



Universidade Federal
do Rio de Janeiro
Escola Politécnica

**ESTUDO DE UM MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO PARA O POSICIONAMENTO DE
TURBINAS HIDRÁULICAS EM UM ESCOAMENTO GRADUALMENTE**

VARIADO

Hugo Fonseca Jebe Loureiro

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Raad Yahya Qassim

Rio de Janeiro

Março de 2020

ESTUDO DE UM MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO PARA O POSICIONAMENTO DE
TURBINAS HIDRÁULICAS EM UM ESCOAMENTO GRADUALMENTE
VARIADO

Hugo Fonseca Jebe Loureiro

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO
DE ENGENHARIA NAVAL E OCEÂNICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE
ENGENHEIRO NAVAL E OCEÂNICO.

Examinado por:

Prof. Raad Yahya Qassim, Ph.D.

Prof. Marcos Nicolas Gallo, D.Sc.

Prof. Juan Bautista Villa Wanderley, Ph.D.

Dr. Teodosio das Neves Milisse Nzualo

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
MARÇO de 2020

Loureiro, Hugo Fonseca Jebe

Estudo de um Método de Otimização para O Posicionamento de Turbinas Hidráulicas em um Canal Gradualmente Variado / Hugo Fonseca Jebe Loureiro. – Rio de Janeiro: UFRJ / Escola Politécnica, 2020

VII, 49 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Raad Yahya Qassim

Projeto de Graduação – UFRJ / Escola Politécnica / Curso de Engenharia Naval e Oceânica, 2020

Referências Bibliográficas: p. 50-51.

1. Introdução 2. Problema de Turbinas Hidráulicas 3. Programação Não Linear Inteira Mista 4. Implementação Computacional 5. Otimização. I. Qassim, Raad Yahya. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia Naval e Oceânica. III. Estudo de um Método de Otimização para O Posicionamento de Turbinas Hidráulicas em um Escoamento Gradualmente Variado

Agradecimentos

Registro nessa seção o meu reconhecimento de todas as pessoas que ao longo dessa enorme montanha russa, que foi a faculdade, e também é a própria vida, me auxiliaram da melhor forma possível, mesmo que sem saber, para que eu mantivesse a minha paz, resistência e serenidade diante de todas as inúmeras situações proporcionadas pela UFRJ.

Agradeço primeiro à minha família, Luzia, Carlos e Diogo. Sem eles eu simplesmente não estaria aonde estou, são a minha base física, mental e de segurança, a certeza de que eu tenho o amor verdadeiro nesse mundo. À minha mãe, meus agradecimentos são por literalmente ser a minha sustância diária, suporte quando estava em casa, quando estava na faculdade e em qualquer outro lugar, eu me espelho demais na pessoa maravilhosa e gigantesca de coração que ela é. Ao meu pai, agradeço por ser minha referência e por todo o esforço imensurável, que eu sei que foi e ainda é feito todos os dias para que eu pudesse ter a melhor vida possível. Ao meu irmão, meus agradecimentos são por você ser a minha alegria diária, mesmo que com muitas brigas, foi o riso que eu precisei principalmente nos momentos mais difíceis durante essa jornada, ele pode não saber, mas muito do que eu sou, meus reflexos e comportamentos, são por conta do espelho que eu vejo nele.

Do fundo do meu coração, direciono os meus agradecimentos também aos amigos anteriores à UFRJ, Victão, Bruna, Matheus, Carol, Thainá, José Carlos, Rodrigo e Giovanni, vocês são mais um motivo para a minha certeza de que eu sou amado nessa vida. Obrigado por todos os desabafos, ouvidos, confissões, ensinamentos, sorrisos, abraços e gargalhadas, a amizade de vocês é maravilhosa.

Ainda de coração aberto, agradeço aos meus amigos após a UFRJ, Thiago, Leo, Ana, Rogério, Heitor, Zan, Léo mito e Gabriel. Vocês foram, indiscutivelmente, o melhor que eu poderia ter recebido dessa faculdade, a engenharia naval ficou muito mais colorida com a presença de vocês na minha vida. Obrigado por sofrerem comigo, vencerem comigo e crescerem comigo. Eu quero, de verdade, continuar compartilhando todas as nossas próximas poucas derrotas e muitas vitórias.

Além dessa minha família grandiosa, dedico o meu obrigado à Universidade Federal do Rio de Janeiro e à alguns professores do curso de Engenharia Naval e Oceânica. De fato, o ensino público não é perfeito, mas é essencial e possui extrema qualidade com corpo docente e discente.

Por último mas não menos importante, eu quero me agradecer. Literalmente, sem o meu esforço e dedicação, eu não alcançaria todos as conquistas que alcancei. Eu posso muito suporte e sou privilegiado demais, mas acho justo reconhecer o próprio Hugo também.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica / UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Engenheiro Naval e Oceânico.

Estudo de um Método de Otimização Para O Posicionamento de Turbinas Hidráulicas
em um Escoamento Gradualmente Variado.

Hugo Fonseca Jebe Loureiro

Março/2020

Orientador: Raad Yahya Qassim

Curso: Engenharia Naval e Oceânica

A energia hidrocinética extraída das marés, rios e estuários é um recurso de energia renovável altamente promissor para conversão em energia elétrica, além de ser um estudo de complemento na busca por novas fontes sustentáveis de geração de energia, como por exemplo, a sua possível influência na questão da repotenciação ou modernização da capacidade hidrelétrica ao redor do mundo. Nesse contexto, este projeto de graduação objetiva formular um modelo de programação matemática, com o intuito de determinar a posição de uma turbina hidrocinética fluvial de tal maneira que o trabalho extraído do escoamento seja o máximo possível. Um modelo de programação não linear de número inteiro misto é desenvolvido para este problema de otimização, considerando um fluxo contínuo de escoamento unidimensional em canais abertos. O modelo é implementado computacionalmente para três problemas de teste de benchmark. Uma vez implementado para cada um dos exemplos de teste, os resultados obtidos do modelo são analisados e sua consistência com a teoria hidrodinâmica geral é verificada, tendo em vista que a posição da turbina ótima corresponde com a maior velocidade no campo de escoamento.

Palavras-chave: Energia hidrocinética, Posicionamento de turbinas, Canais abertos, Modelo de programação não-linear inteira mista, Problemas de teste benchmark.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI / UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

Study of an Optimization Method for the Positioning of Hydraulic Turbines in a
Gradually Varied Flow

Hugo Fonseca Jebe Loureiro

March/2020

Advisor: Raad Yahya Qassim

Course: Naval Architecture and Marine Engineering

The hydrokinetic energy extracted from tides, rivers and estuaries is a highly promising renewable energy resource for conversion to electrical energy, in addition to being a complementary study in the search for new sustainable sources of energy generation, such as, for example, its possible influence on repowering or modernization of hydroelectric capacity around the world. In this context, this graduation project aims to formulate a mathematical programming model, in order to determine the position of a hydrokinetic river turbine in such a way that the kinetic energy extracted from the flow is as much as possible. A mixed integer nonlinear programming model is developed for this optimization problem, considering a steady one-dimensional fluid flow in open channels. The model is computationally implemented for three benchmark test problems. Once implemented for each of the test examples, the results obtained from the model are analyzed and its consistency with the general hydrodynamic theory is verified, since that the position of the optimum turbine corresponds with the highest speed in the fluid flow field.

Keywords: Hydrokinetic energy, Turbine Placement, Open Channels, Mixed Integer Nonlinear Programming Model, Benchmark Test Problems.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
2	Descrição do Problema.....	2
3	Formulação do Modelo de Programação Não Linear Inteira Mista	4
3.1	Explicação Acerca das Equações	5
4	Implementação Computacional.....	8
4.1	Os Problemas de Teste	10
4.1.1	Problema de Teste 1	11
4.1.2	Problema de Teste 2	12
4.1.3	Problema de Teste 3	13
5	Resultados	14
5.1	Esforço Computacional	15
5.2	Problema de Teste 1	16
5.2.1	Caso A.....	16
5.2.2	Caso B	19
5.2.3	Caso B'	22
5.2.4	Comparação Entre os Casos	25
5.3	Problema de Teste 2	26
5.3.1	Caso A.....	26
5.3.2	Caso B	30
5.3.3	Caso B'	32
5.3.4	Comparação Entre os Casos	36
5.4	Problema de Teste 3	37
5.4.1	Caso A.....	37
5.4.2	Caso B	40
5.4.3	Caso B'	43
5.4.4	Comparação Entre os Casos	47
5.5	Discussão.....	48
6	Conclusão	49
7	Referências	50
8	Anexo	52
8.1	Anexo I.....	52

1 INTRODUÇÃO

A energia hidrocinética extraída das marés, rios e estuários é um recurso de energia renovável altamente promissor para conversão em energia elétrica. Para essa geração de energia, os dispositivos de extração são turbinas submersas sob a superfície da água [1] e [2]. Para um determinado sítio geográfico (baía, rio ou estuário), a viabilidade técnico-económica da conversão de energia hidrocinética em energia elétrica depende da quantidade de energia hidrocinética extraível, que por sua vez depende de vários fatores inter-relacionados, como o número e a localização espacial de turbinas implantadas, a velocidade do fluxo de fluido e as características do leito do sítio geográfico.

Além de estudos de viabilidade, novas perspectivas tecnológicas e expectativas projetadas para esse e os próximos anos sobre essa fonte de energia de marés, rios e estuários [1] e [2], existem vários estudos específicos com relação ao problema da variante de maré e da variante do posicionamento de turbinas de maré; como apresentado em [3] e [4]. Entretanto, mesmo com o fato desse tema estar cada vez mais consolidado, tendo em vista a preocupação com os meios de geração de energia, os quais ainda que renováveis podem não ser sustentáveis [5], quanto ao problema da variante de se posicionar turbinas fluviais, não há evidências de nenhum trabalho relatado na literatura. Portanto, o projeto em questão, constitui-se de uma primeira contribuição para o problema do posicionamento de turbinas fluviais, considerando a localização ideal de uma única turbina no fluxo contínuo de fluido unidimensional em canal aberto.

Além disso, é notável o fato de que esse problema de inclusão de turbinas fluviais, a ser tratado neste projeto de graduação, possui aplicações importantes na possível extração de energia hidrocinética em rios, estuários e canais de saída de usinas hidrelétrica, podendo posteriormente complementar a busca por novas fontes renováveis e sustentáveis de geração de energia, além de influenciar na possível repotenciação ou modernização da capacidade hidrelétrica instalada ao redor do mundo [6].

O trabalho está organizado da seguinte forma. Na seção 2, uma descrição do problema é apresentada. Na Seção 3, é desenvolvido um modelo de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM), com o objetivo de determinar a posição da turbina, de modo a maximizar a quantidade de energia cinética a ser extraída do fluido. Fato que é seguido

na Seção 4 pela implementação computacional do modelo PNLM, com o foco na solução de três problemas de teste de referência para o fluxo de fluido em canal aberto. Todos os resultados extraídos dos cálculos realizados sobre os exemplos testes considerados, são apresentados na Seção 5. Com eles, têm-se a conclusão do projeto em questão na Seção 6, com uma avaliação do modelo PNLM e recomendações para futuros trabalhos de pesquisa.

2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Este projeto de graduação consiste em um estudo sobre a possível instalação de uma turbina hidrocinética ótima, localizada em alguma seção de um canal aberto com determinada declividade, considerando um fluxo de água gradualmente variado e unidimensional. A busca pela posição da turbina possui como objetivo a conversão da quantidade máxima de energia cinética da água em energia elétrica. Na ausência da turbina, o escoamento obedece à conhecida equação de St. Venant da hidráulica de fluidos, expressando o equilíbrio entre a força gravitacional e a força de atrito do leito do canal.

Essa equação que está explicitada na dedução abaixo.

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = R, \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial H}{\partial x} - gA(S_0 - S_f) = 0, \quad (2)$$

Considerando um fluxo permanente, tem-se

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{dH}{dx} - gA(S_0 - S_f) = 0, \quad (3)$$

Derivando o primeiro termo e com a hipótese de um canal retangular, no qual $A = Bh$, a equação resulta em

$$\left(1 - \frac{Q^2 B}{gA^3} \right) \frac{dH}{dx} - \frac{Q^2 H}{gA^3} \frac{\partial B}{\partial x} - S_0 + S_f = 0, \quad (4)$$

A qual pode ser escrita da seguinte forma.

$$S_0 = f_1(x, H(x)) \frac{dH}{dx} + f_2(x, H(x)), \quad (5)$$

Onde

$$f_1 = 1 - \frac{Q^2 B}{g A^3} \quad e \quad f_2 = S_f - \frac{Q^2 H}{g A^3} \frac{\partial B}{\partial x}, \quad (6)$$

Assim, considerando um escoamento unidimensional, pode-se reduzir a equação em

$$\frac{dH}{dx} = \frac{\left(S_0 - \frac{\tau}{\rho g R_h}\right)}{1 - \frac{B Q^2}{g A^3}} = \frac{S_0 - S_F}{1 - Fr^2}, \quad (7)$$

Onde, $H, \tau, \rho, g, R_h, B, Q, A, S_0, S_F$ e Fr representam respectivamente: profundidade, tensão de cisalhamento no leito do canal, densidade do fluido, aceleração gravitacional, raio hidráulico do canal, largura do canal, vazão, área molhada da seção transversal do canal, declividade do fundo, declividade da linha de energia do canal e o número de froude, assim como exemplificado em [7].

A equação de St. Venant da hidráulica de fluidos, em suas variantes estáveis, instáveis, unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais, tem sido extensivamente estudada, a fim de obter sua solução por métodos numéricos, tendo em vista sua não linearidade; veja, por exemplo [7]. Uma exceção notável, que é de particular relevância para este trabalho, é o método inverso pelo qual soluções analíticas, de forma fechada, são obtidas para as correspondentes inclinações do leito do canal variável [8] e [9].

Quando uma turbina hidrocinética é colocada no fluxo de fluido descrito acima, o campo de escoamento é alterado. Consequentemente, é necessário determinar a melhor posição (de acordo com algum critério) para colocar a turbina ao longo do comprimento do canal, simultaneamente com o fluxo de fluido alterado devido o posicionamento da mesma. No problema de inserção de turbinas hidrocinéticas tratado neste projeto, como já mencionado anteriormente, a melhor posição é definida como aquela que garante a quantidade máxima de conversão de energia cinética do fluido em energia elétrica pela turbina.

3 FORMULAÇÃO DO MODELO DE PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR INTEIRA MISTA

Como descrito na ultima seção, a modelagem adotada para o problema de inclusão de turbinas hidrocinéticas ótimas é baseada em um modelo PNLM, que é declarado a seguir, com a turbina representada como um atrito adicional no leito, fato esse que foi referenciado na equação do Manning em [10], no qual KARTEZHNIKOVA estima os impactos de dispositivos hidrocinéticos inseridos no fluxo de canais abertos.

Além dessa consideração, como há a busca pela maximização da conversão de energia cinética em uma melhor posição para a turbina, logo, deve-se considerar no modelo os princípios utilizados em [11], os quais derivam das variações de energia cinética e potencial gravitacional.

Pode-se notar então, o modelo abaixo.

$$\text{MAXIMIZAR } (\sum_{i=1}^{I-1} (W_i)) \quad (\text{F1})$$

Submetido às restrições:

$$\frac{1}{2} * \frac{U_i^2}{g} + H_i = \frac{1}{2} * \frac{U_{i+1}^2}{g} + H_{i+1} + S_{im} * \Delta x_i + W_i * Z_i; \quad i = 1, \dots, I - 1 \quad (\text{F2})$$

$$\sum_{i=1}^I Z_i = 1 \quad (\text{F3})$$

$$Fn_i = \frac{U_i}{\sqrt{g*H_i}} \leq 1; \quad i = 1, \dots, I \quad (\text{F4})$$

$$\begin{cases} H_i \geq 0 \\ W_i \geq 0 \end{cases} \quad (\text{F5})$$

$$Z \in \{0,1\} \quad (\text{F6})$$

Onde:

$$U_i = \frac{Q}{B*H_i}; \quad i = 1, \dots, I \quad (\text{F7})$$

$$A_i = B * H_i; \quad i = 1, \dots, I \quad (\text{F8})$$

$$R_i = \frac{A_i}{(B+2*H_i)}; \quad i = 1, \dots, I \quad (\text{F9})$$

$$S_i = \left(\frac{Q}{R_i^{2/3}*A_i} \right)^2 * (n^2 + n_t^2 * Z_i); \quad i = 1, \dots, I \quad (\text{F10})$$

$$S_{im} = \frac{S_i + S_{i+1}}{2}; i = 1, \dots, I - 1 \quad (\mathbf{F11})$$

Na qual há os seguintes termos:

- i – Índice para posição longitudinal ao longo do canal; $i = 1, 2, \dots, I$
- m – Índice para valores médios
- t – Índice para turbina
- A_i – Área molhada na seção i
- g – Aceleração da gravidade
- H_i – Lâmina d'água na posição longitudinal i
- n – Coeficiente de Manning do leito
- n_t – Coeficiente de Manning da turbina
- Q – Vazão
- R_i – Diâmetro Hidráulico na seção i
- S_i – Força dissipativa por unidade de comprimento na seção i (Slope adimensional)
- U_i – Velocidade de escoamento na seção i
- B – Largura do canal
- W – Trabalho realizado pela turbina
- Z_i – Variável de decisão binária, que assume valor nulo em todas as posições, com exceção na da turbina, onde assume valor unitário
- Fn_i – Valor do número de froude em cada posição do canal
- Δx_i – Distância entre as seções i e $(i + 1)$

3.1 EXPLICAÇÃO ACERCA DAS EQUAÇÕES

Como demonstrado, o modelo matemático possui inúmeras equações que englobam conceitos tanto da termodinâmica quanto da hidrodinâmica, logo, uma melhor

compreensão acerca da teoria envolvida é necessária para que o mesmo possa ser aplicado em diversos problemas específicos. Por conta disso, é feita uma explicação detalhada de cada uma das equações listadas anteriormente:

a) Equação 8:

$$A_i = H_i * B \quad (8)$$

Área molhada da seção transversal; indica a relação entre a largura de um determinado ponto do canal, com a profundidade do canal naquele ponto.

b) Equação 9:

$$R = \frac{\text{Área}}{\text{Perímetro}} = \frac{A_i}{(B + 2 * H_i)} \quad (9)$$

Raio hidráulico de um determinado ponto do canal. Nada mais é do que o quociente entre a área molhada, numerador, e perímetro hidráulico de uma seção retangular, denominador.

c) Equação 7:

$$U_i = \frac{Q}{B * H_i} \quad (7)$$

Velocidade em um determinado ponto do canal. Devido à lei de conservação de massa, a vazão é constante. Entretanto, no caso, com largura do canal constante, a área das seções varia diretamente proporcional à profundidade, dessa forma, a velocidade irá variar inversamente proporcional à seção.

d) Equações 10 e 11:

$$S_{im} = \frac{S_i + S_{i+1}}{2}, \quad S_i = \left(\frac{Q}{R_i^{2/3} * A_i} \right)^2 * (n^2 + n_t^2 * Z_i) \quad (10 \text{ e } 11)$$

Parâmetros de resistência de fricção do leito do canal (*friction slope*). Sendo a equação (10) referente à resistência friccional para cada seção do canal; e a (11), referente à média dessa resistência utilizada no modelo, a qual é calculada através de pares sucessivos de seções do canal.

e) Equações 3 e 6:

$$\sum_{i=1}^I Z_i = 1, \quad Z \in \{0,1\} \quad (3 \text{ e } 6)$$

Variável de decisão binária, com suas respectivas restrições e definições, com a primeira determinando que ao longo de todo o canal somente haverá uma única turbina, pois o somatório de todos os Z é igual a unitário; e a segunda indicando o valor binário da variável, podendo ser nulo ou unitário.

f) Equação 4:

$$Fn_i = \frac{U_i}{\sqrt{g * H_i}} \leq 1 \quad (4)$$

Restrição com relação ao número de froude, no qual especifica que o problema é considerado como um fluxo de escoamento subcrítico, onde as forças gravitacionais dominam o escoamento.

g) Equação 5:

$$\begin{cases} H_i \geq 0 \\ W \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

Restrições que determinam o valor positivo tanto para cada uma das profundidades quanto para o trabalho realizado pela turbina.

h) Equação 2:

$$\frac{1}{2} * \frac{U_i^2}{g} + H_i = \frac{1}{2} * \frac{U_{i+1}^2}{g} + H_{i+1} + S_{im} * \Delta x_i + W_i * Z_i \quad (2)$$

Uma das restrições do modelo, equação de Bernoulli. Essa equação é determinada para reger um canal aberto com seções transversais vizinhas, ou seja, trechos i e $i+1$. Através dela é possível utilizar um dos métodos mais frequentes para se trabalhar em problemas computacionais de GVF, equação discreta de energia.

Na equação acima, todos os termos são relacionados com a seção transversal do canal. Além disso, há a participação do trabalho realizado pela turbina como um dos termos da fórmula.

É possível notar que por conta do termo Z , a parcela do trabalho somente será considerada, caso haja a presença de uma turbina no ponto dos trechos determinados, ou seja, o valor de Z precisa ser unitário.

i) Equação 1:

$$MAXIMIZAR \left(\sum_{i=1}^{I-1} (W_i) \right) \quad (1)$$

Função objetivo do modelo matemático. Carrega a hipótese de maximização do total de energia extraída pela turbina.

4 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Para a tradução do modelo matemático em uma linguagem computacional, o software escolhido foi o programa de otimização *CPLEX*.

Como default, o software é programado para cálculos que necessitam de programação matemática linear ou não linear (função *MP – Mathematical Programming*). Entretanto, como o problema em questão possui restrições que não são lineares por natureza, além

do mesmo não possuir soluções convergentes, ou seja, há múltiplas soluções para o mesmo problema, foi preciso utilizar a programação por restrições do CPLEX (função *CP – Constraint Programming*).

O modelo PNLM definido por (F1)-(F11) foi implementado computacionalmente usando o CPLEX versão 12.8.0.0, como pode ser visto na figura abaixo.

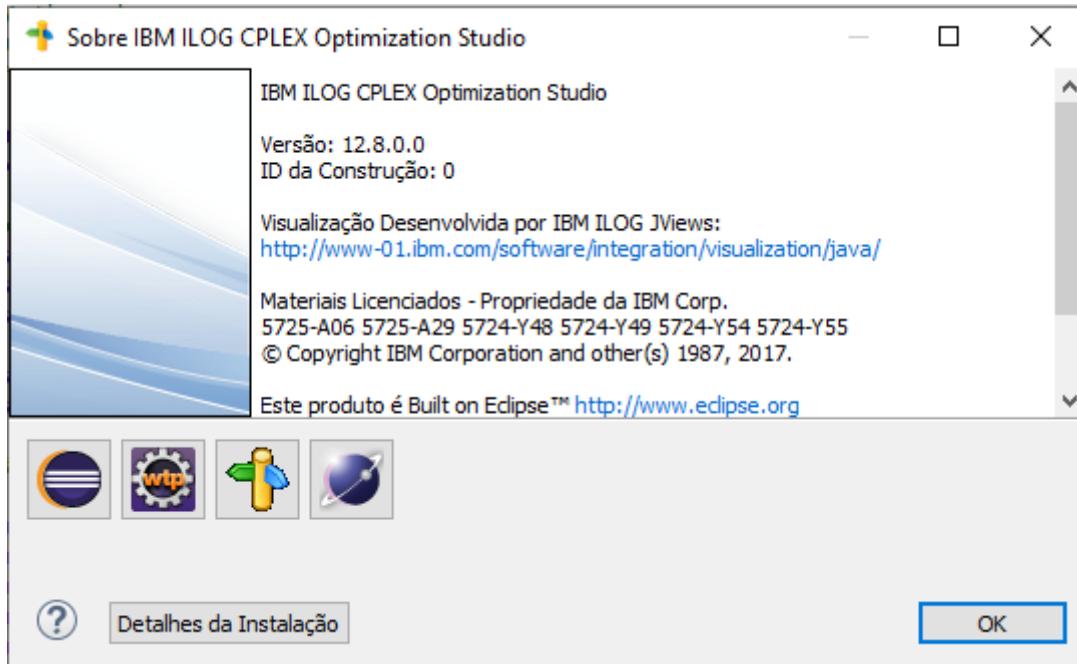


Figura 1 – Janela sobre o software de otimização CPLEX utilizado

Para fins de avaliação da aplicabilidade geral do modelo, três problemas de teste benchmark de escoamento subcrítico unidimensional estável de canal aberto, são usados como base [8] e [9]. Esses exemplos de teste estão disponíveis na biblioteca de códigos SWASHES [9], a qual possui a finalidade de validar problemas numéricos que são desenvolvidos para variantes de questões específicas das equações de St. Venant. Com relação a esse projeto, a classe de benchmark focada está nas soluções de MACDONALD [8] do tipo 1D e escoamentos subcríticos do compilado [9].

Para cada exemplo de teste considerado, duas implementações computacionais do modelo PNLM foram realizadas. No primeiro caso, referido como caso A, são utilizados os dados de entrada na íntegra do problema de teste, ou seja, a profundidade da água acima do leito do canal é considerada como conhecida, com seus valores determinados por uma solução analítica da equação unidimensional de St. Venant. Este

caso corresponde à suposição de que a presença da turbina não altera o campo de fluxo de fluido inicialmente considerado, com a ausência do dispositivo.

No segundo caso, conhecido como caso B, a profundidade da água acima do leito do canal é considerada desconhecida, a ser determinada pela solução do modelo PNLM, juntamente com a posição ideal da turbina. Dessa maneira, a alteração do campo de escoamento devido à colocação da turbina pode ser avaliada.

A quantidade de energia cinética do fluido extraída pela turbina nos dois casos A e B é determinada. Em cada um dos casos, a profundidade da água é discretizada ao longo do comprimento do canal. O intervalo de discretização é selecionado de acordo com o comprimento do canal associado a cada problema de teste considerado, e também de acordo com a capacidade computacional e conhecimentos das ferramentas utilizadas pelo CPLEX.

4.1 OS PROBLEMAS DE TESTE

Conforme já explicitado na seção 3, seguindo o modelo matemático, todos os problemas, a serem descritos a seguir, seguiram as mesmas funções objetivas e respeitaram as mesmas expressões e restrições, alterando somente os inputs, os quais foram determinados por cada um dos problemas de teste utilizados.

É importante ressaltar que esses problemas de teste foram selecionados e utilizados com o intuito de validar o modelo criado. Além disso, como o projeto de graduação em questão visa o estudo de um modelo de otimização para o posicionamento de turbinas, pode-se considerar a criação de novos problemas benchmark, semelhantes aos já consolidados na literatura [9], mas com essa nova consideração da turbina e maximização de energia hidrocinética.

Para um melhor entendimento sobre o código utilizado no software CPLEX, abaixo são demonstrados a representação dessas equações, expressões e restrições consideradas. Além disso, pode-se verificar o código completo no Anexo I deste documento.

Função objetiva:

$$\text{maximize } W_0 + W_{i+1} + \dots + W_I;$$

Como o W é atrelado ao posicionamento da turbina, ou seja, W somente é um valor não nulo quando há uma turbina em determinada posição, o somatório de todos os trabalhos sempre será o valor do trabalho calculado exatamente aonde a turbina foi posicionada.

Expressão de decisão:

$$\text{dexpr float } W_i = (((0.5 * (U_i^2)/g) + H_i) - ((0.5 * (U_{i+1}^2)/g) + H_{i+1} + (S_{mi} * \text{deltax})) * z_i;$$

E restrições:

$$\text{subject to } \{z_1 + \dots + z_x == 1;$$

$$Fn_i <= 1;$$

$$H_i >= 0;$$

$$W_i >= 0; \}$$

4.1.1 Problema de Teste 1

Nesse problema, considera-se um fluxo subcrítico e um canal com as seguintes características [8] e [10]:

Tabela 1 - Parâmetros do Problema de Teste 1

Comprimento (m)	Largura (m)	Vazão (m ³ /s)	Manning
1000	10	20	0.0328

Além da profundidade:

$$H(1000) = 0.748 \text{ metros}$$

No caso A, como já mencionado, através da equação de declividade do fundo, dada em [8] e [9].

$$S_0(x) = \left(1 - \frac{4}{gH(x)^3}\right) \frac{dH}{dx} + \frac{4n^2}{H(x)^{10/3}} \quad (\text{F12})$$

Têm-se a equação da profundidade [8] e [9].

$$H(x) = \left(\frac{4}{g}\right)^{1/3} * \left(1 + \frac{1}{2} \exp\left(-16\left(\frac{x}{1000} - \frac{1}{2}\right)^2\right)\right) \quad (\text{F13})$$

E somente a posição da turbina é determinada pela solução do modelo PNLLIM.

No caso B, as profundidades são desconhecidas e devem ser determinadas, juntamente com a posição da turbina, ambos pela solução do modelo PNLM.

4.1.2 Problema de Teste 2

No segundo problema, são considerados os seguintes dados para o canal e fluxo subcrítico.

Tabela 2 - Parâmetros do Problema de Teste 2

Comprimento (m)	Largura (m)	Vazão (m ³ /s)	Manning
100	2	2	0.0328

Com a profundidade final

$$H(100) = 2.879 \text{ metros}$$

No caso A, a profundidade é conhecida e calculada por [8] e [9] através da equação da declividade do canal.

$$S_0 = \left(1 - \frac{400(10 + 2H(x))}{g(10 + H(x))^3 H(x)^3}\right) \frac{dH}{dx} + 0.16 \frac{(10 + 2H(x)\sqrt{2})^{4/3}}{(10 + H(x))^{\frac{10}{3}} H(x)^{10/3}} \quad (\text{F14})$$

$$\begin{aligned} H(x) &= \left(\frac{4}{g}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{4}{3} - \frac{x}{100}\right) - \frac{9x}{1000} \left(\frac{x}{100} - \frac{2}{3}\right); \quad \text{para } x \leq \frac{200}{3} \\ H(x) &= \left(\frac{4}{g}\right)^{\frac{1}{3}} \left(0,674202 \left(\frac{x}{100} - \frac{2}{3}\right)^4 + 0,674202 \left(\frac{x}{100} - \frac{2}{3}\right)^3 - 21,7112 \left(\frac{x}{100} - \frac{2}{3}\right)^2 + \right. \\ &\quad \left. 14,492 \left(\frac{x}{100} - \frac{2}{3}\right) + 1,4305\right); \quad \text{para } x > \frac{200}{3} \end{aligned} \quad (\text{F15})$$

Novamente, somente a posição da turbina é determinada pela solução do modelo.

No caso B, a profundidade é desconhecida e deve ser determinada, juntamente com a posição da turbina, pela solução do modelo PNLM.

4.1.3 Problema de Teste 3

Por último, considera-se um canal de fluxo subcrítico com as seguintes características.

Tabela 3 - Parâmetros do Problema de Teste 3

Comprimento (m)	Largura (m)	Vazão (m ³ /s)	Manning
5000	10	20	0.0328

Profundidade no final do escoamento

$$H(5000) = 1.125 \text{ metros}$$

No caso A, a profundidade é calculada por [8] e [9].

Com a inclinação do fundo

$$S_0(x) = \left(1 - \frac{400(10 + 4H(x))}{g(10 + 2H(x))^3 H(x)^3}\right) \frac{dH}{dx} + 0.36 \frac{(10 + 2H(x)\sqrt{5})^{4/3}}{(10 + 2H(x))^{\frac{10}{3}} H(x)^{10/3}} \quad (\text{F16})$$

Tem-se a profundidade

$$H(x) = \frac{9}{8} + \left(\frac{1}{4}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{500}\right) \quad (\text{F17})$$

A posição da turbina é determinada pelo modelo PNLM.

E para o caso B, semelhante aos anteriores, tanto as profundidades e posição da turbina são calculados pela solução do modelo.

Além disso, é importante atentar para o fato de que em todos os problemas de teste, seguindo KARTEZHNIKOVA e RAVENS [10], a presença da turbina é representada por um coeficiente de atrito de Manning adicional $n_t = 0.014$, obtido pela diferença do fator de atrito de Manning aprimorado (0.039) [10] e do coeficiente de manning do leito do canal (0.025) usado por KARTEZHNIKOVA e RAVENS [10].

5 RESULTADOS

Com o código utilizado no CPLEX criado, contemplando todos os termos e restrições do modelo matemático, os resultados obtidos através da implementação computacional do modelo PNLM para cada um dos exemplos e seus pares de casos, podem ser observados nas tabelas 4-12 e gráficos de 2-25, nas quais a posição ótima global para a turbina é indicada em amarelo e preto, respectivamente.

Deve-se atentar ao fato de que para o caso B, em todos os problemas, foram realizados novos cálculos com o modelo melhor discretizado espacialmente, ou seja, um terceiro caso chamado caso B', no qual o comprimento analisado para cada canal é melhor dividido em seções. Dessa forma, pôde-se analisar se houve alguma alteração nos novos resultados.

Para o caso B', a discretização foi determinada de acordo com o comprimento dos canais (1000m, 100m e 5000m) e com a quantidade máxima de pontos distintos a serem otimizados, ou seja, 100 seções para cada um dos respectivos canais dos problemas de teste. Esse valor, foi determinado de acordo com a capacidade computacional e do conhecimento das ferramentas utilizadas no CPLEX.

Em cada uma das tabelas, foram representados os valores relacionados às seções ao longo do comprimento do canal, profundidade, velocidade em cada seção, inclinação do leito e o perfil do fundo do canal, esta com referência à coordenada de origem pré-determinada em [8] e [9], superfície livre da coluna de água referente à mesma origem, trabalho realizado pela turbina e à variável binária z_i em cada seção.

Com relação aos gráficos, foram demonstrados dois para cada um dos problemas e seus respectivos casos. O primeiro, comparando a altura da coluna d'água com a inclinação do canal, e o segundo, a superfície livre com a altura do leito do canal.

Além deles, é representado um último gráfico comparando os resultados entre os casos A x B e A x B' para cada um dos problemas testes.

Um fato importante a ser comentado é sobre o sistema de numeração utilizado para a reprodução dos resultados. Por conta do programa utilizado para compilar todos os dados retornados pelo CPLEX, todos os números foram representados com o ponto “.” delimitando as casas decimais e a vírgula “,” como agrupador de milhar.

5.1 ESFORÇO COMPUTACIONAL

O esforço computacional foi considerado a partir do tempo necessário que o software utilizou para solucionar cada um dos problemas, com o output ótimo global.

Através dele, foi possível verificar a consistência inicial do modelo matemático.

Problema de Teste 1 – caso A: 10 segundos.

Problema de Teste 1 – caso B: 60 segundos.

Problema de Teste 1 – caso B' (Melhor discretizado): 200 segundos.

Problema de Teste 2 – caso A: 9 segundos.

Problema de Teste 2 – caso B: 75 segundos.

Problema de Teste 2 – caso B' (Melhor discretizado): 250 segundos.

Problema de Teste 3 – caso A: 8 segundos.

Problema de Teste 3 – caso B: 100 segundos.

Problema de Teste 3 – caso B' (Melhor discretizado): 290 segundos.

Em cada um, o tempo de computação do caso A é uma ordem de magnitude menor que a do caso B e B', devido ao fato de o primeiro ser uma programação não linear (PNL), que é um caso menos complexo, com o domínio da variável de decisão sendo as variáveis binárias z_i , ($i = 1, \dots, I$), enquanto o segundo é uma programação não linear inteira mista (PNLIM), com um domínio de variável de decisão maior, que consiste nas variáveis binárias z_i ($i = 1, \dots, I$) e as variáveis contínuas H_i ($i = 1, \dots, I$), e o terceiro além de ser PNLIM possui uma melhor discretização espacial.

Concomitante a essas questões, há o fato de que para cada um dos problemas, existem características marcantes dos canais, como por exemplo a extensão e largura bem definida. Logo, o caso B' do problema 3 possui o maior tempo pois sua extensão é de 5000m, enquanto os outros possuem no máximo 1000m. Entretanto, o problema 2, mesmo com um comprimento menor do que o 1, possui uma declividade mais complexa do que o primeiro canal, fato que pode justificar o maior esforço.

5.2 PROBLEMA DE TESTE 1

5.2.1 Caso A

Tabela 4 – Valores dos dados de entrada e saída do programa: 1 – A

X (m)	Hi (m)	Ui (m/s)	Inclinação do Leito*100	Perfil do Fundo (m)	Superfície Livre (m)	W (m)	W (Watts)	Z
0	0.748	2.673	1.145	7.000	7.748	0.000	0.000	0
10	0.749	2.668	1.139	6.886	7.636	0.000	0.000	0
20	0.751	2.664	1.133	6.773	7.524	0.000	0.000	0
30	0.752	2.658	1.125	6.660	7.413	0.000	0.000	0
40	0.754	2.652	1.117	6.549	7.303	0.000	0.000	0
50	0.756	2.645	1.108	6.438	7.194	0.000	0.000	0
60	0.758	2.638	1.097	6.328	7.086	0.000	0.000	0
70	0.761	2.629	1.086	6.220	6.980	0.000	0.000	0
80	0.764	2.619	1.073	6.112	6.876	0.000	0.000	0
90	0.767	2.609	1.059	6.006	6.773	0.000	0.000	0
100	0.770	2.597	1.044	5.902	6.672	0.000	0.000	0
110	0.774	2.584	1.028	5.799	6.573	0.000	0.000	0
120	0.778	2.570	1.010	5.698	6.476	0.000	0.000	0
130	0.783	2.554	0.992	5.599	6.382	0.000	0.000	0
140	0.788	2.538	0.972	5.502	6.290	0.000	0.000	0
150	0.794	2.520	0.952	5.407	6.200	0.000	0.000	0
160	0.800	2.500	0.930	5.314	6.113	0.000	0.000	0
170	0.806	2.480	0.908	5.223	6.029	0.000	0.000	0
180	0.814	2.458	0.884	5.134	5.948	0.000	0.000	0
190	0.821	2.435	0.861	5.048	5.869	0.000	0.000	0
200	0.829	2.411	0.837	4.965	5.794	0.000	0.000	0
210	0.838	2.386	0.812	4.883	5.721	0.000	0.000	0
220	0.847	2.360	0.788	4.805	5.652	0.000	0.000	0
230	0.857	2.334	0.764	4.728	5.585	0.000	0.000	0
240	0.867	2.306	0.740	4.654	5.521	0.000	0.000	0
250	0.878	2.278	0.716	4.583	5.461	0.000	0.000	0
260	0.889	2.250	0.692	4.513	5.402	0.000	0.000	0
270	0.901	2.221	0.669	4.446	5.347	0.000	0.000	0
280	0.912	2.192	0.647	4.382	5.294	0.000	0.000	0
290	0.925	2.163	0.625	4.319	5.244	0.000	0.000	0
300	0.937	2.134	0.604	4.259	5.196	0.000	0.000	0
310	0.950	2.106	0.584	4.200	5.150	0.000	0.000	0
320	0.962	2.078	0.564	4.144	5.106	0.000	0.000	0
330	0.975	2.051	0.545	4.090	5.065	0.000	0.000	0
340	0.988	2.025	0.527	4.037	5.025	0.000	0.000	0

350	1.000	2.000	0.509	3.986	4.986	0.000	0.000	0
360	1.012	1.975	0.492	3.937	4.949	0.000	0.000	0
370	1.024	1.952	0.475	3.889	4.914	0.000	0.000	0
380	1.036	1.930	0.459	3.843	4.879	0.000	0.000	0
390	1.047	1.910	0.443	3.799	4.846	0.000	0.000	0
400	1.057	1.891	0.428	3.756	4.814	0.000	0.000	0
410	1.067	1.874	0.413	3.715	4.782	0.000	0.000	0
420	1.076	1.858	0.399	3.675	4.751	0.000	0.000	0
430	1.084	1.844	0.385	3.637	4.721	0.000	0.000	0
440	1.092	1.832	0.371	3.600	4.691	0.000	0.000	0
450	1.098	1.822	0.359	3.564	4.662	0.000	0.000	0
460	1.103	1.813	0.346	3.529	4.632	0.000	0.000	0
470	1.107	1.807	0.335	3.496	4.603	0.000	0.000	0
480	1.110	1.802	0.324	3.463	4.573	0.000	0.000	0
490	1.112	1.799	0.314	3.432	4.543	0.000	0.000	0
500	1.112	1.798	0.306	3.401	4.513	0.000	0.000	0
510	1.112	1.799	0.298	3.371	4.483	0.000	0.000	0
520	1.110	1.802	0.291	3.342	4.452	0.000	0.000	0
530	1.107	1.807	0.286	3.314	4.421	0.000	0.000	0
540	1.103	1.813	0.282	3.286	4.388	0.000	0.000	0
550	1.098	1.822	0.280	3.258	4.355	0.000	0.000	0
560	1.092	1.832	0.279	3.230	4.321	0.000	0.000	0
570	1.084	1.844	0.280	3.202	4.286	0.000	0.000	0
580	1.076	1.858	0.283	3.173	4.249	0.000	0.000	0
590	1.067	1.874	0.288	3.144	4.212	0.000	0.000	0
600	1.057	1.891	0.295	3.115	4.172	0.000	0.000	0
610	1.047	1.910	0.304	3.084	4.131	0.000	0.000	0
620	1.036	1.930	0.316	3.053	4.089	0.000	0.000	0
630	1.024	1.952	0.329	3.020	4.044	0.000	0.000	0
640	1.012	1.975	0.344	2.986	3.998	0.000	0.000	0
650	1.000	2.000	0.362	2.949	3.950	0.000	0.000	0
660	0.988	2.025	0.381	2.911	3.899	0.000	0.000	0
670	0.975	2.051	0.403	2.871	3.846	0.000	0.000	0
680	0.962	2.078	0.426	2.828	3.791	0.000	0.000	0
690	0.950	2.106	0.451	2.783	3.733	0.000	0.000	0
700	0.937	2.134	0.478	2.735	3.673	0.000	0.000	0
710	0.925	2.163	0.506	2.685	3.610	0.000	0.000	0
720	0.912	2.192	0.535	2.631	3.544	0.000	0.000	0
730	0.901	2.221	0.566	2.575	3.475	0.000	0.000	0
740	0.889	2.250	0.597	2.515	3.404	0.000	0.000	0
750	0.878	2.278	0.629	2.452	3.330	0.000	0.000	0
760	0.867	2.306	0.661	2.386	3.253	0.000	0.000	0
770	0.857	2.334	0.693	2.317	3.174	0.000	0.000	0
780	0.847	2.360	0.726	2.244	3.091	0.000	0.000	0

790	0.838	2.386	0.757	2.168	3.006	0.000	0.000	0
800	0.829	2.411	0.789	2.090	2.919	0.000	0.000	0
810	0.821	2.435	0.819	2.008	2.829	0.000	0.000	0
820	0.814	2.458	0.849	1.923	2.736	0.000	0.000	0
830	0.806	2.480	0.877	1.835	2.642	0.000	0.000	0
840	0.800	2.500	0.904	1.745	2.545	0.000	0.000	0
850	0.794	2.520	0.930	1.652	2.445	0.000	0.000	0
860	0.788	2.538	0.954	1.556	2.344	0.000	0.000	0
870	0.783	2.554	0.977	1.459	2.242	0.000	0.000	0
880	0.778	2.570	0.998	1.359	2.137	0.000	0.000	0
890	0.774	2.584	1.018	1.257	2.031	0.000	0.000	0
900	0.770	2.597	1.036	1.153	1.923	0.000	0.000	0
910	0.767	2.609	1.053	1.048	1.815	0.000	0.000	0
920	0.764	2.619	1.068	0.941	1.705	0.000	0.000	0
930	0.761	2.629	1.082	0.833	1.594	0.000	0.000	0
940	0.758	2.638	1.094	0.724	1.482	0.000	0.000	0
950	0.756	2.645	1.105	0.613	1.369	0.000	0.000	0
960	0.754	2.652	1.115	0.502	1.256	0.000	0.000	0
970	0.752	2.658	1.124	0.389	1.142	0.000	0.000	0
980	0.751	2.664	1.132	0.276	1.027	0.000	0.000	0
990	0.749	2.668	1.139	0.162	0.912	0.119	23,273.000	1
1000	0.748	2.673	1.145	0.048	0.796	0.000	0.000	0

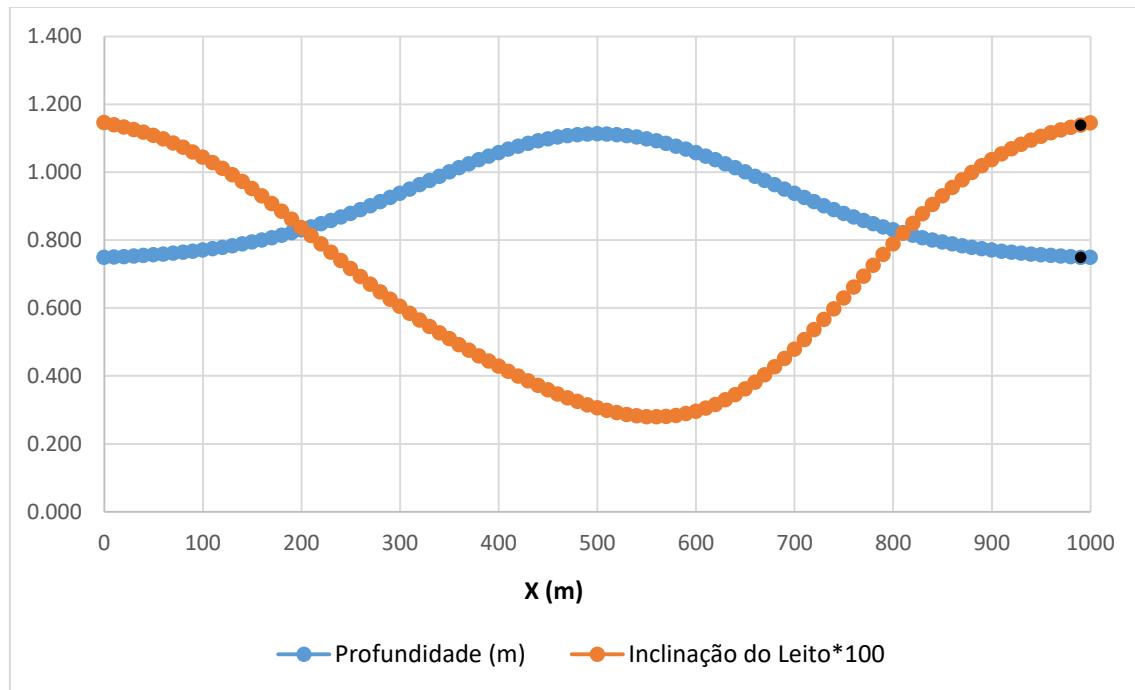


Figura 2 – Variação da profundidade de água e a inclinação do leito do canal ao longo do comprimento do mesmo:
– A

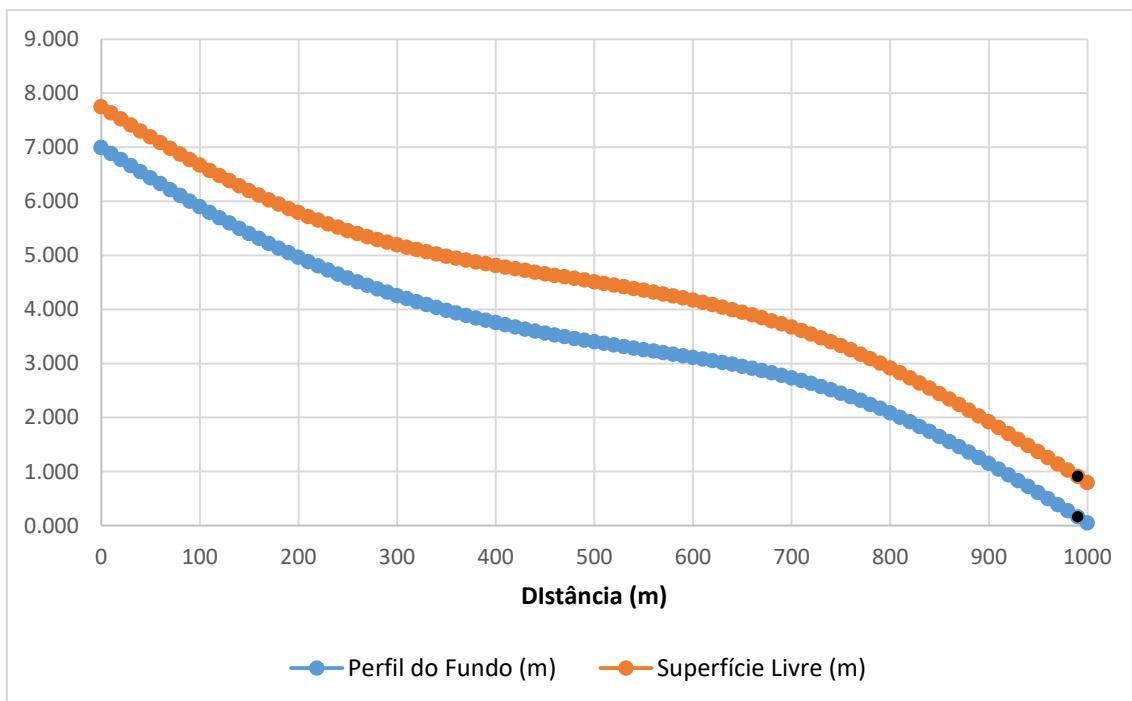


Figura 3 – Variação da altura do leito do canal e da superfície livre ao longo do comprimento do mesmo: 1 – A

5.2.2 Caso B

Tabela 5 - Valores dos dados de entrada e saída do programa: 1 – B

X (m)	Hi (m)	Ui (m/s)	Inclinação do Leito*100	Perfil do Fundo (m)	Superfície Livre (m)	W (m)	W (Watts)	Z
0	0.762	2.623	1.153	7.000	7.762	0.000	0.000	0
20	1.113	1.796	1.119	6.776	7.890	0.000	0.000	0
40	0.857	2.335	1.103	6.555	7.412	0.000	0.000	0
60	1.117	1.791	1.084	6.339	7.456	0.000	0.000	0
80	0.821	2.436	1.060	6.127	6.948	0.000	0.000	0
100	1.173	1.706	1.032	5.920	7.093	0.000	0.000	0
120	0.882	2.267	0.998	5.721	6.603	0.000	0.000	0
140	1.123	1.782	0.961	5.529	6.651	0.000	0.000	0
160	0.963	2.077	0.919	5.345	6.308	0.000	0.000	0
180	1.052	1.901	0.874	5.170	6.222	0.000	0.000	0
200	0.811	2.467	0.827	5.005	5.815	0.000	0.000	0
220	1.085	1.844	0.779	4.849	5.933	0.000	0.000	0
240	0.745	2.685	0.731	4.703	5.448	0.315	61,661.000	1

260	1.100	1.818	0.684	4.566	5.666	0.000	0.000	0
280	0.841	2.378	0.640	4.438	5.279	0.000	0.000	0
300	1.188	1.683	0.598	4.318	5.507	0.000	0.000	0
320	0.985	2.031	0.558	4.207	5.191	0.000	0.000	0
340	1.030	1.942	0.521	4.102	5.132	0.000	0.000	0
360	0.809	2.471	0.487	4.005	4.815	0.000	0.000	0
380	1.001	1.999	0.454	3.914	4.915	0.000	0.000	0
400	0.827	2.417	0.423	3.830	4.657	0.000	0.000	0
420	1.177	1.699	0.395	3.751	4.928	0.000	0.000	0
440	0.820	2.438	0.367	3.677	4.497	0.000	0.000	0
460	1.062	1.882	0.343	3.609	4.671	0.000	0.000	0
480	0.792	2.526	0.321	3.545	4.336	0.000	0.000	0
500	1.165	1.717	0.302	3.484	4.649	0.000	0.000	0
520	0.956	2.092	0.287	3.427	4.383	0.000	0.000	0
540	1.208	1.656	0.278	3.371	4.579	0.000	0.000	0
560	1.040	1.923	0.275	3.316	4.356	0.000	0.000	0
580	1.089	1.837	0.279	3.260	4.349	0.000	0.000	0
600	0.986	2.029	0.291	3.202	4.188	0.000	0.000	0
620	1.034	1.935	0.311	3.140	4.173	0.000	0.000	0
640	0.795	2.515	0.339	3.072	3.867	0.000	0.000	0
660	1.020	1.960	0.376	2.997	4.017	0.000	0.000	0
680	0.968	2.065	0.420	2.913	3.881	0.000	0.000	0
700	1.028	1.946	0.471	2.819	3.846	0.000	0.000	0
720	0.959	2.084	0.528	2.713	3.672	0.000	0.000	0
740	1.192	1.677	0.589	2.595	3.787	0.000	0.000	0
760	0.901	2.220	0.653	2.465	3.365	0.000	0.000	0
780	1.023	1.955	0.716	2.321	3.344	0.000	0.000	0
800	0.748	2.673	0.779	2.165	2.914	0.000	0.000	0
820	1.176	1.701	0.838	1.998	3.173	0.000	0.000	0
840	0.824	2.427	0.893	1.819	2.643	0.000	0.000	0
860	1.162	1.722	0.943	1.631	2.792	0.000	0.000	0
880	0.918	2.179	0.986	1.433	2.351	0.000	0.000	0
900	1.185	1.687	1.024	1.229	2.414	0.000	0.000	0
920	0.987	2.026	1.055	1.018	2.005	0.000	0.000	0
940	1.077	1.856	1.081	0.802	1.879	0.000	0.000	0
960	0.800	2.500	1.102	0.581	1.381	0.000	0.000	0
980	1.001	1.997	1.118	0.358	1.359	0.000	0.000	0
1000	0.748	2.673	1.131	0.131	0.880	0.000	0.000	0

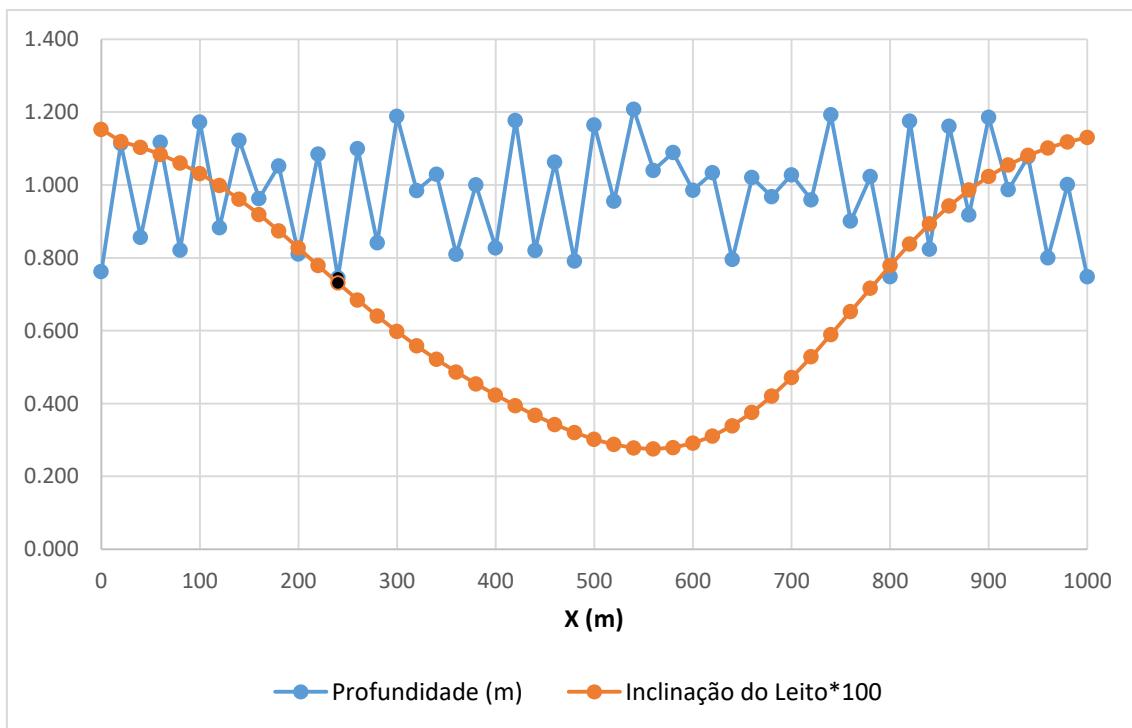


Figura 4 - Variação da profundidade de água e a inclinação do leito do canal ao longo do comprimento do mesmo: 1 – B

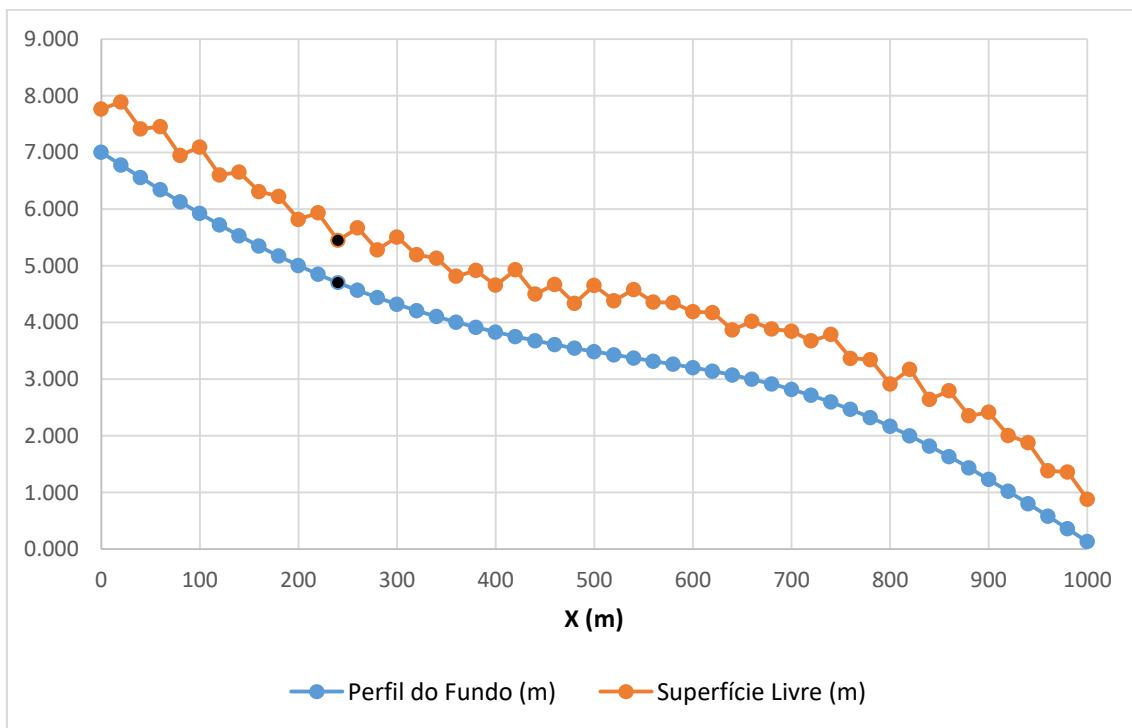


Figura 5 - Variação da altura do leito do canal e da superfície livre ao longo do comprimento do mesmo: 1 – B

5.2.3 Caso B'

Tabela 6 - Valores dos dados de entrada e saída do programa: 1 – B'

X (m)	Hi (m)	Ui (m/s)	Inclinação do Leito*100	Perfil do Fundo (m)	Superfície Livre (m)	W (m)	W (Watts)	Z
0	0.762	2.623	1.153	7.000	7.762	0.000	0.000	0
10	0.749	2.669	1.126	6.887	7.637	0.000	0.000	0
20	0.913	2.190	1.119	6.776	7.689	0.000	0.000	0
30	0.767	2.607	1.112	6.664	7.432	0.000	0.000	0
40	0.857	2.335	1.103	6.554	7.411	0.000	0.000	0
50	0.861	2.323	1.094	6.445	7.306	0.000	0.000	0
60	0.917	2.181	1.084	6.336	7.253	0.000	0.000	0
70	0.934	2.141	1.073	6.229	7.163	0.000	0.000	0
80	0.821	2.436	1.060	6.123	6.944	0.000	0.000	0
90	0.790	2.530	1.046	6.018	6.809	0.000	0.000	0
100	0.973	2.057	1.032	5.915	6.888	0.000	0.000	0
110	0.885	2.259	1.015	5.814	6.699	0.000	0.000	0
120	0.882	2.267	0.998	5.714	6.596	0.000	0.000	0
130	0.849	2.356	0.980	5.616	6.465	0.000	0.000	0
140	0.923	2.168	0.961	5.520	6.442	0.000	0.000	0
150	0.809	2.472	0.940	5.426	6.235	0.000	0.000	0
160	0.963	2.077	0.919	5.334	6.297	0.000	0.000	0
170	0.840	2.381	0.897	5.244	6.084	0.000	0.000	0
180	0.852	2.347	0.874	5.157	6.009	0.000	0.000	0
190	0.801	2.496	0.851	5.072	5.873	0.000	0.000	0
200	0.811	2.467	0.827	4.989	5.800	0.000	0.000	0
210	0.892	2.241	0.803	4.909	5.801	0.000	0.000	0
220	1.000	2.000	0.779	4.831	5.831	0.000	0.000	0
230	0.742	2.697	0.755	4.755	5.497	0.202	39,529.148	1
240	1.000	2.000	0.731	4.682	5.682	0.000	0.000	0
250	0.923	2.166	0.708	4.611	5.535	0.000	0.000	0
260	0.823	2.431	0.684	4.543	5.366	0.000	0.000	0
270	0.878	2.279	0.662	4.477	5.354	0.000	0.000	0
280	0.841	2.378	0.640	4.413	5.254	0.000	0.000	0
290	0.926	2.160	0.618	4.351	5.277	0.000	0.000	0
300	0.988	2.024	0.598	4.291	5.280	0.000	0.000	0
310	0.781	2.560	0.578	4.234	5.015	0.000	0.000	0
320	0.985	2.031	0.558	4.178	5.162	0.000	0.000	0
330	0.746	2.681	0.539	4.124	4.870	0.000	0.000	0
340	0.830	2.411	0.521	4.072	4.901	0.000	0.000	0
350	0.773	2.586	0.504	4.021	4.795	0.000	0.000	0
360	0.809	2.471	0.487	3.973	4.782	0.000	0.000	0
370	0.753	2.656	0.470	3.926	4.679	0.000	0.000	0

380	0.801	2.498	0.454	3.880	4.681	0.000	0.000	0
390	0.772	2.592	0.439	3.836	4.608	0.000	0.000	0
400	0.827	2.417	0.423	3.794	4.622	0.000	0.000	0
410	0.838	2.387	0.409	3.753	4.591	0.000	0.000	0
420	0.977	2.047	0.395	3.714	4.691	0.000	0.000	0
430	0.907	2.206	0.381	3.676	4.582	0.000	0.000	0
440	0.820	2.438	0.367	3.639	4.459	0.000	0.000	0
450	0.782	2.559	0.355	3.603	4.385	0.000	0.000	0
460	0.862	2.319	0.343	3.569	4.432	0.000	0.000	0
470	0.880	2.273	0.331	3.536	4.416	0.000	0.000	0
480	0.792	2.526	0.321	3.504	4.296	0.000	0.000	0
490	0.934	2.141	0.311	3.473	4.407	0.000	0.000	0
500	0.965	2.073	0.302	3.443	4.408	0.000	0.000	0
510	1.026	1.949	0.294	3.413	4.439	0.000	0.000	0
520	0.956	2.092	0.287	3.385	4.341	0.000	0.000	0
530	1.037	1.929	0.282	3.356	4.393	0.000	0.000	0
540	1.008	1.984	0.278	3.329	4.337	0.000	0.000	0
550	0.916	2.182	0.276	3.301	4.217	0.000	0.000	0
560	1.040	1.923	0.275	3.273	4.313	0.000	0.000	0
570	0.954	2.096	0.276	3.246	4.200	0.000	0.000	0
580	0.889	2.250	0.279	3.218	4.107	0.000	0.000	0
590	0.791	2.528	0.284	3.189	3.980	0.000	0.000	0
600	0.986	2.029	0.291	3.160	4.146	0.000	0.000	0
610	0.938	2.133	0.300	3.130	4.068	0.000	0.000	0
620	0.834	2.399	0.311	3.099	3.933	0.000	0.000	0
630	0.743	2.693	0.324	3.067	3.809	0.000	0.000	0
640	0.795	2.515	0.339	3.033	3.828	0.000	0.000	0
650	0.900	2.221	0.356	2.997	3.898	0.000	0.000	0
660	0.820	2.438	0.376	2.960	3.780	0.000	0.000	0
670	0.746	2.681	0.397	2.920	3.666	0.000	0.000	0
680	0.968	2.065	0.420	2.878	3.846	0.000	0.000	0
690	0.964	2.075	0.445	2.834	3.797	0.000	0.000	0
700	0.828	2.416	0.471	2.786	3.614	0.000	0.000	0
710	0.747	2.679	0.499	2.736	3.483	0.000	0.000	0
720	0.959	2.084	0.528	2.684	3.643	0.000	0.000	0
730	0.802	2.495	0.558	2.628	3.429	0.000	0.000	0
740	0.992	2.015	0.589	2.569	3.561	0.000	0.000	0
750	0.793	2.521	0.621	2.507	3.300	0.000	0.000	0
760	0.901	2.220	0.653	2.442	3.342	0.000	0.000	0
770	0.793	2.522	0.685	2.373	3.166	0.000	0.000	0
780	0.823	2.430	0.716	2.301	3.125	0.000	0.000	0
790	0.907	2.205	0.748	2.227	3.134	0.000	0.000	0
800	0.748	2.673	0.779	2.149	2.897	0.000	0.000	0
810	0.877	2.281	0.809	2.068	2.945	0.000	0.000	0
820	0.976	2.050	0.838	1.984	2.960	0.000	0.000	0

830	0.965	2.072	0.866	1.897	2.863	0.000	0.000	0
840	0.824	2.427	0.893	1.808	2.632	0.000	0.000	0
850	0.759	2.635	0.919	1.716	2.475	0.000	0.000	0
860	0.962	2.080	0.943	1.622	2.584	0.000	0.000	0
870	0.891	2.245	0.965	1.525	2.416	0.000	0.000	0
880	0.918	2.179	0.986	1.427	2.345	0.000	0.000	0
890	0.970	2.061	1.006	1.326	2.297	0.000	0.000	0
900	0.985	2.030	1.024	1.224	2.209	0.000	0.000	0
910	0.851	2.351	1.040	1.120	1.971	0.000	0.000	0
920	0.987	2.026	1.055	1.014	2.001	0.000	0.000	0
930	0.842	2.377	1.069	0.908	1.749	0.000	0.000	0
940	0.877	2.279	1.081	0.799	1.677	0.000	0.000	0
950	0.745	2.683	1.092	0.690	1.436	0.000	0.000	0
960	0.800	2.500	1.102	0.580	1.380	0.000	0.000	0
970	0.793	2.521	1.110	0.469	1.262	0.000	0.000	0
980	0.801	2.496	1.118	0.357	1.159	0.000	0.000	0
990	0.867	2.307	1.125	0.245	1.112	0.000	0.000	0
1000	0.748	2.673	1.131	0.132	0.880	0.000	0.000	0

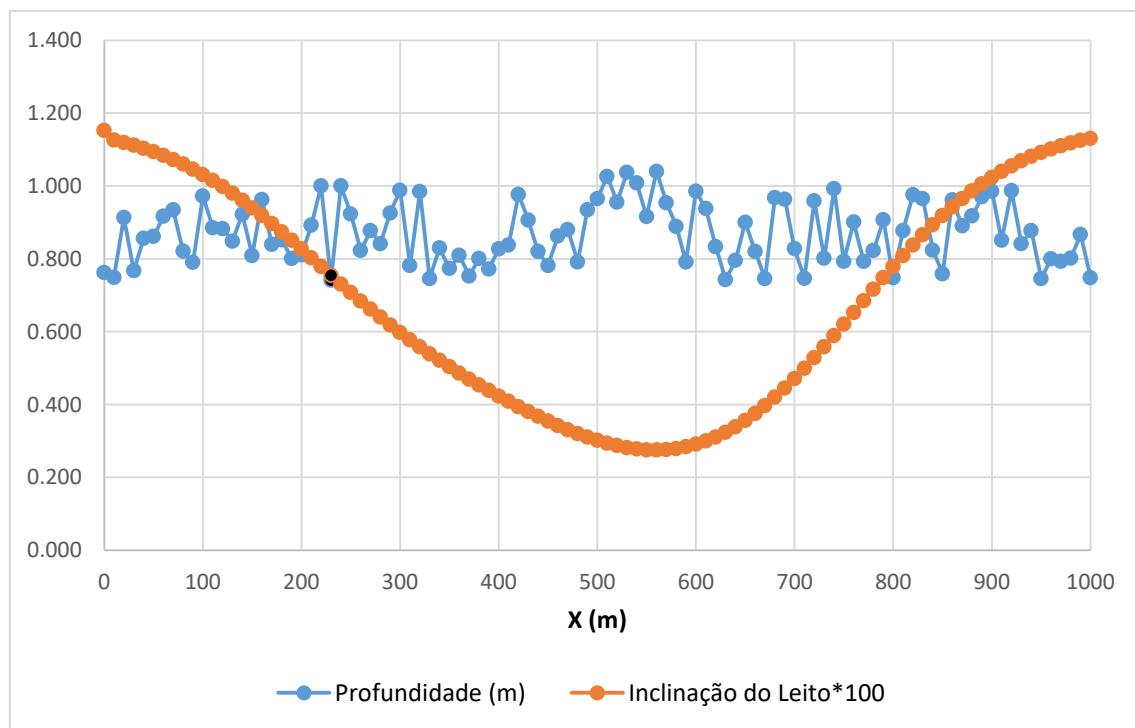


Figura 6 - Variação da profundidade de água e a inclinação do leito do canal ao longo do comprimento do mesmo: 1 – B'

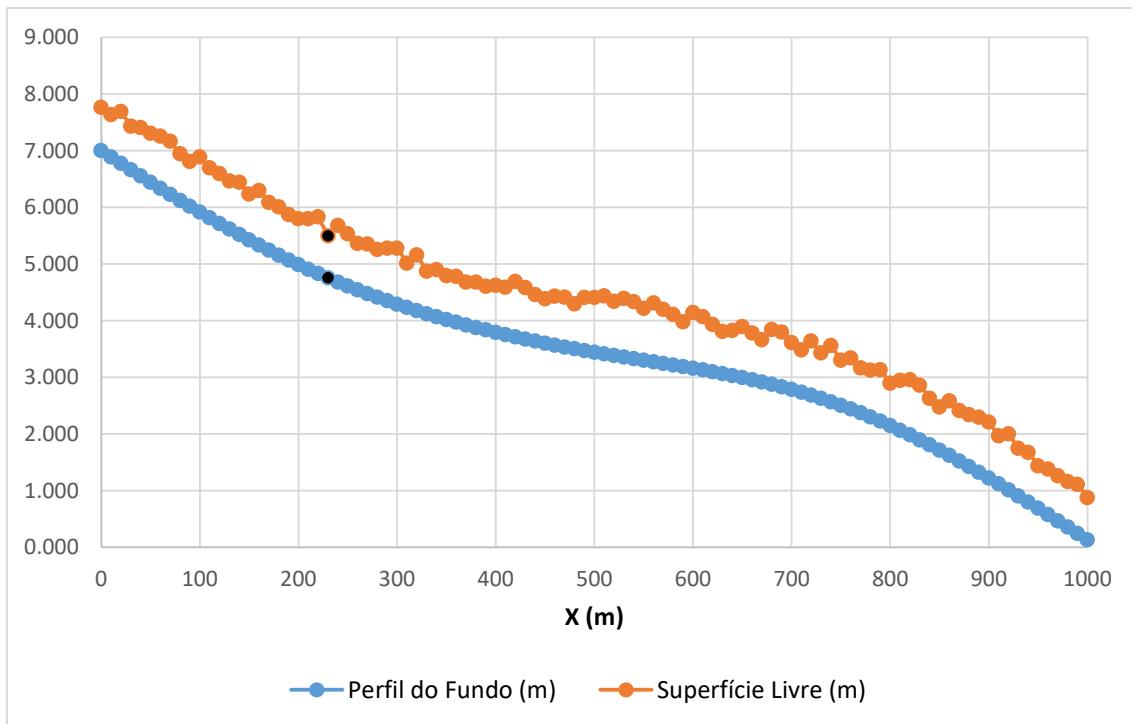


Figura 7 - Variação da altura do leito do canal e da superfície livre ao longo do comprimento do mesmo: 1 – B'

5.2.4 Comparação Entre os Casos

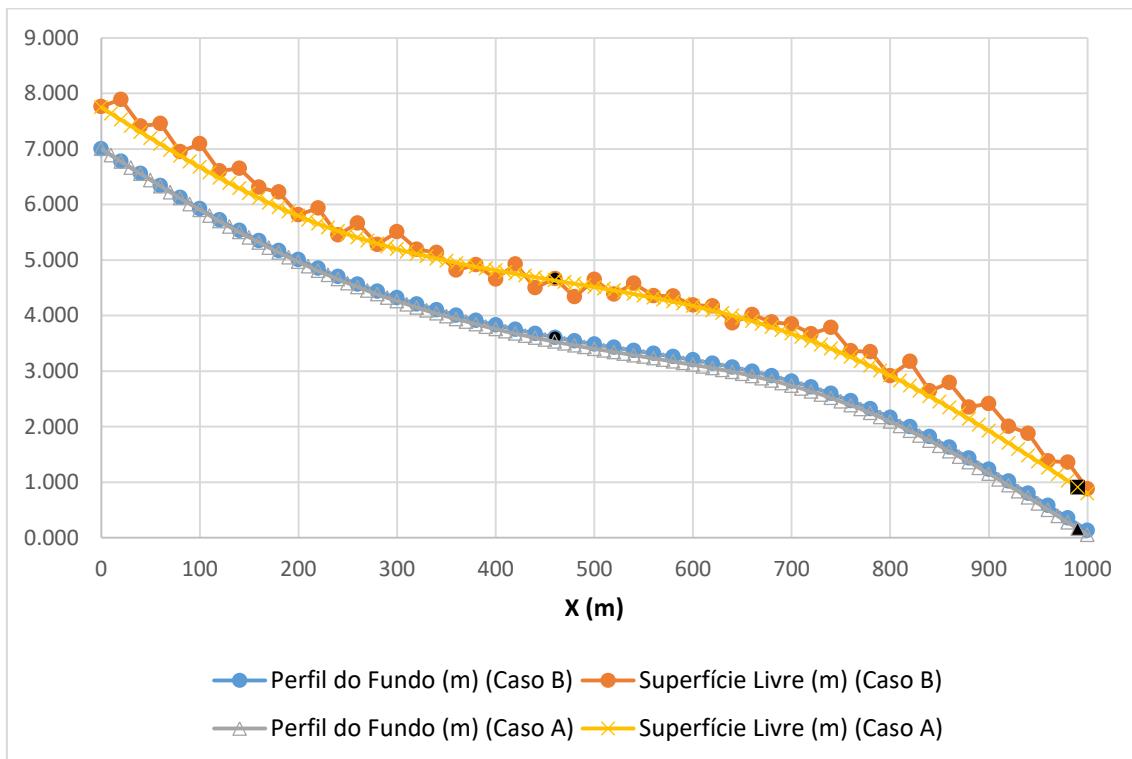


Figura 8 – Comparação do problema teste 1: caso A e B

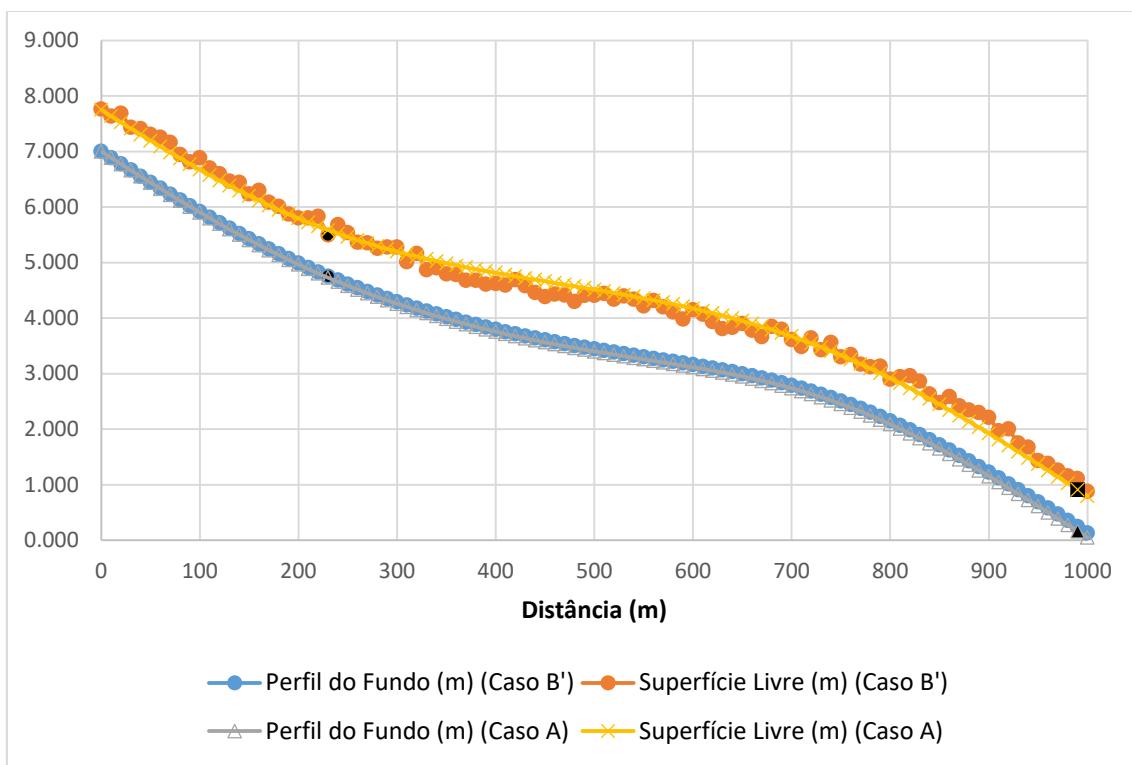


Figura 9 - Comparação do problema teste 1: caso A e B'

5.3 PROBLEMA DE TESTE 2

5.3.1 Caso A

Tabela 7 - Valores dos dados de entrada e saída do programa: 2 – A

X (m)	Hi (m)	Ui (m/s)	Inclinação do Leito*50	Perfil do Fundo (m)	Superfície Livre (m)	W (m)	W (Watts)	Z
0	0.989	1.011	0.138	2.580	3.569	0.000	0.000	0
1	0.986	1.015	0.137	2.577	3.563	0.000	0.000	0
2	0.983	1.018	0.136	2.575	3.557	0.000	0.000	0
3	0.979	1.021	0.136	2.572	3.551	0.000	0.000	0
4	0.976	1.025	0.135	2.569	3.545	0.000	0.000	0
5	0.972	1.029	0.135	2.566	3.539	0.000	0.000	0
6	0.969	1.033	0.136	2.564	3.532	0.000	0.000	0
7	0.965	1.037	0.136	2.561	3.526	0.000	0.000	0
8	0.961	1.041	0.137	2.558	3.519	0.000	0.000	0
9	0.957	1.045	0.138	2.555	3.512	0.000	0.000	0
10	0.952	1.050	0.140	2.553	3.505	0.000	0.000	0

11	0.948	1.055	0.141	2.550	3.498	0.000	0.000	0
12	0.944	1.060	0.144	2.547	3.491	0.000	0.000	0
13	0.939	1.065	0.146	2.544	3.483	0.000	0.000	0
14	0.934	1.071	0.149	2.541	3.475	0.000	0.000	0
15	0.929	1.076	0.153	2.538	3.468	0.000	0.000	0
16	0.924	1.082	0.157	2.535	3.459	0.000	0.000	0
17	0.919	1.088	0.161	2.532	3.451	0.000	0.000	0
18	0.914	1.094	0.166	2.529	3.443	0.000	0.000	0
19	0.908	1.101	0.171	2.526	3.434	0.000	0.000	0
20	0.903	1.108	0.177	2.522	3.425	0.000	0.000	0
21	0.897	1.115	0.184	2.519	3.416	0.000	0.000	0
22	0.891	1.122	0.191	2.515	3.406	0.000	0.000	0
23	0.885	1.130	0.199	2.511	3.396	0.000	0.000	0
24	0.879	1.138	0.207	2.507	3.386	0.000	0.000	0
25	0.873	1.146	0.217	2.503	3.376	0.000	0.000	0
26	0.866	1.154	0.227	2.499	3.365	0.000	0.000	0
27	0.860	1.163	0.238	2.494	3.354	0.000	0.000	0
28	0.853	1.172	0.250	2.489	3.343	0.000	0.000	0
29	0.847	1.181	0.263	2.484	3.331	0.000	0.000	0
30	0.840	1.191	0.277	2.479	3.319	0.000	0.000	0
31	0.833	1.201	0.292	2.474	3.306	0.000	0.000	0
32	0.825	1.211	0.308	2.468	3.293	0.000	0.000	0
33	0.818	1.222	0.326	2.462	3.280	0.000	0.000	0
34	0.811	1.233	0.345	2.455	3.266	0.000	0.000	0
35	0.803	1.245	0.366	2.448	3.251	0.000	0.000	0
36	0.795	1.257	0.388	2.441	3.236	0.000	0.000	0
37	0.788	1.270	0.412	2.433	3.221	0.000	0.000	0
38	0.780	1.283	0.437	2.425	3.205	0.000	0.000	0
39	0.772	1.296	0.465	2.416	3.188	0.000	0.000	0
40	0.763	1.310	0.495	2.407	3.170	0.000	0.000	0
41	0.755	1.325	0.527	2.397	3.152	0.000	0.000	0
42	0.746	1.340	0.562	2.386	3.133	0.000	0.000	0
43	0.738	1.355	0.600	2.375	3.113	0.000	0.000	0
44	0.729	1.372	0.640	2.363	3.092	0.000	0.000	0
45	0.720	1.389	0.684	2.350	3.070	0.000	0.000	0
46	0.711	1.406	0.732	2.337	3.048	0.000	0.000	0
47	0.702	1.425	0.783	2.322	3.024	0.000	0.000	0
48	0.693	1.444	0.839	2.306	2.999	0.000	0.000	0
49	0.683	1.464	0.899	2.290	2.973	0.000	0.000	0
50	0.674	1.485	0.964	2.272	2.945	0.000	0.000	0
51	0.664	1.506	1.035	2.252	2.916	0.000	0.000	0
52	0.654	1.529	1.113	2.232	2.886	0.000	0.000	0
53	0.644	1.553	1.197	2.209	2.853	0.000	0.000	0
54	0.634	1.577	1.289	2.185	2.819	0.000	0.000	0

55	0.624	1.603	1.389	2.160	2.783	0.000	0.000	0
56	0.613	1.630	1.498	2.132	2.745	0.000	0.000	0
57	0.603	1.659	1.618	2.102	2.705	0.000	0.000	0
58	0.592	1.689	1.750	2.070	2.662	0.000	0.000	0
59	0.581	1.720	1.894	2.035	2.616	0.000	0.000	0
60	0.570	1.753	2.054	1.997	2.567	0.000	0.000	0
61	0.559	1.787	2.229	1.956	2.515	0.000	0.000	0
62	0.548	1.824	2.424	1.911	2.459	0.000	0.000	0
63	0.537	1.862	2.639	1.863	2.400	0.000	0.000	0
64	0.526	1.903	2.878	1.810	2.335	0.000	0.000	0
65	0.514	1.946	3.145	1.752	2.266	0.000	0.000	0
66	0.502	1.991	3.443	1.689	2.192	0.000	0.000	0
67	0.490	2.039	7.048	1.620	2.111	0.544	10,670.000	1
68	1.201	0.833	4.062	1.479	2.681	0.000	0.000	0
69	1.303	0.768	4.165	1.398	2.701	0.000	0.000	0
70	1.401	0.714	4.190	1.315	2.716	0.000	0.000	0
71	1.496	0.668	4.164	1.231	2.727	0.000	0.000	0
72	1.588	0.630	4.103	1.148	2.736	0.000	0.000	0
73	1.677	0.596	4.018	1.066	2.743	0.000	0.000	0
74	1.762	0.567	3.917	0.985	2.748	0.000	0.000	0
75	1.845	0.542	3.803	0.907	2.752	0.000	0.000	0
76	1.924	0.520	3.680	0.831	2.755	0.000	0.000	0
77	2.000	0.500	3.550	0.757	2.757	0.000	0.000	0
78	2.073	0.482	3.416	0.686	2.759	0.000	0.000	0
79	2.142	0.467	3.277	0.618	2.760	0.000	0.000	0
80	2.209	0.453	3.135	0.553	2.761	0.000	0.000	0
81	2.272	0.440	2.991	0.490	2.762	0.000	0.000	0
82	2.332	0.429	2.845	0.430	2.762	0.000	0.000	0
83	2.389	0.419	2.697	0.373	2.762	0.000	0.000	0
84	2.443	0.409	2.548	0.319	2.762	0.000	0.000	0
85	2.493	0.401	2.399	0.268	2.762	0.000	0.000	0
86	2.541	0.394	2.248	0.220	2.761	0.000	0.000	0
87	2.585	0.387	2.098	0.175	2.761	0.000	0.000	0
88	2.626	0.381	1.946	0.133	2.760	0.000	0.000	0
89	2.665	0.375	1.795	0.094	2.759	0.000	0.000	0
90	2.700	0.370	1.643	0.059	2.758	0.000	0.000	0
91	2.731	0.366	1.492	0.026	2.757	0.000	0.000	0
92	2.760	0.362	1.340	-0.004	2.756	0.000	0.000	0
93	2.786	0.359	1.188	-0.031	2.755	0.000	0.000	0
94	2.808	0.356	1.037	-0.055	2.754	0.000	0.000	0
95	2.828	0.354	0.885	-0.075	2.752	0.000	0.000	0
96	2.844	0.352	0.734	-0.093	2.751	0.000	0.000	0
97	2.857	0.350	0.583	-0.108	2.749	0.000	0.000	0
98	2.868	0.349	0.432	-0.119	2.748	0.000	0.000	0

99	2.875	0.348	0.281	-0.128	2.747	0.000	0.000	0
100	2.879	0.347	0.131	-0.134	2.745	0.000	0.000	0

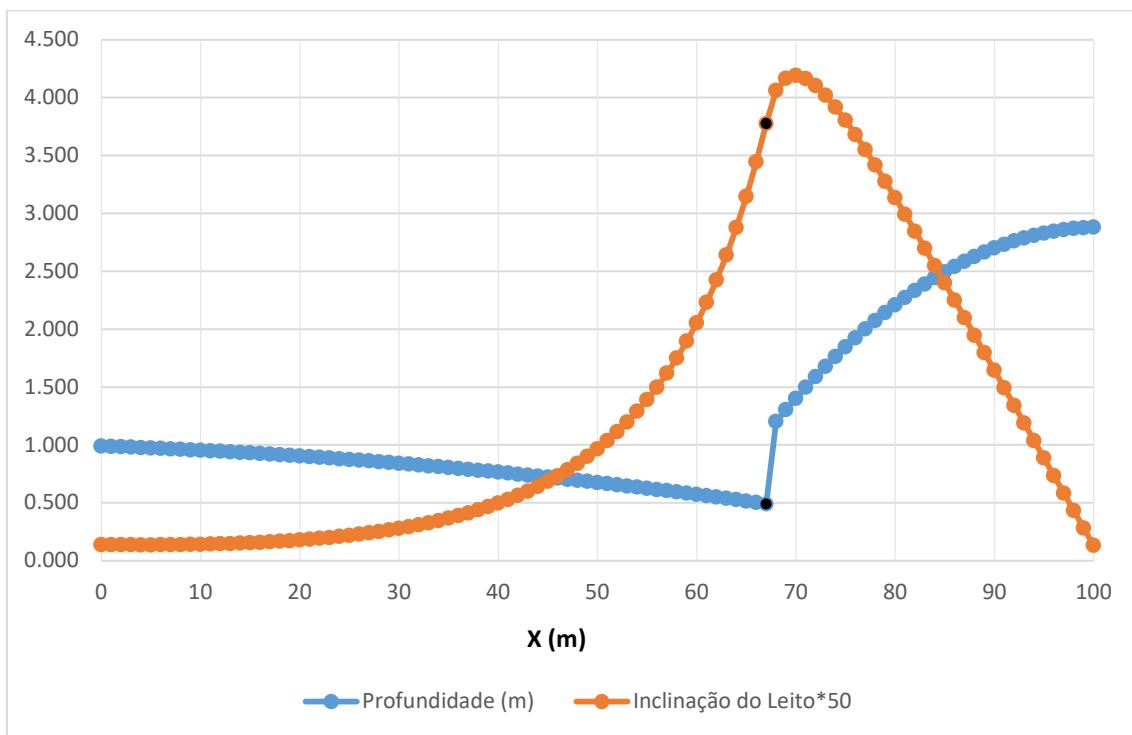


Figura 10 - Variação da profundidade de água e a inclinação do leito do canal ao longo do comprimento do mesmo: 2 – A

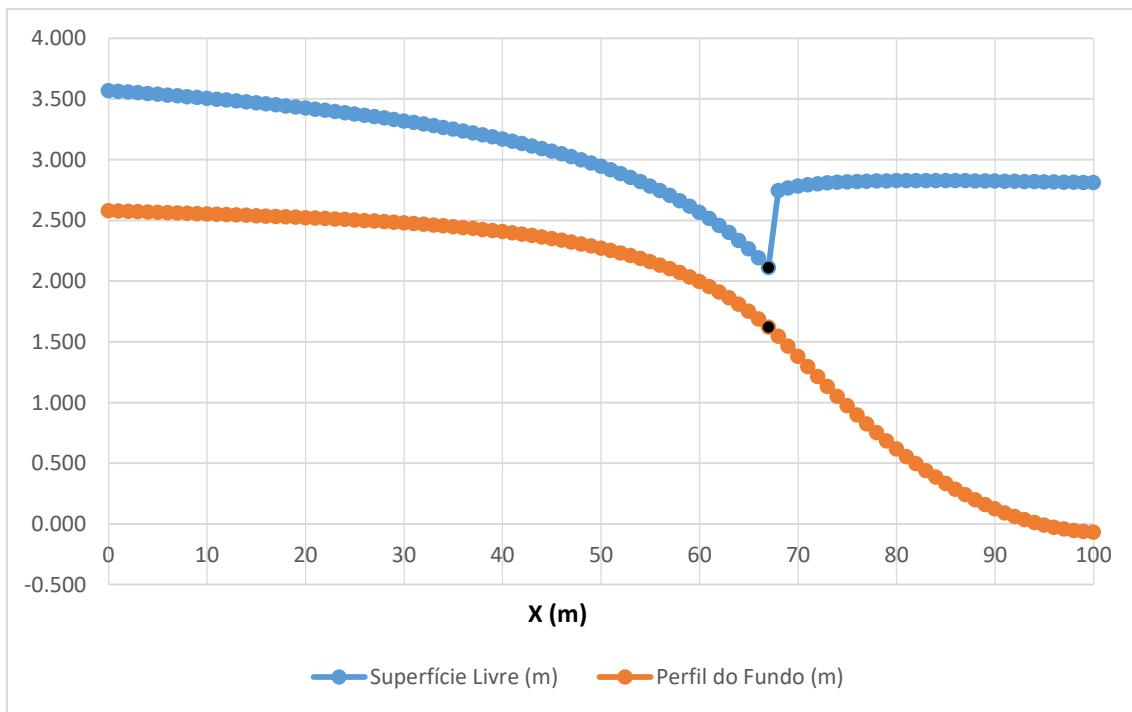


Figura 11 - Variação da altura do leito do canal e da superfície livre ao longo do comprimento do mesmo: 2 – A

5.3.2 Caso B

Tabela 8 - Valores dos dados de entrada e saída do programa: 2 – B

X (m)	Hi (m)	Ui (m/s)	Inclinação do Leito*50	Perfil do Fundo (m)	Superfície Livre (m)	W (m)	W (Watts)	Z
0	0.787	1.271	0.138	2.580	3.367	0.000	0.000	0
2	0.569	1.757	0.136	2.575	3.144	0.000	0.000	0
4	0.836	1.197	0.135	2.569	3.405	0.000	0.000	0
6	0.582	1.717	0.136	2.564	3.146	0.000	0.000	0
8	0.971	1.030	0.137	2.558	3.529	0.000	0.000	0
10	0.876	1.142	0.140	2.553	3.428	0.000	0.000	0
12	0.855	1.170	0.144	2.547	3.402	0.000	0.000	0
14	0.969	1.032	0.149	2.541	3.510	0.000	0.000	0
16	0.968	1.033	0.157	2.535	3.502	0.000	0.000	0
18	0.547	1.828	0.166	2.528	3.075	0.000	0.000	0
20	0.708	1.413	0.177	2.521	3.229	0.000	0.000	0
22	0.567	1.764	0.191	2.513	3.080	0.000	0.000	0
24	0.514	1.946	0.207	2.505	3.019	0.000	0.000	0
26	0.689	1.451	0.227	2.496	3.185	0.000	0.000	0
28	0.689	1.452	0.250	2.486	3.175	0.000	0.000	0
30	0.842	1.188	0.277	2.475	3.317	0.000	0.000	0
32	0.933	1.072	0.308	2.463	3.395	0.000	0.000	0
34	0.733	1.364	0.345	2.449	3.182	0.000	0.000	0
36	0.847	1.181	0.388	2.433	3.280	0.000	0.000	0
38	0.482	2.076	0.437	2.416	2.897	0.000	0.000	0
40	0.897	1.114	0.495	2.396	3.293	0.000	0.000	0
42	0.978	1.022	0.562	2.373	3.352	0.000	0.000	0
44	0.883	1.132	0.640	2.348	3.231	0.000	0.000	0
46	0.675	1.482	0.732	2.319	2.993	0.000	0.000	0
48	0.701	1.427	0.839	2.285	2.986	0.000	0.000	0
50	0.758	1.320	0.964	2.246	3.004	0.000	0.000	0
52	0.650	1.539	1.113	2.202	2.852	0.000	0.000	0
54	0.835	1.197	1.289	2.150	2.986	0.000	0.000	0
56	0.494	2.024	1.498	2.090	2.585	0.000	0.000	0
58	0.779	1.283	1.750	2.021	2.800	0.000	0.000	0
60	0.688	1.453	2.054	1.938	2.627	0.000	0.000	0
62	0.933	1.072	2.424	1.841	2.774	0.000	0.000	0
64	0.710	1.408	2.878	1.726	2.436	0.000	0.000	0
66	0.467	2.140	3.443	1.589	2.056	1.326	25,953.000	1
68	1.500	0.667	4.062	1.426	2.926	0.000	0.000	0
70	1.512	0.661	4.190	1.258	2.771	0.000	0.000	0
72	1.804	0.554	4.103	1.094	2.898	0.000	0.000	0

74	1.988	0.503	3.917	0.938	2.925	0.000	0.000	0
76	2.292	0.436	3.680	0.790	3.082	0.000	0.000	0
78	2.147	0.466	3.416	0.654	2.801	0.000	0.000	0
80	2.340	0.427	3.135	0.528	2.869	0.000	0.000	0
82	2.291	0.436	2.845	0.415	2.706	0.000	0.000	0
84	2.067	0.484	2.548	0.313	2.380	0.000	0.000	0
86	2.074	0.482	2.248	0.223	2.297	0.000	0.000	0
88	2.291	0.436	1.946	0.145	2.436	0.000	0.000	0
90	2.175	0.460	1.643	0.079	2.254	0.000	0.000	0
92	2.493	0.401	1.340	0.026	2.518	0.000	0.000	0
94	2.280	0.439	1.037	-0.016	2.264	0.000	0.000	0
96	2.490	0.402	0.734	-0.045	2.445	0.000	0.000	0
98	2.243	0.446	0.432	-0.062	2.181	0.000	0.000	0
100	2.879	0.347	0.131	-0.068	2.811	0.000	0.000	0

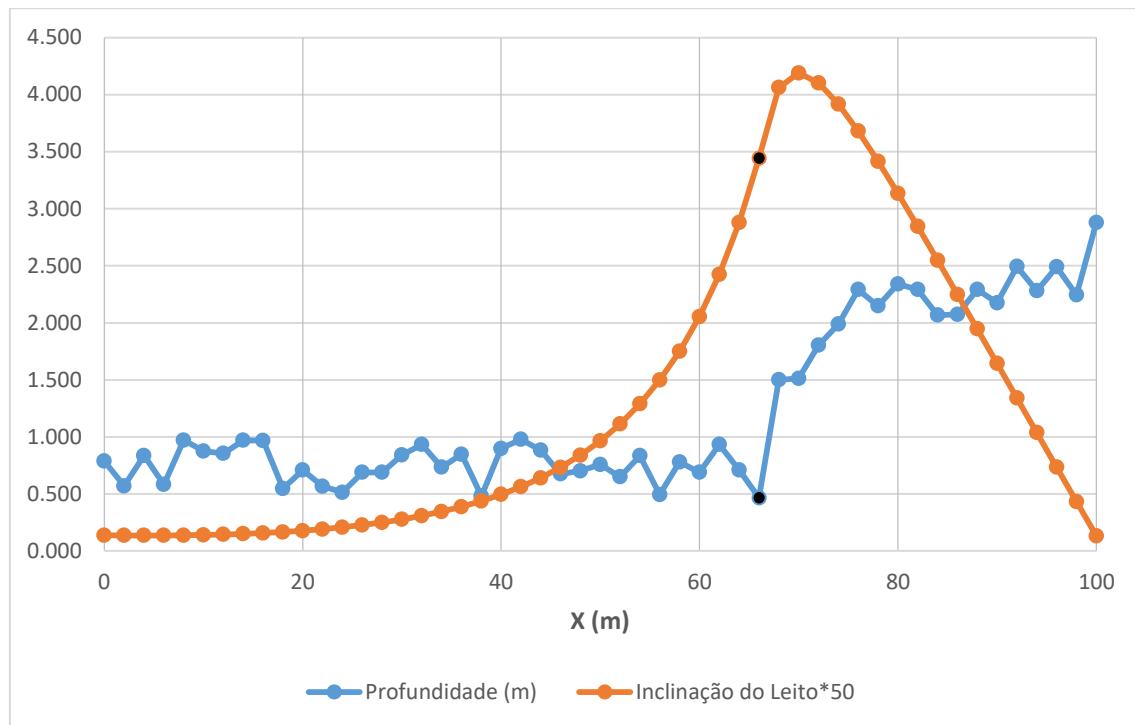


Figura 12 - Variação da profundidade de água e a inclinação do leito do canal ao longo do comprimento do mesmo: 2 – B

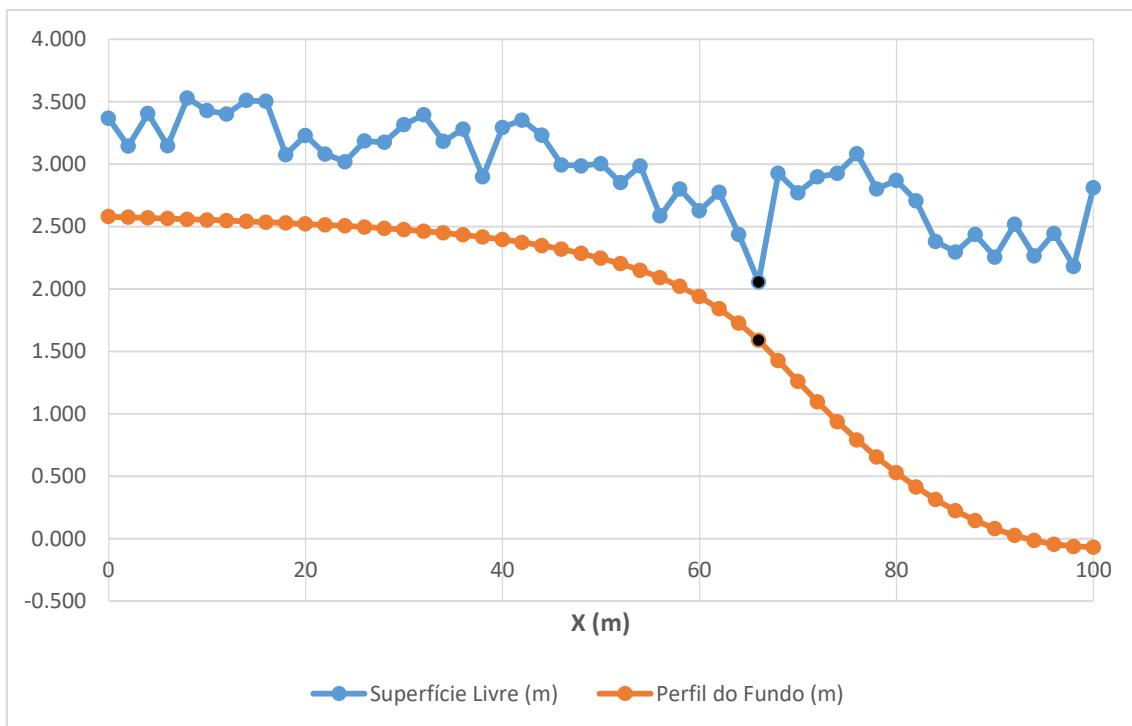


Figura 13 - Variação da altura do leito do canal e da superfície livre ao longo do comprimento do mesmo: 2 – B

5.3.3 Caso B'

Tabela 9 - Valores dos dados de entrada e saída do programa: 2 – B'

X (m)	Hi (m)	Ui (m/s)	Inclinação do Leito*50	Perfil do Fundo (m)	Superfície Livre (m)	W (m)	W (Watts)	Z
0	0.787	1.271	0.138	2.580	3.367	0.000	0.000	0
1	0.920	1.087	0.137	2.577	3.497	0.000	0.000	0
2	0.569	1.757	0.136	2.575	3.144	0.000	0.000	0
3	0.536	1.866	0.136	2.572	3.108	0.000	0.000	0
4	0.836	1.197	0.135	2.569	3.405	0.000	0.000	0
5	0.519	1.927	0.135	2.566	3.085	0.000	0.000	0
6	0.582	1.717	0.136	2.564	3.146	0.000	0.000	0
7	0.646	1.548	0.136	2.561	3.207	0.000	0.000	0
8	0.971	1.030	0.137	2.558	3.529	0.000	0.000	0
9	0.804	1.244	0.138	2.555	3.359	0.000	0.000	0
10	0.876	1.142	0.140	2.553	3.428	0.000	0.000	0
11	0.932	1.073	0.141	2.550	3.482	0.000	0.000	0
12	0.855	1.170	0.144	2.547	3.402	0.000	0.000	0
13	0.725	1.379	0.146	2.544	3.269	0.000	0.000	0
14	0.969	1.032	0.149	2.541	3.511	0.000	0.000	0

15	0.860	1.163	0.153	2.538	3.398	0.000	0.000	0
16	0.968	1.033	0.157	2.535	3.503	0.000	0.000	0
17	0.906	1.104	0.161	2.532	3.438	0.000	0.000	0
18	0.547	1.828	0.166	2.529	3.076	0.000	0.000	0
19	0.835	1.198	0.171	2.526	3.361	0.000	0.000	0
20	0.708	1.413	0.177	2.522	3.230	0.000	0.000	0
21	0.781	1.281	0.184	2.519	3.299	0.000	0.000	0
22	0.567	1.764	0.191	2.515	3.082	0.000	0.000	0
23	0.881	1.135	0.199	2.511	3.392	0.000	0.000	0
24	0.514	1.946	0.207	2.507	3.021	0.000	0.000	0
25	0.829	1.206	0.217	2.503	3.332	0.000	0.000	0
26	0.689	1.451	0.227	2.499	3.188	0.000	0.000	0
27	0.573	1.745	0.238	2.494	3.067	0.000	0.000	0
28	0.689	1.452	0.250	2.489	3.178	0.000	0.000	0
29	0.890	1.124	0.263	2.484	3.374	0.000	0.000	0
30	0.842	1.188	0.277	2.479	3.321	0.000	0.000	0
31	0.908	1.101	0.292	2.474	3.382	0.000	0.000	0
32	0.933	1.072	0.308	2.468	3.401	0.000	0.000	0
33	0.494	2.023	0.326	2.462	2.956	0.000	0.000	0
34	0.733	1.364	0.345	2.455	3.188	0.000	0.000	0
35	0.601	1.663	0.366	2.448	3.050	0.000	0.000	0
36	0.847	1.181	0.388	2.441	3.288	0.000	0.000	0
37	0.661	1.512	0.412	2.433	3.095	0.000	0.000	0
38	0.482	2.076	0.437	2.425	2.907	0.000	0.000	0
39	0.870	1.149	0.465	2.416	3.286	0.000	0.000	0
40	0.897	1.114	0.495	2.407	3.304	0.000	0.000	0
41	0.940	1.064	0.527	2.397	3.337	0.000	0.000	0
42	0.978	1.022	0.562	2.386	3.365	0.000	0.000	0
43	0.529	1.890	0.600	2.375	2.904	0.000	0.000	0
44	0.883	1.132	0.640	2.363	3.246	0.000	0.000	0
45	1.000	1.000	0.684	2.350	3.350	0.000	0.000	0
46	0.675	1.482	0.732	2.337	3.011	0.000	0.000	0
47	0.953	1.049	0.783	2.322	3.275	0.000	0.000	0
48	0.701	1.427	0.839	2.306	3.007	0.000	0.000	0
49	0.865	1.156	0.899	2.290	3.155	0.000	0.000	0
50	0.758	1.320	0.964	2.272	3.029	0.000	0.000	0
51	0.636	1.572	1.035	2.252	2.888	0.000	0.000	0
52	0.650	1.539	1.113	2.232	2.881	0.000	0.000	0
53	0.547	1.827	1.197	2.209	2.757	0.000	0.000	0
54	0.835	1.197	1.289	2.185	3.021	0.000	0.000	0
55	0.914	1.094	1.389	2.160	3.073	0.000	0.000	0
56	0.494	2.024	1.498	2.132	2.626	0.000	0.000	0
57	0.973	1.028	1.618	2.102	3.075	0.000	0.000	0
58	0.779	1.283	1.750	2.070	2.849	0.000	0.000	0

59	0.853	1.172	1.894	2.035	2.888	0.000	0.000	0
60	0.688	1.453	2.054	1.997	2.685	0.000	0.000	0
61	0.568	1.762	2.229	1.956	2.523	0.000	0.000	0
62	0.933	1.072	2.424	1.911	2.844	0.000	0.000	0
63	0.794	1.260	2.639	1.863	2.656	0.000	0.000	0
64	0.600	1.667	2.878	1.810	2.410	0.000	0.000	0
65	0.480	2.083	3.145	1.752	2.232	0.547	10,718.554	1
66	1.200	0.833	3.443	1.689	2.889	0.000	0.000	0
67	1.210	0.826	3.777	1.620	2.830	0.000	0.000	0
68	1.381	0.724	4.062	1.545	2.926	0.000	0.000	0
69	1.414	0.707	4.165	1.464	2.877	0.000	0.000	0
70	1.512	0.661	4.190	1.380	2.893	0.000	0.000	0
71	1.787	0.559	4.164	1.297	3.084	0.000	0.000	0
72	1.804	0.554	4.103	1.213	3.017	0.000	0.000	0
73	1.940	0.515	4.018	1.131	3.071	0.000	0.000	0
74	1.988	0.503	3.917	1.051	3.038	0.000	0.000	0
75	2.266	0.441	3.803	0.973	3.238	0.000	0.000	0
76	2.292	0.436	3.680	0.896	3.188	0.000	0.000	0
77	2.285	0.438	3.550	0.823	3.108	0.000	0.000	0
78	2.147	0.466	3.416	0.752	2.899	0.000	0.000	0
79	2.358	0.424	3.277	0.684	3.042	0.000	0.000	0
80	2.340	0.427	3.135	0.618	2.958	0.000	0.000	0
81	2.268	0.441	2.991	0.555	2.823	0.000	0.000	0
82	2.291	0.436	2.845	0.495	2.787	0.000	0.000	0
83	2.212	0.452	2.697	0.439	2.650	0.000	0.000	0
84	2.067	0.484	2.548	0.385	2.452	0.000	0.000	0
85	2.200	0.455	2.399	0.334	2.534	0.000	0.000	0
86	2.074	0.482	2.248	0.286	2.360	0.000	0.000	0
87	2.261	0.442	2.098	0.241	2.502	0.000	0.000	0
88	2.291	0.436	1.946	0.199	2.490	0.000	0.000	0
89	2.331	0.429	1.795	0.160	2.490	0.000	0.000	0
90	2.175	0.460	1.643	0.124	2.299	0.000	0.000	0
91	2.258	0.443	1.492	0.091	2.349	0.000	0.000	0
92	2.493	0.401	1.340	0.061	2.554	0.000	0.000	0
93	2.314	0.432	1.188	0.034	2.349	0.000	0.000	0
94	2.280	0.439	1.037	0.011	2.291	0.000	0.000	0
95	2.130	0.469	0.885	-0.010	2.120	0.000	0.000	0
96	2.490	0.402	0.734	-0.028	2.462	0.000	0.000	0
97	2.180	0.459	0.583	-0.042	2.137	0.000	0.000	0
98	2.243	0.446	0.432	-0.054	2.189	0.000	0.000	0
99	2.450	0.408	0.281	-0.063	2.387	0.000	0.000	0
100	2.879	0.347	0.131	-0.068	2.810	0.000	0.000	0

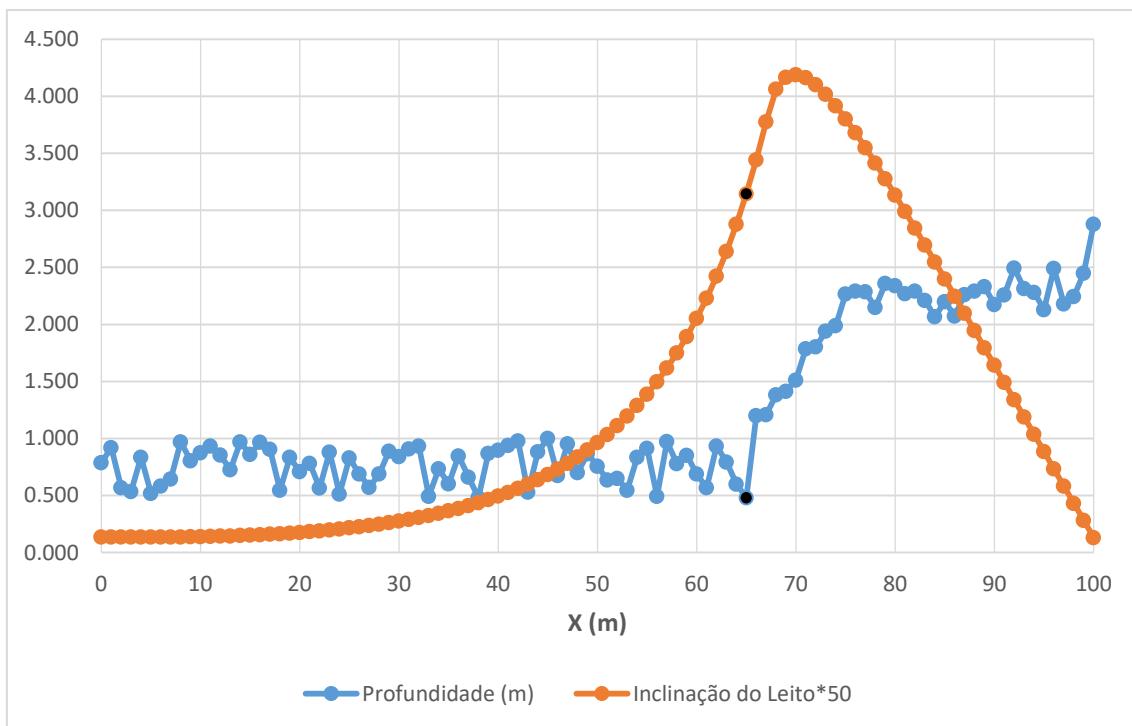


Figura 14 - Variação da profundidade de água e a inclinação do leito do canal ao longo do comprimento do mesmo: 2 – B'

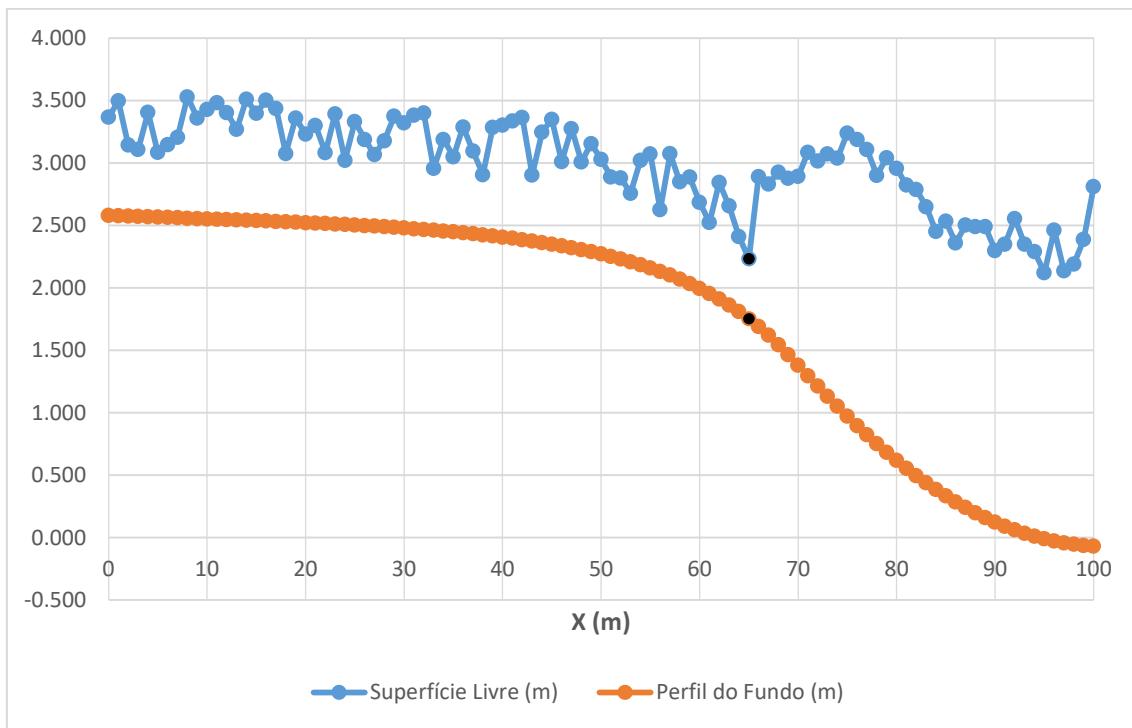
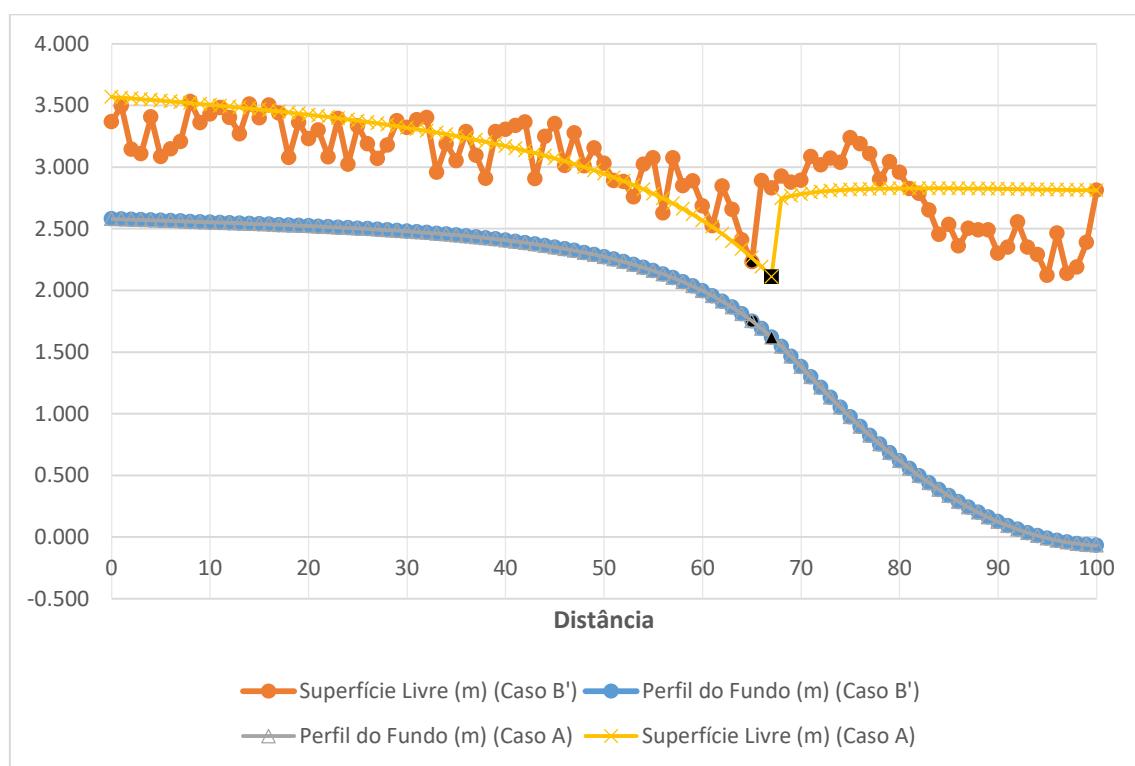
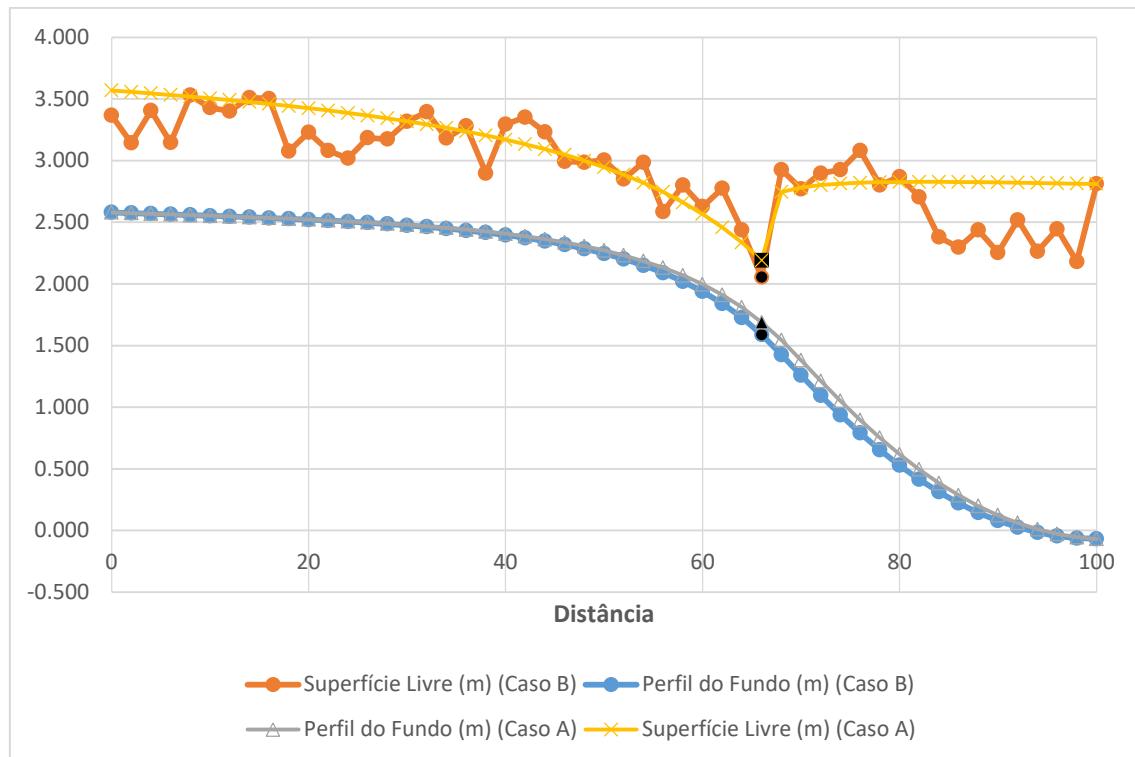


Figura 15 - Variação da altura do leito do canal e da superfície livre ao longo do comprimento do mesmo: 2 – B'

5.3.4 Comparação Entre os Casos



5.4 PROBLEMA DE TESTE 3

5.4.1 Caso A

Tabela 10 - Valores dos dados de entrada e saída do programa: 3 – A

X (m)	Hi (m)	Ui (m/s)	Inclinação do Leito*100	Perfil do Fundo (m)	Superfície Livre (m)	W (m)	W (Watts)	Z
0	0.000	0.000	0.000	7.000	7.000	0.000	0.000	0
50	1.202	1.664	0.350	6.930	8.132	0.000	0.000	0
100	1.272	1.572	0.297	6.871	8.142	0.000	0.000	0
150	1.327	1.507	0.246	6.821	8.149	0.000	0.000	0
200	1.363	1.468	0.196	6.782	8.145	0.000	0.000	0
250	1.375	1.455	0.151	6.752	8.127	0.000	0.000	0
300	1.363	1.468	0.115	6.729	8.092	0.000	0.000	0
350	1.327	1.507	0.093	6.710	8.038	0.000	0.000	0
400	1.272	1.572	0.093	6.692	7.964	0.000	0.000	0
450	1.202	1.664	0.121	6.668	7.870	0.000	0.000	0
500	1.125	1.778	0.182	6.631	7.756	0.000	0.000	0
550	1.048	1.909	0.276	6.576	7.624	0.000	0.000	0
600	0.978	2.045	0.397	6.496	7.474	0.000	0.000	0
650	0.923	2.167	0.525	6.391	7.314	0.000	0.000	0
700	0.887	2.254	0.629	6.266	7.153	0.000	0.000	0
750	0.875	2.286	0.680	6.130	7.005	0.000	0.000	0
800	0.887	2.254	0.669	5.996	6.883	0.000	0.000	0
850	0.923	2.167	0.614	5.873	6.796	0.000	0.000	0
900	0.978	2.045	0.541	5.765	6.743	0.000	0.000	0
950	1.048	1.909	0.469	5.671	6.719	0.000	0.000	0
1000	1.125	1.778	0.406	5.590	6.715	0.000	0.000	0
1050	1.202	1.664	0.350	5.520	6.722	0.000	0.000	0
1100	1.272	1.572	0.297	5.460	6.732	0.000	0.000	0
1150	1.327	1.507	0.246	5.411	6.738	0.000	0.000	0
1200	1.363	1.468	0.196	5.372	6.735	0.000	0.000	0
1250	1.375	1.455	0.151	5.342	6.717	0.000	0.000	0
1300	1.363	1.468	0.115	5.319	6.682	0.000	0.000	0
1350	1.327	1.507	0.093	5.300	6.627	0.000	0.000	0
1400	1.272	1.572	0.093	5.281	6.553	0.000	0.000	0
1450	1.202	1.664	0.121	5.257	6.459	0.000	0.000	0
1500	1.125	1.778	0.182	5.221	6.346	0.000	0.000	0
1550	1.048	1.909	0.276	5.165	6.213	0.000	0.000	0
1600	0.978	2.045	0.397	5.086	6.064	0.000	0.000	0
1650	0.923	2.167	0.525	4.981	5.904	0.000	0.000	0
1700	0.887	2.254	0.629	4.855	5.742	0.000	0.000	0

1750	0.875	2.286	0.680	4.719	5.594	0.000	0.000	0
1800	0.887	2.254	0.669	4.585	5.473	0.000	0.000	0
1850	0.923	2.167	0.614	4.463	5.385	0.000	0.000	0
1900	0.978	2.045	0.541	4.354	5.333	0.000	0.000	0
1950	1.048	1.909	0.469	4.261	5.308	0.000	0.000	0
2000	1.125	1.778	0.406	4.179	5.304	0.000	0.000	0
2050	1.202	1.664	0.350	4.109	5.312	0.000	0.000	0
2100	1.272	1.572	0.297	4.050	5.322	0.000	0.000	0
2150	1.327	1.507	0.246	4.001	5.328	0.000	0.000	0
2200	1.363	1.468	0.196	3.962	5.324	0.000	0.000	0
2250	1.375	1.455	0.151	3.931	5.306	0.000	0.000	0
2300	1.363	1.468	0.115	3.909	5.271	0.000	0.000	0
2350	1.327	1.507	0.093	3.890	5.217	0.000	0.000	0
2400	1.272	1.572	0.093	3.871	5.143	0.000	0.000	0
2450	1.202	1.664	0.121	3.847	5.049	0.000	0.000	0
2500	1.125	1.778	0.182	3.810	4.935	0.000	0.000	0
2550	1.048	1.909	0.276	3.755	4.803	0.000	0.000	0
2600	0.978	2.045	0.397	3.676	4.654	0.000	0.000	0
2650	0.923	2.167	0.525	3.571	4.493	0.000	0.000	0
2700	0.887	2.254	0.629	3.445	4.332	0.000	0.000	0
2750	0.875	2.286	0.680	3.309	4.184	0.000	0.000	0
2800	0.887	2.254	0.669	3.175	4.062	0.000	0.000	0
2850	0.923	2.167	0.614	3.052	3.975	0.000	0.000	0
2900	0.978	2.045	0.541	2.944	3.922	0.000	0.000	0
2950	1.048	1.909	0.469	2.850	3.898	0.000	0.000	0
3000	1.125	1.778	0.406	2.769	3.894	0.000	0.000	0
3050	1.202	1.664	0.350	2.699	3.901	0.000	0.000	0
3100	1.272	1.572	0.297	2.640	3.912	0.000	0.000	0
3150	1.327	1.507	0.246	2.590	3.918	0.000	0.000	0
3200	1.363	1.468	0.196	2.551	3.914	0.000	0.000	0
3250	1.375	1.455	0.151	2.521	3.896	0.000	0.000	0
3300	1.363	1.468	0.115	2.498	3.861	0.000	0.000	0
3350	1.327	1.507	0.093	2.480	3.807	0.000	0.000	0
3400	1.272	1.572	0.093	2.461	3.733	0.000	0.000	0
3450	1.202	1.664	0.121	2.437	3.639	0.000	0.000	0
3500	1.125	1.778	0.182	2.400	3.525	0.000	0.000	0
3550	1.048	1.909	0.276	2.345	3.393	0.000	0.000	0
3600	0.978	2.045	0.397	2.265	3.243	0.000	0.000	0
3650	0.923	2.167	0.525	2.160	3.083	0.000	0.000	0
3700	0.887	2.254	0.629	2.035	2.922	0.000	0.000	0
3750	0.875	2.286	0.680	1.899	2.774	0.361	70,786.000	1
3800	0.887	2.254	0.669	1.765	2.652	0.000	0.000	0
3850	0.923	2.167	0.614	1.642	2.565	0.000	0.000	0
3900	0.978	2.045	0.541	1.534	2.512	0.000	0.000	0
3950	1.048	1.909	0.469	1.440	2.488	0.000	0.000	0

4000	1.125	1.778	0.406	1.359	2.484	0.000	0.000	0
4050	1.202	1.664	0.350	1.289	2.491	0.000	0.000	0
4100	1.272	1.572	0.297	1.229	2.501	0.000	0.000	0
4150	1.327	1.507	0.246	1.180	2.507	0.000	0.000	0
4200	1.363	1.468	0.196	1.141	2.504	0.000	0.000	0
4250	1.375	1.455	0.151	1.111	2.486	0.000	0.000	0
4300	1.363	1.468	0.115	1.088	2.451	0.000	0.000	0
4350	1.327	1.507	0.093	1.069	2.397	0.000	0.000	0
4400	1.272	1.572	0.093	1.051	2.323	0.000	0.000	0
4450	1.202	1.664	0.121	1.026	2.229	0.000	0.000	0
4500	1.125	1.778	0.182	0.990	2.115	0.000	0.000	0
4550	1.048	1.909	0.276	0.935	1.982	0.000	0.000	0
4600	0.978	2.045	0.397	0.855	1.833	0.000	0.000	0
4650	0.923	2.167	0.525	0.750	1.673	0.000	0.000	0
4700	0.887	2.254	0.629	0.624	1.512	0.000	0.000	0
4750	0.875	2.286	0.680	0.488	1.363	0.000	0.000	0
4800	0.887	2.254	0.669	0.355	1.242	0.000	0.000	0
4850	0.923	2.167	0.614	0.232	1.154	0.000	0.000	0
4900	0.978	2.045	0.541	0.124	1.102	0.000	0.000	0
4950	1.048	1.909	0.469	0.030	1.077	0.000	0.000	0
5000	1.125	1.778	0.406	-0.052	1.073	0.000	0.000	0

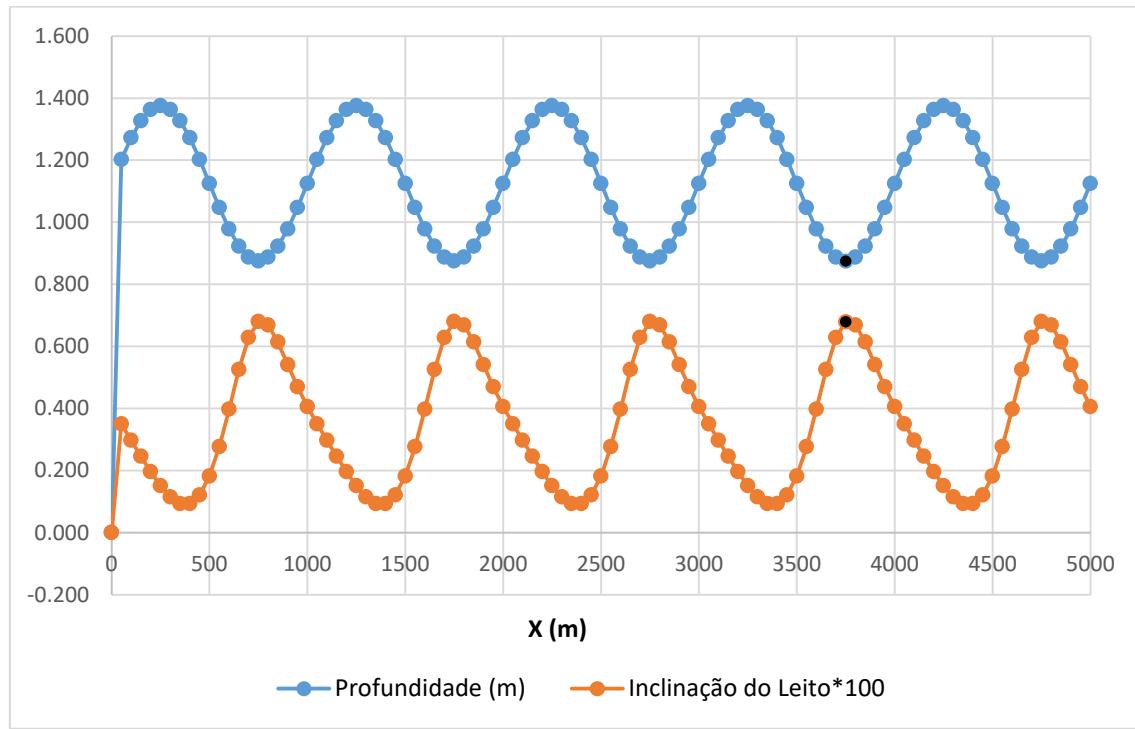


Figura 18 - Variação da profundidade de água e a inclinação do leito do canal ao longo do comprimento do mesmo:
3 – A

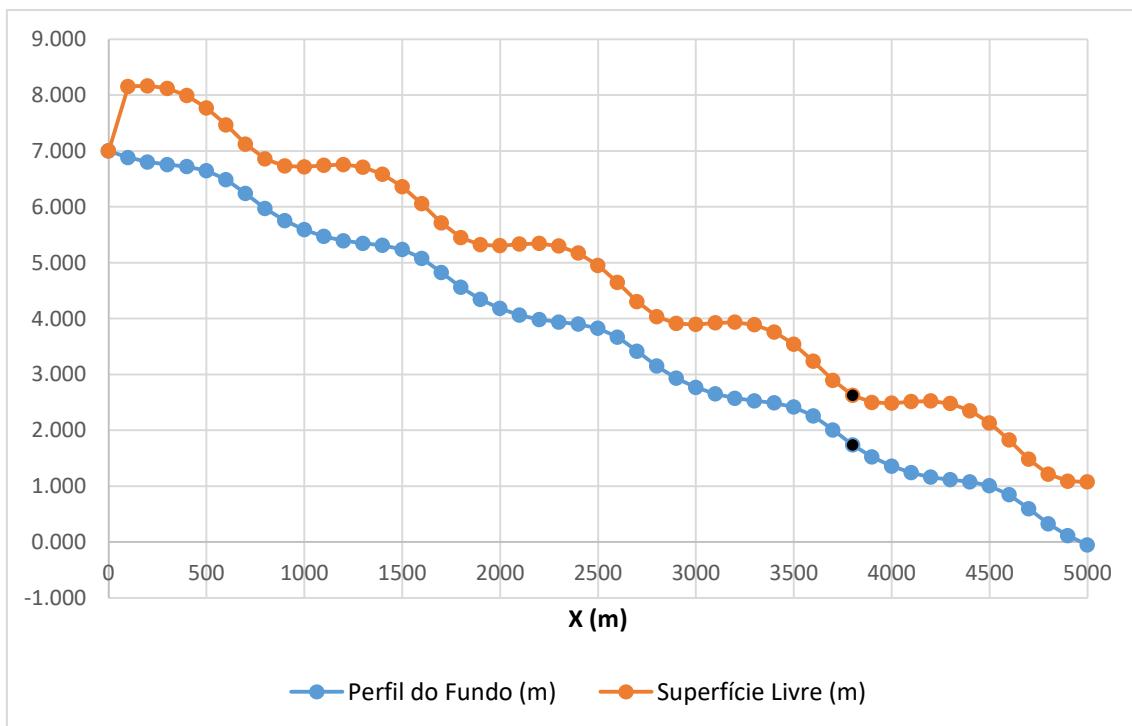


Figura 19 - Variação da altura do leito do canal e da superfície livre ao longo do comprimento do mesmo: 3 – A

5.4.2 Caso B

Tabela 11 - Valores dos dados de entrada e saída do programa: 3 – B

X (m)	Hi (m)	Ui (m/s)	Inclinação do Leito *100	Perfil do Fundo (m)	Superfície Livre (m)	W (m)	W (Watts)	Z
0	0.915	2.185	0.000	7.000	7.915	0.000	0.000	0
100	1.275	1.569	0.297	6.881	8.156	0.000	0.000	0
200	0.849	2.355	0.196	6.803	7.652	0.000	0.000	0
300	0.942	2.123	0.115	6.757	7.699	0.000	0.000	0
400	0.872	2.295	0.093	6.720	7.591	0.000	0.000	0
500	1.173	1.705	0.182	6.647	7.819	0.000	0.000	0
600	1.102	1.814	0.397	6.488	7.590	0.000	0.000	0
700	0.955	2.094	0.629	6.236	7.191	0.000	0.000	0
800	1.153	1.735	0.669	5.968	7.122	0.000	0.000	0
900	1.231	1.625	0.541	5.752	6.983	0.000	0.000	0
1000	0.979	2.043	0.406	5.590	6.569	0.000	0.000	0
1100	1.102	1.814	0.297	5.471	6.573	0.000	0.000	0
1200	1.079	1.853	0.196	5.392	6.472	0.000	0.000	0
1300	1.091	1.833	0.115	5.347	6.438	0.000	0.000	0
1400	1.179	1.696	0.093	5.309	6.489	0.000	0.000	0
1500	0.980	2.040	0.182	5.236	6.217	0.000	0.000	0

1600	0.753	2.657	0.397	5.077	5.830	0.000	0.000	0
1700	1.090	1.835	0.629	4.826	5.916	0.000	0.000	0
1800	0.744	2.690	0.669	4.558	5.302	0.000	0.000	0
1900	1.262	1.585	0.541	4.342	5.604	0.000	0.000	0
2000	1.500	1.333	0.406	4.179	5.679	0.000	0.000	0
2100	1.450	1.379	0.297	4.060	5.511	0.000	0.000	0
2200	0.975	2.051	0.196	3.982	4.957	0.000	0.000	0
2300	1.080	1.851	0.115	3.936	5.017	0.000	0.000	0
2400	1.446	1.384	0.093	3.899	5.345	0.000	0.000	0
2500	1.013	1.975	0.182	3.826	4.839	0.000	0.000	0
2600	1.445	1.384	0.397	3.667	5.113	0.000	0.000	0
2700	1.322	1.513	0.629	3.416	4.737	0.000	0.000	0
2800	0.825	2.426	0.669	3.148	3.972	0.000	0.000	0
2900	1.468	1.362	0.541	2.932	4.400	0.000	0.000	0
3000	0.858	2.330	0.406	2.769	3.627	0.000	0.000	0
3100	1.430	1.399	0.297	2.650	4.080	0.000	0.000	0
3200	1.178	1.698	0.196	2.572	3.750	0.000	0.000	0
3300	1.055	1.896	0.115	2.526	3.581	0.000	0.000	0
3400	1.274	1.570	0.093	2.489	3.762	0.000	0.000	0
3500	1.500	1.333	0.182	2.416	3.916	0.000	0.000	0
3600	1.309	1.528	0.397	2.257	3.565	0.000	0.000	0
3700	1.205	1.660	0.629	2.005	3.210	0.000	0.000	0
3800	1.336	1.497	0.669	1.738	3.073	0.000	0.000	0
3900	1.093	1.830	0.541	1.521	2.614	0.000	0.000	0
4000	1.500	1.333	0.406	1.359	2.859	0.000	0.000	0
4100	0.742	2.695	0.297	1.240	1.982	1.193	233,594.000	1
4200	1.133	1.765	0.196	1.161	2.294	0.000	0.000	0
4300	0.787	2.542	0.115	1.116	1.903	0.000	0.000	0
4400	0.946	2.113	0.093	1.078	2.025	0.000	0.000	0
4500	0.858	2.330	0.182	1.005	1.864	0.000	0.000	0
4600	1.500	1.333	0.397	0.847	2.347	0.000	0.000	0
4700	1.500	1.333	0.629	0.595	2.095	0.000	0.000	0
4800	1.142	1.751	0.669	0.327	1.470	0.000	0.000	0
4900	1.495	1.338	0.541	0.111	1.606	0.000	0.000	0
5000	1.125	1.778	0.406	-0.052	1.073	0.000	0.000	0

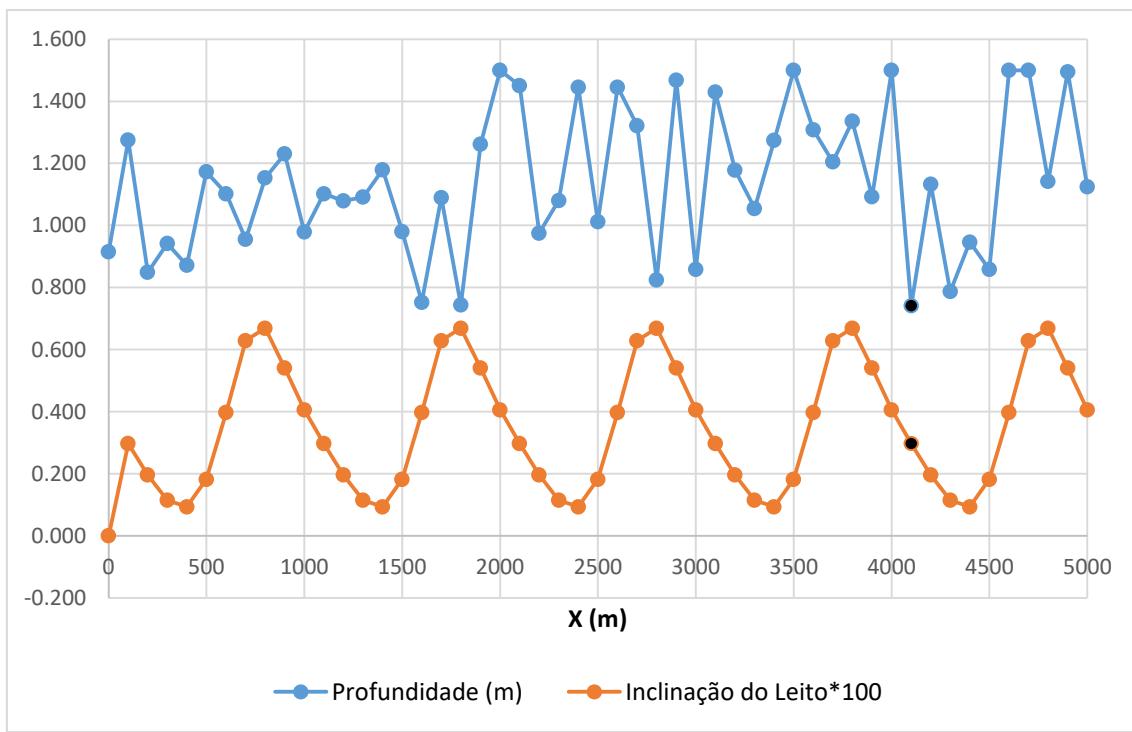


Figura 20 - Variação da profundidade de água e a inclinação do leito do canal ao longo do comprimento do mesmo: 3 – B

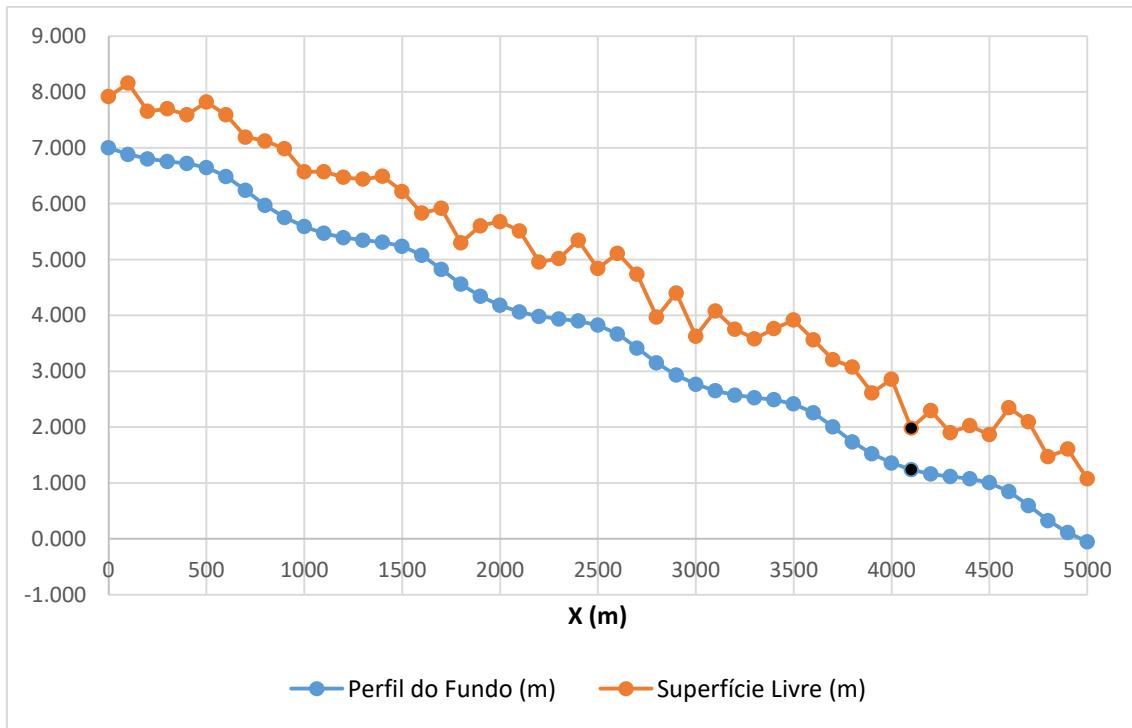


Figura 21 - Variação da altura do leito do canal e da superfície livre ao longo do comprimento do mesmo: 3 – B

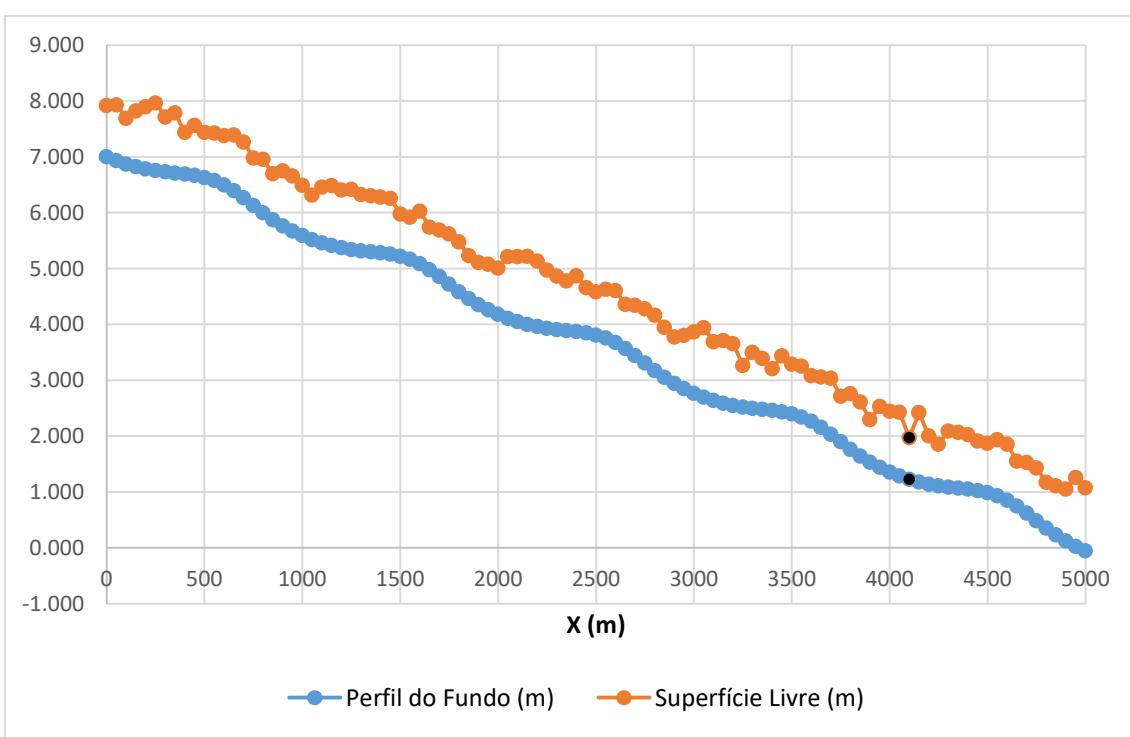
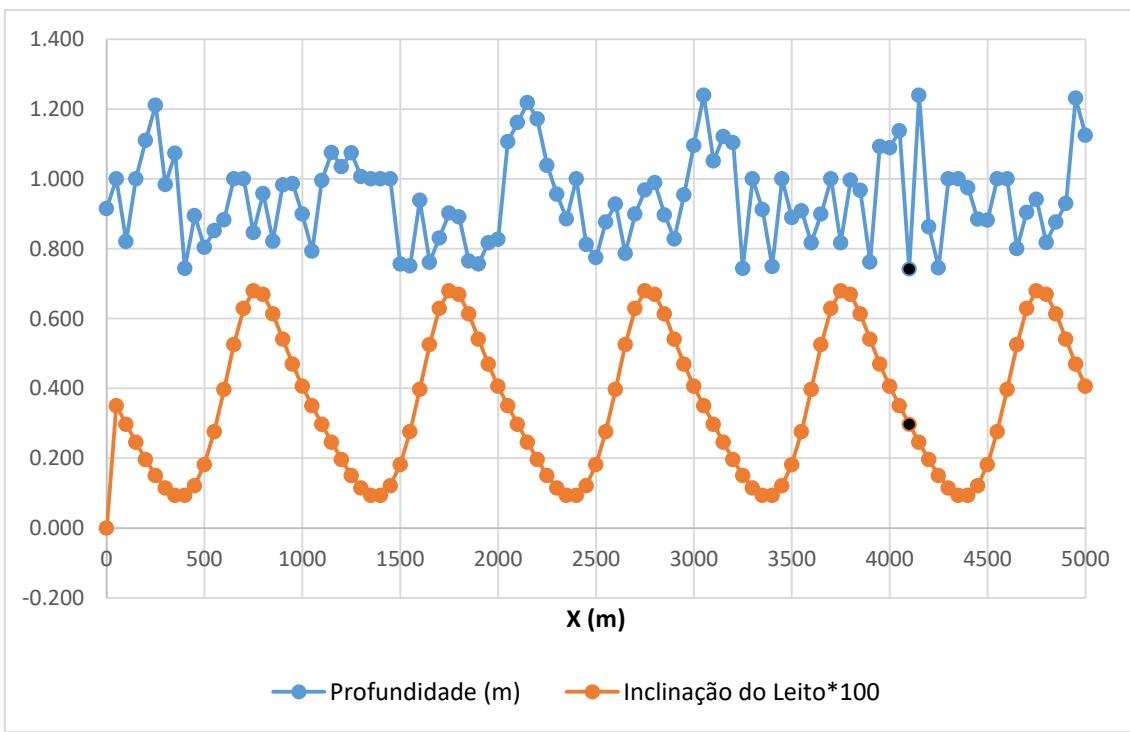
5.4.3 Caso B'

Tabela 12 - Valores dos dados de entrada e saída do programa: 3 – B'

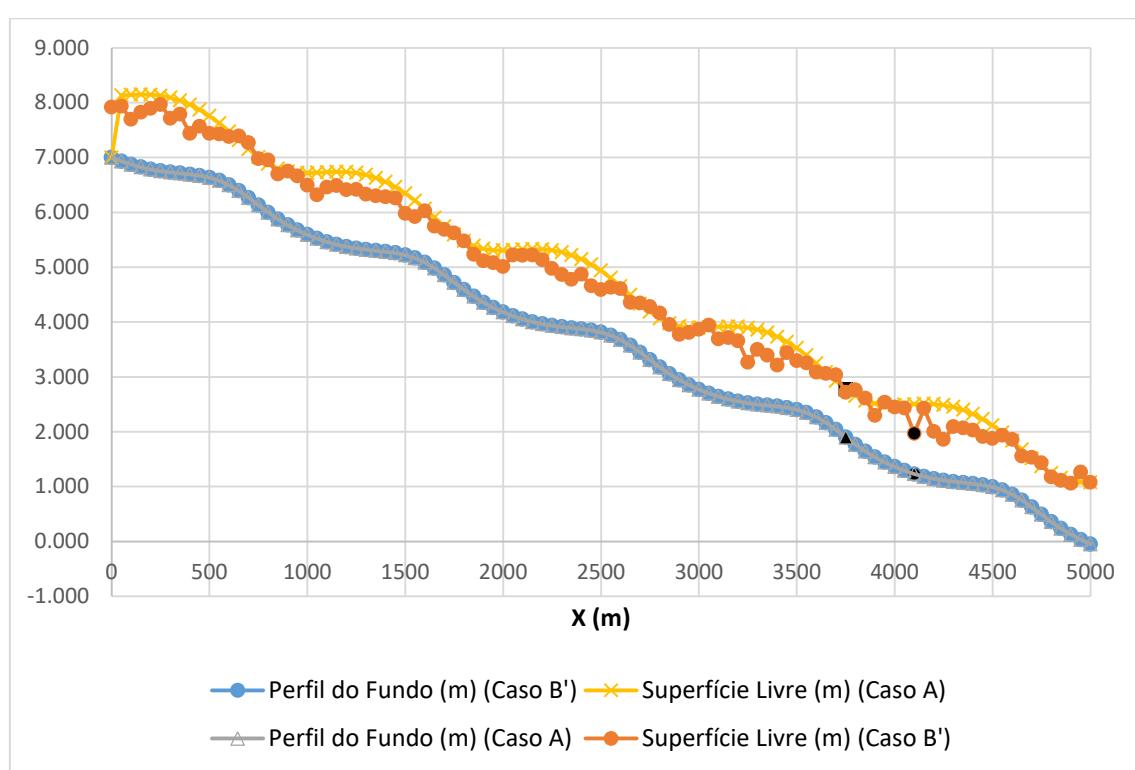
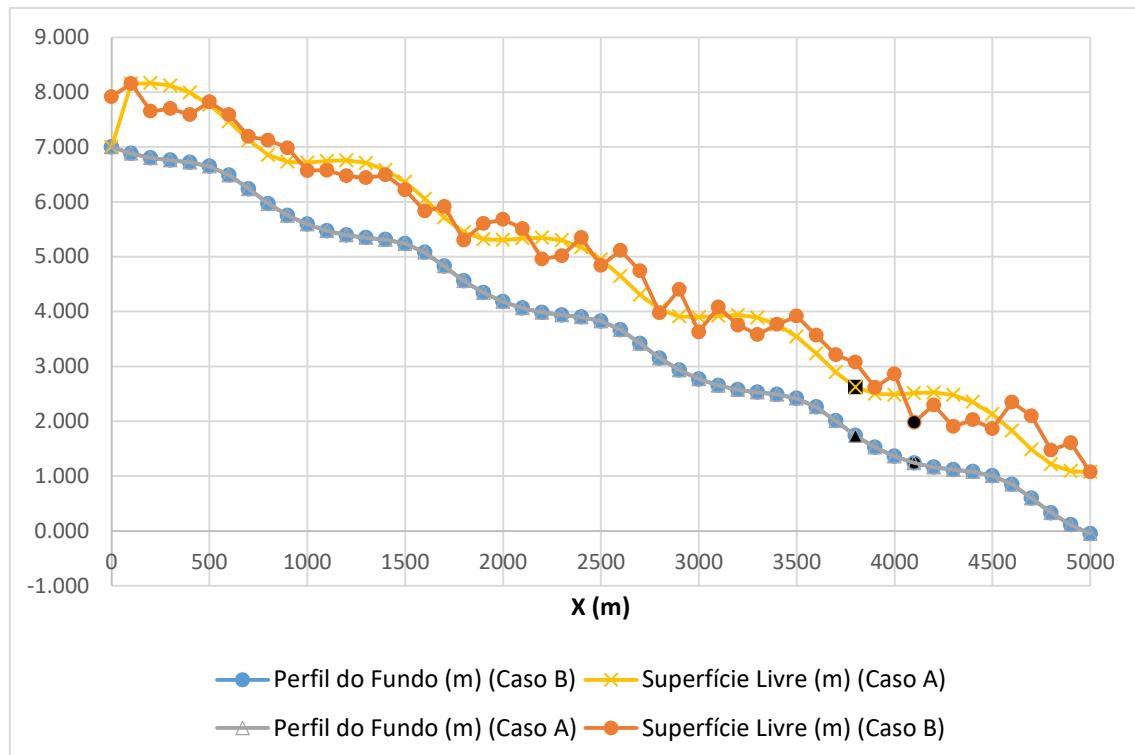
X (m)	Hi (m)	Ui (m/s)	Inclinação do Leito*100	Perfil do Fundo (m)	Superfície Livre (m)	W (m)	W (Watts)	Z
0	0.915	2.185	0.000	7.000	7.915	0.000	0.000	0
50	1.000	2.000	0.350	6.930	7.930	0.000	0.000	0
100	0.821	2.436	0.297	6.871	7.691	0.000	0.000	0
150	1.000	2.000	0.246	6.821	7.821	0.000	0.000	0
200	1.110	1.801	0.196	6.782	7.893	0.000	0.000	0
250	1.211	1.651	0.151	6.752	7.963	0.000	0.000	0
300	0.983	2.034	0.115	6.729	7.713	0.000	0.000	0
350	1.073	1.863	0.093	6.710	7.784	0.000	0.000	0
400	0.744	2.688	0.093	6.692	7.436	0.000	0.000	0
450	0.895	2.234	0.121	6.668	7.563	0.000	0.000	0
500	0.804	2.488	0.182	6.631	7.435	0.000	0.000	0
550	0.851	2.349	0.276	6.576	7.427	0.000	0.000	0
600	0.883	2.264	0.397	6.496	7.380	0.000	0.000	0
650	1.000	2.000	0.525	6.391	7.391	0.000	0.000	0
700	1.000	2.000	0.629	6.266	7.266	0.000	0.000	0
750	0.847	2.363	0.680	6.130	6.976	0.000	0.000	0
800	0.958	2.087	0.669	5.996	6.954	0.000	0.000	0
850	0.822	2.433	0.614	5.873	6.695	0.000	0.000	0
900	0.983	2.035	0.541	5.765	6.748	0.000	0.000	0
950	0.987	2.026	0.469	5.671	6.658	0.000	0.000	0
1000	0.899	2.224	0.406	5.590	6.489	0.000	0.000	0
1050	0.793	2.521	0.350	5.520	6.313	0.000	0.000	0
1100	0.996	2.008	0.297	5.460	6.456	0.000	0.000	0
1150	1.076	1.860	0.246	5.411	6.487	0.000	0.000	0
1200	1.035	1.932	0.196	5.372	6.407	0.000	0.000	0
1250	1.074	1.862	0.151	5.342	6.416	0.000	0.000	0
1300	1.007	1.987	0.115	5.319	6.326	0.000	0.000	0
1350	1.000	2.000	0.093	5.300	6.300	0.000	0.000	0
1400	1.000	2.000	0.093	5.281	6.281	0.000	0.000	0
1450	1.000	2.000	0.121	5.257	6.257	0.000	0.000	0
1500	0.756	2.645	0.182	5.221	5.977	0.000	0.000	0
1550	0.751	2.663	0.276	5.165	5.917	0.000	0.000	0
1600	0.939	2.130	0.397	5.086	6.025	0.000	0.000	0
1650	0.761	2.627	0.525	4.981	5.742	0.000	0.000	0
1700	0.831	2.407	0.629	4.855	5.686	0.000	0.000	0
1750	0.902	2.217	0.680	4.719	5.621	0.000	0.000	0
1800	0.891	2.244	0.669	4.585	5.477	0.000	0.000	0

1850	0.765	2.615	0.614	4.463	5.228	0.000	0.000	0
1900	0.756	2.645	0.541	4.354	5.111	0.000	0.000	0
1950	0.817	2.447	0.469	4.261	5.078	0.000	0.000	0
2000	0.827	2.417	0.406	4.179	5.007	0.000	0.000	0
2050	1.107	1.807	0.350	4.109	5.216	0.000	0.000	0
2100	1.162	1.722	0.297	4.050	5.212	0.000	0.000	0
2150	1.218	1.642	0.246	4.001	5.219	0.000	0.000	0
2200	1.172	1.707	0.196	3.962	5.133	0.000	0.000	0
2250	1.039	1.925	0.151	3.931	4.970	0.000	0.000	0
2300	0.957	2.090	0.115	3.909	4.865	0.000	0.000	0
2350	0.886	2.259	0.093	3.890	4.775	0.000	0.000	0
2400	1.000	2.000	0.093	3.871	4.871	0.000	0.000	0
2450	0.813	2.461	0.121	3.847	4.660	0.000	0.000	0
2500	0.775	2.582	0.182	3.810	4.585	0.000	0.000	0
2550	0.876	2.283	0.276	3.755	4.631	0.000	0.000	0
2600	0.928	2.156	0.397	3.676	4.603	0.000	0.000	0
2650	0.787	2.543	0.525	3.571	4.357	0.000	0.000	0
2700	0.899	2.224	0.629	3.445	4.344	0.000	0.000	0
2750	0.968	2.066	0.680	3.309	4.277	0.000	0.000	0
2800	0.989	2.022	0.669	3.175	4.164	0.000	0.000	0
2850	0.897	2.229	0.614	3.052	3.950	0.000	0.000	0
2900	0.828	2.414	0.541	2.944	3.773	0.000	0.000	0
2950	0.955	2.095	0.469	2.850	3.805	0.000	0.000	0
3000	1.095	1.826	0.406	2.769	3.864	0.000	0.000	0
3050	1.240	1.613	0.350	2.699	3.939	0.000	0.000	0
3100	1.052	1.902	0.297	2.640	3.691	0.000	0.000	0
3150	1.121	1.784	0.246	2.590	3.711	0.000	0.000	0
3200	1.104	1.811	0.196	2.551	3.656	0.000	0.000	0
3250	0.744	2.688	0.151	2.521	3.265	0.000	0.000	0
3300	1.000	2.000	0.115	2.498	3.498	0.000	0.000	0
3350	0.912	2.192	0.093	2.480	3.392	0.000	0.000	0
3400	0.750	2.668	0.093	2.461	3.210	0.000	0.000	0
3450	1.000	2.000	0.121	2.437	3.437	0.000	0.000	0
3500	0.889	2.249	0.182	2.400	3.290	0.000	0.000	0
3550	0.908	2.202	0.276	2.345	3.253	0.000	0.000	0
3600	0.817	2.447	0.397	2.265	3.083	0.000	0.000	0
3650	0.899	2.224	0.525	2.160	3.060	0.000	0.000	0
3700	1.000	2.000	0.629	2.035	3.035	0.000	0.000	0
3750	0.817	2.449	0.680	1.899	2.715	0.000	0.000	0
3800	0.996	2.007	0.669	1.765	2.761	0.000	0.000	0
3850	0.967	2.068	0.614	1.642	2.609	0.000	0.000	0
3900	0.762	2.623	0.541	1.534	2.296	0.000	0.000	0
3950	1.093	1.829	0.469	1.440	2.533	0.000	0.000	0
4000	1.089	1.836	0.406	1.359	2.448	0.000	0.000	0

4050	1.138	1.758	0.350	1.289	2.427	0.000	0.000	0
4100	0.742	2.696	0.297	1.229	1.971	0.744	145,764.815	0
4150	1.240	1.613	0.246	1.180	2.420	0.000	0.000	0
4200	0.863	2.317	0.196	1.141	2.004	0.000	0.000	0
4250	0.746	2.682	0.151	1.111	1.857	0.000	0.000	0
4300	1.000	2.000	0.115	1.088	2.088	0.000	0.000	0
4350	1.000	2.000	0.093	1.069	2.069	0.000	0.000	0
4400	0.974	2.053	0.093	1.051	2.025	0.000	0.000	0
4450	0.885	2.261	0.121	1.026	1.911	0.000	0.000	0
4500	0.882	2.268	0.182	0.990	1.872	0.000	0.000	0
4550	1.000	2.000	0.276	0.935	1.935	0.000	0.000	0
4600	1.000	2.000	0.397	0.855	1.855	0.000	0.000	0
4650	0.801	2.497	0.525	0.750	1.551	0.000	0.000	0
4700	0.904	2.212	0.629	0.624	1.529	0.000	0.000	0
4750	0.942	2.124	0.680	0.488	1.430	0.000	0.000	0
4800	0.818	2.444	0.669	0.355	1.173	0.000	0.000	0
4850	0.876	2.282	0.614	0.232	1.108	0.000	0.000	0
4900	0.930	2.150	0.541	0.124	1.054	0.000	0.000	0
4950	1.231	1.624	0.469	0.030	1.261	0.000	0.000	0
5000	1.125	1.778	0.406	-0.052	1.073	0.000	0.000	0



5.4.4 Comparação Entre os Casos



5.5 DISCUSSÃO

Uma análise das Tabelas 4-12, juntamente com as Figuras 2-25, leva às seguintes observações.

Em cada par de casos dos problemas de teste, a posição ideal da turbina encontrada pela solução do modelo, corresponde à maior velocidade do fluido no campo do escoamento.

Essa observação é consistente com a teoria hidrodinâmica geral de que a quantidade de energia extraível de um fluido é uma função monótona crescente da velocidade. Isso constitui uma validação dos resultados computacionais para cada problema de fluxo de fluido estudado, especificamente para cada um dos casos testados em cada exemplo.

Nota-se também que para todos os resultados do caso B, existem instabilidades numéricas significativas, essas que são reduzidas quando é feita uma melhor discretização do problema (caso B'), com exceção do problema de teste 2, o qual continuou com uma instabilidade mais aparente. Concomitantemente, verifica-se também uma influência dessa discretização espacial na otimização, tendo em vista que as energias extraídas mudaram consideravelmente, como é possível verificar abaixo.

Tabela 13 - Dados extraídos do Programa CPLEX

	Problema 1			Problema 2			Problema 3		
	Caso A	Caso B	Caso B'	Caso A	Caso B	Caso B'	Caso A	Caso B	Caso B'
Velocidade (m/s)	2.668	2.685	2.697	2.039	2.140	2.083	2.286	2.695	2.696
Energia Extraída (kW)	23.273	61.661	39.529	10.670	25.953	10.718	70.786	233.594	145.764
Δx (m)	10	20	10	1	2	1	50	100	50

Com esses dados, pode-se compreender que a discretização espacial (Δx) influenciou diretamente na energia extraída calculada, pois quanto maior o espaçamento entre cada seção, ou seja, maiores diferenças de profundidades, maior foi a energia extraída.

Além disso, através da relação entre velocidade de fluido e energia extraída, pode-se observar que a quantidade de energia hidrocinética extraível por unidade de largura de canal está no intervalo 10.670kW - 233.594kW. Considerando as larguras dos canais em

consideração (2m e 10m), é possível inferir que um valor substancial de energia hidrocinética é realmente extraível.

Por fim, para cada problema de teste, os resultados mostram que, no caso B e B', mais energia hidrocinética é extraível do que no caso A. Em outras palavras, a negação da suposição de que não há efeito no campo do escoamento com a presença da turbina no canal, resulta em maior energia hidrocinética extraível.

6 CONCLUSÃO

As soluções obtidas são consistentes com a teoria hidrodinâmica geral da extração de energia hidrocinética, na qual a posição ideal da turbina corresponde à maior velocidade do fluido no campo de escoamento.

Conclui-se também que o modelo, quando é considerada a turbina no escoamento, possui instabilidade nos resultados. Entretanto, essa questão, como pode ser vista, é passível de ser resolvida com uma melhor discretização dos problemas.

Além disso, verificou-se que há uma considerável extração de energia do fluxo pela turbina, principalmente quando é considerada a hipótese de que a mesma interfere no comportamento do escoamento, alterando as respectivas profundidades para cada um dos problemas.

Portanto, entende-se que há de fato uma nova contribuição para a consolidação do benchmark para os estudos de posicionamento de turbinas hidráulicas, com foco na maximização da energia extraída do escoamento.

Por fim, as recomendações para futuros trabalhos de pesquisa incluem o desenvolvimento de modelos PNLM para problemas de teste mais complexos de fluxos de canais abertos, como fluxos transientes e multidimensionais, conforme descrito em [10], um melhor detalhamento do modelo matemático e suas restrições, o qual pode considerar os efeitos de turbulência ocasionados pelo hélice de diferentes turbinas a serem posicionadas, assim como diversos diâmetros e quantidades de turbinas inseridas no fluxo e também, através de conhecimentos mais específicos das ferramentas do CPLEX, realizar uma discretização refinada de tal forma que as instabilidades sejam reduzidas ainda mais.

7 REFERÊNCIAS

- [1] SEGURA, E., MORALES, R., SOMOLINAS, J.A., LÓPEZ, A., “Techno-economic challenges of tidal energy conversion systems: current status and trends.”, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol.77, pp.536-550, 2017.
- [2] FOUZ, D.M., CARBALHO, R., RAMOS, V., IGLESIAS, G., “Hydrokinetic energy exploitation under combined river and tidal flow.”, *Renewable Energy*, Vol.143, pp.558-568, 2019.
- [3] FUNKE, S.W., FARRELL, P.E., PIGGOTT, M.D., “Tidal turbine array optimisation using the adjoint approach.”, *Renewable Energy*, Vol.63, pp.658-673, 2014.
- [4] GONZÁLEZ-GORBEÑA. E., QASSIM, R.Y., ROSMAN, P.C.C., “Multi-dimensional optimisation of tidal energy converters array layouts considering geometric, economic and environmental constraints.”, *Renewable Energy*, Vol.116, pp.647-658, 2018.
- [5] ASSAHIRA, C., PIEDADE, M.T.F., TRUMBORE, E.S., WITTMANN, F., CINTRA, B.B.L., BATISTA, E.S., RESENDE, A.F., SCHÖNGART, J., “Tree mortality of a flood-adapted species in response of hydrographic changes caused by an Amazonian river dam”, *Forest Ecology and Management*, Vol.396, pp.113-123, 2017.
- [6] MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA MME/SPE, EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. *Expansão da Geração. Repotenciação e Modernização de Usinas Hidrelétricas. Ganhos de eficiência, energia e capacidade instalada*. In: EPE-DEE-088/2019-r0, 2019
- [7] ORGAZ, O.C., HAGER, W.H., *Shallow Water Hydraulics*. Springer Nature Switzerland AG, 2019.
- [8] MACDONALD, I., BAINES, M.J., NICHOLS, N.K., SAMUELS, P.G., “Analytic benchmark solutions for open-channel flows.”, *ASCE Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.123, Issue 11, pp.1041-1045, 1997.
- [9] DElestre, O., LUCAS, C., KSINANT, P.A., DARBOUX, F., LAGUERRE, C., VO, T.N.T., JAMES, F., CORDIER, S., “Swashes: A compilation of shallow water

analytic solutions for hydraulic and environmental studies.”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 72, pp.269-300, 2013.

[10] KARTEZHNIKOVA, M., RAVENS, T.M., “Hydraulic impacts of hydrokinetic devices.”, *Renewable Energy*, Vol.66, pp.425-432, 2014.

[11] WOJCIECH A., MIKOS-STUDNICKA, P., “Comparison of Average Energy Slope Estimation Formulas for One-dimensional Steady Gradually Varied Flow”, *Hydro-Engineering and Environmental Mechanics*, Vol.61, pp.89-109, 2014.

[12] VENNEL, R., FUNKE, S.W., DRAPER, S., STEVENS, S., DIVETT, T., “Designing large arrays of tidal turbines: A synthesis and review.”, *Renewable Energy*, Vol.41, pp.254-272, 2015.

[13] FUNKE, S.W., KRAMER, S.C., PIGGOTT, M.D., “Design optimisation and resource assessment for tidal-stream renewable energy farms using a new continuous turbine approach.”, *Renewable Energy*, Vol.99, pp.1046-1061, 2016.

[14] CULLEY, D.M., FUNKE, S.W., KRAMER, S.C., PIGGOTT, M.D., “Integration of cost modelling within the micro-siting-design-optimisation of tidal turbine arrays.”, *Renewable Energy*, vol.85, pp.215-227, 2016.

[15] GONZÁLEZ-GORBEÑA. E., QASSIM, R.Y., ROSMAN, P.C.C., “Optimisation of hydrokinetic turbine layouts via surrogate modelling.” *Renewable Energy*, Vol.93, pp.45-57, 2016.

[16] FEU, R.J., FUNKE, S.W., KRAMER, S.C., CULLEY, D.M., HILL, J., HALPERN, B.S., PIGGOTT, M.D., “The trade-off between tidal-turbine array yield and impact on flow: A multi-objective optimisation problem” *Renewable Energy*, vol.114, pp.1247-1257, 2017.

8 ANEXO

8.1 ANEXO I

O código da programação implementada no software CPLEX

```
*****  
* OPL 12.8.0.0 Model  
* Author: hugo_  
* Creation Date: 06/01/2020 at 10:39:30  
*****/  
  
using CP;  
  
//Definição de constantes  
float Q=20; //vazão em m³/s  
float n1=0.0328; //coeficiente de Manning do leito  
float nt=0.014; //coeficiente de Manning da turbina  
int b=10; //largura do canal em metros  
float deltax=10;//comprimento de cada seção longitudinal  
float g=9.81; //gravidade em m/s²  
  
//lâmina d'água máxima em cada seção  
dvar int h0 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h1 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h2 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h3 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h4 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h5 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h6 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h7 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h8 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h9 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h10 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h11 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h12 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h13 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h14 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h15 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h16 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h17 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h18 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h19 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h20 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h21 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h22 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h23 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h24 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h25 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h26 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h27 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h28 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h29 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h30 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h31 in 0 .. 200000000 ;  
dvar int h32 in 0 .. 200000000 ;
```



```

dvar int h92 in 0 .. 200000000 ;
dvar int h93 in 0 .. 200000000 ;
dvar int h94 in 0 .. 200000000 ;
dvar int h95 in 0 .. 200000000 ;
dvar int h96 in 0 .. 200000000 ;
dvar int h97 in 0 .. 200000000 ;
dvar int h98 in 0 .. 200000000 ;
dvar int h99 in 0 .. 200000000 ;
dvar int h100 in 0 .. 200000000 ;

dexpr float H0 = h0 / 100000000 ;
dexpr float H1 = h1 / 100000000 ;
dexpr float H2 = h2 / 100000000 ;
dexpr float H3 = h3 / 100000000 ;
dexpr float H4 = h4 / 100000000 ;
dexpr float H5 = h5 / 100000000 ;
dexpr float H6 = h6 / 100000000 ;
dexpr float H7 = h7 / 100000000 ;
dexpr float H8 = h8 / 100000000 ;
dexpr float H9 = h9 / 100000000 ;
dexpr float H10 = h10 / 100000000 ;
dexpr float H11 = h11 / 100000000 ;
dexpr float H12 = h12 / 100000000 ;
dexpr float H13 = h13 / 100000000 ;
dexpr float H14 = h14 / 100000000 ;
dexpr float H15 = h15 / 100000000 ;
dexpr float H16 = h16 / 100000000 ;
dexpr float H17 = h17 / 100000000 ;
dexpr float H18 = h18 / 100000000 ;
dexpr float H19 = h19 / 100000000 ;
dexpr float H20 = h20 / 100000000 ;
dexpr float H21 = h21 / 100000000 ;
dexpr float H22 = h22 / 100000000 ;
dexpr float H23 = h23 / 100000000 ;
dexpr float H24 = h24 / 100000000 ;
dexpr float H25 = h25 / 100000000 ;
dexpr float H26 = h26 / 100000000 ;
dexpr float H27 = h27 / 100000000 ;
dexpr float H28 = h28 / 100000000 ;
dexpr float H29 = h29 / 100000000 ;
dexpr float H30 = h30 / 100000000 ;
dexpr float H31 = h31 / 100000000 ;
dexpr float H32 = h32 / 100000000 ;
dexpr float H33 = h33 / 100000000 ;
dexpr float H34 = h34 / 100000000 ;
dexpr float H35 = h35 / 100000000 ;
dexpr float H36 = h36 / 100000000 ;
dexpr float H37 = h37 / 100000000 ;
dexpr float H38 = h38 / 100000000 ;
dexpr float H39 = h39 / 100000000 ;
dexpr float H40 = h40 / 100000000 ;
dexpr float H41 = h41 / 100000000 ;
dexpr float H42 = h42 / 100000000 ;
dexpr float H43 = h43 / 100000000 ;
dexpr float H44 = h44 / 100000000 ;
dexpr float H45 = h45 / 100000000 ;
dexpr float H46 = h46 / 100000000 ;
dexpr float H47 = h47 / 100000000 ;
dexpr float H48 = h48 / 100000000 ;

```

```

expr float H49 = h49 / 100000000 ;
expr float H50 = h50 / 100000000 ;
expr float H51 = h51 / 100000000 ;
expr float H52 = h52 / 100000000 ;
expr float H53 = h53 / 100000000 ;
expr float H54 = h54 / 100000000 ;
expr float H55 = h55 / 100000000 ;
expr float H56 = h56 / 100000000 ;
expr float H57 = h57 / 100000000 ;
expr float H58 = h58 / 100000000 ;
expr float H59 = h59 / 100000000 ;
expr float H60 = h60 / 100000000 ;
expr float H61 = h61 / 100000000 ;
expr float H62 = h62 / 100000000 ;
expr float H63 = h63 / 100000000 ;
expr float H64 = h64 / 100000000 ;
expr float H65 = h65 / 100000000 ;
expr float H66 = h66 / 100000000 ;
expr float H67 = h67 / 100000000 ;
expr float H68 = h68 / 100000000 ;
expr float H69 = h69 / 100000000 ;
expr float H70 = h70 / 100000000 ;
expr float H71 = h71 / 100000000 ;
expr float H72 = h72 / 100000000 ;
expr float H73 = h73 / 100000000 ;
expr float H74 = h74 / 100000000 ;
expr float H75 = h75 / 100000000 ;
expr float H76 = h76 / 100000000 ;
expr float H77 = h77 / 100000000 ;
expr float H78 = h78 / 100000000 ;
expr float H79 = h79 / 100000000 ;
expr float H80 = h80 / 100000000 ;
expr float H81 = h81 / 100000000 ;
expr float H82 = h82 / 100000000 ;
expr float H83 = h83 / 100000000 ;
expr float H84 = h84 / 100000000 ;
expr float H85 = h85 / 100000000 ;
expr float H86 = h86 / 100000000 ;
expr float H87 = h87 / 100000000 ;
expr float H88 = h88 / 100000000 ;
expr float H89 = h89 / 100000000 ;
expr float H90 = h90 / 100000000 ;
expr float H91 = h91 / 100000000 ;
expr float H92 = h92 / 100000000 ;
expr float H93 = h93 / 100000000 ;
expr float H94 = h94 / 100000000 ;
expr float H95 = h95 / 100000000 ;
expr float H96 = h96 / 100000000 ;
expr float H97 = h97 / 100000000 ;
expr float H98 = h98 / 100000000 ;
expr float H99 = h99 / 100000000 ;
expr float H100 = h100 / 100000000 ;

```

```
expr float A0 = H0 * b ;
```

```

dexpr float A1 = H1 * b ;
dexpr float A2 = H2 * b ;
dexpr float A3 = H3 * b ;
dexpr float A4 = H4 * b ;
dexpr float A5 = H5 * b ;
dexpr float A6 = H6 * b ;
dexpr float A7 = H7 * b ;
dexpr float A8 = H8 * b ;
dexpr float A9 = H9 * b ;
dexpr float A10 = H10 * b ;
dexpr float A11 = H11 * b ;
dexpr float A12 = H12 * b ;
dexpr float A13 = H13 * b ;
dexpr float A14 = H14 * b ;
dexpr float A15 = H15 * b ;
dexpr float A16 = H16 * b ;
dexpr float A17 = H17 * b ;
dexpr float A18 = H18 * b ;
dexpr float A19 = H19 * b ;
dexpr float A20 = H20 * b ;
dexpr float A21 = H21 * b ;
dexpr float A22 = H22 * b ;
dexpr float A23 = H23 * b ;
dexpr float A24 = H24 * b ;
dexpr float A25 = H25 * b ;
dexpr float A26 = H26 * b ;
dexpr float A27 = H27 * b ;
dexpr float A28 = H28 * b ;
dexpr float A29 = H29 * b ;
dexpr float A30 = H30 * b ;
dexpr float A31 = H31 * b ;
dexpr float A32 = H32 * b ;
dexpr float A33 = H33 * b ;
dexpr float A34 = H34 * b ;
dexpr float A35 = H35 * b ;
dexpr float A36 = H36 * b ;
dexpr float A37 = H37 * b ;
dexpr float A38 = H38 * b ;
dexpr float A39 = H39 * b ;
dexpr float A40 = H40 * b ;
dexpr float A41 = H41 * b ;
dexpr float A42 = H42 * b ;
dexpr float A43 = H43 * b ;
dexpr float A44 = H44 * b ;
dexpr float A45 = H45 * b ;
dexpr float A46 = H46 * b ;
dexpr float A47 = H47 * b ;
dexpr float A48 = H48 * b ;
dexpr float A49 = H49 * b ;
dexpr float A50 = H50 * b ;
dexpr float A51 = H51 * b ;
dexpr float A52 = H52 * b ;
dexpr float A53 = H53 * b ;
dexpr float A54 = H54 * b ;
dexpr float A55 = H55 * b ;
dexpr float A56 = H56 * b ;
dexpr float A57 = H57 * b ;
dexpr float A58 = H58 * b ;
dexpr float A59 = H59 * b ;

```

```

dexpr float A60 = H60 * b ;
dexpr float A61 = H61 * b ;
dexpr float A62 = H62 * b ;
dexpr float A63 = H63 * b ;
dexpr float A64 = H64 * b ;
dexpr float A65 = H65 * b ;
dexpr float A66 = H66 * b ;
dexpr float A67 = H67 * b ;
dexpr float A68 = H68 * b ;
dexpr float A69 = H69 * b ;
dexpr float A70 = H70 * b ;
dexpr float A71 = H71 * b ;
dexpr float A72 = H72 * b ;
dexpr float A73 = H73 * b ;
dexpr float A74 = H74 * b ;
dexpr float A75 = H75 * b ;
dexpr float A76 = H76 * b ;
dexpr float A77 = H77 * b ;
dexpr float A78 = H78 * b ;
dexpr float A79 = H79 * b ;
dexpr float A80 = H80 * b ;
dexpr float A81 = H81 * b ;
dexpr float A82 = H82 * b ;
dexpr float A83 = H83 * b ;
dexpr float A84 = H84 * b ;
dexpr float A85 = H85 * b ;
dexpr float A86 = H86 * b ;
dexpr float A87 = H87 * b ;
dexpr float A88 = H88 * b ;
dexpr float A89 = H89 * b ;
dexpr float A90 = H90 * b ;
dexpr float A91 = H91 * b ;
dexpr float A92 = H92 * b ;
dexpr float A93 = H93 * b ;
dexpr float A94 = H94 * b ;
dexpr float A95 = H95 * b ;
dexpr float A96 = H96 * b ;
dexpr float A97 = H97 * b ;
dexpr float A98 = H98 * b ;
dexpr float A99 = H99 * b ;
dexpr float A100 = H100 * b ;

//Velocidade de escoamento
dexpr float U0 = Q / A0 ;
dexpr float U1 = Q / A1 ;
dexpr float U2 = Q / A2 ;
dexpr float U3 = Q / A3 ;
dexpr float U4 = Q / A4 ;
dexpr float U5 = Q / A5 ;
dexpr float U6 = Q / A6 ;
dexpr float U7 = Q / A7 ;
dexpr float U8 = Q / A8 ;
dexpr float U9 = Q / A9 ;
dexpr float U10 = Q / A10 ;
dexpr float U11 = Q / A11 ;
dexpr float U12 = Q / A12 ;
dexpr float U13 = Q / A13 ;
dexpr float U14 = Q / A14 ;
dexpr float U15 = Q / A15 ;

```

```

dexpr float U16 = Q / A16 ;
dexpr float U17 = Q / A17 ;
dexpr float U18 = Q / A18 ;
dexpr float U19 = Q / A19 ;
dexpr float U20 = Q / A20 ;
dexpr float U21 = Q / A21 ;
dexpr float U22 = Q / A22 ;
dexpr float U23 = Q / A23 ;
dexpr float U24 = Q / A24 ;
dexpr float U25 = Q / A25 ;
dexpr float U26 = Q / A26 ;
dexpr float U27 = Q / A27 ;
dexpr float U28 = Q / A28 ;
dexpr float U29 = Q / A29 ;
dexpr float U30 = Q / A30 ;
dexpr float U31 = Q / A31 ;
dexpr float U32 = Q / A32 ;
dexpr float U33 = Q / A33 ;
dexpr float U34 = Q / A34 ;
dexpr float U35 = Q / A35 ;
dexpr float U36 = Q / A36 ;
dexpr float U37 = Q / A37 ;
dexpr float U38 = Q / A38 ;
dexpr float U39 = Q / A39 ;
dexpr float U40 = Q / A40 ;
dexpr float U41 = Q / A41 ;
dexpr float U42 = Q / A42 ;
dexpr float U43 = Q / A43 ;
dexpr float U44 = Q / A44 ;
dexpr float U45 = Q / A45 ;
dexpr float U46 = Q / A46 ;
dexpr float U47 = Q / A47 ;
dexpr float U48 = Q / A48 ;
dexpr float U49 = Q / A49 ;
dexpr float U50 = Q / A50 ;
dexpr float U51 = Q / A51 ;
dexpr float U52 = Q / A52 ;
dexpr float U53 = Q / A53 ;
dexpr float U54 = Q / A54 ;
dexpr float U55 = Q / A55 ;
dexpr float U56 = Q / A56 ;
dexpr float U57 = Q / A57 ;
dexpr float U58 = Q / A58 ;
dexpr float U59 = Q / A59 ;
dexpr float U60 = Q / A60 ;
dexpr float U61 = Q / A61 ;
dexpr float U62 = Q / A62 ;
dexpr float U63 = Q / A63 ;
dexpr float U64 = Q / A64 ;
dexpr float U65 = Q / A65 ;
dexpr float U66 = Q / A66 ;
dexpr float U67 = Q / A67 ;
dexpr float U68 = Q / A68 ;
dexpr float U69 = Q / A69 ;
dexpr float U70 = Q / A70 ;
dexpr float U71 = Q / A71 ;
dexpr float U72 = Q / A72 ;
dexpr float U73 = Q / A73 ;
dexpr float U74 = Q / A74 ;

```

```

dexpr float U75 = Q / A75 ;
dexpr float U76 = Q / A76 ;
dexpr float U77 = Q / A77 ;
dexpr float U78 = Q / A78 ;
dexpr float U79 = Q / A79 ;
dexpr float U80 = Q / A80 ;
dexpr float U81 = Q / A81 ;
dexpr float U82 = Q / A82 ;
dexpr float U83 = Q / A83 ;
dexpr float U84 = Q / A84 ;
dexpr float U85 = Q / A85 ;
dexpr float U86 = Q / A86 ;
dexpr float U87 = Q / A87 ;
dexpr float U88 = Q / A88 ;
dexpr float U89 = Q / A89 ;
dexpr float U90 = Q / A90 ;
dexpr float U91 = Q / A91 ;
dexpr float U92 = Q / A92 ;
dexpr float U93 = Q / A93 ;
dexpr float U94 = Q / A94 ;
dexpr float U95 = Q / A95 ;
dexpr float U96 = Q / A96 ;
dexpr float U97 = Q / A97 ;
dexpr float U98 = Q / A98 ;
dexpr float U99 = Q / A99 ;
dexpr float U100 = Q / A100 ;

//Raio hidraulico
dexpr float R0 = A0 / (b+2* H0) ;
dexpr float R1 = A1 / (b+2* H1) ;
dexpr float R2 = A2 / (b+2* H2) ;
dexpr float R3 = A3 / (b+2* H3) ;
dexpr float R4 = A4 / (b+2* H4) ;
dexpr float R5 = A5 / (b+2* H5) ;
dexpr float R6 = A6 / (b+2* H6) ;
dexpr float R7 = A7 / (b+2* H7) ;
dexpr float R8 = A8 / (b+2* H8) ;
dexpr float R9 = A9 / (b+2* H9) ;
dexpr float R10 = A10 / (b+2* H10) ;
dexpr float R11 = A11 / (b+2* H11) ;
dexpr float R12 = A12 / (b+2* H12) ;
dexpr float R13 = A13 / (b+2* H13) ;
dexpr float R14 = A14 / (b+2* H14) ;
dexpr float R15 = A15 / (b+2* H15) ;
dexpr float R16 = A16 / (b+2* H16) ;
dexpr float R17 = A17 / (b+2* H17) ;
dexpr float R18 = A18 / (b+2* H18) ;
dexpr float R19 = A19 / (b+2* H19) ;
dexpr float R20 = A20 / (b+2* H20) ;
dexpr float R21 = A21 / (b+2* H21) ;
dexpr float R22 = A22 / (b+2* H22) ;
dexpr float R23 = A23 / (b+2* H23) ;
dexpr float R24 = A24 / (b+2* H24) ;
dexpr float R25 = A25 / (b+2* H25) ;
dexpr float R26 = A26 / (b+2* H26) ;
dexpr float R27 = A27 / (b+2* H27) ;
dexpr float R28 = A28 / (b+2* H28) ;
dexpr float R29 = A29 / (b+2* H29) ;
dexpr float R30 = A30 / (b+2* H30) ;

```

```

dexpr float R31 = A31 / (b+2* H31 );
dexpr float R32 = A32 / (b+2* H32 );
dexpr float R33 = A33 / (b+2* H33 );
dexpr float R34 = A34 / (b+2* H34 );
dexpr float R35 = A35 / (b+2* H35 );
dexpr float R36 = A36 / (b+2* H36 );
dexpr float R37 = A37 / (b+2* H37 );
dexpr float R38 = A38 / (b+2* H38 );
dexpr float R39 = A39 / (b+2* H39 );
dexpr float R40 = A40 / (b+2* H40 );
dexpr float R41 = A41 / (b+2* H41 );
dexpr float R42 = A42 / (b+2* H42 );
dexpr float R43 = A43 / (b+2* H43 );
dexpr float R44 = A44 / (b+2* H44 );
dexpr float R45 = A45 / (b+2* H45 );
dexpr float R46 = A46 / (b+2* H46 );
dexpr float R47 = A47 / (b+2* H47 );
dexpr float R48 = A48 / (b+2* H48 );
dexpr float R49 = A49 / (b+2* H49 );
dexpr float R50 = A50 / (b+2* H50 );
dexpr float R51 = A51 / (b+2* H51 );
dexpr float R52 = A52 / (b+2* H52 );
dexpr float R53 = A53 / (b+2* H53 );
dexpr float R54 = A54 / (b+2* H54 );
dexpr float R55 = A55 / (b+2* H55 );
dexpr float R56 = A56 / (b+2* H56 );
dexpr float R57 = A57 / (b+2* H57 );
dexpr float R58 = A58 / (b+2* H58 );
dexpr float R59 = A59 / (b+2* H59 );
dexpr float R60 = A60 / (b+2* H60 );
dexpr float R61 = A61 / (b+2* H61 );
dexpr float R62 = A62 / (b+2* H62 );
dexpr float R63 = A63 / (b+2* H63 );
dexpr float R64 = A64 / (b+2* H64 );
dexpr float R65 = A65 / (b+2* H65 );
dexpr float R66 = A66 / (b+2* H66 );
dexpr float R67 = A67 / (b+2* H67 );
dexpr float R68 = A68 / (b+2* H68 );
dexpr float R69 = A69 / (b+2* H69 );
dexpr float R70 = A70 / (b+2* H70 );
dexpr float R71 = A71 / (b+2* H71 );
dexpr float R72 = A72 / (b+2* H72 );
dexpr float R73 = A73 / (b+2* H73 );
dexpr float R74 = A74 / (b+2* H74 );
dexpr float R75 = A75 / (b+2* H75 );
dexpr float R76 = A76 / (b+2* H76 );
dexpr float R77 = A77 / (b+2* H77 );
dexpr float R78 = A78 / (b+2* H78 );
dexpr float R79 = A79 / (b+2* H79 );
dexpr float R80 = A80 / (b+2* H80 );
dexpr float R81 = A81 / (b+2* H81 );
dexpr float R82 = A82 / (b+2* H82 );
dexpr float R83 = A83 / (b+2* H83 );
dexpr float R84 = A84 / (b+2* H84 );
dexpr float R85 = A85 / (b+2* H85 );
dexpr float R86 = A86 / (b+2* H86 );
dexpr float R87 = A87 / (b+2* H87 );
dexpr float R88 = A88 / (b+2* H88 );
dexpr float R89 = A89 / (b+2* H89 );

```

```

dexpr float R90 = A90 / (b+2* H90 );
dexpr float R91 = A91 / (b+2* H91 );
dexpr float R92 = A92 / (b+2* H92 );
dexpr float R93 = A93 / (b+2* H93 );
dexpr float R94 = A94 / (b+2* H94 );
dexpr float R95 = A95 / (b+2* H95 );
dexpr float R96 = A96 / (b+2* H96 );
dexpr float R97 = A97 / (b+2* H97 );
dexpr float R98 = A98 / (b+2* H98 );
dexpr float R99 = A99 / (b+2* H99 );
dexpr float R100 = A100 / (b+2* H100 );

//Variáveis de decisão binária Z
dvar int z0 in 0..1;
dvar int z1 in 0..1;
dvar int z2 in 0..1;
dvar int z3 in 0..1;
dvar int z4 in 0..1;
dvar int z5 in 0..1;
dvar int z6 in 0..1;
dvar int z7 in 0..1;
dvar int z8 in 0..1;
dvar int z9 in 0..1;
dvar int z10 in 0..1;
dvar int z11 in 0..1;
dvar int z12 in 0..1;
dvar int z13 in 0..1;
dvar int z14 in 0..1;
dvar int z15 in 0..1;
dvar int z16 in 0..1;
dvar int z17 in 0..1;
dvar int z18 in 0..1;
dvar int z19 in 0..1;
dvar int z20 in 0..1;
dvar int z21 in 0..1;
dvar int z22 in 0..1;
dvar int z23 in 0..1;
dvar int z24 in 0..1;
dvar int z25 in 0..1;
dvar int z26 in 0..1;
dvar int z27 in 0..1;
dvar int z28 in 0..1;
dvar int z29 in 0..1;
dvar int z30 in 0..1;
dvar int z31 in 0..1;
dvar int z32 in 0..1;
dvar int z33 in 0..1;
dvar int z34 in 0..1;
dvar int z35 in 0..1;
dvar int z36 in 0..1;
dvar int z37 in 0..1;
dvar int z38 in 0..1;
dvar int z39 in 0..1;
dvar int z40 in 0..1;
dvar int z41 in 0..1;
dvar int z42 in 0..1;
dvar int z43 in 0..1;
dvar int z44 in 0..1;
dvar int z45 in 0..1;

```

```

dvar int z46 in 0..1;
dvar int z47 in 0..1;
dvar int z48 in 0..1;
dvar int z49 in 0..1;
dvar int z50 in 0..1;
dvar int z51 in 0..1;
dvar int z52 in 0..1;
dvar int z53 in 0..1;
dvar int z54 in 0..1;
dvar int z55 in 0..1;
dvar int z56 in 0..1;
dvar int z57 in 0..1;
dvar int z58 in 0..1;
dvar int z59 in 0..1;
dvar int z60 in 0..1;
dvar int z61 in 0..1;
dvar int z62 in 0..1;
dvar int z63 in 0..1;
dvar int z64 in 0..1;
dvar int z65 in 0..1;
dvar int z66 in 0..1;
dvar int z67 in 0..1;
dvar int z68 in 0..1;
dvar int z69 in 0..1;
dvar int z70 in 0..1;
dvar int z71 in 0..1;
dvar int z72 in 0..1;
dvar int z73 in 0..1;
dvar int z74 in 0..1;
dvar int z75 in 0..1;
dvar int z76 in 0..1;
dvar int z77 in 0..1;
dvar int z78 in 0..1;
dvar int z79 in 0..1;
dvar int z80 in 0..1;
dvar int z81 in 0..1;
dvar int z82 in 0..1;
dvar int z83 in 0..1;
dvar int z84 in 0..1;
dvar int z85 in 0..1;
dvar int z86 in 0..1;
dvar int z87 in 0..1;
dvar int z88 in 0..1;
dvar int z89 in 0..1;
dvar int z90 in 0..1;
dvar int z91 in 0..1;
dvar int z92 in 0..1;
dvar int z93 in 0..1;
dvar int z94 in 0..1;
dvar int z95 in 0..1;
dvar int z96 in 0..1;
dvar int z97 in 0..1;
dvar int z98 in 0..1;
dvar int z99 in 0..1;
dvar int z100 in 0..1;

//Dissipação na seção
dexpr float S0 = ((Q/((R0^(2/3))*A0
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z0));

```

```

expr float S1 = ((Q/((R1      ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z1 ); A1
expr float S2 = ((Q/((R2      ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z2 ); A2
expr float S3 = ((Q/((R3      ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z3 ); A3
expr float S4 = ((Q/((R4      ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z4 ); A4
expr float S5 = ((Q/((R5      ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z5 ); A5
expr float S6 = ((Q/((R6      ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z6 ); A6
expr float S7 = ((Q/((R7      ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z7 ); A7
expr float S8 = ((Q/((R8      ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z8 ); A8
expr float S9 = ((Q/((R9      ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z9 ); A9
expr float S10 = ((Q/((R10     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z10); A10
expr float S11 = ((Q/((R11     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z11); A11
expr float S12 = ((Q/((R12     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z12); A12
expr float S13 = ((Q/((R13     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z13); A13
expr float S14 = ((Q/((R14     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z14); A14
expr float S15 = ((Q/((R15     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z15); A15
expr float S16 = ((Q/((R16     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z16); A16
expr float S17 = ((Q/((R17     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z17); A17
expr float S18 = ((Q/((R18     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z18); A18
expr float S19 = ((Q/((R19     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z19); A19
expr float S20 = ((Q/((R20     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z20); A20
expr float S21 = ((Q/((R21     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z21); A21
expr float S22 = ((Q/((R22     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z22); A22
expr float S23 = ((Q/((R23     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z23); A23
expr float S24 = ((Q/((R24     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z24); A24
expr float S25 = ((Q/((R25     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z25); A25
expr float S26 = ((Q/((R26     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z26); A26
expr float S27 = ((Q/((R27     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z27); A27
expr float S28 = ((Q/((R28     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z28); A28
expr float S29 = ((Q/((R29     ^ (2/3))*
    ))^2)*((n1^2)+(nt^2)* z29); A29

```

```

expr float S30 = ((Q/((R30^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z30));
expr float S31 = ((Q/((R31^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z31));
expr float S32 = ((Q/((R32^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z32));
expr float S33 = ((Q/((R33^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z33));
expr float S34 = ((Q/((R34^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z34));
expr float S35 = ((Q/((R35^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z35));
expr float S36 = ((Q/((R36^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z36));
expr float S37 = ((Q/((R37^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z37));
expr float S38 = ((Q/((R38^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z38));
expr float S39 = ((Q/((R39^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z39));
expr float S40 = ((Q/((R40^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z40));
expr float S41 = ((Q/((R41^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z41));
expr float S42 = ((Q/((R42^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z42));
expr float S43 = ((Q/((R43^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z43));
expr float S44 = ((Q/((R44^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z44));
expr float S45 = ((Q/((R45^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z45));
expr float S46 = ((Q/((R46^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z46));
expr float S47 = ((Q/((R47^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z47));
expr float S48 = ((Q/((R48^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z48));
expr float S49 = ((Q/((R49^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z49));
expr float S50 = ((Q/((R50^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z50));
expr float S51 = ((Q/((R51^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z51));
expr float S52 = ((Q/((R52^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z52));
expr float S53 = ((Q/((R53^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z53));
expr float S54 = ((Q/((R54^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z54));
expr float S55 = ((Q/((R55^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z55));
expr float S56 = ((Q/((R56^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z56));
expr float S57 = ((Q/((R57^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z57));
expr float S58 = ((Q/((R58^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z58));

```

```

expr float S59 = ((Q/((R59^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z59));
expr float S60 = ((Q/((R60^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z60));
expr float S61 = ((Q/((R61^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z61));
expr float S62 = ((Q/((R62^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z62));
expr float S63 = ((Q/((R63^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z63));
expr float S64 = ((Q/((R64^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z64));
expr float S65 = ((Q/((R65^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z65));
expr float S66 = ((Q/((R66^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z66));
expr float S67 = ((Q/((R67^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z67));
expr float S68 = ((Q/((R68^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z68));
expr float S69 = ((Q/((R69^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z69));
expr float S70 = ((Q/((R70^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z70));
expr float S71 = ((Q/((R71^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z71));
expr float S72 = ((Q/((R72^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z72));
expr float S73 = ((Q/((R73^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z73));
expr float S74 = ((Q/((R74^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z74));
expr float S75 = ((Q/((R75^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z75));
expr float S76 = ((Q/((R76^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z76));
expr float S77 = ((Q/((R77^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z77));
expr float S78 = ((Q/((R78^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z78));
expr float S79 = ((Q/((R79^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z79));
expr float S80 = ((Q/((R80^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z80));
expr float S81 = ((Q/((R81^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z81));
expr float S82 = ((Q/((R82^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z82));
expr float S83 = ((Q/((R83^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z83));
expr float S84 = ((Q/((R84^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z84));
expr float S85 = ((Q/((R85^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z85));
expr float S86 = ((Q/((R86^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z86));
expr float S87 = ((Q/((R87^(2/3))*((n1^2)+(nt^2)*z87));

```

```

expr float S88 = ((Q/((R88^(2/3))*A88
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z88));
expr float S89 = ((Q/((R89^(2/3))*A89
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z89));
expr float S90 = ((Q/((R90^(2/3))*A90
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z90));
expr float S91 = ((Q/((R91^(2/3))*A91
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z91));
expr float S92 = ((Q/((R92^(2/3))*A92
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z92));
expr float S93 = ((Q/((R93^(2/3))*A93
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z93));
expr float S94 = ((Q/((R94^(2/3))*A94
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z94));
expr float S95 = ((Q/((R95^(2/3))*A95
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z95));
expr float S96 = ((Q/((R96^(2/3))*A96
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z96));
expr float S97 = ((Q/((R97^(2/3))*A97
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z97));
expr float S98 = ((Q/((R98^(2/3))*A98
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z98));
expr float S99 = ((Q/((R99^(2/3))*A99
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z99));
expr float S100 = ((Q/((R100^(2/3))*A100
))^(2)*((n1^2)+(nt^2)*z100));

```

//Dissipação média

```

expr float Sm0 = (S0 + S1)/2;
expr float Sm1 = (S1 + S2)/2;
expr float Sm2 = (S2 + S3)/2;
expr float Sm3 = (S3 + S4)/2;
expr float Sm4 = (S4 + S5)/2;
expr float Sm5 = (S5 + S6)/2;
expr float Sm6 = (S6 + S7)/2;
expr float Sm7 = (S7 + S8)/2;
expr float Sm8 = (S8 + S9)/2;
expr float Sm9 = (S9 + S10)/2;
expr float Sm10 = (S10 + S11)/2;
expr float Sm11 = (S11 + S12)/2;
expr float Sm12 = (S12 + S13)/2;
expr float Sm13 = (S13 + S14)/2;
expr float Sm14 = (S14 + S15)/2;
expr float Sm15 = (S15 + S16)/2;
expr float Sm16 = (S16 + S17)/2;
expr float Sm17 = (S17 + S18)/2;
expr float Sm18 = (S18 + S19)/2;
expr float Sm19 = (S19 + S20)/2;
expr float Sm20 = (S20 + S21)/2;
expr float Sm21 = (S21 + S22)/2;
expr float Sm22 = (S22 + S23)/2;
expr float Sm23 = (S23 + S24)/2;
expr float Sm24 = (S24 + S25)/2;
expr float Sm25 = (S25 + S26)/2;
expr float Sm26 = (S26 + S27)/2;
expr float Sm27 = (S27 + S28)/2;
expr float Sm28 = (S28 + S29)/2;
expr float Sm29 = (S29 + S30)/2;
expr float Sm30 = (S30 + S31)/2;

```

```

expr float Sm31 = ( S31 + S32 )/2;
expr float Sm32 = ( S32 + S33 )/2;
expr float Sm33 = ( S33 + S34 )/2;
expr float Sm34 = ( S34 + S35 )/2;
expr float Sm35 = ( S35 + S36 )/2;
expr float Sm36 = ( S36 + S37 )/2;
expr float Sm37 = ( S37 + S38 )/2;
expr float Sm38 = ( S38 + S39 )/2;
expr float Sm39 = ( S39 + S40 )/2;
expr float Sm40 = ( S40 + S41 )/2;
expr float Sm41 = ( S41 + S42 )/2;
expr float Sm42 = ( S42 + S43 )/2;
expr float Sm43 = ( S43 + S44 )/2;
expr float Sm44 = ( S44 + S45 )/2;
expr float Sm45 = ( S45 + S46 )/2;
expr float Sm46 = ( S46 + S47 )/2;
expr float Sm47 = ( S47 + S48 )/2;
expr float Sm48 = ( S48 + S49 )/2;
expr float Sm49 = ( S49 + S50 )/2;
expr float Sm50 = ( S50 + S51 )/2;
expr float Sm51 = ( S51 + S52 )/2;
expr float Sm52 = ( S52 + S53 )/2;
expr float Sm53 = ( S53 + S54 )/2;
expr float Sm54 = ( S54 + S55 )/2;
expr float Sm55 = ( S55 + S56 )/2;
expr float Sm56 = ( S56 + S57 )/2;
expr float Sm57 = ( S57 + S58 )/2;
expr float Sm58 = ( S58 + S59 )/2;
expr float Sm59 = ( S59 + S60 )/2;
expr float Sm60 = ( S60 + S61 )/2;
expr float Sm61 = ( S61 + S62 )/2;
expr float Sm62 = ( S62 + S63 )/2;
expr float Sm63 = ( S63 + S64 )/2;
expr float Sm64 = ( S64 + S65 )/2;
expr float Sm65 = ( S65 + S66 )/2;
expr float Sm66 = ( S66 + S67 )/2;
expr float Sm67 = ( S67 + S68 )/2;
expr float Sm68 = ( S68 + S69 )/2;
expr float Sm69 = ( S69 + S70 )/2;
expr float Sm70 = ( S70 + S71 )/2;
expr float Sm71 = ( S71 + S72 )/2;
expr float Sm72 = ( S72 + S73 )/2;
expr float Sm73 = ( S73 + S74 )/2;
expr float Sm74 = ( S74 + S75 )/2;
expr float Sm75 = ( S75 + S76 )/2;
expr float Sm76 = ( S76 + S77 )/2;
expr float Sm77 = ( S77 + S78 )/2;
expr float Sm78 = ( S78 + S79 )/2;
expr float Sm79 = ( S79 + S80 )/2;
expr float Sm80 = ( S80 + S81 )/2;
expr float Sm81 = ( S81 + S82 )/2;
expr float Sm82 = ( S82 + S83 )/2;
expr float Sm83 = ( S83 + S84 )/2;
expr float Sm84 = ( S84 + S85 )/2;
expr float Sm85 = ( S85 + S86 )/2;
expr float Sm86 = ( S86 + S87 )/2;
expr float Sm87 = ( S87 + S88 )/2;
expr float Sm88 = ( S88 + S89 )/2;
expr float Sm89 = ( S89 + S90 )/2;

```

```

dexpr float Sm90 = ( S90 + S91 )/2;
dexpr float Sm91 = ( S91 + S92 )/2;
dexpr float Sm92 = ( S92 + S93 )/2;
dexpr float Sm93 = ( S93 + S94 )/2;
dexpr float Sm94 = ( S94 + S95 )/2;
dexpr float Sm95 = ( S95 + S96 )/2;
dexpr float Sm96 = ( S96 + S97 )/2;
dexpr float Sm97 = ( S97 + S98 )/2;
dexpr float Sm98 = ( S98 + S99 )/2;
dexpr float Sm99 = ( S99 + S100 )/2;

//Trabalho
dexpr float W0 = (((0.5*( U0 ^2)/g)+ H0 )-((0.5*(
    U1 ^2)/g)+ H1 + (Sm0 *deltax)))* z0 ;
dexpr float W1 = (((0.5*( U1 ^2)/g)+ H1 -((0.5*(
    U2 ^2)/g)+ H2 + (Sm1 *deltax)))* z1 ;
dexpr float W2 = (((0.5*( U2 ^2)/g)+ H2 -((0.5*(
    U3 ^2)/g)+ H3 + (Sm2 *deltax)))* z2 ;
dexpr float W3 = (((0.5*( U3 ^2)/g)+ H3 -((0.5*(
    U4 ^2)/g)+ H4 + (Sm3 *deltax)))* z3 ;
dexpr float W4 = (((0.5*( U4 ^2)/g)+ H4 -((0.5*(
    U5 ^2)/g)+ H5 + (Sm4 *deltax)))* z4 ;
dexpr float W5 = (((0.5*( U5 ^2)/g)+ H5 -((0.5*(
    U6 ^2)/g)+ H6 + (Sm5 *deltax)))* z5 ;
dexpr float W6 = (((0.5*( U6 ^2)/g)+ H6 -((0.5*(
    U7 ^2)/g)+ H7 + (Sm6 *deltax)))* z6 ;
dexpr float W7 = (((0.5*( U7 ^2)/g)+ H7 -((0.5*(
    U8 ^2)/g)+ H8 + (Sm7 *deltax)))* z7 ;
dexpr float W8 = (((0.5*( U8 ^2)/g)+ H8 -((0.5*(
    U9 ^2)/g)+ H9 + (Sm8 *deltax)))* z8 ;
dexpr float W9 = (((0.5*( U9 ^2)/g)+ H9 -((0.5*(
    U10 ^2)/g)+ H10 + (Sm9 *deltax)))* z9 ;
dexpr float W10 = (((0.5*( U10 ^2)/g)+ H10 -((0.5*(
    U11 ^2)/g)+ H11 + (Sm10 *deltax)))* z10 ;
dexpr float W11 = (((0.5*( U11 ^2)/g)+ H11 -((0.5*(
    U12 ^2)/g)+ H12 + (Sm11 *deltax)))* z11 ;
dexpr float W12 = (((0.5*( U12 ^2)/g)+ H12 -((0.5*(
    U13 ^2)/g)+ H13 + (Sm12 *deltax)))* z12 ;
dexpr float W13 = (((0.5*( U13 ^2)/g)+ H13 -((0.5*(
    U14 ^2)/g)+ H14 + (Sm13 *deltax)))* z13 ;
dexpr float W14 = (((0.5*( U14 ^2)/g)+ H14 -((0.5*(
    U15 ^2)/g)+ H15 + (Sm14 *deltax)))* z14 ;
dexpr float W15 = (((0.5*( U15 ^2)/g)+ H15 -((0.5*(
    U16 ^2)/g)+ H16 + (Sm15 *deltax)))* z15 ;
dexpr float W16 = (((0.5*( U16 ^2)/g)+ H16 -((0.5*(
    U17 ^2)/g)+ H17 + (Sm16 *deltax)))* z16 ;
dexpr float W17 = (((0.5*( U17 ^2)/g)+ H17 -((0.5*(
    U18 ^2)/g)+ H18 + (Sm17 *deltax)))* z17 ;
dexpr float W18 = (((0.5*( U18 ^2)/g)+ H18 -((0.5*(
    U19 ^2)/g)+ H19 + (Sm18 *deltax)))* z18 ;
dexpr float W19 = (((0.5*( U19 ^2)/g)+ H19 -((0.5*(
    U20 ^2)/g)+ H20 + (Sm19 *deltax)))* z19 ;
dexpr float W20 = (((0.5*( U20 ^2)/g)+ H20 -((0.5*(
    U21 ^2)/g)+ H21 + (Sm20 *deltax)))* z20 ;
dexpr float W21 = (((0.5*( U21 ^2)/g)+ H21 -((0.5*(
    U22 ^2)/g)+ H22 + (Sm21 *deltax)))* z21 ;
dexpr float W22 = (((0.5*( U22 ^2)/g)+ H22 -((0.5*(
    U23 ^2)/g)+ H23 + (Sm22 *deltax)))* z22 ;

```

```

expr float W23 = (((0.5*( U23 ^2)/g)+ H23 )-((0.5*( U24 ^2)/g)+ H24 ))* z23 ;
expr float W24 = (((0.5*( U24 ^2)/g)+ H24 )-((0.5*( U25 ^2)/g)+ H25 ))* z24 ;
expr float W25 = (((0.5*( U25 ^2)/g)+ H25 )-((0.5*( U26 ^2)/g)+ H26 ))* z25 ;
expr float W26 = (((0.5*( U26 ^2)/g)+ H26 )-((0.5*( U27 ^2)/g)+ H27 ))* z26 ;
expr float W27 = (((0.5*( U27 ^2)/g)+ H27 )-((0.5*( U28 ^2)/g)+ H28 ))* z27 ;
expr float W28 = (((0.5*( U28 ^2)/g)+ H28 )-((0.5*( U29 ^2)/g)+ H29 ))* z28 ;
expr float W29 = (((0.5*( U29 ^2)/g)+ H29 )-((0.5*( U30 ^2)/g)+ H30 ))* z29 ;
expr float W30 = (((0.5*( U30 ^2)/g)+ H30 )-((0.5*( U31 ^2)/g)+ H31 ))* z30 ;
expr float W31 = (((0.5*( U31 ^2)/g)+ H31 )-((0.5*( U32 ^2)/g)+ H32 ))* z31 ;
expr float W32 = (((0.5*( U32 ^2)/g)+ H32 )-((0.5*( U33 ^2)/g)+ H33 ))* z32 ;
expr float W33 = (((0.5*( U33 ^2)/g)+ H33 )-((0.5*( U34 ^2)/g)+ H34 ))* z33 ;
expr float W34 = (((0.5*( U34 ^2)/g)+ H34 )-((0.5*( U35 ^2)/g)+ H35 ))* z34 ;
expr float W35 = (((0.5*( U35 ^2)/g)+ H35 )-((0.5*( U36 ^2)/g)+ H36 ))* z35 ;
expr float W36 = (((0.5*( U36 ^2)/g)+ H36 )-((0.5*( U37 ^2)/g)+ H37 ))* z36 ;
expr float W37 = (((0.5*( U37 ^2)/g)+ H37 )-((0.5*( U38 ^2)/g)+ H38 ))* z37 ;
expr float W38 = (((0.5*( U38 ^2)/g)+ H38 )-((0.5*( U39 ^2)/g)+ H39 ))* z38 ;
expr float W39 = (((0.5*( U39 ^2)/g)+ H39 )-((0.5*( U40 ^2)/g)+ H40 ))* z39 ;
expr float W40 = (((0.5*( U40 ^2)/g)+ H40 )-((0.5*( U41 ^2)/g)+ H41 ))* z40 ;
expr float W41 = (((0.5*( U41 ^2)/g)+ H41 )-((0.5*( U42 ^2)/g)+ H42 ))* z41 ;
expr float W42 = (((0.5*( U42 ^2)/g)+ H42 )-((0.5*( U43 ^2)/g)+ H43 ))* z42 ;
expr float W43 = (((0.5*( U43 ^2)/g)+ H43 )-((0.5*( U44 ^2)/g)+ H44 ))* z43 ;
expr float W44 = (((0.5*( U44 ^2)/g)+ H44 )-((0.5*( U45 ^2)/g)+ H45 ))* z44 ;
expr float W45 = (((0.5*( U45 ^2)/g)+ H45 )-((0.5*( U46 ^2)/g)+ H46 ))* z45 ;
expr float W46 = (((0.5*( U46 ^2)/g)+ H46 )-((0.5*( U47 ^2)/g)+ H47 ))* z46 ;
expr float W47 = (((0.5*( U47 ^2)/g)+ H47 )-((0.5*( U48 ^2)/g)+ H48 ))* z47 ;
expr float W48 = (((0.5*( U48 ^2)/g)+ H48 )-((0.5*( U49 ^2)/g)+ H49 ))* z48 ;
expr float W49 = (((0.5*( U49 ^2)/g)+ H49 )-((0.5*( U50 ^2)/g)+ H50 ))* z49 ;
expr float W50 = (((0.5*( U50 ^2)/g)+ H50 )-((0.5*( U51 ^2)/g)+ H51 ))* z50 ;
expr float W51 = (((0.5*( U51 ^2)/g)+ H51 )-((0.5*( U52 ^2)/g)+ H52 ))* z51 ;

```

```

expr float W52 = (((0.5*( U52 ^2)/g)+ H52 + (Sm52 *deltax)))* z52 ; 
expr float W53 = (((0.5*( U53 ^2)/g)+ H53 + (Sm53 *deltax)))* z53 ; 
expr float W54 = (((0.5*( U54 ^2)/g)+ H54 + (Sm54 *deltax)))* z54 ; 
expr float W55 = (((0.5*( U55 ^2)/g)+ H55 + (Sm55 *deltax)))* z55 ; 
expr float W56 = (((0.5*( U56 ^2)/g)+ H56 + (Sm56 *deltax)))* z56 ; 
expr float W57 = (((0.5*( U57 ^2)/g)+ H57 + (Sm57 *deltax)))* z57 ; 
expr float W58 = (((0.5*( U58 ^2)/g)+ H58 + (Sm58 *deltax)))* z58 ; 
expr float W59 = (((0.5*( U59 ^2)/g)+ H59 + (Sm59 *deltax)))* z59 ; 
expr float W60 = (((0.5*( U60 ^2)/g)+ H60 + (Sm60 *deltax)))* z60 ; 
expr float W61 = (((0.5*( U61 ^2)/g)+ H61 + (Sm61 *deltax)))* z61 ; 
expr float W62 = (((0.5*( U62 ^2)/g)+ H62 + (Sm62 *deltax)))* z62 ; 
expr float W63 = (((0.5*( U63 ^2)/g)+ H63 + (Sm63 *deltax)))* z63 ; 
expr float W64 = (((0.5*( U64 ^2)/g)+ H64 + (Sm64 *deltax)))* z64 ; 
expr float W65 = (((0.5*( U65 ^2)/g)+ H65 + (Sm65 *deltax)))* z65 ; 
expr float W66 = (((0.5*( U66 ^2)/g)+ H66 + (Sm66 *deltax)))* z66 ; 
expr float W67 = (((0.5*( U67 ^2)/g)+ H67 + (Sm67 *deltax)))* z67 ; 
expr float W68 = (((0.5*( U68 ^2)/g)+ H68 + (Sm68 *deltax)))* z68 ; 
expr float W69 = (((0.5*( U69 ^2)/g)+ H69 + (Sm69 *deltax)))* z69 ; 
expr float W70 = (((0.5*( U70 ^2)/g)+ H70 + (Sm70 *deltax)))* z70 ; 
expr float W71 = (((0.5*( U71 ^2)/g)+ H71 + (Sm71 *deltax)))* z71 ; 
expr float W72 = (((0.5*( U72 ^2)/g)+ H72 + (Sm72 *deltax)))* z72 ; 
expr float W73 = (((0.5*( U73 ^2)/g)+ H73 + (Sm73 *deltax)))* z73 ; 
expr float W74 = (((0.5*( U74 ^2)/g)+ H74 + (Sm74 *deltax)))* z74 ; 
expr float W75 = (((0.5*( U75 ^2)/g)+ H75 + (Sm75 *deltax)))* z75 ; 
expr float W76 = (((0.5*( U76 ^2)/g)+ H76 + (Sm76 *deltax)))* z76 ; 
expr float W77 = (((0.5*( U77 ^2)/g)+ H77 + (Sm77 *deltax)))* z77 ; 
expr float W78 = (((0.5*( U78 ^2)/g)+ H78 + (Sm78 *deltax)))* z78 ; 
expr float W79 = (((0.5*( U79 ^2)/g)+ H79 + (Sm79 *deltax)))* z79 ; 
expr float W80 = (((0.5*( U80 ^2)/g)+ H80 + (Sm80 *deltax)))* z80 ;

```

```

expr float W81 = (((0.5*( U81 ^2)/g)+ H81 )-((0.5*( U82 ^2)/g)+ H82 )-((0.5*( U83 ^2)/g)+ H83 )-((0.5*( U84 ^2)/g)+ H84 )-((0.5*( U85 ^2)/g)+ H85 )-((0.5*( U86 ^2)/g)+ H86 )-((0.5*( U87 ^2)/g)+ H87 )-((0.5*( U88 ^2)/g)+ H88 )-((0.5*( U89 ^2)/g)+ H89 )-((0.5*( U90 ^2)/g)+ H90 )-((0.5*( U91 ^2)/g)+ H91 )-((0.5*( U92 ^2)/g)+ H92 )-((0.5*( U93 ^2)/g)+ H93 )-((0.5*( U94 ^2)/g)+ H94 )-((0.5*( U95 ^2)/g)+ H95 )-((0.5*( U96 ^2)/g)+ H96 )-((0.5*( U97 ^2)/g)+ H97 )-((0.5*( U98 ^2)/g)+ H98 )-((0.5*( U99 ^2)/g)+ H99 )-((0.5*( U100 ^2)/g)+ H100 + (Sm99 *deltax)))* z99 ;
expr float w0 = W0 *998* Q*g ;
expr float w1 = W1 *998* Q*g ;
expr float w2 = W2 *998* Q*g ;
expr float w3 = W3 *998* Q*g ;
expr float w4 = W4 *998* Q*g ;
expr float w5 = W5 *998* Q*g ;
expr float w6 = W6 *998* Q*g ;
expr float w7 = W7 *998* Q*g ;
expr float w8 = W8 *998* Q*g ;
expr float w9 = W9 *998* Q*g ;
expr float w10 = W10 *998* Q*g ;
expr float w11 = W11 *998* Q*g ;
expr float w12 = W12 *998* Q*g ;
expr float w13 = W13 *998* Q*g ;
expr float w14 = W14 *998* Q*g ;
expr float w15 = W15 *998* Q*g ;
expr float w16 = W16 *998* Q*g ;
expr float w17 = W17 *998* Q*g ;
expr float w18 = W18 *998* Q*g ;
expr float w19 = W19 *998* Q*g ;

```

```

dexpr float w20 = W20 *998* Q*g ;
dexpr float w21 = W21 *998* Q*g ;
dexpr float w22 = W22 *998* Q*g ;
dexpr float w23 = W23 *998* Q*g ;
dexpr float w24 = W24 *998* Q*g ;
dexpr float w25 = W25 *998* Q*g ;
dexpr float w26 = W26 *998* Q*g ;
dexpr float w27 = W27 *998* Q*g ;
dexpr float w28 = W28 *998* Q*g ;
dexpr float w29 = W29 *998* Q*g ;
dexpr float w30 = W30 *998* Q*g ;
dexpr float w31 = W31 *998* Q*g ;
dexpr float w32 = W32 *998* Q*g ;
dexpr float w33 = W33 *998* Q*g ;
dexpr float w34 = W34 *998* Q*g ;
dexpr float w35 = W35 *998* Q*g ;
dexpr float w36 = W36 *998* Q*g ;
dexpr float w37 = W37 *998* Q*g ;
dexpr float w38 = W38 *998* Q*g ;
dexpr float w39 = W39 *998* Q*g ;
dexpr float w40 = W40 *998* Q*g ;
dexpr float w41 = W41 *998* Q*g ;
dexpr float w42 = W42 *998* Q*g ;
dexpr float w43 = W43 *998* Q*g ;
dexpr float w44 = W44 *998* Q*g ;
dexpr float w45 = W45 *998* Q*g ;
dexpr float w46 = W46 *998* Q*g ;
dexpr float w47 = W47 *998* Q*g ;
dexpr float w48 = W48 *998* Q*g ;
dexpr float w49 = W49 *998* Q*g ;
dexpr float w50 = W50 *998* Q*g ;
dexpr float w51 = W51 *998* Q*g ;
dexpr float w52 = W52 *998* Q*g ;
dexpr float w53 = W53 *998* Q*g ;
dexpr float w54 = W54 *998* Q*g ;
dexpr float w55 = W55 *998* Q*g ;
dexpr float w56 = W56 *998* Q*g ;
dexpr float w57 = W57 *998* Q*g ;
dexpr float w58 = W58 *998* Q*g ;
dexpr float w59 = W59 *998* Q*g ;
dexpr float w60 = W60 *998* Q*g ;
dexpr float w61 = W61 *998* Q*g ;
dexpr float w62 = W62 *998* Q*g ;
dexpr float w63 = W63 *998* Q*g ;
dexpr float w64 = W64 *998* Q*g ;
dexpr float w65 = W65 *998* Q*g ;
dexpr float w66 = W66 *998* Q*g ;
dexpr float w67 = W67 *998* Q*g ;
dexpr float w68 = W68 *998* Q*g ;
dexpr float w69 = W69 *998* Q*g ;
dexpr float w70 = W70 *998* Q*g ;
dexpr float w71 = W71 *998* Q*g ;
dexpr float w72 = W72 *998* Q*g ;
dexpr float w73 = W73 *998* Q*g ;
dexpr float w74 = W74 *998* Q*g ;
dexpr float w75 = W75 *998* Q*g ;
dexpr float w76 = W76 *998* Q*g ;
dexpr float w77 = W77 *998* Q*g ;
dexpr float w78 = W78 *998* Q*g ;

```

```

dexpr float w79 = W79 *998* Q*g ;
dexpr float w80 = W80 *998* Q*g ;
dexpr float w81 = W81 *998* Q*g ;
dexpr float w82 = W82 *998* Q*g ;
dexpr float w83 = W83 *998* Q*g ;
dexpr float w84 = W84 *998* Q*g ;
dexpr float w85 = W85 *998* Q*g ;
dexpr float w86 = W86 *998* Q*g ;
dexpr float w87 = W87 *998* Q*g ;
dexpr float w88 = W88 *998* Q*g ;
dexpr float w89 = W89 *998* Q*g ;
dexpr float w90 = W90 *998* Q*g ;
dexpr float w91 = W91 *998* Q*g ;
dexpr float w92 = W92 *998* Q*g ;
dexpr float w93 = W93 *998* Q*g ;
dexpr float w94 = W94 *998* Q*g ;
dexpr float w95 = W95 *998* Q*g ;
dexpr float w96 = W96 *998* Q*g ;
dexpr float w97 = W97 *998* Q*g ;
dexpr float w98 = W98 *998* Q*g ;
dexpr float w99 = W99 *998* Q*g ;

//Froude Number
dexpr float Fn0 = U0 /((g* H0 )^(1/2));
dexpr float Fn1 = U1 /((g* H1 )^(1/2));
dexpr float Fn2 = U2 /((g* H2 )^(1/2));
dexpr float Fn3 = U3 /((g* H3 )^(1/2));
dexpr float Fn4 = U4 /((g* H4 )^(1/2));
dexpr float Fn5 = U5 /((g* H5 )^(1/2));
dexpr float Fn6 = U6 /((g* H6 )^(1/2));
dexpr float Fn7 = U7 /((g* H7 )^(1/2));
dexpr float Fn8 = U8 /((g* H8 )^(1/2));
dexpr float Fn9 = U9 /((g* H9 )^(1/2));
dexpr float Fn10 = U10 /((g* H10 )^(1/2));
dexpr float Fn11 = U11 /((g* H11 )^(1/2));
dexpr float Fn12 = U12 /((g* H12 )^(1/2));
dexpr float Fn13 = U13 /((g* H13 )^(1/2));
dexpr float Fn14 = U14 /((g* H14 )^(1/2));
dexpr float Fn15 = U15 /((g* H15 )^(1/2));
dexpr float Fn16 = U16 /((g* H16 )^(1/2));
dexpr float Fn17 = U17 /((g* H17 )^(1/2));
dexpr float Fn18 = U18 /((g* H18 )^(1/2));
dexpr float Fn19 = U19 /((g* H19 )^(1/2));
dexpr float Fn20 = U20 /((g* H20 )^(1/2));
dexpr float Fn21 = U21 /((g* H21 )^(1/2));
dexpr float Fn22 = U22 /((g* H22 )^(1/2));
dexpr float Fn23 = U23 /((g* H23 )^(1/2));
dexpr float Fn24 = U24 /((g* H24 )^(1/2));
dexpr float Fn25 = U25 /((g* H25 )^(1/2));
dexpr float Fn26 = U26 /((g* H26 )^(1/2));
dexpr float Fn27 = U27 /((g* H27 )^(1/2));
dexpr float Fn28 = U28 /((g* H28 )^(1/2));
dexpr float Fn29 = U29 /((g* H29 )^(1/2));
dexpr float Fn30 = U30 /((g* H30 )^(1/2));
dexpr float Fn31 = U31 /((g* H31 )^(1/2));
dexpr float Fn32 = U32 /((g* H32 )^(1/2));
dexpr float Fn33 = U33 /((g* H33 )^(1/2));
dexpr float Fn34 = U34 /((g* H34 )^(1/2));
dexpr float Fn35 = U35 /((g* H35 )^(1/2));

```

```

expr float Fn36 = U36 /((g* H36 )^(1/2));
expr float Fn37 = U37 /((g* H37 )^(1/2));
expr float Fn38 = U38 /((g* H38 )^(1/2));
expr float Fn39 = U39 /((g* H39 )^(1/2));
expr float Fn40 = U40 /((g* H40 )^(1/2));
expr float Fn41 = U41 /((g* H41 )^(1/2));
expr float Fn42 = U42 /((g* H42 )^(1/2));
expr float Fn43 = U43 /((g* H43 )^(1/2));
expr float Fn44 = U44 /((g* H44 )^(1/2));
expr float Fn45 = U45 /((g* H45 )^(1/2));
expr float Fn46 = U46 /((g* H46 )^(1/2));
expr float Fn47 = U47 /((g* H47 )^(1/2));
expr float Fn48 = U48 /((g* H48 )^(1/2));
expr float Fn49 = U49 /((g* H49 )^(1/2));
expr float Fn50 = U50 /((g* H50 )^(1/2));
expr float Fn51 = U51 /((g* H51 )^(1/2));
expr float Fn52 = U52 /((g* H52 )^(1/2));
expr float Fn53 = U53 /((g* H53 )^(1/2));
expr float Fn54 = U54 /((g* H54 )^(1/2));
expr float Fn55 = U55 /((g* H55 )^(1/2));
expr float Fn56 = U56 /((g* H56 )^(1/2));
expr float Fn57 = U57 /((g* H57 )^(1/2));
expr float Fn58 = U58 /((g* H58 )^(1/2));
expr float Fn59 = U59 /((g* H59 )^(1/2));
expr float Fn60 = U60 /((g* H60 )^(1/2));
expr float Fn61 = U61 /((g* H61 )^(1/2));
expr float Fn62 = U62 /((g* H62 )^(1/2));
expr float Fn63 = U63 /((g* H63 )^(1/2));
expr float Fn64 = U64 /((g* H64 )^(1/2));
expr float Fn65 = U65 /((g* H65 )^(1/2));
expr float Fn66 = U66 /((g* H66 )^(1/2));
expr float Fn67 = U67 /((g* H67 )^(1/2));
expr float Fn68 = U68 /((g* H68 )^(1/2));
expr float Fn69 = U69 /((g* H69 )^(1/2));
expr float Fn70 = U70 /((g* H70 )^(1/2));
expr float Fn71 = U71 /((g* H71 )^(1/2));
expr float Fn72 = U72 /((g* H72 )^(1/2));
expr float Fn73 = U73 /((g* H73 )^(1/2));
expr float Fn74 = U74 /((g* H74 )^(1/2));
expr float Fn75 = U75 /((g* H75 )^(1/2));
expr float Fn76 = U76 /((g* H76 )^(1/2));
expr float Fn77 = U77 /((g* H77 )^(1/2));
expr float Fn78 = U78 /((g* H78 )^(1/2));
expr float Fn79 = U79 /((g* H79 )^(1/2));
expr float Fn80 = U80 /((g* H80 )^(1/2));
expr float Fn81 = U81 /((g* H81 )^(1/2));
expr float Fn82 = U82 /((g* H82 )^(1/2));
expr float Fn83 = U83 /((g* H83 )^(1/2));
expr float Fn84 = U84 /((g* H84 )^(1/2));
expr float Fn85 = U85 /((g* H85 )^(1/2));
expr float Fn86 = U86 /((g* H86 )^(1/2));
expr float Fn87 = U87 /((g* H87 )^(1/2));
expr float Fn88 = U88 /((g* H88 )^(1/2));
expr float Fn89 = U89 /((g* H89 )^(1/2));
expr float Fn90 = U90 /((g* H90 )^(1/2));
expr float Fn91 = U91 /((g* H91 )^(1/2));
expr float Fn92 = U92 /((g* H92 )^(1/2));
expr float Fn93 = U93 /((g* H93 )^(1/2));
expr float Fn94 = U94 /((g* H94 )^(1/2));

```

```

dexpr float Fn95 = U95 /((g* H95 )^(1/2));
dexpr float Fn96 = U96 /((g* H96 )^(1/2));
dexpr float Fn97 = U97 /((g* H97 )^(1/2));
dexpr float Fn98 = U98 /((g* H98 )^(1/2));
dexpr float Fn99 = U99 /((g* H99 )^(1/2));
dexpr float Fn100 = U100 /((g* H100 )^(1/2));

//Função objetivo
maximize W1 +
W2 +
W3 +
W4 +
W5 +
W6 +
W7 +
W8 +
W9 +
W10 +
W11 +
W12 +
W13 +
W14 +
W15 +
W16 +
W17 +
W18 +
W19 +
W20 +
W21 +
W22 +
W23 +
W24 +
W25 +
W26 +
W27 +
W28 +
W29 +
W30 +
W31 +
W32 +
W33 +
W34 +
W35 +
W36 +
W37 +
W38 +
W39 +
W40 +
W41 +
W42 +
W43 +
W44 +
W45 +
W46 +
W47 +
W48 +
W49 +
W50 +
W51 +

```

```
W52    +
W53    +
W54    +
W55    +
W56    +
W57    +
W58    +
W59    +
W60    +
W61    +
W62    +
W63    +
W64    +
W65    +
W66    +
W67    +
W68    +
W69    +
W70    +
W71    +
W72    +
W73    +
W74    +
W75    +
W76    +
W77    +
W78    +
W79    +
W80    +
W81    +
W82    +
W83    +
W84    +
W85    +
W86    +
W87    +
W88    +
W89    +
W90    +
W91    +
W92    +
W93    +
W94    +
W95    +
W96    +
W97    +
W98    +
W99    ;
```

```
//Restrições
subject to {
```

```
z0    +
z1    +
z2    +
z3    +
```

z4	+
z5	+
z6	+
z7	+
z8	+
z9	+
z10	+
z11	+
z12	+
z13	+
z14	+
z15	+
z16	+
z17	+
z18	+
z19	+
z20	+
z21	+
z22	+
z23	+
z24	+
z25	+
z26	+
z27	+
z28	+
z29	+
z30	+
z31	+
z32	+
z33	+
z34	+
z35	+
z36	+
z37	+
z38	+
z39	+
z40	+
z41	+
z42	+
z43	+
z44	+
z45	+
z46	+
z47	+
z48	+
z49	+
z50	+
z51	+
z52	+
z53	+
z54	+
z55	+
z56	+
z57	+
z58	+
z59	+
z60	+
z61	+
z62	+

```

z63    +
z64    +
z65    +
z66    +
z67    +
z68    +
z69    +
z70    +
z71    +
z72    +
z73    +
z74    +
z75    +
z76    +
z77    +
z78    +
z79    +
z80    +
z81    +
z82    +
z83    +
z84    +
z85    +
z86    +
z87    +
z88    +
z89    +
z90    +
z91    +
z92    +
z93    +
z94    +
z95    +
z96    +
z97    +
z98    +
z99    +
z100   == 1;

w0     >=  0      ;
w1     >=  0      ;
w2     >=  0      ;
w3     >=  0      ;
w4     >=  0      ;
w5     >=  0      ;
w6     >=  0      ;
w7     >=  0      ;
w8     >=  0      ;
w9     >=  0      ;
w10   >=  0      ;
w11   >=  0      ;
w12   >=  0      ;
w13   >=  0      ;
w14   >=  0      ;
w15   >=  0      ;
w16   >=  0      ;
w17   >=  0      ;
w18   >=  0      ;
w19   >=  0      ;

```

```
w20 >= 0 ;
w21 >= 0 ;
w22 >= 0 ;
w23 >= 0 ;
w24 >= 0 ;
w25 >= 0 ;
w26 >= 0 ;
w27 >= 0 ;
w28 >= 0 ;
w29 >= 0 ;
w30 >= 0 ;
w31 >= 0 ;
w32 >= 0 ;
w33 >= 0 ;
w34 >= 0 ;
w35 >= 0 ;
w36 >= 0 ;
w37 >= 0 ;
w38 >= 0 ;
w39 >= 0 ;
w40 >= 0 ;
w41 >= 0 ;
w42 >= 0 ;
w43 >= 0 ;
w44 >= 0 ;
w45 >= 0 ;
w46 >= 0 ;
w47 >= 0 ;
w48 >= 0 ;
w49 >= 0 ;
w50 >= 0 ;
w51 >= 0 ;
w52 >= 0 ;
w53 >= 0 ;
w54 >= 0 ;
w55 >= 0 ;
w56 >= 0 ;
w57 >= 0 ;
w58 >= 0 ;
w59 >= 0 ;
w60 >= 0 ;
w61 >= 0 ;
w62 >= 0 ;
w63 >= 0 ;
w64 >= 0 ;
w65 >= 0 ;
w66 >= 0 ;
w67 >= 0 ;
w68 >= 0 ;
w69 >= 0 ;
w70 >= 0 ;
w71 >= 0 ;
w72 >= 0 ;
w73 >= 0 ;
w74 >= 0 ;
w75 >= 0 ;
w76 >= 0 ;
w77 >= 0 ;
w78 >= 0 ;
```

```

w79 >= 0 ;
w80 >= 0 ;
w81 >= 0 ;
w82 >= 0 ;
w83 >= 0 ;
w84 >= 0 ;
w85 >= 0 ;
w86 >= 0 ;
w87 >= 0 ;
w88 >= 0 ;
w89 >= 0 ;
w90 >= 0 ;
w91 >= 0 ;
w92 >= 0 ;
w93 >= 0 ;
w94 >= 0 ;
w95 >= 0 ;
w96 >= 0 ;
w97 >= 0 ;
w98 >= 0 ;
w99 >= 0 ;

Fn0 <=1;
Fn1 <=1;
Fn2 <=1;
Fn3 <=1;
Fn4 <=1;
Fn5 <=1;
Fn6 <=1;
Fn7 <=1;
Fn8 <=1;
Fn9 <=1;
Fn10 <=1;
Fn11 <=1;
Fn12 <=1;
Fn13 <=1;
Fn14 <=1;
Fn15 <=1;
Fn16 <=1;
Fn17 <=1;
Fn18 <=1;
Fn19 <=1;
Fn20 <=1;
Fn21 <=1;
Fn22 <=1;
Fn23 <=1;
Fn24 <=1;
Fn25 <=1;
Fn26 <=1;
Fn27 <=1;
Fn28 <=1;
Fn29 <=1;
Fn30 <=1;
Fn31 <=1;
Fn32 <=1;
Fn33 <=1;
Fn34 <=1;
Fn35 <=1;
Fn36 <=1;

```

```
Fn37 <=1;
Fn38 <=1;
Fn39 <=1;
Fn40 <=1;
Fn41 <=1;
Fn42 <=1;
Fn43 <=1;
Fn44 <=1;
Fn45 <=1;
Fn46 <=1;
Fn47 <=1;
Fn48 <=1;
Fn49 <=1;
Fn50 <=1;
Fn51 <=1;
Fn52 <=1;
Fn53 <=1;
Fn54 <=1;
Fn55 <=1;
Fn56 <=1;
Fn57 <=1;
Fn58 <=1;
Fn59 <=1;
Fn60 <=1;
Fn61 <=1;
Fn62 <=1;
Fn63 <=1;
Fn64 <=1;
Fn65 <=1;
Fn66 <=1;
Fn67 <=1;
Fn68 <=1;
Fn69 <=1;
Fn70 <=1;
Fn71 <=1;
Fn72 <=1;
Fn73 <=1;
Fn74 <=1;
Fn75 <=1;
Fn76 <=1;
Fn77 <=1;
Fn78 <=1;
Fn79 <=1;
Fn80 <=1;
Fn81 <=1;
Fn82 <=1;
Fn83 <=1;
Fn84 <=1;
Fn85 <=1;
Fn86 <=1;
Fn87 <=1;
Fn88 <=1;
Fn89 <=1;
Fn90 <=1;
Fn91 <=1;
Fn92 <=1;
Fn93 <=1;
Fn94 <=1;
Fn95 <=1;
```

```

Fn96 <=1;
Fn97 <=1;
Fn98 <=1;
Fn99 <=1;
Fn100 <=1;

H0 == ( 0.011526 - S0 )/(1- Fn0 );
H1 == ( 0.011256628 - S1 )/(1- Fn1 );
H2 == ( 0.011191336 - S2 )/(1- Fn2 );
H3 == ( 0.011117598 - S3 )/(1- Fn3 );
H4 == ( 0.011034745 - S4 )/(1- Fn4 );
H5 == ( 0.010942136 - S5 )/(1- Fn5 );
H6 == ( 0.010839181 - S6 )/(1- Fn6 );
H7 == ( 0.01072536 - S7 )/(1- Fn7 );
H8 == ( 0.010600245 - S8 )/(1- Fn8 );
H9 == ( 0.010463524 - S9 )/(1- Fn9 );
H10 == ( 0.010315022 - S10 )/(1- Fn10 );
H11 == ( 0.010154721 - S11 )/(1- Fn11 );
H12 == ( 0.00998278 - S12 )/(1- Fn12 );
H13 == ( 0.009799544 - S13 )/(1- Fn13 );
H14 == ( 0.009605553 - S14 )/(1- Fn14 );
H15 == ( 0.009401543 - S15 )/(1- Fn15 );
H16 == ( 0.009188438 - S16 )/(1- Fn16 );
H17 == ( 0.008967335 - S17 )/(1- Fn17 );
H18 == ( 0.00873948 - S18 )/(1- Fn18 );
H19 == ( 0.00850624 - S19 )/(1- Fn19 );
H20 == ( 0.008269063 - S20 )/(1- Fn20 );
H21 == ( 0.00802944 - S21 )/(1- Fn21 );
H22 == ( 0.007788857 - S22 )/(1- Fn22 );
H23 == ( 0.007548757 - S23 )/(1- Fn23 );
H24 == ( 0.007310492 - S24 )/(1- Fn24 );
H25 == ( 0.007075291 - S25 )/(1- Fn25 );
H26 == ( 0.006844222 - S26 )/(1- Fn26 );
H27 == ( 0.00661818 - S27 )/(1- Fn27 );
H28 == ( 0.006397862 - S28 )/(1- Fn28 );
H29 == ( 0.00618377 - S29 )/(1- Fn29 );
H30 == ( 0.005976213 - S30 )/(1- Fn30 );
H31 == ( 0.00577532 - S31 )/(1- Fn31 );
H32 == ( 0.005581065 - S32 )/(1- Fn32 );
H33 == ( 0.005393287 - S33 )/(1- Fn33 );
H34 == ( 0.005211728 - S34 )/(1- Fn34 );
H35 == ( 0.005036062 - S35 )/(1- Fn35 );
H36 == ( 0.004865933 - S36 )/(1- Fn36 );
H37 == ( 0.004700983 - S37 )/(1- Fn37 );
H38 == ( 0.004540893 - S38 )/(1- Fn38 );
H39 == ( 0.004385402 - S39 )/(1- Fn39 );
H40 == ( 0.00423434 - S40 )/(1- Fn40 );
H41 == ( 0.004087641 - S41 )/(1- Fn41 );
H42 == ( 0.003945366 - S42 )/(1- Fn42 );
H43 == ( 0.003807707 - S43 )/(1- Fn43 );
H44 == ( 0.003674996 - S44 )/(1- Fn44 );
H45 == ( 0.003547706 - S45 )/(1- Fn45 );
H46 == ( 0.003426444 - S46 )/(1- Fn46 );
H47 == ( 0.003311949 - S47 )/(1- Fn47 );
H48 == ( 0.003205076 - S48 )/(1- Fn48 );
H49 == ( 0.003106783 - S49 )/(1- Fn49 );
H50 == ( 0.003018115 - S50 )/(1- Fn50 );
H51 == ( 0.002940181 - S51 )/(1- Fn51 );
H52 == ( 0.002874138 - S52 )/(1- Fn52 );

```

```

H53 == ( 0.002821166 - S53 )/(1- Fn53 );
H54 == ( 0.002782444 - S54 )/(1- Fn54 );
H55 == ( 0.00275913 - S55 )/(1- Fn55 );
H56 == ( 0.00275233 - S56 )/(1- Fn56 );
H57 == ( 0.002763084 - S57 )/(1- Fn57 );
H58 == ( 0.002792336 - S58 )/(1- Fn58 );
H59 == ( 0.002840912 - S59 )/(1- Fn59 );
H60 == ( 0.002909502 - S60 )/(1- Fn60 );
H61 == ( 0.002998638 - S61 )/(1- Fn61 );
H62 == ( 0.003108672 - S62 )/(1- Fn62 );
H63 == ( 0.003239765 - S63 )/(1- Fn63 );
H64 == ( 0.003391866 - S64 )/(1- Fn64 );
H65 == ( 0.003564703 - S65 )/(1- Fn65 );
H66 == ( 0.003757773 - S66 )/(1- Fn66 );
H67 == ( 0.003970333 - S67 )/(1- Fn67 );
H68 == ( 0.004201403 - S68 )/(1- Fn68 );
H69 == ( 0.004449763 - S69 )/(1- Fn69 );
H70 == ( 0.004713965 - S70 )/(1- Fn70 );
H71 == ( 0.004992342 - S71 )/(1- Fn71 );
H72 == ( 0.005283033 - S72 )/(1- Fn72 );
H73 == ( 0.005584002 - S73 )/(1- Fn73 );
H74 == ( 0.005893074 - S74 )/(1- Fn74 );
H75 == ( 0.006207968 - S75 )/(1- Fn75 );
H76 == ( 0.006526337 - S76 )/(1- Fn76 );
H77 == ( 0.006845817 - S77 )/(1- Fn77 );
H78 == ( 0.007164066 - S78 )/(1- Fn78 );
H79 == ( 0.007478812 - S79 )/(1- Fn79 );
H80 == ( 0.007787899 - S80 )/(1- Fn80 );
H81 == ( 0.008089322 - S81 )/(1- Fn81 );
H82 == ( 0.008381268 - S82 )/(1- Fn82 );
H83 == ( 0.00866214 - S83 )/(1- Fn83 );
H84 == ( 0.008930582 - S84 )/(1- Fn84 );
H85 == ( 0.00918549 - S85 )/(1- Fn85 );
H86 == ( 0.009426018 - S86 )/(1- Fn86 );
H87 == ( 0.009651575 - S87 )/(1- Fn87 );
H88 == ( 0.009861818 - S88 )/(1- Fn88 );
H89 == ( 0.010056632 - S89 )/(1- Fn89 );
H90 == ( 0.010236115 - S90 )/(1- Fn90 );
H91 == ( 0.01040055 - S91 )/(1- Fn91 );
H92 == ( 0.01055038 - S92 )/(1- Fn92 );
H93 == ( 0.010686181 - S93 )/(1- Fn93 );
H94 == ( 0.010808634 - S94 )/(1- Fn94 );
H95 == ( 0.0109185 - S95 )/(1- Fn95 );
H96 == ( 0.011016594 - S96 )/(1- Fn96 );
H97 == ( 0.011103763 - S97 )/(1- Fn97 );
H98 == ( 0.011180868 - S98 )/(1- Fn98 );
H99 == ( 0.011248766 - S99 )/(1- Fn99 );
H100 == ( 0.011308293 - S100 )/(1- Fn100 );
}

```