

NLMS – *Normalized Least Mean Square*

PNLMS – *Proportionate Normalized Least Mean Square*

UFRJ – *Universidade Federal do Rio de Janeiro*

# Sumário

	<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
	<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xii</b>
<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
	1.1 Tema .....	1
	1.2 Delimitação .....	1
	1.3 Justificativa .....	1
	1.4 Objetivos .....	2
	1.5 Metodologia .....	2
	1.6 Descrição .....	2
<b>2</b>	<b>Filtragem Adaptativa</b>	<b>4</b>
	2.1 Introdução .....	4
	2.2 Algoritmo LMS .....	6
	2.3 Algoritmo NLMS .....	9
	2.4 Conclusão .....	11
<b>3</b>	<b>Algoritmo Adaptativo com Resposta ao Impulso Esparsa</b>	<b>12</b>
	3.1 Introdução .....	12
	3.2 Algoritmo $EG_{\pm}$ .....	13
	3.3 Algoritmo IPNLMS .....	17
	3.4 Conclusão .....	20

<b>4</b>	<b>Simulação</b>	<b>21</b>
4.1	Experimento 1: Sinal branco e gaussiano de variância unitária .....	22
4.1.1	Experimento Ia .....	22
4.1.2	Experimento Ib .....	23
4.1.3	Experimento Ic .....	23
4.2	Experimento 2: Sinal de Voz .....	24
4.2.1	Experimento IIa .....	24
4.2.2	Experimento IIb .....	25
4.3	Experimento 3: Sinal Colorido .....	26
4.4	Conclusão .....	27
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>29</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>30</b>

# Lista de Figuras

2.1 Diagrama de Blocos de um filtro adaptativo . . . . .	5
2.2 Diagrama de blocos de um algoritmo adaptativo . . . . .	5
3.1 Resposta ao impulso típica de um caminho de eco de rede . . . . .	13
4.1 Curva de aprendizagem do MSE para os algoritmos com ruído branco como entrada. . . . .	22
4.2 Curva de aprendizagem do MSE para os algoritmos com ruído branco como entrada. . . . .	23
4.3 Curva de aprendizagem do MSE para os algoritmos com ruído branco como entrada. . . . .	24
4.4 Curva de aprendizagem do MSE para os algoritmos com sinal de voz masculino como entrada. . . . .	25
4.5 Curva de aprendizagem do MSE para os algoritmos com sinal de voz feminino como entrada. . . . .	26
4.6 Curva de aprendizagem do MSE para os algoritmos com ruído colorido como entrada. . . . .	27

# Lista de Tabelas

4.1 – Parâmetros utilizados nas Simulações . . . . .	21
--	----

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 – Tema

O tema desse trabalho é o estudo de algoritmos desenvolvidos para atualização dos coeficientes de filtros adaptativos empregados na identificação de sistemas esparsos. Nesse contexto, o problema é investigar a implementação e o desempenho de algoritmos presentes nesses filtros para diferentes tipos de sinal de entrada e de respostas ao impulso.

### 1.2 – Delimitação

A aplicação dos algoritmos estudados neste trabalho se dará para sistemas que possuam coeficientes nulos em quantidade significativamente maior do que a de coeficientes não nulos, ou seja, se dará para sistemas com resposta ao impulso esparsa.

### 1.3 – Justificativa

Um dos problemas clássicos de processamento de sinais é a identificação de sistemas. Dado um sistema desconhecido, o propósito é, por meio de um modelamento matemático baseado na resposta ao impulso, encontrar um sistema cuja saída se aproxime da do sistema a ser identificado para sinais de entrada de interesse.

Quando as estatísticas dos sinais envolvidos no processo de identificação do sistema são conhecidas, faz-se uso da filtragem ótima linear. A minimização do erro médio quadrático é um método frequentemente empregado na determinação da solução ótima. Neste cenário, a filtragem ótima linear leva o filtro FIR (*Finite Impulse Response*) a uma solução ótima conhecida como solução de Wiener. Contudo, quando as estatísticas dos sinais a serem identificados não são conhecidas, ou quando os

processos são não-estacionários, uma solução empregada é o processamento adaptativo de sinais. O processamento adaptativo é realizado por meio de um algoritmo recursivo que começa a trabalhar com condições iniciais pré-definidas e que converge para a solução ótima através de estimativas das estatísticas dos dados.

Portanto, a motivação da aplicação de algoritmos adaptativos para encontrar os coeficientes de um filtro FIR é identificar sistemas cujas estatísticas dos sinais de entrada e saída são desconhecidas. Neste sentido, o presente projeto tem a intenção de realizar um estudo sobre o comportamento desses algoritmos para que o usuário com capacidade de compreensão do processo de aprendizagem do filtro que lhe foi apresentado realize a escolha do algoritmo mais apropriado e de seus parâmetros, para a resolução correta do problema dado.

## **1.4 – Objetivos**

O objetivo geral deste trabalho é, então, o estudo de algoritmos adaptativos apropriados para identificação de sistemas com respostas ao impulso esparsas. Desta forma, tem-se como objetivos específicos: (i) implementação do algoritmo  $NEG_{\pm}$ ; (ii) implementação do algoritmo IPNLMS; (iii) simulação e comparação dos algoritmos para diferentes sinais de entrada e respostas ao impulso.

## **1.5 – Metodologia**

Este trabalho visa comparar os comportamentos médios dos algoritmos sob análise. Para tanto, usa as equações de atualização dos vetores de coeficientes dos filtros. Estimados os vetores de coeficientes para cada iteração, pode-se inferir a evolução do erro médio quadrático.

## **1.6 – Descrição**

No Capítulo 2 e 3, são introduzidos alguns conceitos básicos de processamento digital de sinais. Elabora-se uma revisão sobre filtragem adaptativa e sistemas esparsos, e apresentam-se os algoritmos adaptativos  $NEG_{\pm}$  e IPNLMS, baseados em passos de

adaptação proporcionais aos valores dos coeficientes, que foram propostos para melhorar a velocidade de convergência do algoritmo NLMS. No Capítulo 4, os algoritmos NLMS,  $NEG_{\pm}$  e IPNLMS são testados para diferentes modelos de sistemas esparsos e sinais de entrada, e os seus desempenhos são comparados. O Capítulo 5 apresenta as conclusões deste trabalho.

# Capítulo 2

## Filtragem Adaptativa

### 2.1 – Introdução

A filtragem adaptativa é, geralmente, realizada por meio de filtros temporais discretos, que têm seus coeficientes ajustados à medida que novos dados dos sinais de entrada e de referência são disponibilizados, e faz uso de um algoritmo adaptativo de minimização do valor do erro quadrático médio (MSE).

O ajuste de coeficientes é feito de maneira recursiva, e conduzido pelo vetor gradiente de uma função específica do sinal de erro (chamada função custo), o qual é capaz de fornecer a direção de atualização do vetor de coeficientes do filtro adaptativo.

Como o objetivo é minimizar a função custo, a atualização é feita no sentido contrário ao do vetor gradiente da função custo, já que este aponta para a direção de maior crescimento da função. Ou seja, minimizamos a função custo na direção de descida mais íngreme (*steepest descent*).

Dada a expectativa do MSE, a função custo será:

$$\begin{aligned} J &= E[ e[n] e^*[n] ] & (2.1) \\ &= E[ |e[n]|^2 ] \\ &= E[ (d[n] - \mathbf{w}^T \mathbf{x}[n])^2 ] \end{aligned}$$

Onde  $E[\cdot]$ ,  $d[n]$ ,  $\mathbf{w}^T$ ,  $\mathbf{x}[n]$  e  $e[n]$  representam, respectivamente, a expectativa do sinal, o sinal desejado, o sinal de entrada, o vetor de coeficientes transposto e o erro.

Para que a função custo alcance o valor mínimo como desejado, é necessário que o valor do erro de estimativa  $e_0[n]$  seja ortogonal a cada amostra da entrada usada na estimativa da resposta desejada no tempo  $n$  [1].

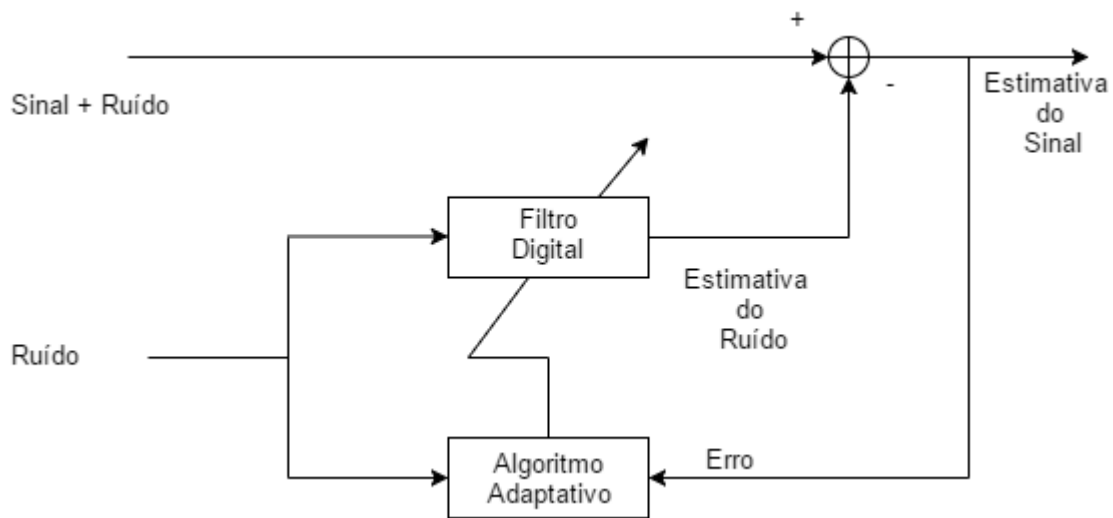


Figura 2. 1 – Diagrama de blocos de um filtro adaptativo na aplicação de cancelamento de ruído

A Figura 2.1 mostra o diagrama de blocos de um filtro adaptativo para a aplicação de cancelamento de ruído, enquanto que a Figura 2.2 mostra a estrutura de um algoritmo adaptativo para a aplicação de identificação de sistemas, cujo vetor de coeficientes adaptativos é dado por:

$$\mathbf{w}[n] = [w_0[n] \quad w_1[n] \quad \cdots \quad w_{M-1}[n]]^T \quad (2.2)$$

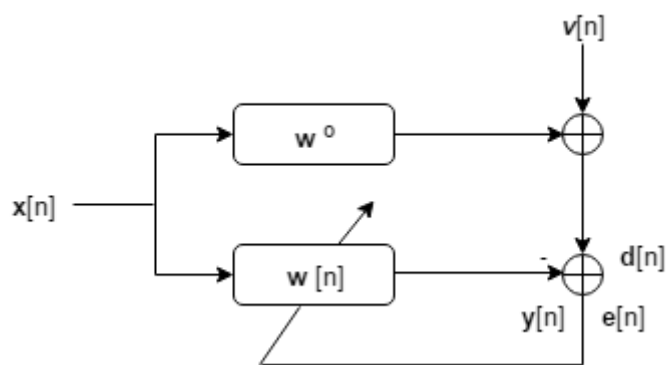


Figura 2. 2- Diagrama de blocos de um algoritmo adaptativo na aplicação de identificação de sistemas

Na figura acima, a variável  $v[n]$  representa o ruído adquirido durante a captação de amostras do sinal desejado  $d[n]$ .

O sinal de saída do filtro adaptativo é dado por

$$y[n] \triangleq \mathbf{w}^T[n] \mathbf{x}[n] \quad (2.3)$$

Sendo o vetor de entrada definido como

$$\mathbf{x}[n] = [x[n] \quad x[n-1] \quad \cdots \quad x[n-M+1]]^T \quad (2.4)$$

Após um número suficiente de iterações, é esperado que a saída  $y[n]$  do filtro assuma valor mais próximo possível da saída desejada  $d[n]$ , que é definida como:

$$d[n] = (\mathbf{w}_o)^T \mathbf{x}[n] + v[n] \quad (2.5)$$

onde  $\mathbf{w}_o$  é o vetor peso ideal dado por

$$\mathbf{w}_o \triangleq [w_{o0} \quad w_{o1} \quad \cdots \quad w_{oM-1}]^T \quad (2.6)$$

e  $v[n]$  é um ruído correspondente a erros de modelagem e/ou de medição.

O problema fundamental da filtragem adaptativa é desenvolver um algoritmo que possua, ao mesmo tempo, uma grande imunidade a ruído, robustez numérica, taxa de convergência elevada, e que requeira poucas operações aritméticas a cada iteração. Os principais algoritmos adaptativos que tendem a ser numericamente robustos e de baixa complexidade são os classificados como da família LMS (*Least-Mean Square Algorithm*).

## 2.2 – Algoritmo LMS

De forma a se eliminar a necessidade de operação de inversão da matriz de correlação  $\mathbf{R}$ , necessária para a obtenção de medidas exatas do gradiente da função custo, é usual o emprego de algoritmos adaptativos que, iniciando com um valor de partida do vetor de pesos  $\mathbf{w}$  do filtro, atualizem seus componentes ao decorrer do tempo,

continuando este processo de adaptação até se alcançar um vetor próximo o suficiente da solução ótima.

Entre esses algoritmos estão o método *steepest descent* e o algoritmo LMS. Enquanto que o algoritmo *steepest descent* requer que se encontrem estimativas das estatísticas dos sinais de entrada e desejado, o algoritmo LMS se baseia em valores instantâneos destas estatísticas.

O algoritmo LMS é um procedimento recursivo onde são aplicadas correções apropriadas aos pesos, de forma a se mover continuamente para mais perto do ponto de mínimo da superfície do erro médio quadrático (a função custo aproximada) após cada iteração. Correções sucessivas nos pesos levam ao resultado de mínimo erro médio quadrático (MSE). Nesse cenário, os pesos do filtro assumem seus valores ótimos.

A função custo definida nessa situação foi definida na equação (2.1).

$$\begin{aligned} J[n] &= E[ \mathbf{e}[n] \mathbf{e}^*[n] ] \\ &= E[ |\mathbf{e}[n]|^2 ] \\ &= E[ (\mathbf{d}[n] - \mathbf{w}^T \mathbf{x}[n])^2 ] \end{aligned} \tag{2.7}$$

Ao se buscar a otimização da função custo caminhando na direção inversa à do seu vetor gradiente, a equação de atualização do vetor de pesos do filtro torna-se

$$\mathbf{w}[n + 1] = \mathbf{w}[n] - \beta \nabla J[n] = \mathbf{w}[n] - \beta \frac{\partial e^2[n]}{\partial \mathbf{w}[n]^2} \tag{2.8}$$

onde  $\beta$  é um parâmetro de proporcionalidade, chamado de passo de adaptação (*step-size*) e que é responsável pelo controle do incremento do termo de correção do vetor de pesos, e  $\frac{\partial e^2[n]}{\partial \mathbf{w}[n]^2}$  é o gradiente da função custo, dada pelo erro instantâneo quadrático  $e^2[n]$ .

Já o algoritmo *steepest descent* emprega o MSE como função custo, sendo o vetor gradiente dado por

(2.9)

$$\begin{aligned} E \left[ \frac{\partial e^2[n]}{\partial \mathbf{w}[n]^2} \right] &= E \left[ 2 e[n] \frac{\partial e[n]}{\partial \mathbf{w}[n]} \right] \\ &= E \left[ 2 e[n] \frac{\partial (d[n] - \mathbf{w}^T[n] \mathbf{x}[n])}{\partial \mathbf{w}[n]} \right] \\ &= -2E[e[n] \mathbf{x}[n]] \end{aligned}$$

Logo, a função de atualização do algoritmo *steepest descent* é dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}[n+1] &= \mathbf{w}[n] - (-2E[e[n] \mathbf{x}[n]]) \\ &= \mathbf{w}[n] + \beta E[\mathbf{x}[n](d[n] - \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n])] \\ &= \mathbf{w}[n] + \beta E[\mathbf{x}[n]d[n]] - \beta E[\mathbf{x}[n] \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n]] \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde  $E[\mathbf{x}[n]d[n]] = \mathbf{p}_{dx}[n]$  é o vetor correlação cruzada de  $d[n]$  com  $\mathbf{x}[n]$ , e  $E[\mathbf{x}[n] \mathbf{x}^T[n]] = \mathbf{R}_{xx}[n]$  é a matriz autocorrelação do vetor de entrada.

Dessa forma, tem-se:

$$\mathbf{w}[n+1] = \mathbf{w}[n] + \beta(\mathbf{p}_{dx}[n] - \mathbf{R}_{xx}[n] \mathbf{w}[n]) \quad (2.11)$$

Então, conclui-se que, pelo algoritmo *steepest descent*, que considera medidas exatas do vetor gradiente  $\nabla J[n]$  em cada uma das  $n$  interações, e com o parâmetro  $\beta$  adequadamente escolhido, seu vetor peso converge para a solução ótima de Wiener.

Por outro lado, para o algoritmo LMS não é possível obter medidas exatas do vetor gradiente  $\nabla J[n]$ . Ou seja, o LMS tem um comportamento diferente devido à presença do ruído do gradiente. Em vez de terminar na solução de Wiener, como o algoritmo *steepest descente*, o vetor  $\mathbf{w}[n]$  executa uma variação aleatória em torno do vetor  $\mathbf{w}_o$ , correspondente ao ponto mínimo da superfície de desempenho de erro.

Para a estimativa dos valores das matrizes de autocorrelação e de correlação cruzada, e, conseqüentemente, do vetor  $\nabla J[n]$ , usam-se estimativas instantâneas baseadas nos valores de amostra do vetor peso e da resposta desejada. Tais estimativas são descritas respectivamente como

$$\hat{\mathbf{R}}[n] = \mathbf{x}[n]\mathbf{x}^T[n] \quad (2.12)$$

$$\hat{\mathbf{p}}[n] = \mathbf{x}[n]d[n] \quad (2.13)$$

De forma equivalente, pode-se reescrever a equação de atualização do algoritmo LMS como:

$$\hat{\mathbf{w}}[n + 1] = \hat{\mathbf{w}}[n] + \beta\mathbf{x}[n]\mathbf{e}[n] \quad (2.14)$$

Como o algoritmo LMS apresenta o fator de passo dependente das características de correlação do sinal de entrada, quando a energia do sinal de entrada do sistema é muito grande, o algoritmo pode sofrer de amplificação de ruído do gradiente. Para driblar esse problema, utiliza-se o algoritmo LMS normalizado (NLMS).

### 2.3 – Algoritmo NLMS

O algoritmo NLMS, que pode ser visto como uma variante do algoritmo LMS, resolve o problema do erro residual por meio da normalização do vetor de entrada [2].

A derivação clássica do algoritmo NLMS se inicia, primeiramente, com a definição do erro *a posteriori*

$$e_p[n] \triangleq d[n] - \mathbf{w}^T[n + 1]\mathbf{x}[n] \quad (2.15)$$

que reflete a discrepância entre  $d[n]$  e a saída do filtro após a atualização dos coeficientes. A relação entre o erro *a posteriori* e o erro *a priori*,  $e[n]$ , que mede a diferença entre a saída do filtro e o sinal de referência antes da atualização, é dada por

$$e_p[n] = e[n] - \beta[n]\|\mathbf{x}[n]\|^2e[n] \quad (2.16)$$

Ou seja,

$$e_p[n] = |1 - \beta[n]||\mathbf{x}[n]|^2|e[n]| \quad (2.17)$$

A partir da equação (2.17), encontramos o fator responsável pela normalização do termo de atualização do algoritmo abordado na seção anterior fazendo  $e_p[n] = 0$ :

$$0 = |1 - \beta[n]||\mathbf{x}[n]|^2|e[n]| \quad (2.18)$$

Resultando em

$$\beta[n] = \frac{1}{\|\mathbf{x}[n]\|^2} \quad (2.19)$$

Com a aplicação dessa normalização na equação de atualização do LMS, tem-se:

$$\mathbf{w}[n+1] = \mathbf{w}[n] + \frac{\beta}{\|\mathbf{x}[n]\|^2 + \delta} \mathbf{x}[n]e[n] \quad (2.20)$$

onde foi inserido o fator de regularização  $\delta$  para evitar divisões por zero.

Outra forma de interpretar a normalização do passo de adaptação do algoritmo LMS é sob a ótica do problema de otimização restrita da função custo [3], ou seja, minimizar a norma quadrada da variação do vetor que contém os coeficientes adaptativos:

$$\min_{\mathbf{w}[n+1]} \|\mathbf{w}[n+1] - \mathbf{w}[n]\|^2 \quad (2.21)$$

$$\text{sujeito a } e_p[n] = (1 - \beta)e[n] \quad (2.22)$$

Através dos multiplicadores de Lagrange, obtém-se a seguinte função custo [4]:

$$J = \|\mathbf{w}[n+1]\|^2 - 2\mathbf{w}^T[n+1]\mathbf{w}[n] + \|\mathbf{w}^T[n]\|^2 + \lambda(d[n] - \mathbf{w}^T[n+1]\mathbf{x}[n]) \quad (2.23)$$

Igualando ao vetor nulo o gradiente de  $J$  em relação a  $\mathbf{w}[n+1]$ , tem-se:

$$\frac{\nabla J}{\nabla \mathbf{w}[n+1]} = 2\mathbf{w}[n+1] - 2\mathbf{w}[n] - \lambda\mathbf{x}[n] = 0 \quad (2.24)$$

Ou seja,

$$\mathbf{w}[n + 1] = \mathbf{w}[n] + \frac{\lambda}{2} \mathbf{x}[n] \quad (2.25)$$

Substituindo a equação do erro *a posteriori* (2.22) na equação (2.25), obtém-se:

$$\lambda = \frac{2\beta e[n]}{\|\mathbf{x}[n]\|^2} \quad (2.26)$$

Logo, conclui-se que a equação de atualização dos coeficientes do NLMS pode ser escrita como:

$$\mathbf{w}[n + 1] = \mathbf{w}[n] + \frac{\beta \mathbf{x}[n] e[n]}{\|\mathbf{x}[n]\|^2} \quad (2.27)$$

E, acrescentando o fator de regularização  $\delta$  ao denominador do termo de correção, chega-se, novamente, à equação:

$$\mathbf{w}[n + 1] = \mathbf{w}[n] + \frac{\beta}{\|\mathbf{x}[n]\|^2 + \delta} \mathbf{x}[n] e[n] \quad (2.28)$$

## 2.4 – Conclusão

Neste capítulo, foi feita uma revisão dos conceitos básicos de filtragem adaptativa, e, dentro desse escopo, foram apresentados algoritmos da família LMS, que são amplamente usados em diversos campos da engenharia.

Como exemplos de aplicação desses algoritmos, é possível citar: cancelamento de eco acústico, reconhecimento de padrões de imagens e de voz, detecção de sinais em presença de ruídos aleatórios, dentre outras.

# Capítulo 3

## Algoritmo Adaptativo com Resposta ao Impulso Esparsa

### 3.1 – Introdução

Um sistema esparso é aquele que, quando sua resposta ao impulso é modelada por um filtro FIR, apresenta um grande número de coeficientes com valores iguais ou muito próximos a zero. Dessa forma, quando comparado ao comprimento total do filtro necessário para sua modelagem, apenas poucos coeficientes da sua resposta ao impulso são considerados relevantes.

A região com coeficientes não nulos da resposta ao impulso total é chamada de resposta ativa do sistema.

Tais sistemas com respostas ao impulso esparsas são encontrados em muitas aplicações no dia-a-dia atual, como cancelamento de eco, localização de fontes, linhas digitais, sistemas de transmissão de televisão digital, processos sísmicos [5]-[8].

A Figura 3.1, que representa a resposta ao impulso de um caminho de eco acústico, exemplifica as regiões inativa (com 224 coeficientes nulos) e ativa (com 64 coeficientes não nulos) da resposta ao impulso.

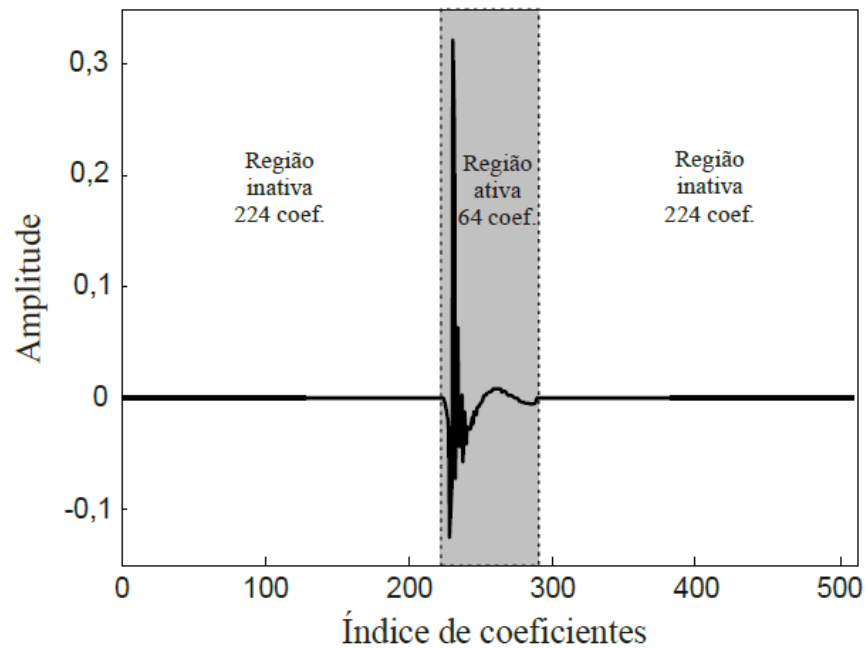


Figura 3.1- Resposta ao impulso típica de um caminho de eco de rede. Fonte: Souza, F.C., “Algoritmos Adaptativos LMS Normalizados Proporcionais: Proposta de um Novo algoritmo e sua Modelagem estocástica”.

Uma das aplicações de processamento de sinais é na modelagem/identificação de sistemas esparsos, que é o foco deste trabalho.

Identificação de sistemas pode ser realizada por algoritmos adaptativos de forma a encontrar um filtro FIR cuja resposta ao impulso se aproxime da resposta ao impulso do sistema desconhecido.

Segundo Sayed [9], “A utilização da filtragem adaptativa com um único filtro FIR é ineficaz, já que filtros longos ocasionam alta complexidade computacional, baixa velocidade de convergência e alto erro residual nos coeficientes”.

Para solucionar esse problema, foram desenvolvidos algoritmos variantes do algoritmo LMS, que convergem com maior velocidade para os casos de sistemas com respostas ao impulso esparsas. Estes algoritmos serão descritos nas próximas seções.

### 3.2 – Algoritmo EG $\pm$

A primeira variação do algoritmo LMS, que será abordada nessa secção, é o algoritmo denominado gradiente exponencial com pesos negativos e positivos (EG  $\pm$ ).

Em comparação ao LMS, o algoritmo EG  $\pm$  tem uma característica de convergência superior, relacionada à sua regra de atualização mais elaborada.

Sua regra de atualização aproveita a esparsidade da resposta ao impulso para acelerar sua convergência inicial e rastrear mudanças no sistema desconhecido de forma mais veloz.

Partindo do algoritmo LMS, define-se uma forma diferente para a distância entre os vetores de peso antigos e novos, e assim, obtém-se uma outra regra de atualização [10].

Redefinindo a equação (2.16), tem-se o erro *a priori* no tempo  $n$  dado pela nova regra:

$$e[n] = y[n] - \hat{y}[n] \quad (3.1)$$

onde a saída do sistema desconhecido e o seu vetor de coeficientes são dados, respectivamente, por:

$$y[n] = \mathbf{w}_t^T \mathbf{x}[n] \quad (3.2)$$

e

$$\mathbf{w}_t = [w_{t,0} \quad w_{t,1} \quad \cdots \quad w_{t,L-1}]^T \quad (3.3)$$

Respectivamente, também, pode-se definir o sinal de saída do filtro antes da atualização e o vetor de coeficientes do filtro de referência como:

$$(3.4)$$

$$\hat{y}[n] = \mathbf{w}^T[n-1]\mathbf{x}[n]$$

e

$$\mathbf{w}[n] = [w_0[n] \quad w_1[n] \quad \cdots \quad w_{L-1}[n]]^T \quad (3.5)$$

onde  $\mathbf{x}[n+1]$  é o vetor que contém as últimas  $L$  amostras do sinal de entrada  $x[n]$ .

Para ajustar o novo vetor de peso  $\mathbf{w}[n]$  na iteração  $n$  é preciso minimizar a seguinte função[12]:

$$J[n] = D[\hat{\mathbf{w}}[n], \hat{\mathbf{w}}[n-1]] + \eta[n]e_p^2[n] \quad (3.6)$$

onde  $D[\hat{\mathbf{w}}[n], \hat{\mathbf{w}}[n-1]]$  é a medida de distância entre os vetores de peso antes e depois da atualização, e  $\eta[n]$  é uma variável positiva dependente do sinal de entrada  $x[n]$ .

Para a minimização da função custo (3.6), deve-se igualar suas  $L$  derivadas parciais a zero, ou seja,

$$\frac{\partial D[\hat{\mathbf{w}}[n], \hat{\mathbf{w}}[n-1]]}{\partial \hat{w}_l[n]} - 2\eta[n]x[n-L]e_p[n] = 0 \quad (3.7)$$

Substituindo  $e_{p[n]}$  pelo erro *a priori*, tem-se:

$$\frac{\partial D[\hat{\mathbf{w}}[n], \hat{\mathbf{w}}[n-1]]}{\partial \hat{w}_l[n]} - 2\eta[n]x[n-l]e[n] = 0 \quad (3.8)$$

O algoritmo LMS pode ser obtido a partir de (3.8) através de umas das mais básicas medidas de distância, chamada de distância euclidiana quadrada. Tal medida é definida por

$$D_E[\hat{\mathbf{w}}[n], \hat{\mathbf{w}}[n-1]] = \|\hat{\mathbf{w}}[n] - \hat{\mathbf{w}}[n-1]\|_2^2 \quad (3.9)$$

O algoritmo EG $\pm$  com pesos positivos resulta do uso para a entropia relativa, também conhecida como divergência de Kullback-Leibler,

$$D_{re}[\hat{\mathbf{w}}[n], \hat{\mathbf{w}}[n-1]] = \sum_{l=0}^{L-1} \hat{w}_l[n] \ln \frac{\hat{w}_l[n]}{\hat{w}_l[n-1]} \quad (3.10)$$

Com a restrição  $\sum_l \hat{w}_l = 1$ , a equação (3.8) toma a forma:

$$\frac{\partial D_{re}[\hat{\mathbf{w}}[n], \hat{\mathbf{w}}[n-1]]}{\partial \hat{w}_l[n]} - 2\eta[n] \mathbf{x}[n-l] \mathbf{e}[n] - \gamma = 0 \quad (3.12)$$

onde  $\gamma$  é um multiplicador de Lagrange.

O algoritmo derivado de (3.12) é projetado para lidar apenas com pesos positivos. Entretanto, para trabalhar com coeficientes positivos e negativos, encontram-se dois vetores  $\hat{\mathbf{w}}^+[n]$  e  $\hat{\mathbf{w}}^-[n]$  com coeficientes positivos, de forma que o novo vetor apresente componentes negativas e positivas, tal qual :

$$\hat{\mathbf{w}}[n] = \hat{\mathbf{w}}^+[n] - \hat{\mathbf{w}}^-[n] \quad (3.13)$$

Assim, os erros *a priori* e *a posteriori* podem ser reescritos respectivamente como:

$$e[n] = d[n] - [\hat{\mathbf{w}}^+[n-1] - \hat{\mathbf{w}}^-[n-1]]^T \mathbf{x}[n] \quad (3.14)$$

E

$$e_p[n] = d[n] - [\hat{\mathbf{w}}^+[n] - \hat{\mathbf{w}}^-[n]]^T \mathbf{x}[n] \quad (3.15)$$

Aplicando (3.14) e (3.15) em (3.6), obtém-se:

$$J[n] = D_{re}[\hat{\mathbf{w}}^+[n] - \hat{\mathbf{w}}^+[n-1]]^T + D_{re}[\hat{\mathbf{w}}^-[n] - \hat{\mathbf{w}}^-[n-1]]^T + \frac{\eta}{\mu} e_p^2[n] \quad (3.16)$$

onde  $\mu = \sum_l \hat{w}_l^+[n] + \hat{w}_l^-[n]$  define uma constante de dimensionamento.

Usando a mesma aproximação, a equação (3.12) é aberta em duas outras da seguinte forma:

$$\frac{\partial D_{re}[\hat{\mathbf{w}}^+[n] - \hat{\mathbf{w}}^+[n-1]]}{\partial \hat{w}_l^+[n]} - 2 \frac{\eta}{\mu} [n] \mathbf{x}[n-l] \mathbf{e}[n] - \gamma = 0 \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial D_{re}[\hat{\mathbf{w}}^-[n] - \hat{\mathbf{w}}^-[n-1]]}{\partial \hat{w}_l^-[n]} - 2 \frac{\eta}{\mu} [n] \mathbf{x}[n-l] \mathbf{e}[n] - \gamma = 0 \quad (3.18)$$

Define-se, assim, o algoritmo EG $\pm$  com o erro igual a

$$e[n] = d[n] - [\hat{\mathbf{w}}^+[n-1] - \hat{\mathbf{w}}^-[n-1]]^T \mathbf{x}[n] \quad (3.19)$$

Mostra-se, na próxima seção, uma aproximação do algoritmo EG $\pm$ , chamada de algoritmo PNLMS.

### 3.3 – Algoritmo IPNLMS

A principal ideia dos algoritmos PNLMS e IPNLMS é atualizar cada coeficiente do filtro independentemente dos outros, ajustando o tamanho do passo de adaptação em proporção ao coeficiente de filtro estimado.

Para tal, escolhemos um fator  $\gamma_l$  tal que

$$\gamma_l[n-1] = (1 - \kappa) \frac{\|\hat{\mathbf{w}}[n-1]\|_1}{L} + (1 + \kappa) |\hat{w}_l[n-1]|, \quad 0 \leq l \leq L-1 \quad (3.20)$$

Deste modo, sua equação de atualização se torna

$$g_l[n-1] = \frac{\gamma_l[n-1]}{\sum_{i=0}^{L-1} \gamma_i[n-1]} \quad (3.21)$$

$$= \frac{1-\kappa}{2L} + (1+\kappa) \frac{|\hat{w}_l[n-1]|}{2\|\hat{\mathbf{w}}[n-1]\|_1}, \quad 0 \leq l \leq L-1$$

onde  $\kappa$ , com  $-1 \leq \kappa < 1$ , é o parâmetro de controle de proporcionalidade do IPNLMS.

Além da equação (3.21), é importante definirmos outras regras para a atualização desse filtro. São elas:

$$\mu_l[n] = \frac{\alpha}{\sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{x}^2[n-1] \mathbf{g}_i[n-1] + \delta_{IPNLMS}} \quad (3.22)$$

$$\delta_{IPNLMS} = \frac{1-\kappa}{2L} \delta_{NLMS} \quad (3.23)$$

$$\hat{w}_l[n] = \hat{w}_l[n-1] + \mu[n] g_l[n-1] x[n-l] e[n] \quad (3.24)$$

com o erro:

$$e[n] = d[n] - \mathbf{x}^T[n] \hat{\mathbf{w}}[n-1] \quad (3.25)$$

Para enxergarmos esse algoritmo como uma aproximação do Algoritmo EG $\pm$  descrito na secção anterior, é preciso supor que  $\hat{\mathbf{w}}^+[n]$  é próximo de  $\hat{\mathbf{w}}^+[n-1]$ , assim como  $\hat{\mathbf{w}}^-[n]$  é de  $\hat{\mathbf{w}}^-[n-1]$ . Dessa forma, as distâncias  $D_{re}[\hat{\mathbf{w}}^+[n], \hat{\mathbf{w}}^+[n-1]]$  e  $D_{re}[\hat{\mathbf{w}}^-[n], \hat{\mathbf{w}}^-[n-1]]$  podem ser aproximadas para:

$$(3.25)$$

$$\begin{aligned}
D_{re}[\hat{\mathbf{w}}^+[n], \hat{\mathbf{w}}^+[n-1]] &= \sum_{l=0}^{L-1} \hat{w}_l^+[n] \ln \left( \frac{\hat{w}_l^+[n]}{\hat{w}_l^+[n-1]} \right) \\
&\approx \sum_{l=0}^{L-1} \hat{w}_l^+[n] \left( \frac{\hat{w}_l^+[n]}{\hat{w}_l^+[n-1]} - 1 \right)
\end{aligned}$$

E

$$\begin{aligned}
D_{re}[\hat{\mathbf{w}}^-[n], \hat{\mathbf{w}}^-[n-1]] &= \sum_{l=0}^{L-1} \hat{w}_l^-[n] \ln \left( \frac{\hat{w}_l^-[n]}{\hat{w}_l^-[n-1]} \right) \\
&\approx \sum_{l=0}^{L-1} \hat{w}_l^-[n] \left( \frac{\hat{w}_l^-[n]}{\hat{w}_l^-[n-1]} - 1 \right)
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Aplicando, nas equações acima, a mesma limitação  $\mu = \sum_l \hat{w}_l^+[n] + \hat{w}_l^-[n]$  junto da minimização dada em (3.16), tem-se a aproximação do EG $\pm$ :

$$\hat{w}_l^+[k] = \hat{w}_l^+[n-1] \left( 1 + \frac{\eta}{\mu} x[n-l]e[n] - \frac{n}{\mu^2} \hat{y}[n]e[n] \right) \tag{3.27}$$

$$\hat{w}_l^-[k] = \hat{w}_l^-[n-1] \left( 1 + \frac{\eta}{\mu} x[n-l]e[n] - \frac{n}{\mu^2} \hat{y}[n]e[n] \right) \tag{3.28}$$

Então,

$$\begin{aligned}
\hat{w}_l[n] &= \hat{w}_l^+[n-1] - \hat{w}_l^-[n-1] \\
&= \hat{w}_l[n-1] + \frac{\eta(\hat{w}_l^+[n-1] + \hat{w}_l^-[n-1])}{\mu} x[n-1]e[n] \\
&\quad - \frac{\eta}{\mu^2} \hat{w}_l[n-1] \hat{y}[n]e[n]
\end{aligned} \tag{3.29}$$

De forma geral,

$$\hat{w}_l[n] = \hat{w}_l[n-1] + \eta \frac{\hat{w}_l^+[n-1] + \hat{w}_l^-[n-1]}{\|\hat{\mathbf{w}}^+[n-1]\|_1 + \|\hat{\mathbf{w}}^-[n-1]\|_1} x[n-1]e[n] \quad (3.30)$$

Se a resposta ao impulso do sistema em questão for esparsa, chegaremos a duas possíveis conclusões.

A primeira delas faz referência ao caso  $\mu = \|\mathbf{w}\|_1$ . Nessa situação, o vetor  $\hat{\mathbf{w}}^+[n] + \hat{\mathbf{w}}^-[n]$  também é esparsa. Logo, os elementos  $\frac{\hat{w}_l^+[n-1] + \hat{w}_l^-[n-1]}{\|\hat{\mathbf{w}}^+[n-1]\|_1 + \|\hat{\mathbf{w}}^-[n-1]\|_1}$  de (3.30) desempenham a mesma função dos elementos  $g_l[n-1]$  quando  $\kappa = 1$ .

A segunda diz respeito ao caso de  $\mu \gg \|\mathbf{w}\|_1$ . Nessa outra situação, o vetor  $\hat{w}_l^+[n] + \hat{w}_l^-[n] \approx \mu/L$ . Logo, o algoritmo  $EG_{\pm}$  se comporta como o IPNLMS quando  $\kappa = -1$ .

### 3.4 – Conclusão

Na primeira seção deste capítulo, apresentou-se o conceito de resposta ao impulso esparsa, para que, no decorrer do mesmo capítulo, fossem abordados os algoritmos adaptativos que fazem uso da característica desse tipo de resposta.

Nas segunda e terceira seções, os algoritmos IPNLMS e  $EG_{\pm}$  foram abordados e relacionados entre si para permitir a comparação das métricas de desempenho no próximo capítulo.

# Capítulo 4

## Simulação

Os algoritmos implementados nos capítulos anteriores podem ser utilizados com qualquer aplicação de sistemas adaptativos.

Para demonstrar o desempenho de convergência desses algoritmos, são apresentadas suas respectivas simulações sob variações dos sistemas nos quais estes são utilizados.

Tais algoritmos serão aplicados na identificação de um sistema desconhecido, através do comportamento do seu MSE. Os algoritmos são expostos a entradas diferentes como ruído branco, ruído colorido e sinal de voz.

Todas as simulações foram realizadas para  $N=20000$  iterações. E, para uma comparação justa, o passo de adaptação foi fixado em  $\beta = 0,3$  para todos os algoritmos. Além disso, os demais parâmetros foram configurados como mostra a tabela abaixo.

Parâmetro	Valor
$w_l[0] \quad , \quad l = 0,1, \dots, L - 1$	0
$w_l^+[0] = w_l^-[0] \quad , \quad l = 0,1, \dots, L - 1$	0,5

$\kappa$	-0,5
$\delta_{NLMS}$	$20\sigma_x^2$
$\delta_{IPNLMS}$	$\frac{1 - \kappa}{2L} \delta_{NLMS}$

**Tabela 4.1 – Parâmetros utilizados nas Simulações**

## **4.1– Experimento 1: Ruído branco e gaussiano de variância unitária**

O primeiro sinal de entrada utilizado foi o ruído branco gerado por distribuição gaussiana.

O experimento foi dividido em três seções, nas quais foram utilizados sinais de entrada com diferentes comprimentos. Tanto para este experimento quanto para os demais, os gráficos da convergência do MSE são plotados separados (um para cada algoritmo) e, por fim, juntos.

### **4.1.1 - Experimento Ia**

Para esse experimento, foi utilizado um ruído com 200 amostras, das quais 99 são diferentes de zero.

Claramente, na Figura 4.1, os algoritmos IPNLMS e  $NEG_{\pm}$  convergem muito mais rapidamente que o algoritmo NLMS, enquanto o IPNLMS e o  $NEG_{\pm}$  mostram desempenhos similares quanto à taxa de convergência.

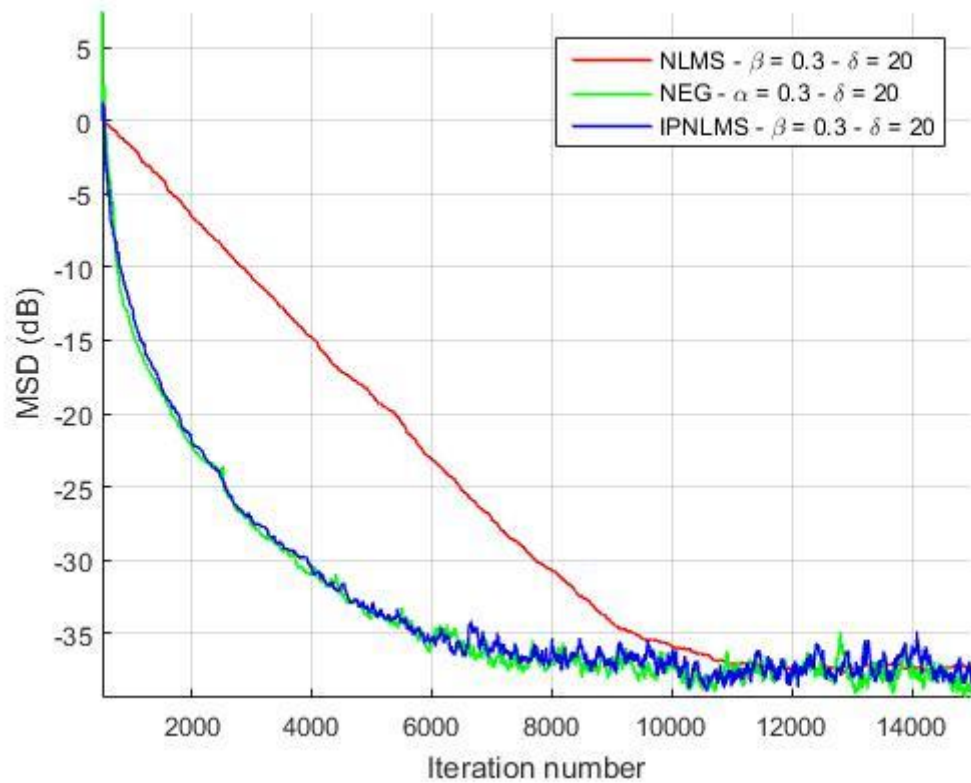


Figura 4.1 - Curva de aprendizagem do MSE para os algoritmos com ruído branco como entrada.

#### 4.1.2 - Experimento Ib

Para esse experimento, foi utilizado um ruído com 200 amostras, das quais 128 são diferentes de zero.

Pode-se notar, na Figura 4.2, que o algoritmo IPNLMS funciona de forma semelhante ao algoritmo NEG  $\pm$ , enquanto o último é um pouco melhor em termos de taxa de convergência.

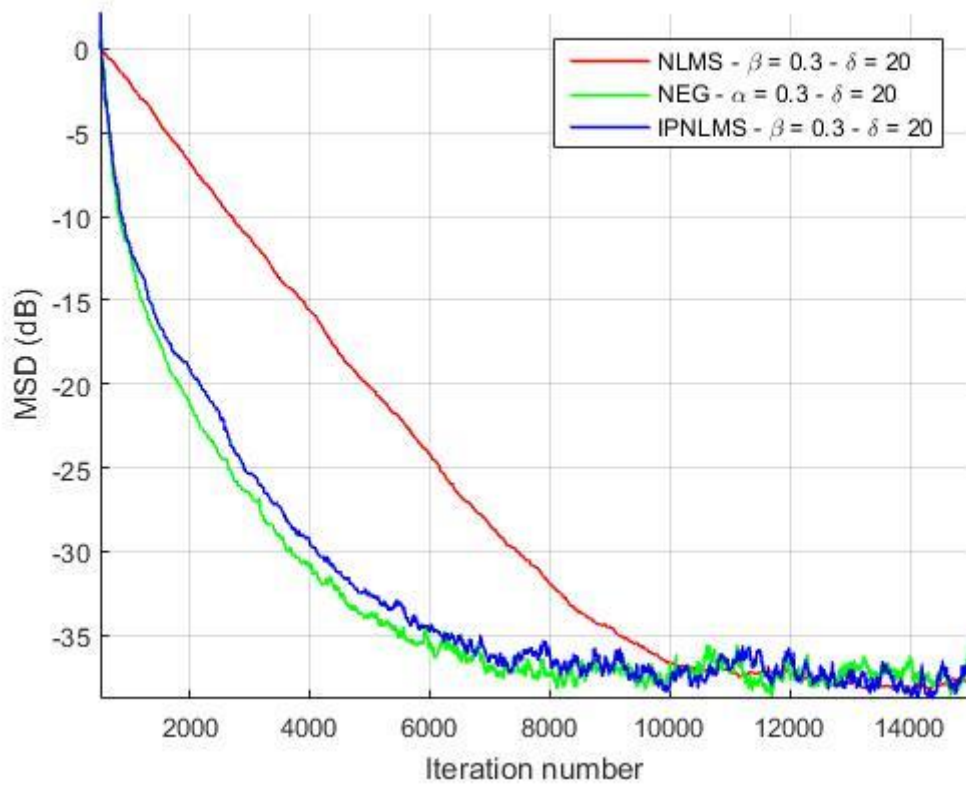


Figura 4.2 - Curva de aprendizagem do MSE para os algoritmos com ruído branco Como entrada.

A vantagem do algoritmo IPNLMS torna-se mais aparente na identificação de sistemas com respostas ao impulso menos esparsas, como será mostrado no experimento seguinte.

### 4.1.3 - Experimento Ic

Para esse experimento, foi utilizado um ruído com 200 amostras, das quais 128 são diferentes de zero.

Na Figura 4.3, os algoritmos são aplicados para um sistema com resposta ao impulso menos esparsa do que os dois casos anteriores.

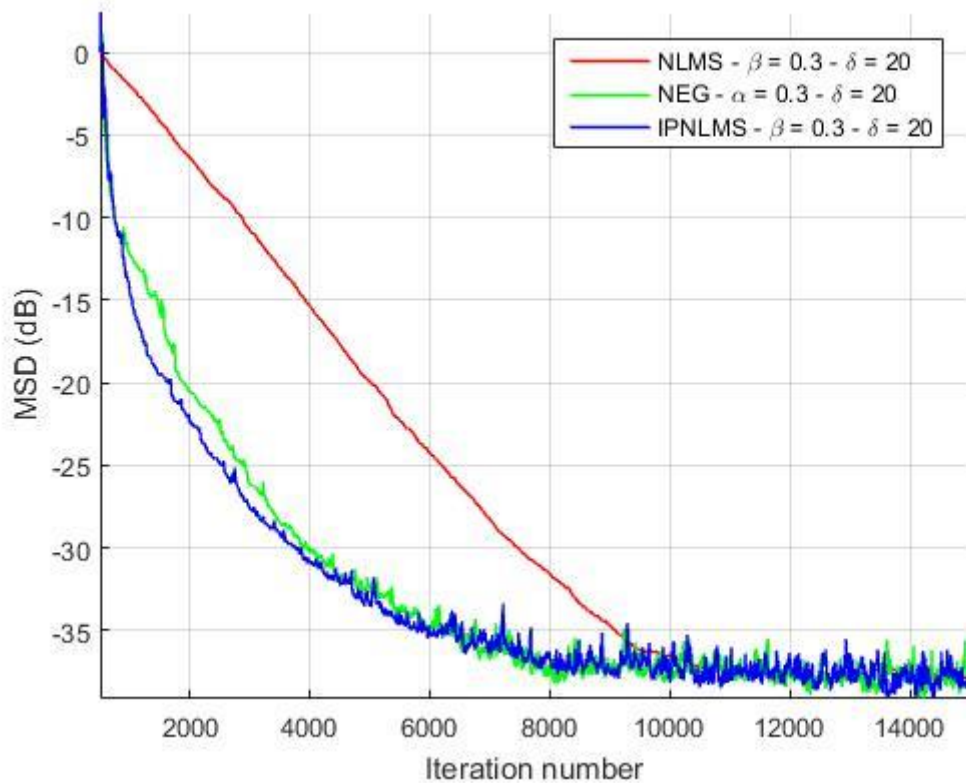


Figura 4. 3- Curva de aprendizagem do MSE para os algoritmos com ruído branco como entrada

Nesta situação, pode-se notar que o IPNLMS supera ligeiramente o algoritmo NEG  $\pm$  em termos de taxa de convergência na primeira fase do aprendizado. No restante, após 4000 iterações, o algoritmo NEG  $\pm$  funciona de forma semelhante ao IPNLMS, confirmando que esses algoritmos são relacionados.

## 4.2 – Experimento 2: Sinal de voz

O segundo sinal de entrada a ser utilizado foi o sinal de voz. Para esse experimento, tanto o sinal de voz masculina, quanto o sinal de voz feminina foram amostrados com uma frequência de 8 kHz.

O experimento foi dividido em duas seções, nas quais foram utilizados sinais de entrada feminino e masculino. Assim como o caso anterior, os gráficos da convergência do MSE são plotados separados (um para em cada algoritmo) e, por fim, juntos.

### 4.2.1- Experimento IIa

Ao definir-se a entrada como um sinal de voz masculino, mostra-se que, como esperado, o melhor comportamento dos algoritmos IPNLMS e NEG  $\pm$  do que o algoritmo NLMS.

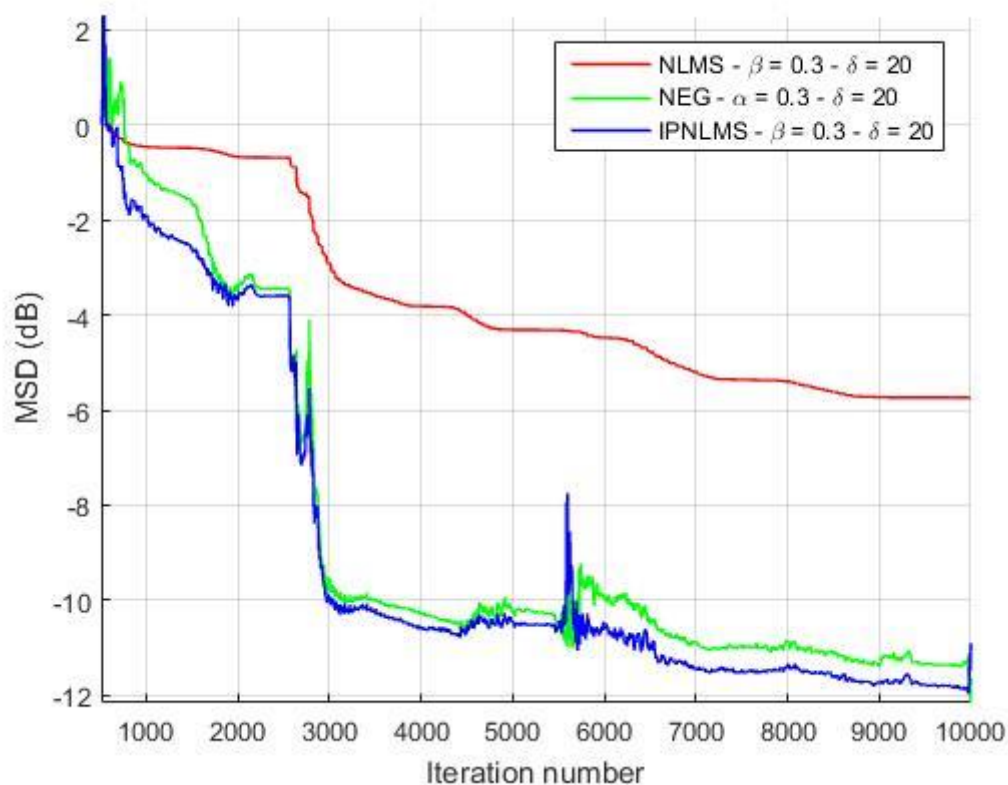


Figura 4. 4 - Curva de aprendizagem do MSE para os algoritmos com sinal de voz masculino como entrada

A pequena vantagem tomada pelo IPNLMS sobre o NEG  $\pm$ , vista na Figura 4.4, se dá pelo fato da melhor normalização do passo de adaptação para um sinal de entrada não estacionário.

### 4.2.2- Experimento IIb

Tal qual o experimento precedente, para o sinal de voz feminino, que também é não estacionário, o algoritmo IPNLMS tem melhor desempenho quando seu desempenho é comparado ao algoritmo NEG  $\pm$ , e o desempenho é ainda melhor quando a comparação é feita com o algoritmo NLMS, como pode ser visto na Figura 4.5.

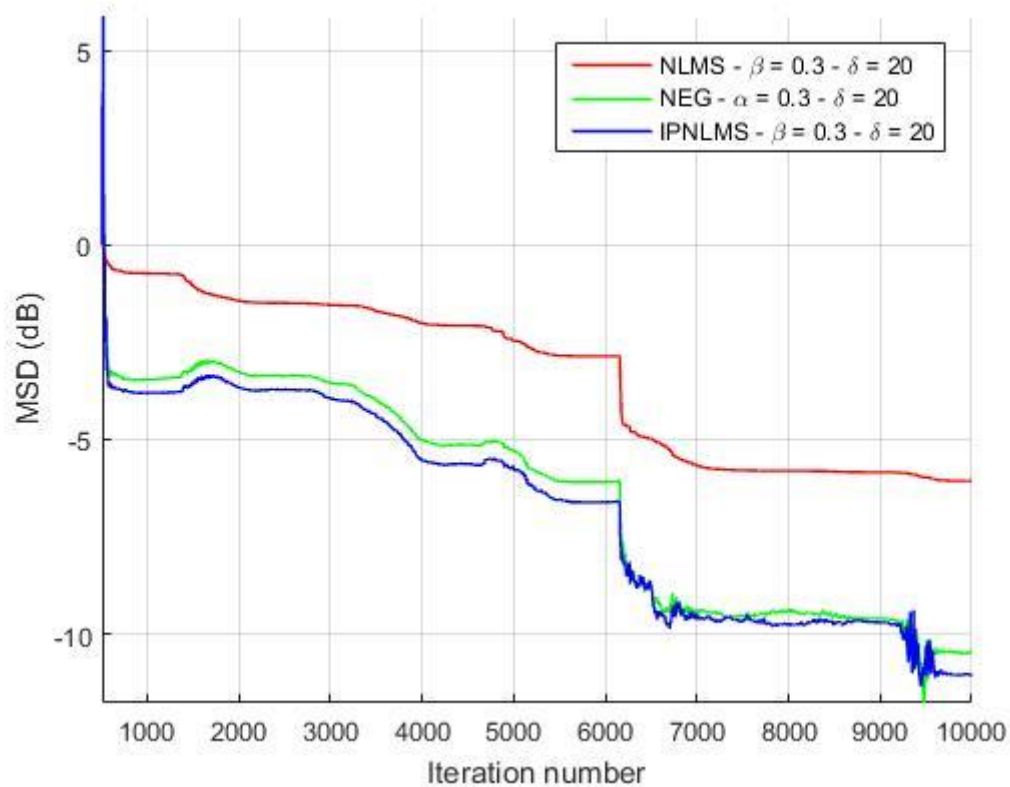


Figura 4.5 - Curva de aprendizagem do MSE para os algoritmos com sinal de voz feminino como entrada

### 4.3 – Experimento 3: Sinal colorido

Para esse experimento, a função de transferência utilizada tem a seguinte definição para seu numerador e denominador:

- Numerador:  $[1 \ 0,5 \ 0,81]$
- Denominador:  $[1 \ -0,59 \ 0,4]$

Na Figura 4.6, verifica-se o desempenho dos algoritmos IPNLMS, NEG  $\pm$  e NLMS quando o sinal de entrada aplicado é correlacionado (colorido). Para essa realização, utiliza-se como entrada o ruído branco gerado por distribuição gaussiana e com amostras correlacionadas através de um filtro com uma função de transferência pré-definida.

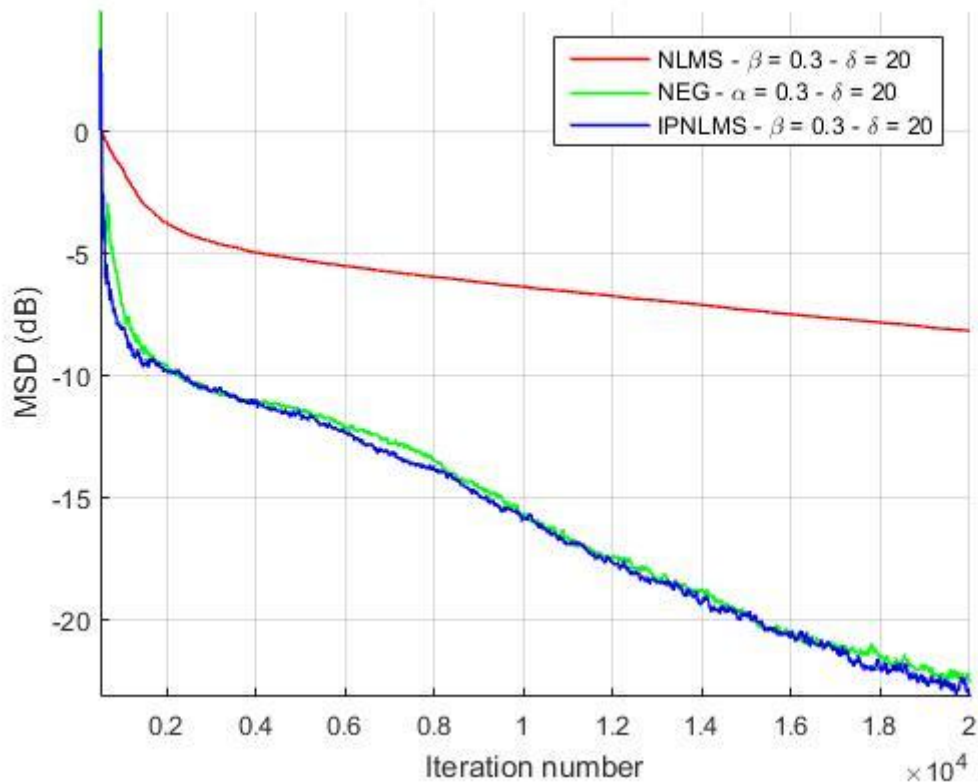


Figura 4.6 – Curva de aprendizagem do MSE para os algoritmos com ruído colorido como entrada.

Algoritmos derivados do algoritmo NLMS, tais como os analisados aqui, apresentam, de forma geral, problemas de convergência quando o sinal de entrada é muito correlacionado.

Apesar da atribuição de um certo grau de imunidade ao espalhamento dos autovalores da matriz de autocorrelação do vetor de entrada dada aos algoritmos recursivos baseados na diminuição da função custo com o uso da matriz de correlação, os algoritmos IPNLMS e NEG  $\pm$  têm seu desempenho comprometido pelo aumento do espalhamento dos autovalores, mesmo com suas performances superiores ao algoritmo NLMS.

#### 4.4 – Conclusão

A partir das simulações geradas no item anterior, pode-se fazer as seguintes considerações gerais quando os algoritmos são comparados:

- a)  $NEG \pm$  e NLMS: Quando comparado isoladamente com o NLMS, a principal razão da vantagem vista no desempenho do algoritmo  $NEG \pm$  se dá pelo recurso de que sua regra de atualização aproveita a dispersão da resposta ao impulso para acelerar sua convergência inicial e melhorar suas habilidades de rastreamento;
- b)  $NEG \pm$  e IPNLMS: Apesar de terem princípios de funcionamento semelhantes, e, por isso o IPNLMS é considerado uma boa aproximação do  $NEG \pm$ , o IPNLMS obtém vantagem pela sua implementação menos complexa;
- c) IPNLMS e NLMS: a principal vantagem do IPNLMS em relação ao NLMS é que nenhuma informação a priori da resposta ao impulso do sistema é necessária para obter uma taxa de convergência melhor. Então, ele tem convergência inicial e rastreamento muito mais rápidos quando o sistema é esparso.

De forma geral, conclui-se que o algoritmo IPNLMS é mais útil nas aplicações práticas.

# Capítulo 5

## Conclusão

Este trabalho buscou, por meio da implementação de três algoritmos de filtragem adaptativa (NLMS, IPNLMS e NEG $\pm$ ), analisar e comparar os comportamentos dos mesmos para diferentes excitações de entrada e respostas ao impulso do sistema desconhecido.

Com base nos resultados obtidos e apresentados no capítulo de simulações, pôde-se observar que os algoritmos abordados no Capítulos 2, Filtragem Adaptativa, e no Capítulo 3, Algoritmo Adaptativo com Resposta ao Impulso Esparsa, apresentam comportamento condizente com os fundamentos estudados ao longo deste trabalho, prevendo, satisfatoriamente, a evolução da velocidade de convergência para os três algoritmos quando a entrada é definida como um sinal branco e gaussiano de variância unitária, ou quando é definida como um sinal de voz.

No entanto, quando a entrada utilizada foi um sinal colorido, observa-se, apesar do melhor desempenho dos algoritmos IPNLMS e NEG quando comparados ao NLMS, uma limitação dos três algoritmos devido ao espalhamento dos autovalores da matriz de autocorrelação do sinal de entrada.

# Referências

- [1] HAYKIN, S. Adaptive Filter Theory. 3 ed. Upper Saddle River, NJ, Prentice-Hall, 2002.
- [2] LIM, J. S., OPPENHEIM, A. V. Advanced Topics in Signal Processing. Upper Saddle River, NJ, USA, Prentice-Hall, 1987.
- [3] Haddad, D.B., Filtragem Adaptativa, Notas de Aula, CEFET/RJ, 2018.
- [4] MARQUES, E. L. Algoritmos de Filtragem Adaptativa em Subbandas com Reuso de Dados. D.Sc. dissertation, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Dezembro 2016.
- [5] Y. Huang, J. Benesty, and J. Chen, Acoustic MIMO Signal Processing. New York: Springer-Verlag, 2006.
- [6] B. Jelfs, D. P. Mandic, and J. Benesty, “A class of adaptively regularised PNLMS algorithms,” in Proc. 15th Int. Conf. Digital Signal Process., Cardiff, UK, Jul. 2007, pp. 19-22.
- [7] B. Jelfs, D. P. Mandic, and A. Cichocki, “A unifying approach to the derivation of the class of PNLMS algorithms,” in Proc. 15<sup>th</sup> Int. Conf. Digital Signal Process., Cardiff, UK, Jul. 2007, pp. 35-38.
- [8] Y. Gu, J. Jin, and S. Mei, “0 1 norm constraint LMS algorithm for sparse system identification,” IEEE Signal Process. Lett. vol. 16, no. 3, pp. 774-777, Sep. 2009.
- [9] SAYED, A. H., Fundamentals of Adaptive Filtering, John Wiley & Sons Inc., 2003.
- [10] Benesty, J., Huang, Y., and Morgan D.R., ed. Bell Laboratories, Lucent Technologies Murray Hill, NJ 07974, USA.
- [11] Benesty, J., Huang, Y., Chen, J., “An Exponentiated gradient Adaptive Algorithm For Blind Identification Of Sparse Simo” in Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing, 2004, vol. 2, pp. 829–832.
- [12] Benesty, J., Paleologu, C., Ciochina, S., 1 ed. Sparse Adaptive Filters for Echo Cancellation. Synthesis Lectures on Speech and Audio Processing Series. Morgan and Claypool Publishers, 2010

